



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA TEXTIL

SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION

"EQUILIBRADO DE LÍNEAS DE ENSAMBLE  
EN LA INDUSTRIA DEL VESTIDO: UN  
ENFOQUE MEDIANTE ALGORITMOS  
GENÉTICOS HÍBRIDOS"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRIA EN CIENCIAS CON LA  
ESPECIALIDAD DE INGENIERIA TEXTIL

**P R E S E N T A**

ING. DALIA SERVIN OCHOA



## TITULO

“Equilibrado de Líneas de Ensamble en la Industria del Vestido: Un enfoque mediante Algoritmos Genéticos Híbridos”

Director  
Dr. Pedro Iván Palominos Belmar  
USACH

Co-Director  
Dr. Gabriel Guillén Buendía  
SEPI-ESIT-IPN

Participación Especial  
M. C. Hernán Peraza Vázquez  
CICATA - Altamira - IPN

SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA TEXTIL



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION**

CGPI-13

**ACTA DE REGISTRO DE TEMA DE TESIS  
Y DESIGNACION DE DIRECTOR DE TESIS**

México, D.F. a 23 de Marzo del 2003

El Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación: E.S.I.T.  
en su sesión ordinaria No. 03 celebrada el día 20 del mes de Marzo  
conoció la solicitud presentada por el(la) alumno(a):

<u>Servín</u>	<u>Ochoa</u>	<u>Dalla</u>
Apellido paterno	materno	nombre

Con registro: B 0 2 1 4 2 3

Aspirante al grado de: Maestro en Ciencias en Ingeniería Textil

1.- Se designa al aspirante el tema de tesis titulado:  
"Equilibrado de Líneas de Ensamble en la Industria del Vestido: Un Enfoque Mediante Algoritmos Genéticos Híbridos"

De manera general el tema abarcará los siguientes aspectos:  
Introducción al Problema de Equilibrado de Línea, Importancia de las Líneas de Ensamble para la Industria del Vestido y la posible aplicación de la metaheurística híbrida (Algoritmo Genético Híbrido), para resolver el Equilibrado de Líneas. Obteniendo un software que facilite la tarea y que sirva para resolver ejemplos para obtener resultados y para hacer la comparación con otras técnicas heurísticas. También se dará teoría básica de las metaheurísticas Algoritmo Genético Búsqueda Tabú. Bibliografía y Conclusiones.

2.- Se designa como Director de Tesis al C. Profesor:  
Dr. Pedro Iván Palominos Belmar / Dr. Gabriel Guillén Belmar

3.- El trabajo de investigación base para el desarrollo de la tesis será elaborado por el alumno en:  
IIQAB-CSIC / SEPI ESIT IPN.

Que cuenta con los recursos e infraestructura necesarios.

4.- El interesado deberá asistir a los seminarios desarrollados en el área de adscripción del trabajo desde la fecha en que se suscribe la presente hasta la aceptación de la tesis por la Comisión Revisora correspondiente:

El Director de Tesis

Dr. Pedro Iván Palominos Belmar

El Codirector de Tesis

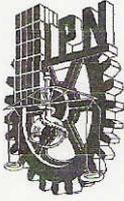
Dr. Gabriel Guillén Buendía

El Aspirante

Ing. Dalla Servín Ochoa

El Presidente del Colegio

Dra. Ana María Islas Cortés



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION**

*ACTA DE REVISION DE TESIS*

En la ciudad de México siendo las 17:00 Horas del día 31 del mes de Marzo  
 del 2004. Se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el  
 Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de: SEPI-ESIT

Para examinar la tesis de grado titulada:

“Equilibrado de Líneas de Ensamble en la Industria del Vestido: Un Enfoque Mediante Algoritmos  
 Genéticos Híbridos”

Presentada por el alumno:

SERVIN

OCHOA

DALIA

Apellido paterno

materno

nombre(s)

Con registro B 0 2 1 4 2 3

Aspirante al grado de: Maestro en Ciencias en Ingeniería Textil

Después de intercambiar opiniones los miembros de la comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA  
 TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISADORA

Director de tesis

Dr. Pedro Ivan Palominos Belmar

Dr. Gabriel Guillén Buendía  
 (Codirector)

M. en C. Norberto Galicia Aguilar

M. en C. Hernán Peraza Vázquez

Dra. Ana Maria Islas Cortes

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

Dra. Ana Maria Islas Cortés



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION**

*CARTA DE CESION DE DERECHOS*

En la Ciudad de México, D. F. el día 21 del mes Mayo del año 2004, el (la) que suscribe Ing. Dalia Servín Ochoa alumno(a) del Programa Maestría en Ciencias en Ingeniería Textil con número de registro B021423, adscrito a la SEPI-ESIT, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Pedro Palominos Belmar/ Codirector Dr. Gabriel Guillen Buendia y cede los derechos del trabajo intitulado "Equilibrado de Lineas de Ensamble en la Industria del Vestido: Un Enfoque Mediante Algoritmos Genéticos Híbridos"

al Instituto Politécnico Nacional para su *difusión*, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la *información* no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección daliota2002@hotmail.com Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Ing. Dalia Servín Ochoa  
Nombre y firma



## *Dedicatoria:*

*Esta tesis la dedico de forma muy especial a mis papás: Juan Andrés Perwin Villafañá y Bertha Ochoa Serrano, por el esfuerzo y la confianza que siempre depositaron en mí. Conozco los sacrificios y dificultades que han padecido por dar lo mejor de ustedes a mis hermanos y a mí y no hay nada que pueda decir para agradecer su apoyo incondicional y paciencia. Culminar este trabajo me ha dado el significado de la perseverancia: es un valor único que de no ser por ustedes dos, ahora no me sentiría tan satisfecha.*

*También deseo que quede en su memoria lo mucho que les quiero y que jamás podré compensar todas las preocupaciones que causé cuando estuve lejos de casa porque eché de menos su cuidado y protección.*

*¡Muchas Gracias porque ésta tesis es el fruto de sus sacrificios!*





## *Agradecimientos*

*El presente trabajo de tesis se deriva del proyecto de investigación CGPI- 2004029.*

*Al Instituto Politécnico Nacional y a la Escuela Superior de Ingeniería Textil.*

*A la Sección de Posgrado de la Escuela Superior de Ingeniería Textil, de forma especial a la Dra. Ana María Islas Jefa de la Sección de Posgrado y al Dr. Gabriel Guillén Co Director de la tesis, porque ambos buscaron la forma de apoyar este trabajo de forma incansable, porque supieron tener paciencia y nunca me negaron nada. ¡GRACIAS!*

*Al director de Tesis el Dr. Pedro Palominos Belmar, por las atenciones prestadas durante la estancia en Chile dentro de la Universidad de Santiago de Chile en la Facultad de Ingeniería Industrial en donde nació la idea de tesis. Quiero agradecer la hospitalidad de todas las personas que hicieron los días más divertidos. A las Señoras Martha y Patricia Vicencio que se encargaron de atendernos de forma muy especial.*

*Al M. C. Hernán Peraza Vázquez profesor del CICATA Altamira-IPN de estado de Tamaulipas y a las autoridades que participaron con él, por su invaluable asesoría y dedicación en la tesis. Porque me alentó a culminarla con sus valiosos conocimientos, gracias por el tiempo dedicado a este trabajo sobre todo porque jamás dudó en ayudarme o en compartir sus conocimientos sobre el tema. Gracias a las atenciones brindadas en su estado, me llevo de él gratos recuerdos.*

*A toda mi familia, compañeros y amigos que de alguna forma colaboraron con este trabajo porque de todo ellos aprendí algo al respecto. Gracias a mis compañeras de 6 meses durante la estancia en Chile: Ing. Nieves Chalpeño e Ing. Diana Valencia por haber convivido momentos de soledad, desconcierto y melancolía debido a la lejanía de nuestro país, pero también porque hicieron de ese viaje algo inolvidable.*

*De forma especial deseo agradecer la amistad incondicional que la M. en C. Jhoana Zaragoza me ha brindado intermitentemente durante 6 años. Fue muy importante estar a su lado durante este trabajo ya que me llenó de confianza y agradezco la forma en como ha demostrado su incondicionalidad y apoyo eterno en todo momento.*

*Gracias a la persona que comparte conmigo su vida porque el amor entre los dos fue la energía que me impulsó a continuar sin caer aún en momentos difíciles. Gracias por ser mi fuente interminable de inspiración, por el apoyo y por la paciencia que me tienes.*

*Gracias Daniel.*





## **RESUMEN**

### **“Equilibrado de Líneas de Ensamble en la Industria del Vestido: Un Enfoque Mediante Algoritmos Genéticos Híbridos”**

El presente trabajo de tesis está dirigido a un amplio sector de la industria Textil ya que se propone un método heurístico que resuelve el Problema Simple de Equilibrado de Líneas de Ensamble (SALBP-1) para la Industria del Vestido (IDV) en México. Este problema ha sido estudiado anteriormente, sin embargo aún existe la necesidad de mejorar e incluso de proponer nuevos métodos. Este trabajo se une a las posibilidades existentes utilizando una técnica distinta, el Algoritmo Genético Híbrido (AGH), que es un Algoritmo Genético (AG) simple que utiliza la técnica llamada Lógica Difusa (LD) en el proceso de evaluación. Esta hibridación es nueva en la resolución del SALBP-1.

El contenido de la tesis esta ordenado en 6 capítulos. El primero de ellos se concentra en exponer los aspectos preliminares de la tesis, es un capítulo de introducción en donde se plantean los antecedentes, la definición del problema, los objetivos, la justificación, los alcances y límites, las aportaciones y el método de realización de tesis. El Capítulo II contiene la teoría referente al Equilibrado de Líneas de Ensamble con el fin de resaltar sus características y mostrar los métodos que se han utilizado hasta el momento para resolverlo. El Capítulo III se enfoca al tema de los Algoritmos Genéticos en donde se mencionan sus características, procedimientos más importantes y el tema de hibridación de los mismos. El Capítulo IV se refiere a la técnica de Lógica Difusa, con la cual se realizara la hibridación del Algoritmo Genético. Para el Capítulo V se ha seleccionado establecer las propiedades del método que se propone en la tesis. Finalmente en el Capítulo VI se describen los resultados encontrados en donde se realiza su análisis y se proponen las conclusiones finales del tema de tesis. También se realizan las recomendaciones y las sugerencias para trabajos futuros que surjan a partir de este.



## **ABSTRACT**

### **“Assembly Line Balancing Problem into the Apparel Industry: An Approach by means of Hybrid Genetics Algorithms”**

The present work of thesis is directed a wide sector of the Textile industry since one proposes a heuristic method that solves the Simple Assembly Line Balancing Problem (SALBP-1) for the Apparel Industry in Mexico. This problem has been studied previously, nevertheless still there exists the need to improve and even of proposing new methods. This work joins the existing possibilities using a different technology(skill), the Genetic Hybrid Algorithm (GHA), which is a Genetic Algorithm simple (AG) who uses the called Logical Diffuse technology(skill) (LD) in the process of evaluation. This hybridization is new in the resolution of the SALBP-1.

The content of this thesis arranged in 6 chapters. The first one of them centers in exposing the preliminary aspects of the thesis is a introduction chapter where there appear the precedents, the definition of the problem, the objective, the justification, the scopes and limits, the contributions and the method of accomplishment of thesis. The Chapter the 2nd contains the relating theory to Assembly Balancing Lines in order to highlight its characteristics and to show the methods that have been in use up to the moment for solving it. The Chapter 3rd focuses on the topic of the Genetic Algorithms where there are mentioned its characteristics, more important procedures and the topic of hybridization. The Chapter the 4th refers to the technology of Fuzzy Logic, with which there was realized the hybridization of the Genetic Algorithm. For the Chapter V it has been selected to establish the properties of the method that one proposes in the thesis. Finally in the Chapter VI the opposing results are described, the analysis is realized too and they propose the final conclusions of the topic of thesis. Also the recommendations and the suggestions are realized for future works that arise from this one.

**INDICE GENERAL**

	Tema	Pág.
<b>ACTA DE REGISTRO</b>	.....	-
<b>ACTA DE REVISIÓN</b>	.....	-
<b>CARTA DE CESION DE DERECHOS</b>	.....	-
<b>DEDICATORIAS Y AGRADECIMIENTOS</b>	.....	-
<b>RESUMEN (ABSTRACT)</b>	.....	i
<b>INDICE GENERAL</b>	.....	iii
<b>RELACIÓN DE TABLAS Y FIGURAS</b>	.....	vi
<b>CAPITULO I</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	
1.1	Antecedentes .....	1
1.2	Definición del Problema .....	2
1.3	Objetivos de la tesis .....	3
1.3.1	Objetivo General .....	3
1.3.2	Objetivo Especifico .....	3
1.4	Justificación .....	3
1.5	Alcances y Limites .....	5
1.6	Aportaciones .....	8
1.7	Materiales y Método utilizados para la realización del trabajo de tesis .....	8
<b>CAPITULO II</b>	<b>EQUILIBRADO DE LÍNEAS DE ENSAMBLE</b>	
2.1	Introducción .....	11
2.2	Historia del equilibrado de Líneas .....	11
2.2.1	Arsenal de Venecia .....	11
2.2.2	Adam Smith .....	12
2.2.3	Federick Winslow Taylor .....	12
2.2.4	Henry Ford .....	12
2.2.5	Producción en Masa .....	13
2.2.6	Surgimiento de la Industria del Vestido .....	15
2.2.7	Situación Actual de las Líneas de Ensamble en la IDV .....	16
2.3	Análisis del ALB .....	17
2.4	Características principales del problema ALB .....	22
2.4.1	Restricciones de precedencia .....	22
2.4.1.1	Diagrama de precedencia .....	23
2.4.2	Problema Combinatorial .....	24
2.4.3	Tiempo de resolución .....	27
2.5	Clasificación del Problema de Equilibrado de Línea .....	28
2.6	Métodos de Resolución .....	29
2.6.1	Clasificación de los Métodos de Resolución .....	30
2.6.2	Métodos Analíticos .....	30
2.6.2.1	Algoritmos Exactos .....	31
2.6.2.2	Algoritmos Heurísticos .....	32
2.6.3	Método Intuitivo .....	35

**CAPITULO III FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LOS ALGORITMOS GENÉTICOS**

3.1	Introducción .....	44
3.2	Definición .....	45
3.3	Principios básicos de los Algoritmos Genéticos .....	45
3.4	Diferencia entre Algoritmos Genéticos y los Métodos Analíticos .....	46
3.5	Clasificación de las Heurísticas .....	47
3.6	Terminología Básica .....	48
3.7	Codificación de Soluciones .....	49
3.8	Procedimientos básicos de un Algoritmo Genético .....	49
3.8.1	Creación de Parámetros iniciales .....	50
3.8.2	Proceso de Evaluación .....	51
3.8.3	Proceso de Selección .....	51
3.8.3.1	Tipos de Selección .....	51
3.8.4	Proceso de Reproducción .....	52
3.8.4.1	Operador Cruza .....	52
3.8.4.1.1	Tipos de cruza .....	53
3.8.4.2	Mutación .....	55
3.8.5	Elitismo.....	56
3.8.6	Proceso de Reemplazo .....	56
3.9	Estructura básica de un Algoritmo Genético .....	57
3.10	Pseudocódigo de un Algoritmo Genético Simple .....	58
3.11	Algoritmos Híbridos .....	59
3.11.1	Hibridación Secuencial .....	60
3.11.2	Hibridación Paralela .....	60
3.11.2.1	Hibridación Paralela en Sincronía .....	60
3.11.2.2	Hibridación Paralela Asíncrona .....	61

**CAPITULO IV CONCEPTOS BASICOS DE LA LOGICA DIFUSA**

4.1	Introducción .....	62
4.2	Breve historia .....	62
4.3	Cuando utilizar Lógica Difusa .....	63
4.4	Aplicaciones .....	63
4.5	Conjuntos Clásicos y Difusos .....	64
4.5.1	Conjuntos Clásicos, CRISP .....	64
4.5.2	Conjuntos Difusos, Fuzzy .....	64
4.6	Funciones de Pertenencia .....	65
4.6.1	Función de Pertenencia Triangular .....	66
4.6.2	Función de Pertenencia Gamma .....	66
4.6.3	Función de Pertenencia S .....	67
4.6.4	Función de Pertenencia Gausseana .....	67
4.6.5	Función de Pertenencia Trapezoidal .....	68
4.6.6	Función de Pertenencia Trapecio Extendida .....	68
4.7	Características de los conjuntos difusos .....	69
4.8	Calculo de la función de pertenencia .....	70
4.9	Extensiones de los conjuntos difusos .....	72



---

<b>CAPITULO V</b>	<b>DISEÑO Y DEARROLLO DE UN ALGORITMO GENÉTICO HÍBRIDO EN EL PROBLEMA SIMPLE DE EQUILIBRADO DE LINEAS PARA LA INDUSTRIA DEL VESTIDO</b>	
5.1	Método Propuesto: AGH-LD04 .....	74
5.1.1	Representación de la solución en términos genéticos .....	75
5.1.2	Creación de la población inicial .....	76
5.1.3	Identificación de las restricciones y las funciones objetivo .....	78
5.1.3.1	Restricciones .....	78
5.1.3.2	Funciones Objetivo .....	81
5.1.3.2.1	Función de Evaluación Difusa .....	82
5.1.4	Funciones de Selección y Operadores Genéticos utilizados .....	83
5.1.4.1	Operador Cruzamiento .....	83
5.1.4.2	Operador Mutación .....	84
5.1.5	Parámetros principales del Algoritmo Genético híbrido .....	85
5.1.6	Estructura y diseño del Algoritmo AGH-LD04 .....	86
<b>CAPITULO VI</b>	<b>RESULTADOS, CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS</b>	
6.1	RESULTADOS Y ANALISIS .....	87
6.2	ANÁLISIS GENERAL DE LOS RESULTADOS .....	110
6.3	CONCLUSIONES .....	113
6.4	RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS PARA TRABAJOS FUTUROS .....	114
<b>GLOSARIO</b>	.....	viii
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS</b>	.....	xvi
<b>ANEXOS</b>	.....	xix



**RELACION DE TABLAS Y FIGURAS**

<b>Tablas</b>		
<b>N°</b>	<b>Titulo</b>	<b>Pág.</b>
1	Características del Sistema .....	9
2	Acontecimientos de la Producción Continua .....	14
3	Operaciones para formar un Diagrama de Precedencias .....	23
4	Combinaciones de 7 tareas .....	25
5	Combinaciones de 9 tareas .....	26
6	Descripción de las Piezas del Blue Jeans .....	36
7	Desglose de operaciones del Blue Jeans .....	37
8	Cálculo del personal .....	39
9	Primer cálculo de la maquinaria necesaria .....	40
10	Segundo Cálculo de la maquinaria necesaria .....	41
11	Desglose de operaciones playera frac .....	42
12	Resultado del equilibrio de cadena de montaje .....	42
13	Resultado del Equilibrio de la Línea de trabajo .....	43
14	Diferencias entre el método analítico y el genético.....	46
15	Resultados del Ejemplo 1 .....	88
16	Resultados del Ejemplo 2 .....	90
17	Resultados del Ejemplo 3 .....	92
18	Resultados del Ejemplo 4 .....	94
19	Resultados del Ejemplo 5 .....	97
20	Resultados del Ejemplo 6 .....	99
21	Resultados del Ejemplo 7 .....	101
22	Resultados del Ejemplo 8 .....	102
23	Resultados del Ejemplo 9 .....	104
24	Resultados del Ejemplo 10 .....	106
25	Tabla de Concentrado de Resultados .....	107
<b>Gráficas</b>		
1	Situación Ideal del Balance de Líneas .....	18
2	Situación Optimista .....	19
3	Situación Real del Balance de Líneas .....	19
4	Problemas N-P Hard vs Polinomial .....	27
5	Tiempo Ocioso 45 tareas, Ejemplo 1 .....	89
6	Tiempo Ocioso 49 tareas, Ejemplo 2 .....	91
7	Tiempo Ocioso 50 tareas, Ejemplo 3 .....	93
8	Tiempo Ocioso 56 tareas, Ejemplo 4 .....	96
9	Tiempo Ocioso 76 tareas, Ejemplo 5 .....	98
10	Tiempo Ocioso 77 tareas, Ejemplo 6 .....	100
11	Tiempo Ocioso 78 tareas, Ejemplo 7 .....	102
12	Tiempo Ocioso 50 tareas, Ejemplo 8 .....	103
13	Tiempo Ocioso 80 tareas, Ejemplo 9 .....	105
14	Tiempo Ocioso 25 tareas, Ejemplo 10 .....	106
15	Ejemplo 1, 50 generaciones .....	108
16	Ejemplo 2, 50 generaciones .....	108
17	Ejemplo 3, 50 generaciones .....	108
18	Ejemplo 4, 50 generaciones .....	108
19	Ejemplo 5, 50 generaciones .....	108
20	Ejemplo 6, 50 generaciones .....	108
21	Ejemplo 7, 50 generaciones .....	109
22	Ejemplo 7, 300 generaciones .....	109
23	Ejemplo 8, 50 generaciones .....	109



24	Ejemplo 8, 300 generaciones .....	109
25	Ejemplo 9, 50 generaciones .....	109
26	Ejemplo 10, 50 generaciones .....	110
27	Ejemplo 10, 600 generaciones .....	110
28	% Eficiencia de las Líneas de Ensamble .....	111
29	% Demora en las Líneas de Ensamble .....	111

**FIGURAS**

N°	Titulo	Pág.
1	Líneas de ensamble vs Cadena de Montaje .....	15
2	Producto estandarizado en la IV .....	16
3	Restricciones de precedencia en una prenda .....	22
4	Diagrama de Precedencia de 7 tareas .....	23
5	Equilibrar Centros de Trabajo .....	24
6	Diagrama Operacional de 7 tareas .....	25
7	Diagrama de Precedencia para 9 tareas .....	25
8	Diagrama Operacional de 9 tareas .....	26
9	Clasificación de ka Literatura del ALB .....	29
10	Métodos para resolver el ALB .....	30
11	Boceto de un Blue Jeans .....	36
12	Diagrama de Operaciones del Blue Jeans .....	38
13	Diseño de Playera Frac .....	42
14	Clasificación de las técnicas heurísticas .....	47
15	Tipos de Cadenas .....	49
16	Procedimiento de un AG simple .....	50
17	Estructura de un cruce sencillo .....	54
18	Estructura de un cruce múltiple .....	54
19	Efecto de la mutación .....	55
20 a	Representación de la mutación para cadenas binarias .....	55
20 b	Representación de la mutación para otras cadenas .....	57
21	Estructura de un AG simple .....	57
22	Hibridación Secuencial .....	60
23	Concepto de Temperatura Alta .....	65
24	Función Triangular .....	66
25	Función Gamma .....	66
26	Función L .....	67
27	Función S .....	67
28	Función Gausseana .....	67
29	Función Trapezoidal .....	68
30	Función Trapecio Extendido .....	68
31	Conjuntos Difusos Evaluados en Intervalo $\hat{A}$ .....	72
32	Conjuntos Difusos de Segundo Orden en el Intervalo $\tilde{A}$ .....	72
33	Conjuntos Difusos Evaluados en Intervalo Difuso $A^\alpha$ .....	73
34	Cromosoma utilizado en AGH-LD04 .....	75
35	Matriz de Precedencias .....	76
36	Población Inicial .....	77
37	Cruzamiento Cyclic Crossover .....	84
38	Scramble Mutation .....	84
39	Estructura del AGH-LD04 .....	86



# CAPITULO I

## INTRODUCCIÓN

En este capítulo se exponen los parámetros iniciales de la investigación del tema de tesis. Este problema es parte importante de la Industria del Vestido ya que se presenta como una constante de las líneas de ensamble en todas las plantas y fábricas de confección de prendas. El capítulo muestra los antecedentes, la definición formal del problema que se desea resolver, después la justificación en que se basa la tesis, se mencionan las aportaciones que el método planteado ofrecerá, así como los alcances y las limitaciones que tendrá el mismo.

### **1.1 Antecedentes**

Importantes disciplinas surgieron con el fin de resolver problemas de naturaleza compleja como es el caso del Assembly Line Balance (ALB). Por un lado está la Computación Evolutiva y por otro la Bioinformática. La primera implementó el uso de métodos de pruebas de "ensayo- error" como en la naturaleza con la selección natural, y la segunda mezcló los grandes descubrimientos Biológicos del siglo XX con el desarrollo de tecnología avanzada en cómputo. La Computación Evolutiva tiene como trabajo más ambicioso desde hace unas décadas la Inteligencia Artificial. En la Bioinformática se puede encontrar el estudio de los Algoritmos Evolutivos, Colonias de hormigas, redes neuronales, etcétera. En ambas disciplinas se estudian los Algoritmos Genéticos (AG's) parte esencial de este trabajo.

En esta tesis se plantea utilizar un Algoritmo Genético Híbrido (AGH) para resolver el ALB. El término de "Genético" se debe a su parecido en los mecanismos que la propia naturaleza utiliza en la Evolución según la Teoría de la Evolución de Darwin. La parte Híbrida consiste en la utilización dentro del AG de otro método. Para la Hibridación se utiliza el Método de Lógica Difusa. (LD)

Hoy en día se trabaja fuertemente en la hibridación de diversas metaheurísticas por supuesto también en los AG's. Estas hibridaciones brindan soluciones más exactas a



los problemas combinatoriales por lo que se espera puedan brindar una aproximación mas acertada al ALB.

[Mendoza, 1999] y [Escobar & Galvez, 2000] son dos trabajos de tesis que anteceden a éste. Ambos se basan en un algoritmo genético simple y están modelados utilizando a Leu et al como referencia, no cuentan con un modelo matemático propio del problema.

[Chan et al, 1997] es un artículo especializado en solucionar el ALB utilizando AG's dentro de la rama de la Industria del Vestido (IDV), en éste se considera el grado de habilidad de los operarios para la asignación de las primeras tareas en la línea de ensamble.

Existen investigaciones dirigidas a la hibridación de un AG y Búsqueda Tabú (BT) precisamente enfocado a la programación de un sistema flowshop y es el de [Moccellin] realiza la comparación del comportamiento de las técnicas metaheurísticas simples AG y BT contra la hibridación utilizando el mismo problema. Al Algoritmo se le conoce con el nombre de HBGATS con excelentes resultados.

## 1.2 Definición del problema

Las materias primas son almacenadas y poco a poco son transformadas dentro de las líneas de ensamble pasando por diferentes operaciones y procesos hasta llegar finalmente al almacén de productos terminados. En éste caso particular el proceso es realizado dentro del área de máquinas de coser, taller o departamento productivo. El problema de equilibrado de líneas que se resuelve en este trabajo consiste en la asignación de un conjunto de operaciones a un número mínimo de estaciones de trabajo, considerando como tope en la asignación el tiempo de ciclo ( $T_c$ ). Éste es el tiempo ideal al que deben trabajar todas las estaciones de trabajo, es decir es un ritmo de trabajo que se busca conseguir en el equilibrado de líneas. Todo trabajo sigue un flujo por lo que deberá existir una relación de precedencia entre cada operación. A cada estación de trabajo le corresponde una persona que está al mando de varias maquinas. Este problema será analizado a detalle en el Capítulo I.



## **1.3 Objetivos de la tesis**

### **1.3.1 Objetivo General**

Resolver el Problema de Equilibrado de Líneas de Ensamble (ALB) dentro de la Industria del Vestido por medio de un Algoritmo Genético Híbrido.

### **1.3.2 Objetivos Específicos**

1. Elaborar un Modelo Matemático para resolver el ALB con aplicaciones en la Industria del Vestido.
2. Representación del problema ALB en términos genéticos.
3. Definir la función de selección, evaluación, tipo de operadores genéticos y parámetros del algoritmo genético que ofrezcan los mejores resultados.
4. Establecimiento de un método híbrido.

## **1.4 Justificación**

El método heurístico de resolución que se presenta en éste trabajo, se fundamenta primeramente en los siguientes factores, los cuales señalan la utilización de los algoritmos heurísticos para cualquier tipo de problema y en las siguientes circunstancias:

1. Cuando no existe un método exacto de resolución o éste requiere mucho tiempo de cálculo o memoria es mejor ofrecer solo una solución aceptable que no tener ninguna solución en absoluto.
2. Cuando no se necesita la solución óptima es decir cuando los valores de la función objetivo son pequeños y el beneficio no es tan importante por lo que no se necesita una solución óptima.
3. En el caso de trabajar con datos adaptados de la realidad, ya que no es necesario tener soluciones exactas porque el modelo sólo será de por sí una aproximación de la realidad porque no se utilizaron datos reales.



4. Cuando existen limitaciones es decir se necesita saber de manera rápida una respuesta y se sacrifica un poco de precisión debido a restricciones de espacio o tiempo.
5. La heurística se utilizará como paso intermedio en la aplicación de otro algoritmo, es decir en ocasiones se utilizan soluciones heurísticas como punto de partida para algoritmos exactos.

De los factores anteriores, se deduce que es factible la utilización de un método heurístico para resolver el problema ALB en el proceso de elaboración de prendas, debido a que existen procesos de ensamble complejos como en cualquier otra industria. Además a veces los métodos exactos resultan ineficientes. Por lo tanto el método de AGH –LD04 que se presenta en ésta tesis, puede servir como una herramienta, útil para aumentar la velocidad en la planeación en prendas complicadas e incluso será de utilidad en el caso contrario.

La eficiencia del proceso productivo recae directamente en quien realiza el equilibrado de líneas, éste se vale de hojas de cálculo y de métodos de aproximación para realizarlo. La recolección de datos es manual, tal como el establecimiento de tiempos estándar de las tareas, el cálculo de producción, el registro de bihorarios<sup>1</sup>, etcétera; lo que dificulta la toma de decisiones y el control del inventario, repercutiendo directamente en la respuesta al cliente. El equilibrado o balanceo de las líneas es complicado y el uso de computadoras es necesario y ya elemental entre quienes lo practican, pero se busca utilizarlas de forma distinta, darles una importancia mayor a la que se les da actualmente, esto es, utilizarlas para la optimización del proceso de asignación de trabajo. La persona encargada de realizar esta tarea tendría la certeza de coincidir con un método matemático heurístico que complemente su experiencia y su decisión, aumentando la velocidad de respuesta al cliente y la pronta solución de problemas.

---

<sup>1</sup> Es un control de la producción individual por operario en el que se recolecta las piezas terminadas por operación cada dos horas o bien el tiempo que marque la empresa.



## 1.5 Alcances y Limites

A continuación se marcan los alcances del presente trabajo así como las limitaciones que se tendrán.

Aunque en éste trabajo se ha determinado el área industrial específica de aplicación del AGH, el departamento dentro de esta industria en donde se encuentran localizadas las líneas en estudio, el tipo de producción y la clase de productos a los que se estudiará, es muy probable que durante el desarrollo del algoritmo genético o al final, éste pueda ser aplicado a otras áreas industriales siempre y cuando tengan las características similares de la línea y se tenga un enfoque masivo de producción. Estas características son planteadas a continuación.

1. **Campo Industrial.** Industria de la Confección (IC) específicamente el campo de la Industria del Vestido (IDV). La diversidad que existe en la IDV con respecto a los sistemas productivos hace importante determinar los que se estudian en la presente investigación. (Punto No. 5)
2. **Área departamental.** El departamento de producción estudiado abarco solo el ensamble de las piezas de una prenda porque se realiza de forma unitaria (por pieza), en el departamento de corte, por ejemplo; la producción se realiza en masa, ya que un conjunto de piezas son cortadas al mismo tiempo.
3. **Enfoque de Producción.** Se utilizará un enfoque de Producción en Masa bajo los principios Taylorianos. Esto implica producir gran cantidad de un producto estándar (características similares) a un bajo costo.
4. **Restricciones que se consideran.** Como el Equilibrado de Líneas es un problema combinatorial, en el que influyen restricciones reales como la zonificación; en donde se prohíbe que ciertos procesos se realicen en determinadas áreas o máquinas, la producción imperativa; que genera que cierto tipo de trabajo se procese en una máquina en determinada estación, etcétera. Sólo se plantearán las restricciones de precedencia, como ya se explicará, provocan suficiente complejidad e impiden una solución sencilla.
5. **Tipo Líneas de Ensamble y sistemas de producción que utilizan.**
  - a) Para las líneas de ensamble se utiliza el Sistema Convencional o también



llamado Sistema de Bultos Progresivos. Una empresa puede tener una o múltiples líneas de ensamble, las cuales trabajan con lotes en forma de paquetes. El avance del material por la línea es gracias a los(as) costureros(as) o bien por un distribuidor de línea, aunque también se pueden utilizar dispositivos de gravedad. Cualquiera de estas opciones provoca que se trabaje al ritmo del trabajador generando inventario (stock) entre cada operación.

- b) Para las cadenas de montaje se trabaja a la Unidad, no existe inventario entre operaciones, se trata de un sistema más rígido que el anterior en el que el transporte de los materiales lo lleva una "cinta sin fin" que conecta consecutivamente a las operaciones por lo que se trabaja al ritmo de la maquina. No es usual encontrarlo en los talleres de confección pero es adecuado para la producción a gran escala de un mismo producto.

#### 6. Características de las Líneas de Ensamble en estudio.

- a) **Pedidos.** Son pedidos de lotes grandes, el pedido lo determina la demanda y se establece un periodo de un año o mayor para el cumplimiento de éste, utilizando el 100% de las líneas de producción.
- b) **Clase de productos.** La variedad del producto es baja, los artículos a producir son altamente estandarizados. El diseño de productos no cambia durante las principales temporadas del año: Primavera/Verano u Otoño/Invierno. Se proyecta producir el mismo artículo por lo menos durante ese año o más. La complejidad del ensamble de las prendas a estudio para el caso de la presente tesis es alta, es decir, prendas con un alto número de piezas lo cual aumenta la complejidad del ensamble y el número de tareas a la vez. Tal es el caso de por ejemplo, abrigos, corsetería, ropa de trabajo para policías, bomberos y en general de seguridad, pero también de sacos y trajes de dama y caballero, etcétera.
- c) **Volumen de Producción.** El volumen de producción es alto, es decir la producción de una misma prenda o muy parecida es constante en una línea durante las 2 temporadas del año. La producción diaria por línea considerada es de aproximadamente 1500 a 2000 prendas al día. [Gutiérrez,



1999] Esta depende del tipo de prenda y del número de personas que se tengan en la línea y también de las metas que establezcan los ejecutivos de la empresa.

d) **Trabajadores u Obreros.** Se consideran tres tipos de trabajadores en las líneas:

- **Costureros.** Son consideradas costureros las personas que controlan los movimientos de la máquina y son las responsables directas de la manipulación del material confeccionado.
- **Operarios.** Se consideran operarios a los trabajadores de una línea de ensamble que controlen máquinas con un ciclo determinado, es decir aquellos que alimentan y evacuan el material pero no son responsables del ciclo de costura.
- **Manuales.** Aquellos trabajadores que no utilizan máquinas de coser pero si utilizan herramientas y materiales útiles para su trabajo, tales como etiquetadoras, tijeras, dehebradores, lápiz, etcétera.

e) **Trabajo.** Las tareas de los trabajadores de línea son repetitivas, por lo que sus habilidades son desarrolladas en las tareas asignadas. Las habilidades de los trabajadores se consideran iguales.

f) **Calidad del trabajo.** La calidad en las líneas se mantiene constante pero no se considerará primordial debido al que implicaría determinar el sistema adecuado. Por lo que se debe pensar que las prendas son revisadas hasta el final de la línea y la auditoria de las operaciones es ligera. Actualmente existen sistemas de calidad que pueden entrar en controversia en este sentido. Por lo que se debe dejar claro que al introducir procesos de inspección en la línea aumentará el tiempo real de la producción de una prenda.

g) **Maquinaria.** La maquinaria esta destinada a propósitos específicos y no para fines generales, es decir, las máquinas realizan por largos periodos las mismas operaciones.



7. El trabajo no se podrá llevar a la práctica debido a la dificultad que ya implica la realización del propio método de resolución.
8. Se puede realizar el equilibrado de líneas para un número lo suficientemente grande de tareas, pero se debe considerar que una línea con más de 100 operaciones no es rentable en la industria.

## **1.6 Aportaciones**

La hibridación que se realizará en éste trabajo no tiene precedentes, la LD es una técnica que no se ha utilizado antes para resolver esta clase de problema. Aunque la mayoría de los métodos desarrollados han sido para resolver el SALB-1 incluso el que se plantea en ésta tesis, es necesario ofrecer un método distinto tal como lo es la Hibridación de un Algoritmo Genético con Lógica Difusa. La hibridación de un algoritmo genético ya se ha trabajado desde el punto de vista AG-Búsqueda Tabú (BT) en [Moccelin]. La hibridación ha demostrado en otros problemas mayor ventaja que las técnicas simples por lo que se pensó en la utilización de esta técnica híbrida.

La introducción de la información es más fácil, ya que se pensó en una matriz de precedencias que no causara confusión al ser llenada.

## **1.7 Materiales y Metodología empleada**

### **1.7.1 Materiales.**

Materiales utilizados para la realización de este trabajo:

- Artículos y publicaciones en revistas.
- Libros especializados.
- Páginas Web de Internet.
- Memorias o tesis.
- Preguntas a personas expertas.
- Un entorno de programación integrado llamado Matlab® versión 6.5.
- Software especializado: QSV.1 y Project1.
- Las características del equipo de cómputo utilizado fueron las siguientes.



<b>Característica</b>	<b>Tipo</b>
Versión del SO	Windows XP
Version Windows	5.1 (Estructura 2600)
Service Pack	Service Pack 1
Tipo de sistema	Sistema MS-DOS o PC-DOS
Nombre de producto registrado	Microsoft Windows XP
Número actual estructura	2600
Memoria física total	382 MB (en uso para la virtualización)
Memoria física libre	153288 Kb
Memoria virtual	1330196 Kb
Tipo de CPU	Intel 1800 MHz Pentium 4
Adaptador de vídeo	Intel(R) 82845G Graphics Controller
Mecanismos impulsores lógicos	1 - C: =36941432 Kb

Tabla 1. Características del Sistema

### 1.7.2 Metodología.

- 1) Plantear marco teórico. Acerca de los temas más importantes.
- 2) Realizar el análisis del problema. Comprender del problema que se quiere resolver.
- 3) Determinar el modelo matemático que se adapte al problema SALBP 1.
- 4) Realizar la programación. Para lo cual se debe:
  - a. Identificar los elementos de entrada. (Entrada de datos)
    - i. Numero de Tareas.
    - ii. Tiempo de cada una de las tareas.
    - iii. Precedencia de cada una de las tareas.
    - iv. Numero de precedencias máximas por tarea, en toda la línea.
    - v. Tiempo de Ciclo.
  - b. Identificar los elementos de salida. (Resultados)
    - i. La ruta de ensamble más factible para ensamblar una prenda.



- ii. Numero de estaciones de trabajo.
  - iii. La eficiencia de esta ruta.
  - iv. El tiempo ocioso de la línea de ensamble.
  - c. Diseñar un algoritmo del tipo híbrido para resolver el problema.
    - i. Seleccionar la técnica con la que se realizara la hibridación.
    - ii. Especificar el tipo de hibridación.
    - iii. Determinar la representación del problema en términos genéticos.
    - iv. Identificar las restricciones y las funciones objetivo.
    - v. Determinar el tipo de operadores genéticos (mutación y cruce) y los parámetros iniciales del algoritmo: (Tamaño de la población inicial y Número de generaciones)
- 5) Con ayuda de este software se resolverán los ejercicios mostrados en el ANEXO A. Los resultados obtenidos con el AGH-LD04, se compararán con un software académico llamado QS (Quant Systems, Yih-Long et al), que contiene diversas heurísticas para este problema, se ha seleccionado la técnica COMSOAL<sup>2</sup>, debido que ya ha sido probado en diversos trabajos con anterioridad [Coves, 1990].

---

<sup>2</sup> Computer Method of Sequencing Operations from Assembly Lines, método propuesto por Arcus. [Coves, 1990]



## CAPITULO II

### PROBLEMA DE EQUILIBRADO DE LINEAS DE ENSAMBLE

#### **2.1 Introducción**

Éste capítulo contiene la información referente al ALB (Assembly Line Balance) o Problema de Equilibrado de Líneas el cual parece simple, cualquier persona que trabaje en esto sabe que no es del todo cierto ya que existen factores que diariamente hacen variar el ritmo de trabajo de una línea. Debido a ésta dificultad y aunado con las restricciones naturales del problema es que fueron surgiendo distintos planteamientos del mismo con el fin de establecer métodos de resolución. Los diferentes métodos que existen serán mencionados en éste capítulo a manera de referencia y para situar al método que esta tesis presenta, un Algoritmo Genético Híbrido el cual será tratado en un capítulo posterior.

#### **2.2 Historia del Equilibrado de líneas**

##### **2.2.1 Arsenal de Venecia**

Los antecedentes históricos del equilibrado de líneas remontan desde que el hombre tuvo necesidad de producir gran cantidad de bienes. El caso más antiguo que marca la historia de la existencia de una línea de montaje está situado en el Arsenal de Venecia en 1426 (algunos autores lo sitúan en 1438). Lo realmente importante es que el Arsenal utilizó un sistema muy parecido a las líneas de montaje con el fin de equipar las naves de reserva empleando almacenes de equipo, dispuestos a lo largo de un canal para que las galeras pudieran llegar a los almacenes por el equipo y las armas en vez de que el equipo fuera hacia las galeras, es decir las galeras podían recorrer en el canal, las armas se pasaban a través de las ventanas de los almacenes y se agilizaba el equipamiento de estas naves, se cuenta que cuando Enrique III de Francia visitó Venecia en 1574 se pudo ensamblar una galera completamente armada y botada en sólo una hora.



### **2.2.2 Adam Smith**

El libro de Adam Smith "La Riqueza de las Naciones" se anticipó a la utilidad de la división del trabajo en el aumento de la producción debido a tres circunstancias diferentes: primero, el aumento en la destreza de cada obrero; segundo, ahorro de tiempo que comúnmente se pierde al pasar de una operación a otra y tercero la invención de numerosas máquinas que facilitan y abrevian el trabajo y capacitan a un hombre para hacer las labores de más hombres.

### **2.2.3 Federick Winslow Taylor**

Federick W. Taylor fue el primer personaje que se encargó de realizar el "Estudio de Tiempos y Movimientos", estableciendo que el factor humano era el verdadero mecanismo del sistema de producción. Se le considera el creador y el padre de la Administración Científica. Su trabajo es muy importante al respecto del equilibrado de líneas de montaje porque en 1883 desarrolló un sistema basado en el concepto de tarea donde se propone que la Administración debe asignarle el trabajo por escrito al empleado especificándole el método, los medios y el tiempo requeridos para el trabajo. Taylor toma como punto de partida un principio fundamental que es la separación de las actividades mentales de las corporales (separando la Dirección de la Ejecución)

### **2.2.4 Henry Ford**

Las ideas de H. Ford, revolucionaron la historia de la producción industrial. En la Planta Highland Park de la Ford Company, se realizó la primera línea de montaje progresiva que tuvo éxito. Ford introdujo las primeras Ideas de la Producción en Masa. Algunas características en las líneas de ensamblaje que se aplicaban para la producción en su compañía son:

1. Mayor facilidad de ensamble en una cadena de montaje.
2. Se establece la supervisión del trabajo de los trabajadores.
3. Mayor producción con disminución de la calidad, debido a que la línea esta diseñada para revisar defectos hasta el final del proceso.
4. Sólo se trabaja con una clase de productos debido a que el sistema es inflexible a cambios rápidos.



### 2.2.5 Producción en masa

Esta época se inicia con la aparición de grandes industrias, la más famosa es la de Ford Company. Esta época se caracteriza por una demanda alta casi siempre constante de algún artículo.

La producción en masa es un fenómeno involucrado fuertemente con la industria textil, ha formado parte de los cambios tecnológicos más importantes desde las primeras civilizaciones. Siendo una industria presente en la historia de la humanidad también tiene la necesidad de producir gran cantidad de productos estandarizados y por ende se necesitan aplicar las mismas técnicas que en cualquier otra industria. La necesidad por producir a gran escala ciertos artículos data de la antigüedad. Por lo expuesto anteriormente no resulta raro encontrar artículos que tienen que ver con el área textil comprobándose la necesidad del hombre por vestir. Factor que ha sido relevante para impulsar y mejorar la forma de fabricar vestimentas para satisfacer la demanda que aumenta con el incremento de personas sobre la faz de la tierra.

La siguiente tabla muestra los acontecimientos más importantes que se reportan acerca de la producción a gran escala. El primer dato sustentado incluso antes del Arsenal de Venecia son los comentarios de Marco Polo y Dante acerca de la división de trabajo. Este dato es importante ya que a partir de la división del trabajo surge la producción continua.

Los acontecimientos sucedidos en su mayoría son bélicos en países como Inglaterra. Por lo que es interesante encontrar artículos textiles de toda clase, entre estos acontecimientos. También se encuentran intrínsecas las actividades agrícolas y la industria automovilística.

Aquí se muestra como antes de que Henry Ford en 1908 apareciera con el modelo T, en 1839 Chorlton Mills ya había intentado realizar algo al respecto.



**Acontecimientos de la Producción Continua**

<b>Año</b>	<b>Acontecimiento</b>
1260	Comentarios de Dante y Marco Polo sobre la división del trabajo.
1438	Descripción de las líneas de producción en el Arsenal de Venecia.
<b>1496</b>	<b>Producción en masa de agujas por Leonardo da Vinci</b>
<b>1731</b>	<b>Fabricación de botones y alfileres en línea de producción, Moscú</b>
<b>1746</b>	<b>Descripción de la producción de alfileres en línea de producción, Inglaterra</b>
1798	Primer contrato de Eli Whitney por 10 000 fusiles.
1799	Contrato de Gobierno con Simeón North para la fabricación de fusiles.
1804	Fabricación de galletas para los barcos, en línea de producción, Inglaterra.
1809	Producción en masa de bloques para navíos, Inglaterra.
1830	Fabricación de relojes de latón con partes intercambiables, Estados Unidos.
1837	Se aplica el principio de distribución de línea de montaje en la fundición de Bridgewater, Inglaterra.
1839	Aplicación del principio de la línea de producción en Chorlton Mills, Inglaterra.
<b>1846</b>	<b>Se usan partes intercambiables en las máquinas de coser ✓</b>
1847	Se usan partes intercambiables en la maquinaria agrícola, Estados Unidos.
1848	Se usan partes intercambiables en la fabricación de relojes, Estados Unidos.
1851	Exhibición del Palacio de cristal para demostración de partes intercambiables.
1855	Las fábricas de armas Enfield y de Sudafrica Británica modeladas según los sistemas Colt.
1861	Línea de producción en el procesado de carnes, Chicago
1891	Fabricación de furgones de carga en línea de producción.
1899	Se diseña el auto Oldsmobile de "bajo costo"
1906	Se fabrican automóviles Olds y Cadillac en grandes cantidades.
1908	Se fabrica el primer automóvil Ford "Modelo T"
1913	Se instala la primera línea de montaje en la fábrica de Ford.
1922	Se instala la primera la línea de transferencia en la A. O. Smith Corporation, Estados Unidos.
1923	Se instala la línea de transferencia manual en la Morris Engines, Inglaterra
1924	Se instala la línea de transferencia automática en la Morris Engines.

Tabla 2.  
Acontecimientos más importantes de la Producción en Masa

## 2.2.6 Surgimiento de la Industria del Vestido

La Industria del Vestido (IDV) apareció después del surgimiento de la máquina de coser; que facilitó la costura hecha a mano y, con el surgimiento de la alta costura por Charles Federic Worth en 1845. Finalmente gracias también al surgimiento de la máquina cortadora que ayudó en gran medida con el abastecimiento de corte para las máquinas de coser. Se considera como el inicio de la IDV porque a partir de ése momento tanto la cantidad de prendas como la variedad de diseños y formas aumentó drásticamente. Aparecieron los primeros almacenes de ropa en las calles de París. La moda y la necesidad primaria que tiene para la humanidad por cubrirse, provocó el surgimiento de muchas empresas de Confección. En éstos talleres se fabricaban principalmente prendas de trabajo y las producciones eran series muy cortas. Las ayudas mecánicas y la división del trabajo aplicando la organización científica en los talleres de costura, dieron origen a lo que hoy se conoce como Industria del Vestido.

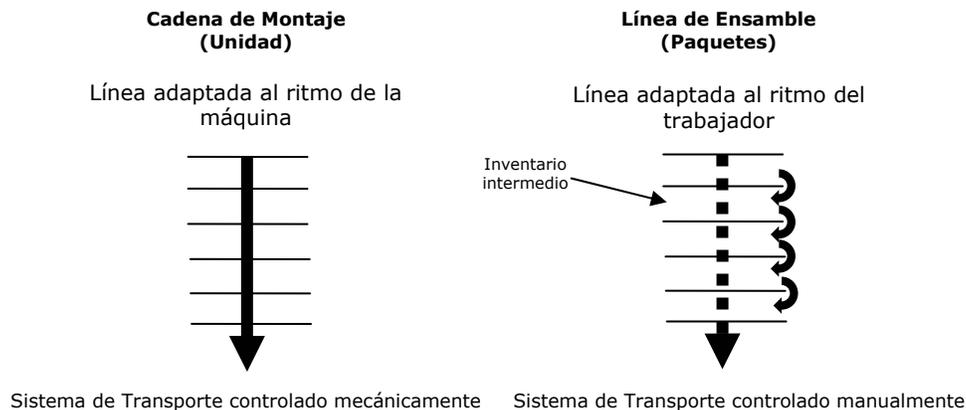


Fig. 1 Líneas de ensamble vs Cadenas de Montaje [Xavier](18)

Con el surgimiento de la IDV surgieron a la par, por un lado la división del proceso de la prenda en operaciones pequeñas y cortas, por otro, la especialización del trabajo. Surgieron entonces las cadenas de montaje para la confección en serie. Este trabajo monótono, esclavizado y rutinario posibilitó en primera instancia la disminución del tiempo de fabricación de una prenda. Las cadenas y las líneas hasta sus últimas consecuencias los conceptos de división de trabajo y de especialización de los trabajadores. Las diferencias que se les atribuyen son mostradas en la Figura 1. Ambas son utilizadas en los sistemas masivos de producción.

### 2.2.7 Situación Actual de las Líneas de Ensamble en la IDV

Actualmente las líneas de producción establecidas como en la fábrica de Henry Ford no han quedado obsoletas del todo a pesar de todos sus inconvenientes (como la falta de flexibilidad) al contrario, siempre que el producto lo requiera es posible adoptar éste tipo de producción. Las empresas que producen a gran escala cubren la necesidad de un gran grupo de personas, ya que son productos a un bajo costo.

En la IDV, existen producciones estandarizadas como para playeras, trusas, jeans tradicionales, etcétera. Como se muestra en la Figura No. 6 estos productos, solo deberán tener ligeras modificaciones en la forma o en el diseño de los materiales (color, formas) pero no deben tener elementos que afecten la línea establecida de producción.

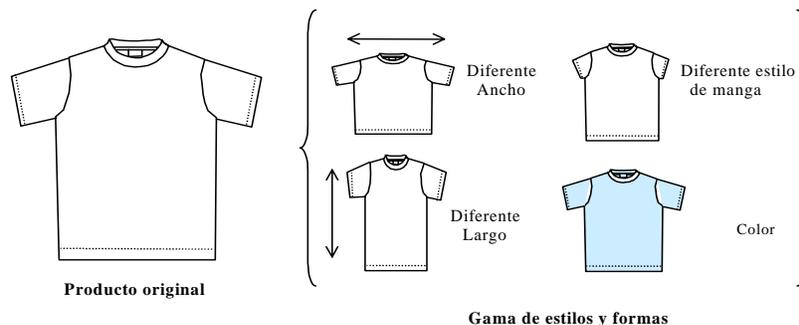


Fig. 2 Producto estandarizado en la IV

Las cadenas y líneas de montaje de una prenda altamente estandarizada se diseñan una vez porque aunque existan diferentes órdenes de producción para clientes distintos, las operaciones realizadas para cada orden son casi las mismas. Es decir puede cambiar el color de la tela, cambio de talla y de estilo algo que no implique aumentar o disminuir demasiados procesos. Esos sistemas son denominados rígidos.

Actualmente muchas empresas confeccionistas emplean sistemas de producción rígidos: la "Producción de Bultos Progresivos", donde se realiza el ensamble de las piezas de una prenda por paquete o bien la Producción por Unidad donde se ensambla individualmente (y que no es muy común encontrar para el caso de las prendas). En ambos se puede aplicar la producción en masa de productos estandarizados y en estos casos es donde radica la importancia de implantar líneas y cadenas de montaje de ensamble.



### 2.3 Definición del Problema y Análisis del ALB

El sistema general de trabajo que se aplica a este problema funciona así. Las materias primas se almacenan y paulatinamente son transformadas dentro de las líneas de ensamble pasando por diferentes operaciones y procesos hasta llegar finalmente al almacén de productos terminados. En nuestro caso este proceso es realizado dentro del área de máquinas de coser, taller o departamento productivo y es precisamente en éste departamento donde se genera el ALB.

**Definición.** Se requiere de  $n$  operaciones  $\{n \in N^+, n=1...N\}$  para elaborar una prenda en  $k$  estaciones de trabajo  $(k \in N^+, k=1...K)$ . A cada operación le corresponde un tiempo de operación  $t_n \in R$ , el Tiempo Total de Trabajo será  $\sum_{n=1}^N t_n$ .

Considerando que se tiene un Tiempo de Ciclo ( $Tc$ ) que cumple con que

$T_{\max} \leq Tc \leq \sum_{n=1}^N t_n$ , se debe asignar a cada  $k$  una cantidad de tiempo de modo que no

sobrepase el  $Tc$ . Se cumple que el trabajo sigue un flujo determinado por lo que deberá existir una relación de precedencia entre cada operación. [Prauda, 1991]

Para que un equilibrado perfecto exista se debe cumplir con que cada estación de trabajo tenga la misma cantidad de trabajo y el producto fluya armónicamente sin retrasos, es decir proporciona directamente un flujo uniforme y en el caso contrario un flujo irregular no ideal. Para equilibrar una línea y una cadena de ensamble se manejan métodos distintos. Los que serán tratados mas adelante con un ejemplo cada uno. El objetivo es minimizar el  $T_o$ . Este problema de balanceo se puede formular también como encontrar el mínimo número de estaciones de trabajo que balanceen la línea en un ciclo entre una cota inferior dada por la  $t_i$  máxima,  $i=1,...,n$  y una superior dada por

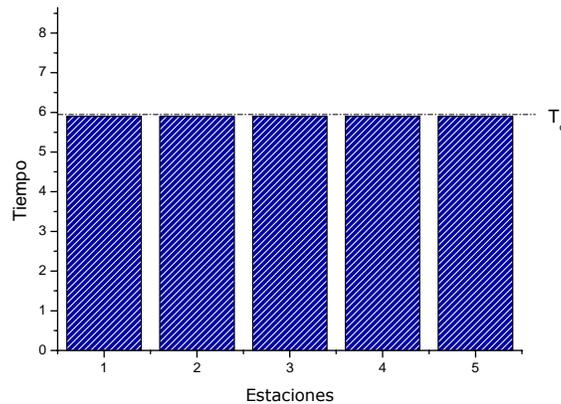
$\sum_{i=1}^n t_i$ . La demostración de esta afirmación la hace [Colin, 1994], minimizar el número

de estaciones de trabajo minimizará también el retraso del equilibrio que se puede demostrar de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} \text{Min} \sum_{k=1}^K (T_c - S_k) &= KT_c - \sum_{k=1}^K S_k \\ &= KT_c - \sum_{k=1}^k \sum_{i=k}^N T_i \\ &= KT_c - \sum_{i=1}^N T_i \\ &= KT_c - \text{constante} \end{aligned}$$

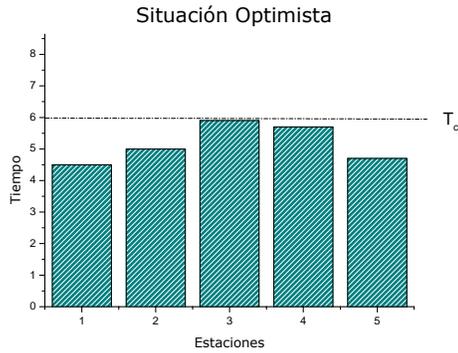
En otras palabras, el problema ALB es asignar a N operaciones estaciones de trabajo k ( $k \leq n$ ), a fin de minimizar el tiempo muerto sujeto a restricciones de precedencia.

Situación Ideal del Balance de Lineas

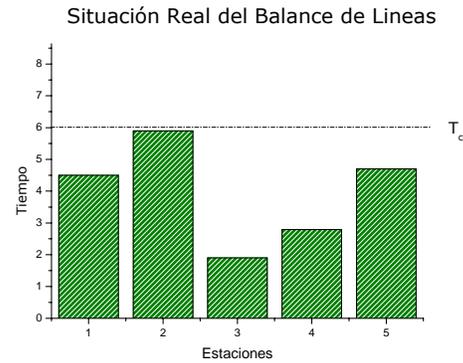


Grafica No. 1

De forma ideal la Grafica No. 1 muestra una línea perfectamente equilibrada todas las estaciones de trabajo tendrían igual carga de producción por unidad de tiempo y se reducen al mínimo los tiempos muertos de cada estación. Todas las estaciones trabajan al mismo tiempo ( $T_c$ ) y el tiempo muerto entre cada estación es cero. En la vida real esto es una utopía. La Grafica No. 2 muestra un ejemplo más acertado pero no del todo real. Las estaciones de trabajo tienen un tiempo de operación más o menos igual al Tiempo del Ciclo.



Grafica No. 2



Grafica No. 3

La situación real es que la mayoría de las estaciones no trabajan al ritmo del  $T_c$  algunas operaciones pueden encontrarse por debajo de él y otras más lejanas aún. Como se ilustra en la Grafica No. 3, donde ninguna de las estaciones de trabajo están al nivel  $T_c$ .

Primeramente se tiene que determinar el Numero Mínimo de Estaciones de Trabajo ( $k_{\min}$ ), utilizando la Formula 1:

$$k_{\min} = \frac{\sum_{n=1}^N t_n}{T_c} + r (0 \leq r \leq 1) \quad \dots (1)$$

Es posible que  $k_{\min}$  no corresponda a un número entero positivo. El redondeo de la cifra es necesario. Si existe residuo  $r$  significa que existe un equilibrado imperfecto. El valor de  $k_{\min}$  es un valor meramente teórico. La cantidad real de  $k$  depende de la secuencia que se esté analizando. Sin embargo no se puede permitir abrir un numero indefinido de  $k$  por lo que el Máximo Numero de  $k$  permitidas es:

$$k_{\max} = k_{\min} + 1 \quad \dots (2)$$

Al realizar la asignación de  $t_n$  a las  $k$  se va acumulando un tiempo que se llama Tiempo Asignado Parcial ( $T_{k_p}$ ). La suma acumulativa de estos tiempos determina finalmente el Tiempo Total Asignado ( $T_{k_A}$ ) a una estación, lo que corresponde al Tiempo de  $k$ , el cual será determinado por  $t_k$ . El número de tareas asignadas a cada estación no es igual en todos los casos, por lo que es necesario decir que depende de



su Cardinalidad (Card k). Por lo tanto el tiempo de cada tarea queda determinado por la Formula 3.

$$Tk_A = \sum_{k=1}^{Card} t_k \quad \dots \quad (3)$$

Se debe recordar que siempre  $t_k \leq Tc$ . Cuando la  $Tc - t_k > 0$ , se puede seguir asignando una tarea mas, hasta que  $t_k > Tc$ .

El Tiempo Ocioso Parcial ( $To_p$ ) corresponde a la diferencia que existe entre el  $Tc$  y el  $T_{TA}$ . Se refiere al Tiempo ocioso resultado de no haber alcanzado el estándar que está establecido por  $Tc$ .

$$To_p = Tk_A - Tc \quad \dots \quad (4)$$

Para calcular teóricamente el Tiempo Ocioso Total de cada secuencia de ensamble se utiliza la Formula 5.

$$To = kTc - \sum_{n=1}^N t_n \quad \dots \quad (5)$$

Donde:

- k = Numero de Estaciones abiertas para la línea.
- Tc = Tiempo de Ciclo, (min)
- $\sum_{n=1}^N t_n$  = Suma Total de Tiempos

El resultado de  $To$  se puede comparar con el valor de  $To$  esperado, que se tendría en caso de utilizar  $k_{min}$  en la Formula 5.

El porcentaje que le corresponde a ése  $To$ , se llama Porcentaje de Demora de la Línea y se calcula por medio de la siguiente formula:

$$\%D = \frac{kTc - \sum_{n=1}^N t_n}{kTc} \times 100 \quad \dots \quad (6)$$



Si se desea conocer el retraso mínimo de la línea, se debe utilizar  $k_{\min}$  en vez de  $k$  en la fórmula 4, quedando de la siguiente forma:

$$\%D = \frac{k_{\min}Tc - \sum_{n=1}^N t_n}{k_{\min}Tc} \times 100 \quad \dots \quad (7)$$

Para las Formulas 6 y 7 se debe de cumplir que  $kTc - \sum_{n=1}^N t_n \geq 0$ . Cuando:  $kTc - \sum_{n=1}^N t_n = 0$ , se hace referencia a un teorema del equilibrio de línea perfecto o bien

de retraso nulo. La  $k$  es un entero e implica que  $\sum_{n=1}^N t_n$  deba ser divisible entre  $Tc$ , o

de otro modo  $k = \frac{\sum_{n=1}^N T_n}{Tc} \neq N^+$ .

Para que un  $Tc$  sea correcto debe estar en el rango de:  $T_{\max} \leq Tc \leq \sum_{n=1}^N t_n$ . Esto significa que  $Tc$  debe igualar o exceder al elemento máximo en la distribución de los elementos de trabajo, pero no puede exceder al tiempo total de trabajo.

Debido a que rara vez se puede dividir el trabajo uniformemente entre todos los trabajadores de la línea aquellos que tengan tareas más cortas le serán asignadas más tareas.

Otro punto importante es la determinación de la eficiencia en la asignación de las tareas. La eficiencia es determinada con la Formula 6. Significa, que tan bien esta distribuido el trabajo en la línea. Otra forma de verlo es como el porcentaje del tiempo asignado a las estaciones abiertas.

$$\%E = \frac{\sum_{n=1}^N t}{kTc} \times 100 \quad \dots \quad (8)$$

## 2.4 Características principales del problema ALB

La característica principal del problema ALB radica en dos aspectos fundamentales.

1. Existen órdenes o restricciones de precedencia, situación que hace disminuir la cantidad de combinaciones existentes, se tiene un problema que no puede ser resuelto rápidamente debido también al análisis de cada rama de combinaciones. Donde para problemas grandes (que impliquen un número mayor de variables) el tiempo de resolución puede ser mayor al que tendría un algoritmo de comportamiento polinomial.
2. En segundo lugar, es un problema combinatorial donde el tiempo de resolución no puede expresarse como una ecuación lineal en función del número de variables que el problema posee.

### 2.4.1 Restricciones de precedencia

La precedencia se refiere a la secuencia de pasos a seguir durante el ensamble de algún artículo. El ensamble de una prenda se lleva a cabo dándole prioridad a las operaciones de preparación. Considérese el caso de un modelo de playera. Primero se debe cerrar el cuello cárdigan para después colocarlo en el escote del cuerpo, no sin antes haber hecho la costura de unir hombros. Las mangas deben coserse a las sisas cuando los costados del cuerpo estén ya cosidos porque están cerradas por el costado también. El dobladillo puede hacerse hasta el final ó una vez que se han cerrado costados, etcétera. La prenda se muestra en la Figura No.6.

- Antes de pegar cuello, se debe cerrar
- Antes de pegar mangas, se debe cerrar costados, etcétera.

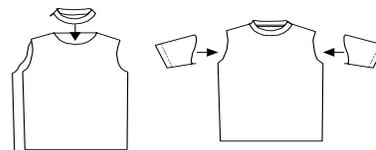


Fig. 3 Restricciones de precedencia en una prenda

Existen muchas formas en como esta prenda puede ensamblarse. Lo importante es puntualizar que algunas de las operaciones se deben hacer antes de otras. Para la confección de prendas estas secuencias son planificadas en tres procesos: la preparación, el ensamble de piezas y el terminado completo o final de la prenda.



### 2.4.1.1 Diagrama de precedencias

El diagrama de precedencias se realiza para visualizar con mayor facilidad las operaciones que se llevaran a cabo en la elaboración de cierto artículo. En estos diagramas se puede entender con mayor claridad las restricciones de precedencia que se tienen en el proceso de manufactura.

Como se muestra en la Tabla No. 2 es necesario que se especifiquen los tiempos de las operaciones. Un diagrama de precedencia se obtiene de manera tal que el montaje progrese de izquierda a derecha estando cada elemento tan a la izquierda como sea posible, es decir al principio del procedimiento.

Operación	Tareas precedentes	T(i) (min)
A	-	3
B	A	1
C	A	2
D	C, B	1
E	D	1
F	D	2
G	E, F	2
$\Sigma t(i) =$		12 min

Tabla No. 3

Operaciones para formar un Diagrama de precedencias

Según la tabla anterior, el diagrama de precedencias que le corresponde sería el mostrado en la Figura No. 7.

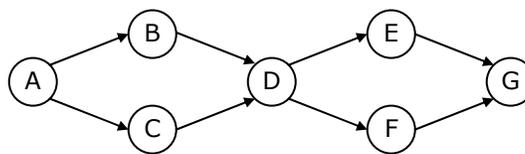


Fig. 4 Diagrama de precedencias de 7 tareas

El diagrama de precedencias puede ser parecido a una ruta crítica pero no lo es. El diagrama de precedencias tiene como objetivo determinar solamente las precedencias de las operaciones más no determinar las tareas críticas; es decir aquellas tareas que al retrasarse o adelantarse, afectan el tiempo programado total. En la figura No. 8 se muestra un ejemplo donde se supone que el  $T_c$  es igual a 4 unidades de tiempo, y por

fortuna se encontró que cada centro de trabajo está compuesto por puestos con tiempos de operación exactamente de 4 y no existe por lo tanto tiempos muertos.

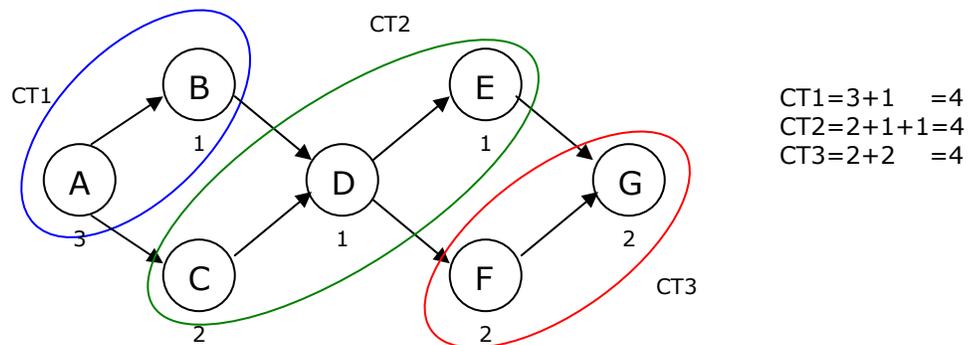


Fig. 5 Equilibrar Centros de Trabajo

### 2.4.2 Problema Combinatorial

El ALB ha sido clasificado como un problema de naturaleza combinatorial, debido al gran número de posibles soluciones que puede tener. Los problemas combinatoriales son catalogados a su vez como **NP-Hard**, debido a su complejidad. Esta complejidad se refiere al hecho que a medida del tamaño del problema aumenta la complejidad también lo hace de forma exponencial. En los problemas cuya complejidad es descrita por funciones exponenciales hasta el mejor algoritmo conocido requeriría de muchos años o centurias de tiempo de cálculo para entradas moderadamente grandes.

Para mayor claridad en la explicación del número de combinaciones del problema ALB se ilustra en la Figura No. 6, un diagrama combinatorial u operacional, en el que señala todas las posibles combinaciones para realizar el proceso completo de 7 tareas antes expuesto. El total de las combinaciones obtenidas se muestran en la Tabla No. 4.

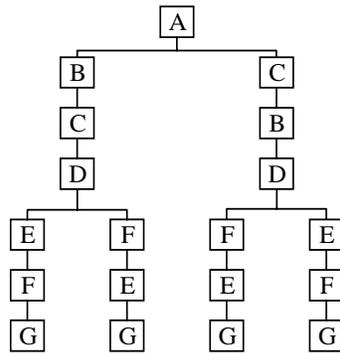


Fig. 6 Diagrama Operacional de 7 tareas

N°	Combinación
1	A,B,C,D,E,F,G
2	A,B,C,D,F,E,G
3	A,C,B,D,F,E,G
4	A,C,B,D,E,F,G

Tabla No. 4

Combinaciones para 7 tareas

El problema se puede complicar a medida que aumentan las operaciones. Las combinaciones dependen directamente de la cantidad de operaciones del proceso. Ejemplo de ello es el diagrama siguiente, Figura No. 7, de solo 9 tareas (2 más que el ejemplo anterior)

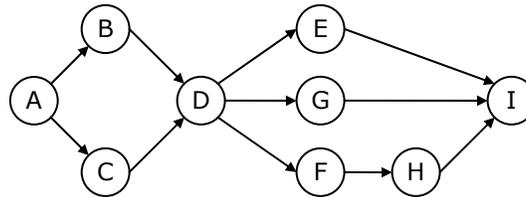


Fig. 7 Diagrama de precedencias para 9 tareas

El diagrama de combinaciones que le corresponde es el ilustrado en la Figura 8 La Tabla No.5, contiene todas las posibles combinaciones que se pueden tener como soluciones factibles.

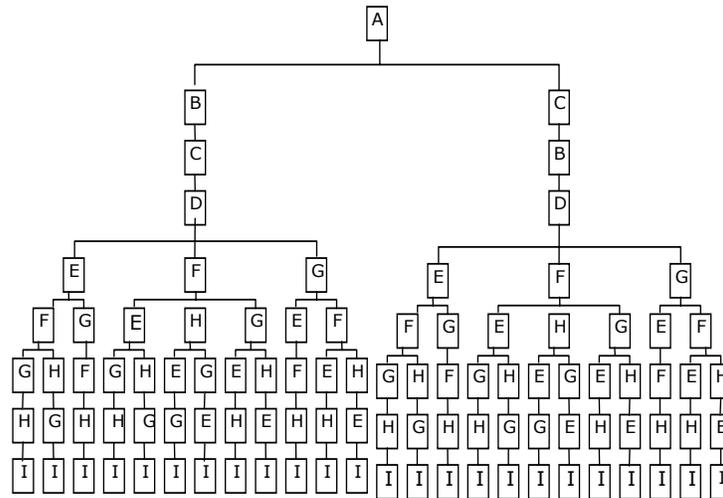


Fig. 8 Diagrama Operacional de 9 tareas

Combinación	Combinación
1 A,B,C,D,E,F,G,H,I	13 A,C,B,D,E,F,G,H,I
2 A,B,C,D,E,F,H,G,I	14 A,C,B,D,E,F,H,G,I
3 A,B,C,D,E,G,F,H,I	15 A,C,B,D,E,G,F,H,I
4 A,B,C,D,F,E,G,H,I	16 A,C,B,D,F,E,G,H,I
5 A,B,C,D,F,E,H,G,I	17 A,C,B,D,F,E,H,G,I
6 A,B,C,D,F,H,E,G,I	18 A,C,B,D,F,H,E,G,I
7 A,B,C,D,F,H,G,E,I	19 A,C,B,D,F,H,G,E,I
8 A,B,C,D,F,G,E,H,I	20 A,C,B,D,F,G,E,H,I
9 A,B,C,D,F,G,H,E,I	21 A,C,B,D,F,G,H,E,I
10 A,B,C,D,G,E,F,H,I	22 A,C,B,D,G,E,F,H,I
11 A,B,C,D,G,F,E,H,I	23 A,C,B,D,G,F,E,H,I
12 A,B,C,D,G,F,H,E,I	24 A,C,B,D,G,F,H,E,I

Tabla No. 5

Combinaciones para 9 tareas

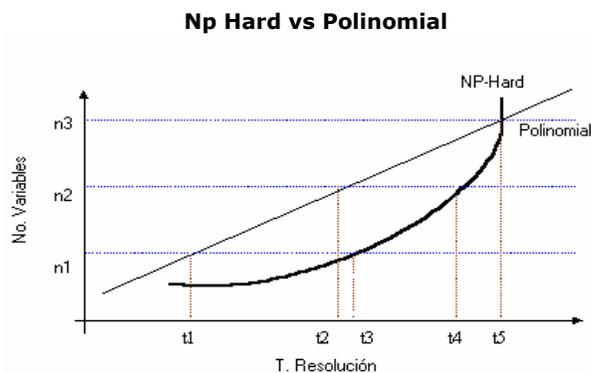
Estas combinaciones muestran la explosión combinatoria a la que se debe hacer frente en ALB. La explosión combinatoria se refiere a las elecciones que se pueden hacer de los arreglos ordenados secuencialmente. Esta secuencia puede hacerse de muchas formas y permite una gran gama de posibilidades. Estos problemas son catalogados como Optimización Combinatorial y son fáciles de entender pero difíciles de resolver.

Si se considera que el número de operaciones que se necesitan para la elaboración de prendas de alta dificultad como lo son el brassiere ó sostén, los abrigos, sacos, chamarras, uniformes de seguridad, etcétera, el numero de combinaciones implicaría un alto tiempo de resolución y un sin número de posibles rutas que analizar por lo tanto un tiempo impracticable.

### 2.4.3 Tiempo de resolución

Las características antes expuestas producen la necesidad de implementar un algoritmo que sea capaz de analizar el mayor número de combinaciones posibles (sin analizar todas) para encontrar una buena solución para reducir el tiempo de cálculo. El tiempo de resolución de los problemas combinatoriales es largo debido a la cantidad de combinaciones que deben analizarse aún con la ayuda de computadoras. Como se puede ver en la Gráfica No. 1, el tiempo de resolución de un problema combinatorial no puede expresarse por medio de una ecuación lineal que esté en función al número de variables del problema, esto debido a la presencia de restricciones del mismo.

En éste respecto Glover expone *“la clave para tratar como tales problemas es ir un paso mas allá de la aplicación directa de la destreza y del conocimiento del experto y generar recursos para un procedimiento especial el cual monitorea y dirige el uso de esta habilidad y conocimiento. Careciendo de tal conocimiento, las reglas expertas se pueden empantanar (estancar), permitiendo un punto donde ninguna mejora puede percibirse a menos que existan alternativas superiores”*



Grafica. 4

En Fig. 6, se muestra también la diferencia entre el comportamiento que tiene un problema NP-hard contra el polinomial. El primero muestra un tiempo de resolución de forma exponencial, a medida que las variables aumentan la complejidad de resolverlo también lo hace, mientras que en el segundo caso el tiempo de resolución es proporcional al incremento de variables en el problema es decir tiene un comportamiento lineal o polinomial.



## 2.5 Clasificación del Problema de Equilibrado de Líneas

El ALBP (Assembly Line Balancing Problem) También consiste en asignar los elementos de trabajo a los puestos, de tal modo que se respeten precedencias y se optimice un criterio cualquiera. Se lo clasificó en dos grandes grupos específicos.

**1. El SALBP** (Simple Assembly Line Balancing Problem). Problema Simple de Equilibrado de Líneas. Se debe diseñar un conjunto de estaciones de trabajo con idéntico  $T_c$  y Tasa de Producción, a partir de un conjunto de tareas elementales con tiempo establecido y que sólo son asignables a una estación pudiendo presentarse relaciones de precedencia. El SALBP es un problema NP- Hard para el que existen  $r$  precedencias. Si se quieren conocer todas las soluciones se deben generar  $m!/2^r$ . Este tipo de problema ha sido subdividido en dos casos específicos.

- SALBP-1. El objetivo es minimizar  $k$  para una tasa de producción fija, suele llamársele ALBP-1 ó ALBP basic. Para este tipo de problema Baybars afirma que solo las técnicas enumerativas (B&B) han sido ampliamente utilizadas, existiendo otras técnicas de resolución como planos de corte, partición y teoría de grupos. El objetivo del SALBP-1 es además completo, cuando una línea reduce sus estaciones de trabajo minimiza los costos y el espacio requerido es por eso que ha sido llamativo para algunos empresarios el análisis de este tipo de problema.
- SALBP-2. Su objetivo es minimizar el tiempo del ciclo para un número de estaciones preestablecidas y maximizar por consecuencia la producción.

**2. GALBP** (General Assembly Balancing Problem). Problema General de Equilibrado de Líneas. Incluye el resto de los problemas del equilibrado en cuando existen puestos de trabajo en paralelo, se elaboran diferentes productos, existen inventarios intermedios, restricciones de posición, etcétera.

Si se desea cumplir con el objetivo "teórico" de obtener una línea perfectamente equilibrada será necesario entonces referirse a los casos del Problema Simple de Balanceado de Línea-1 (SALBP-1) y el Problema Simple de Balanceado de Línea-2 (SALBP-2), donde de forma general "la función objetivo busca minimizar el número de puestos de trabajo".

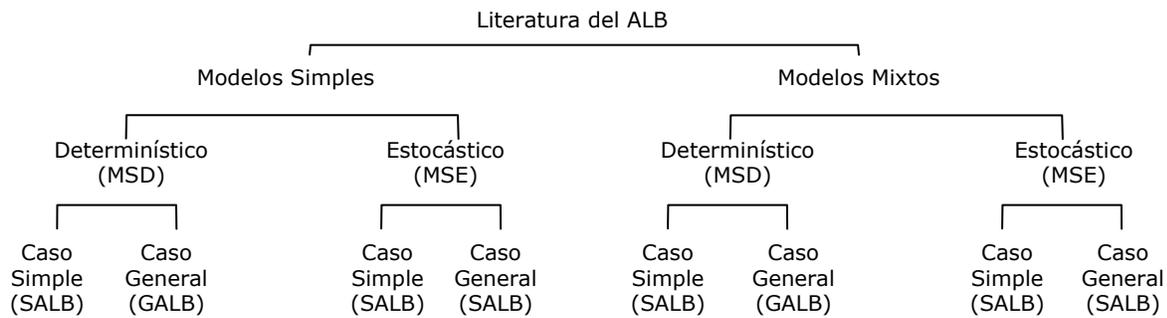


Fig. 9 Clasificación de la literatura del ALB

De los dos enfoques que se tienen acerca del Equilibrado de Líneas de Ensamble, se ha seleccionado resolver el caso en específico del Simple Assembly Line Balancing Problem Tipo-1 (SALBP-1), para minimizar Tiempo Ocioso ( $T_o$ ) teniendo fijo  $T_c$ .

## 2.6 Métodos de Resolución

El ALB ha sido practicado por más de 50 años en la Industria Norteamericana, pero hasta hace unos años se le modeló matemáticamente. Por tal motivo por años se habían llevado a la práctica métodos prácticos, con el único fin de resolverlo. Estos modelos aplican técnicas de aproximaciones sucesivas y de enumeración que tienen un efecto directo en la asignación de trabajo, ocasionando un desperdicio de tiempo de aproximadamente 4 al 10%. [Kildbrige & Wester, 1996]. Este atraso ha generado que México haya incursionado a la utilización de técnicas avanzadas y sofisticadas mas tarde.

Existen una gran cantidad de métodos para resolver el ALB. Uno de los primeros métodos planteados matemáticamente fue propuesto en 1954 por Bryton y desde entonces se cuentan con muchos trabajos de investigación con poca aplicación real debido a cierta dependencia en los métodos anteriores, a los que llamaremos intuitivos aunque en realidad tienen base matemática pero muy pobre.

Existen pues, dos clases diferentes de métodos para resolver el ALB. El Método Analítico poco utilizado en la industria y el Método Intuitivo. Los primeros tenían una desventaja particular, la velocidad de respuesta se incrementaba a medida que los datos preliminares eran mayores (las computadoras en sus inicios no eran tan eficaces como las actuales). Los Métodos Intuitivos por otro lado son altamente subjetivos

aunque en realidad utilizan fórmulas para determinar ciertos datos finalmente se basan en la experiencia de los expertos para dar una solución. El Método Intuitivo aquí planteado ha tenido mayor aceptación que el Método Analítico, tal vez porque éste último fue comenzado a establecerse hace apenas unos 50 o 60 años mientras que la industria ha necesitado de un método desde los inicios de la Revolución Industrial ósea un poco más de 2 siglos, esta desventaja en tiempo hace necesario realizar más investigaciones en éste campo. Existen ya algunos frutos que comprueban cierta ventaja sobre el Intuitivo. Cualquier método con bases científicas a la larga da mejores resultados que aquellas técnicas empíricas.

### 2.6.1 Clasificación de los Métodos de Resolución

De la siguiente clasificación los Métodos Analíticos son los de mayor importancia que el Método Intuitivo explicado a detalle mas adelante también. Debido a que como se ha mencionado las bases matemáticas no están bien definidas. En cambio los modelos Heurísticos y Exactos cuentan con explicaciones técnicas más sólidas.

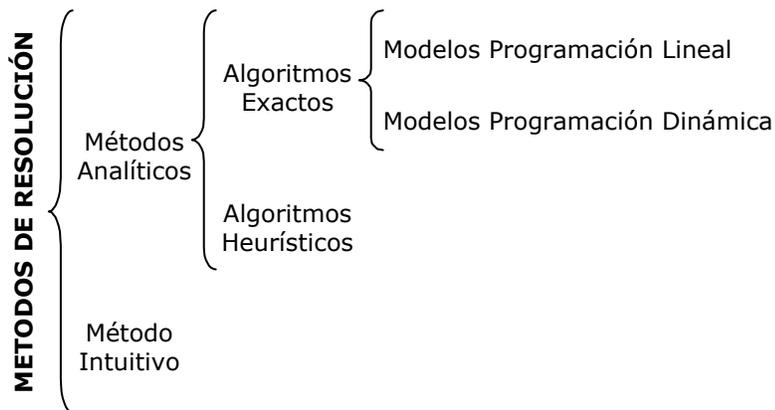


Fig. 10 Métodos para resolver el problema ALB

### 2.6.2 Métodos Analíticos

Existen diversos trabajos que se han enfocado a proponer estudios acerca del ALB. Los Métodos Analíticos Exactos desarrollados aproximadamente en 1954 son aquellos de carácter determinista, es decir son estrictos y por desgracia son poco prácticos para problemas muy largos y reales. Es por eso que muchos autores y algunas organizaciones se han visto en la necesidad de crear métodos heurísticos para el



problema de equilibrado de línea de ensamble. Los Métodos Analíticos Heurísticos son de carácter estocástico.

### **2.6.2.1 Algoritmos Exactos**

La mayoría de los algoritmos exactos y de los esfuerzos de modelización han sido referentes al estudio del caso SALBP-1. Se incluyen algunos de los anteriores a continuación

#### **El Modelo de White, 1961.**

Programación Lineal Binaria. Para el SALPB-1. La función objetivo minimiza el sobrecoste debido a que el número de puestos de trabajo a considerar no coincide con el mínimo teórico. [Coves, 1990]

#### **Thangavelu & Shetty, 1971.**

Programación Lineal Binaria. Para el SALPB-1. Este propone un cambio en los coeficientes de la función objetivo de White, 1961. Su modelo lo resuelven utilizando el algoritmo de Balas modificado y parten de la solución heurística dada por Helgenson & Birnie. [Coves, 1990]

#### **Corominas, 1988.**

Programación Lineal Binaria que corresponde al (GALPB). Permite trabajar con incompatibilidades entre elementos de trabajo para que se asigne a un mismo puesto, permite una asignación de trabajadores a los puestos de trabajo en función de un conjunto de categorías laborables posibles, y cada estación tendrá su coste. [Coves, 1990]

#### **Held, Karp & Sheresian, 1963.**

Programación Dinámica. Para el SALBP-1. Se basa en los estudios de White, 1961. [Coves, 1990]

#### **Modelo Clásico.**

Programación Lineal Entera. Dirigido al SALBP-1, aquí se propone un modelo donde la función objetivo es minimizar el número de puestos de trabajo, en este caso se introduce una variable entera. [Coves, 1990]

#### **Talbot & Patterson.**



Utilizan el proceso de separación y exploración utilizando el concepto de cadena y el de puesto de corte. [Coves, 1990]

### **2.6.2.2 Algoritmos Heurísticos**

Dentro de los Algoritmos Heurísticos desarrollados para el ALB la mayor parte han sido diseñados para solucionar el SALBP-1.

#### **Helgenson & Birnie, 1961. Algoritmo de Posiciones Ponderadas.**

Procedimiento heurístico que ejemplifica el funcionamiento del algoritmo básico de balanceo de línea, es muy simple para problemas reales de la industria, donde los procedimientos son más complejos, las operaciones mayores, las restricciones de precedencia complicadas y además existen limitaciones físicas de la misma línea de ensamble. El método ha sido ampliamente difundido y como muchos otros pretende elegir primero las tareas con los tiempos mas altos esta característica se refiere al mayor peso. Es decir la lógica fundamental de este procedimiento es asignar elementos a una estación, hasta que esté a punto de excederse el tiempo de ciclo de dicha estación, asignando por orden decreciente el valor de posición, según lo permitan las restricciones de precedencia. [Coves, 1990]

#### **Kilbridge & Wester, 1961.**

En ésta heurística se asignan los elementos con menos predecesores al inicio de la línea, es un algoritmo de una sola pasada. Los elementos de trabajo que no poseen predecesores, son etiquetados con los elementos que tienen como predecesores a los elementos etiquetados con I, se les asignan la etiqueta II y así sucesivamente. Después de calcula la suma acumulada de todos los elementos igualmente etiquetados. Si la suma acumulada de la etiqueta I posee un tiempo inferior a la del ciclo, se considerará el formar un puesto de trabajo. Es de los primeros en describir un método que utiliza las operaciones y sus relaciones de precedencia entre otros datos que se escriben en una tabla, las operaciones se agrupan en secuencias las que determinan la prioridad. La finalidad es establecer a las estaciones de trabajo un grupo de estas secuencias mientras no excedan el tiempo de ciclo. Este método no es práctico para problemas muy complejos. [Coves, 1990]

**Hoffmann, 1963.**

Es de enumeración y retroceso (backtracking). El método asigna a cada puesto de trabajo, según secuencia numérica, una combinación de elementos que minimiza el tiempo ocioso. La combinación se obtiene por completa enumeración de las posibles asignaciones a un puesto de trabajo.

**Hoffman, 1988. ALBICE**

Utiliza el concepto de mínimo margen de tiempo teórico. El algoritmo ALBICE busca una solución que tenga el mínimo margen teórico como tiempo total de ocio, o que todas las ramas hayan sido exploradas. [Coves, 1990]

**Arcus ,1966. COMOSOAL**

COMOSOAL (Computer Method of Sequencing Operations for Assemble Lines), se caracteriza por la obtención de soluciones posibles de forma aleatoria. El programa de Arcus genera 1000 soluciones posibles y da como solución de salida la que contiene menor número de puestos de trabajo. El programa acumula el Tiempo de ocio de la solución parcial del momento, y abandona la solución si éste excede al tiempo total de la mejor solución hallada. [Coves, 1990]

**Dar-EI, 1973. MALB**

La heurística MALB es del tipo de retroceso. El procedimiento está basado en la primera heurística descrita de posiciones ponderadas. El MALB incorpora 4 tipos de heurísticas que controlan la cantidad de retroceso permitido. En 1975 Dar-EI comprobó que el MALB está mejor que el COMOSOAL de Arcus y la mejor de 10 reglas simples. [Coves, 1990]

**Magazine & Wee, 1981**

Este algoritmo es del tipo Branch & Bound. Con su método cada vértice del árbol corresponde a un conjunto posible de elementos a asignar a un puesto de trabajo en particular, donde todos los vértices de igual profundidad en el árbol corresponden al mismo puesto de trabajo. Empezando con el vértice 0, se generan vértices descendientes desde un vértice de profundidad  $d$ , los cuales son posibles asignaciones al puesto  $d+1$ . la dirección de exploración, sondeo de criterios y la tasa creciente del



árbol se controlan por medio de heurísticas. Dos reglas de decisión son especialmente significativas la de la máxima duración, y la de las posiciones ponderadas. [Coves, 1990]

### **Talbot & Patterson, 1984**

Algoritmo que busca la solución óptima. Utiliza técnica de programación entera, teniendo como algoritmo básico el de Balas. El algoritmo se basa en una evaluación sistemática de todas las posibles asignaciones a un puesto de trabajo, para ello hace uso de una cota inferior y otra superior del número de puestos de trabajo, así como utiliza el concepto de puesto de trabajo de corte, el concepto de cadena, tests de tiempo de ocio. Una mejora importante en el momento de calcular las cotas es conocer una solución posible, así pues en primer lugar se propone una heurística como la de Hoffman, 1963 y posteriormente aplicar el algoritmo de Programación Lineal Entera. [Coves, 1990]

### **Johnson, 1988. FABLE**

FABLE utiliza un método Branch & Bound, asegura que encuentra soluciones posibles para líneas de 1000 elementos de trabajo. Parte del árbol de enumeración de soluciones. Para eliminar vértices utiliza cuatro reglas de dominancia, y diversos tipos de cota. [Coves, 1990]

### **Mendoza, 1999.**

Utiliza un Algoritmo Genético Simple para resolver el SALB-1 para ALB de cualquier industria. Se basa en el trabajo de [Leu, 1994] utilizando cromosomas codificados por la estructura de árbol que representan una secuencia de ordenes factibles de tareas a ser completadas. [Mendoza, 1999]

### **Escobar & Gálvez, 2000. Project1**

Es un programa de código fuente realizado en Borland Delphi 5.0 que se enfoca a resolver el SALBP-1 utilizando una matriz de precedencias desde donde se generan recombinaciones y mutaciones factibles. El criterio de parada del algoritmo esta basado en el número de iteraciones efectuadas, donde si se registra un número de iteraciones consecutivas sin un incremento en el desempeño, el ciclo iterativo deberá ser detenido. [Escobar & Gálvez, 2000]

**Chan et al, 1997.**

Es un método propuesto para la industria textil en confección. Utilizan Algoritmo Genético Simple para resolver el SALB-1 en la Industria de la Confección. Considerando el grado de habilidad de los operarios para la asignación de las primeras tareas en la línea de ensamble. [Chan et al, 1997]

**Moccellin, HBGATS.**

El HBGATS es un método de resolución para resolver la programación de producción en sistemas flowshop. Se creó con el fin de evaluar el funcionamiento de los métodos puros AG y BT contra el método híbrido. Se muestran excelentes resultados en el nuevo método metaheurístico híbrido. [Moccellin]

**2.6.3 Método Intuitivo**

Es el Método que comúnmente se utiliza en la IDV. En el ensamble de las prendas los primeros pasos en el ensamble son conocidos como *preparación* de las piezas (aunque puede llamarse subensamble), después se realiza el *ensamble* y finalmente el *terminado* (acabado de la prenda). Este último tiene con la finalidad que la prenda tenga un aspecto presentable y atractivo para el consumidor.

Refiriéndose al caso exclusivo de la IDV y específicamente a la producción por bultos, es raro encontrar empresas que utilicen métodos analíticos para realizar el equilibrado de líneas, como los mencionados anteriormente. En la práctica se utiliza un método diferente, donde frecuentemente se recurre a la intuición y al cálculo aproximado.

La producción en el sistema convencional de bultos continuos es todavía utilizada en casos donde el tipo de prenda producida tiene una alta demanda, es decir donde las prendas elaboradas no difieren entre cada orden de producción y por lo tanto se destina un largo periodo de tiempo.

Equilibrar ó balancear una línea de ensamble significa para esta industria en forma práctica, asignarle trabajo a una persona que opera cierta maquina de tal forma que elabore artículos de forma constante durante su jornada de trabajo. Dentro de un sistema convencional aplicando el Método Intuitivo, el control del balance depende en gran parte de la experiencia y habilidad de un supervisor y estos dos factores varían

mucho de persona a persona, lo que hace difícil formular un modelo de comportamiento perfecto de supervisión en el balance de línea.

Los pasos siguientes son solo un ejemplo clásico para realizar un balance de línea en un taller de costura. Debe considerarse que el método puede variar dependiendo de cada empresa.

1. **Determinar las operaciones necesarias para realizar la prenda.** A este paso también se le conoce como “desglose de operaciones”. Primero se establece el número y el tipo de piezas. Por ejemplo, se realiza del desglose de un pantalón de caballero denominado Blue Jeans de la figura siguiente. Primero se analizan las operaciones de preparación sin las que es imposible continuar con el ensamble. Se deben enumerar las operaciones en orden ascendente. Cada operación es determinada dependiendo del tipo de maquina en que se llevará a cabo. Las piezas dependen del diseño de la prenda que se desee fabricar. El jeans tradicional está siendo considerado como producto estándar, aunque actualmente pueden muchos estilos. Considérese que se fabrican durante una temporada diariamente alrededor de 1000 prendas. También debe considerarse que se trata de una prenda que cuanta con maquinaria que está especializada en algunas operaciones con el fin de lograr disminuir tiempo de elaboración y aumentar la producción.



Fig. 11 Boceto Blue Jeans

---

#### Piezas del Blue Jean

---

2 delanteros
2 traseros
1 cierre
1 botón metálico
2 carteras (bragueta)
1 pretina
1 Etiqueta de cuidado, composición de materiales, marca y talla

---

Tabla 6  
Descripción de las piezas del Blue Jeans



Desglose de Operaciones:

Operación		100/min
10	Sobrehilar delantero	1.760
20	Sobre hilar cartera	0.074
30	Pegar cierre a cartera	0.200
40	Pegar cartera izquierda	0.280
50	Pegar cartera derecha y unir delantero	0.290
60	Sobrehilar trasero	1.880
70	Unir trasero	0.340
80	Unir costado	0.700
90	Pegar pretina y descoser	0.676
100	Hacer punta de pretina	0.632
110	Cerrar entrepierna	0.700
120	Hacer bajos	0.504
130	Hacer ojal y pegar botón	0.300
140	Revisado final	1.180
$\Sigma$ Tiempo total		9.516 min

Tabla No. 7 Desglose de Operaciones del Blue Jeans

2. **Obtener los Tiempos.** Asignar según sea el caso, el tiempo de cada una de las operaciones para obtener el tiempo total de producción.
3. **Realizar un Diagrama de Operaciones.** Aquí se especifican los datos más sobresalientes de la prenda y se muestran las operaciones necesarias. Se debe contar con el tiempo pronosticado para realizar la producción, la fecha de entrega y la cantidad de piezas pedidas. En la Fig. 16, se muestra un Diagrama de Operaciones, donde la producción diaria será de 1000 prendas al día. El diagrama de operaciones es válido para cualquier otro artículo con mayores o menores operaciones. Su propósito es visualizar el proceso más fácilmente.
4. **Minutos diarios trabajados.** Es la jornada de trabajo que la planta dispone para la producción diaria, sin contar los minutos de descanso, de comida y receso.
5. **Producción por hora.** Esta producción se obtiene de dividir la producción diaria entre los minutos netos trabajados, multiplicando el resultado por 60 minutos.
6. **Determinar la unidad de producción diaria.** especificar si es en piezas, docenas, paquetes, centenas, etcétera.



### Diagrama de Operaciones

Prenda: Jean

Producción diaria: 1000 prendas/día

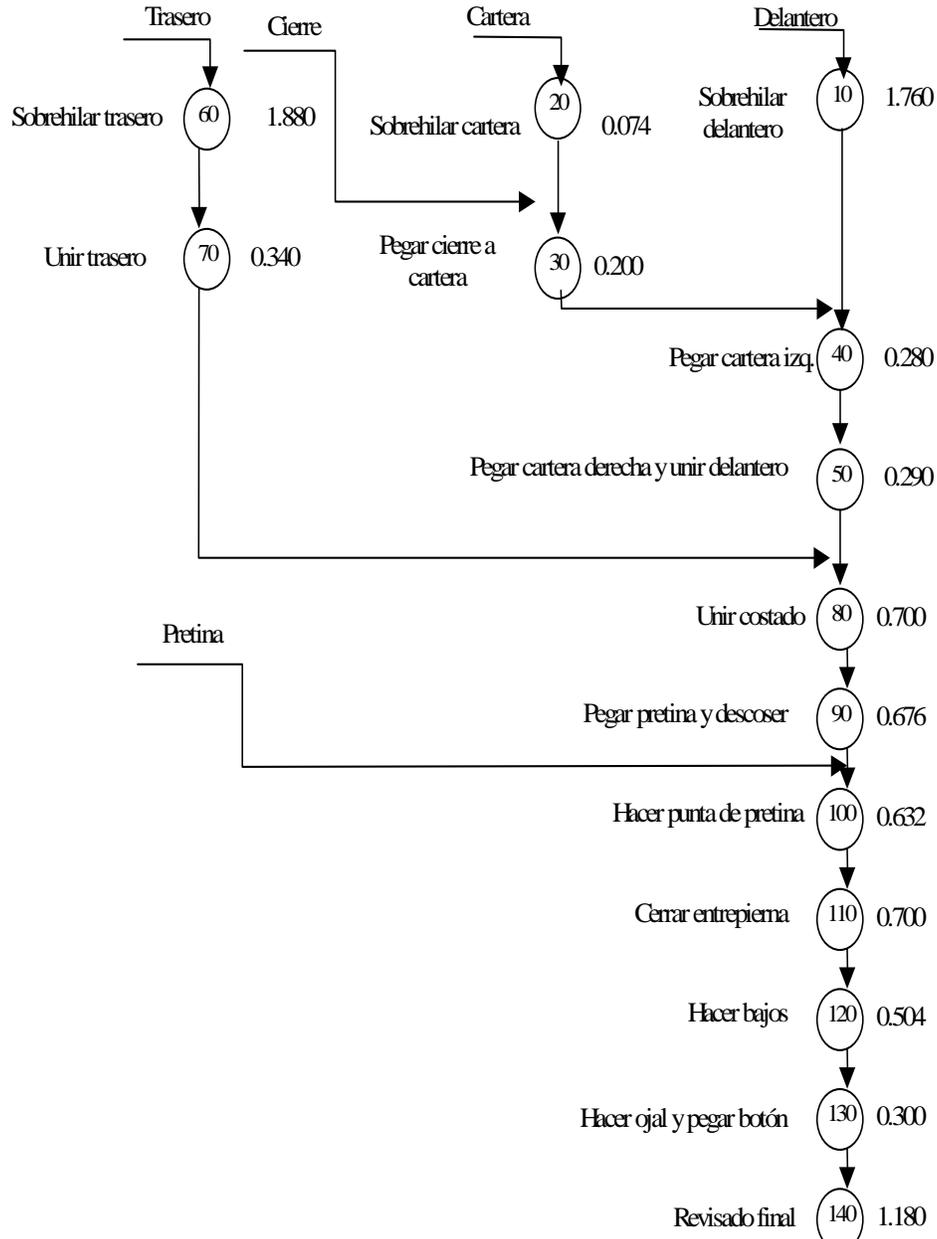


Fig. 12 Diagrama de Operaciones del Blue Jeans



a) **Asignación de operarios y equipos por operación.** Se realiza una vez que el ciclo de operación esta determinado, los tiempos estándar de cada operación han sido asignados y la maquinaria necesaria también está lista. En la Tabla No. 8 se calcula la cantidad de operarios a utilizar.

<b>Calculo del Personal necesario</b>					
<b>Oper</b>	<b>Máquina</b>	<b>TST unitario</b>	<b>TST operación</b>	<b>Personas Teóricas</b>	<b>Personas Reales</b>
10	Overlock	1.760	1760	3.38	3+A
20	Overlock	0.074	74	0.14	0+B
30	2 A	0.200	200	0.38	0+F
40	2 A	0.280	280	0.54	0+D
50	Overlock	0.290	290	0.56	0+A
60	Overlock	1.880	1880	3.61	3+B
70	2A Cad. Plana	0.340	340	0.65	0+C
80	Over 5 H	0.700	700	1.35	1+F
90	2A Cad.	0.676	676	1.30	1+D
100	1 A	0.632	632	1.21	1+B
110	2A Cad. Ametrall.	0.700	700	1.35	1+C
120	1 A	0.504	504	0.97	0+G
130	Ojal / Bot	0.300	300	0.58	0+E
140	Manual	1.180	1180	2.27	2+E
<b>Totales</b>		<b>9.516</b>	<b>9516</b>	<b>18.29</b>	<b>19</b>

Tabla No. 8

Calculo del Personal

En la columna **TST/operación** se obtiene del producto de TST por la producción diaria planeada (1000 piezas), obteniendo los minutos estándar que requiere cada operación en el día.

La siguiente columna **Personas Teóricas**, se obtiene dividiendo el TST de cada operación entre los minutos netos trabajados ó jornada de trabajo (por ejemplo, 520 min). Es un resultado teórico porque los decimales señalan que se deben redondear los resultados para obtener así las **Personas Reales**. Se debe considerar que la cantidad de trabajo asignado, cubra toda la jornada de trabajo en una operación determinada por cada persona, aunque algunos de ellos lo hagan para cubrir una fracción de tiempo determinada. En éste proceso es donde se aplica la habilidad de la persona encargada de repartir el trabajo en la línea. Por ejemplo la operación 10 será realizada por 4 personas en total, tres de ellas trabajarán durante toda la jornada de trabajo y una más (+A) es un auxiliar que cubrirá la fracción 0.38 de ésta operación y además cubrirá la operación 50 con la fracción de 0.56, con esta asignación (0.56 +



0.38=0.94) queda saturada la persona auxiliar (+A). Es importante aclarar que las letras en mayúscula describen una persona más a la que se debe considerar para la asignación de una máquina (puesto de trabajo).

Con estos datos se calcula la eficiencia de la línea, como se muestra a continuación:

$$\% \text{Eficiencia} = [18.29 \text{ per-teor} / 19 \text{ per-real}] = 96.26$$

$$\% \text{Eficiencia} = [(9.516 \text{ min} * 18.29 \text{ per-teor}) / (9.516 \text{ min} * 19 \text{ per-real})] = 96.26$$

$$\% \text{Eficiencia} = [(9.516 \text{ min} * 1000 \text{ pzas}) / (520 \text{ min} * 19 \text{ per-real})] = 96.31$$

En la primera formula se utilizan los datos de las personas de la línea. La segunda se utiliza cuando se tienen los datos del tiempo y de las personas. Finalmente la tercera se utiliza cuando se conocen los datos de producción, la demanda diaria, la jornada de trabajo y el número de personas reales de la línea.

Para la asignación de la maquinaria primero se debe considerar el tiempo total por cada tipo de maquina (Tabla No. 9) Calcular la maquinaria necesaria para la línea y después a asignarle a cada persona su puesto de trabajo.

<b>Primer cálculo teórico de la Maquinaria necesaria</b>							
<b>Overlock</b>	<b>Over 5H</b>	<b>2 A</b>	<b>2A Cad.</b>	<b>2A Cad. Plana</b>	<b>2A Cad. Ametrall</b>	<b>1 A</b>	<b>Ojal / Bot</b>
1.760	0.700	0.200	0.676	0.340	0.700	0.632	0.300
0.074		0.280				0.504	
0.290							
1.880							
ΣT=4.004	0.700	0.480	0.676	0.340	0.700	1.136	0.300
7.7	1.34	0.92	1.3	0.65	1.34	2.18	0.57
8	1	1	1	1	1	2	1
Total maquinaria							16

Tabla 9

Primer cálculo de la Maquinaria necesaria

El tiempo total por tipo de maquina, se obtiene de dividir, el producto de la producción/día por la ΣTiempo Total por máquina, entre el tiempo que se trabaja al día la operación (520 min).

Ejemplo:

La Overlock necesitará: 
$$\frac{1000 \frac{\text{pzas}}{\text{dia}} \times 4.004 \text{ min}}{520 \text{ min}} = 7.7 \approx 8$$



El resultado debe redondearse como en el caso de las personas teóricas.

El Total de las máquinas en la línea no considera los puestos manuales y en ocasiones deben realizarse pequeños ajustes, como se muestra a continuación en Tabla No. 10, la asignación de personas a la maquinaria.

<b>Segundo cálculo teórico de la Maquinaria necesaria</b>				
<b>Oper</b>	<b>Máquina</b>	<b>Personas Teóricas</b>	<b>Personas Reales</b>	<b>Maquinas</b>
10	Overlock	3.38	3+A	4
20	Overlock	0.14	0+B	-
30	2 A	0.38	0+F	1
40	2 A	0.54	0+D	1
50	Overlock	0.56	0+A	1
60	Overlock	3.61	3+B	4
70	2A Cad Plana	0.65	0+C	1
80	Over 5H	1.35	1+F	2
90	2A Cad.	1.30	1+D	2
100	1 A	1.21	1+B	2
110	2A Cad Ametrall	1.35	1+C	2
120	1 A	0.97	0+G	1
130	Ojal / Bot	0.58	0+E	1
140	Manual	2.27	2+E	-
<b>Totales</b>		<b>18.29</b>	<b>19</b>	<b>22</b>

Tabla 10

Segundo cálculo de la Maquinaria necesaria

La cantidad en total de maquinas Overlock es de 9, ya que se considera la maquina de la persona auxiliar que apoyará en esta operación una fracción de tiempo determinada. También es el caso de las operaciones 80, 90, 100, 110. Para la operación 20 no se necesita maquina porque se utilizará la misma que se utilizó para la operación 10.

El método anterior se realiza con la ayuda de programas de hoja de cálculo para agilizar las operaciones aritméticas. Pero es necesario contar con la toma de decisiones de un supervisor con experiencia.

Existe además otra posibilidad de equilibrar líneas dentro de la IDV siempre y cuando se trate de una cadena de producción. Esta otra posibilidad está más relacionada con lo que más tarde se realizará en esta tesis. Para explicar este caso será necesario exponer un ejemplo más.

Supóngase que se desea fabricar una camiseta estilo frac como la mostrada en la Fig. 17, que es, con escote y sisa ribeteada con cinta.

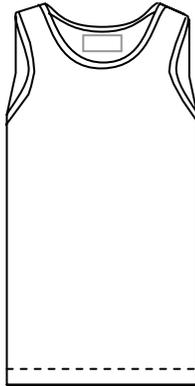


Fig. 12 Diseño de la playera tipo Frac.

No.	Operación	Máquina	Tiempo	
			Seg	Min
1	Ribetear sisa	1 A	45	0.75
2	Cerrar hombro	4 A	12	0.20
3	Ribetear cuello con etiqu.	2 A	36	0.60
4	Cerrar hombro izq.	4 A	12	0.20
5	Presillar costuras	Presill.	36	0.60
6	Dobladillar ruedo.	1 A	30	0.50
TOTAL			171	2.85

Tabla 11

Desglose de operaciones de la playera tipo Frac.

Se desea equilibrar la línea para un Tc de 48 segundos y las operaciones se describen en la Tabla 11.

El número mínimo de puestos de trabajo, se calcula así:

$$k_{\min} = \frac{171\text{seg}}{48\text{seg}} = 3.56 \approx 4$$

El equilibrio se debe realizar para 4 puestos y se debe procurar que la carga sea para cada uno de 48 seg. Se debe respetar la secuencia porque ésta será la que deberá ejecutarse en la cadena.

El equilibrado final esta descrito en la Tabla 12. Este no se encarga de minimizar otros problemas como la colocación de las maquinas y los dispositivos necesarios para el manejo del material.

Operaciones	Puestos	Tiempo (seg)	Saturación (%)
1	A	45	93.75
2 y 3	B	48	100
4 y 5	C	48	100
6	D	30	62.50

Tabla 12.

Resultado del Equilibrio de la Cadena de Montaje

Ejemplo:

$$\text{La Saturación A} = \frac{45 \text{ seg} \times 100}{48 \text{ seg}} = 93.75\%$$



Lo mismo se realiza para los puestos B, C, y D. La saturación al 100% se alcanza cuando la sumatoria de los tiempos asignados es el mismo que el Tiempo de ciclo.

Como puede apreciarse el primer método es más complicado que el segundo. En el segundo método se supone que se está trabajando con una pieza a la vez.

Si se realiza éste último ejemplo para el caso de una línea de ensamble se tendría que buscar la cantidad de prendas por bulto, por ejemplo, 40.

Por lo tanto el ritmo de trabajo sería:

$$\text{Ritmo de trabajo} = \frac{171 \text{ seg} \times 40 \text{ pzas}}{4 \text{ puestos}} = 1710 \text{ seg}$$

El equilibrio resultante sería el mostrado en la Tabla 13.

Oper.	Prendas	Puestos	Tiempo Ocupado (seg)	Tiempo acumulado	Tiempo restante	Saturación
1	38	A	45X38=1710	1710	0	100%
2	40	B	12X40=480	480	1230	28%
4	40	B	12X40=480	960	750	56%
5	21	B	36X21=756	1716	-6	100%
3	40	C	36X40=1440	1440	270	84%
6	9	C	30X9=270	1710	0	100%
1	2	D	45X2=90	90	1620	5.2%
5	19	D	36X19=684	774	936	45.2%
6	31	D	30X31=930	1704	6	99%

Tabla 13  
Resultado del Equilibrio de la línea de trabajo.

Obsérvese que la el puesto A es saturado con 38 prendas de la operación 1, también muestra que el puesto B es saturado con las 40 prendas de la operación 2 y 4, además de que se pueden realizar 21 prendas de la operación 5 con el pequeño inconveniente de la falta de 6 segundos que se recompensarán mas tarde con 6 segundos del puesto D. El puesto C realiza 40 prendas de la operación 3 y sólo 9 prendas de la operación 6. El puesto de trabajo C realiza las 2 prendas de la operación 1, 19 prendas de la operación 5 y 31 de la operación 6.



## CAPITULO III

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LOS ALGORITMOS GENETICOS

#### 3.1 Introducción

El problema principal es uno de optimización combinatorial y consistente en encontrar una solución de entre un conjunto de soluciones alternativas es importante saber que en éstos problemas se puede elegir entre dos caminos. El primero consiste en buscar la solución óptima con el riesgo de tener grandes, posiblemente impracticables, tiempos de computación; el segundo consiste en obtener soluciones con rapidez, aun con el riesgo de caer en "óptimos locales". Entre los que siguen la primera opción destacan los métodos de enumeración y las técnicas de programación dinámica. La segunda opción da lugar a los algoritmos de aproximación, también llamados algoritmos heurísticos. En éste último camino se encuentra el método AGH que se propone en la tesis Los métodos heurísticos surgen como resultado de la necesidad por mejorar los modelos matemáticos existentes poco factibles para problemas prácticos. Éste capítulo muestra los conceptos teóricos básicos acerca de los Algoritmos Genéticos (AG's)

La inspiración de los AG' radica propiamente en la Naturaleza, en ése fenómeno natural llamado Evolución propiciado en parte por Charles Darwin en 1858 con la Selección Natural titulada *"Sobre el Origen de las Especies por medio de la Selección Natural"*, la cual dice: *"en una determinada población, los seres más aptos son los que sobreviven ya que fueron capaces de adaptarse al cambio del medio ambiente"*. Casi al mismo tiempo del trabajo de Darwin, Charles Babbage uno de los fundadores de la Computación Moderna, había comenzado a trabajar con el desarrollo de la primera máquina analítica, ambos desarrollos se puede decir que fueron las bases de lo que hoy conocemos por Computación Evolutiva.

Los AG's, desarrollados por Jonh Holland, se utilizaron por primera vez a fines de los 50's por un australiano llamado Fraser. Pero los avances que hizo Holland fueron más relevantes por lo que se le atribuyó el mérito de verdadero creador. Jonh Holland a principios de la década de los 60's formó un equipo de colaboradores en un grupo



llamado Logic of Computers, desarrollaron y dieron frutos en una técnica que utilizaba un programa introducido a una computadora con el propósito de que esta aprendiera por sí sola llamada "Planes Evolutivos", haciéndose famosa hasta 1975, con la publicación de un libro titulado "Adaptation un Natural and Artificial Systems"

Dentro del tema de los AG's tenemos a los discípulos de Holland John Koza, quien desarrolló un método llamado "Genetic Programming" y quien también publicó un libro llamado "Genetic Programming on the Programming of computers by Means of Natural Selections" y a David Goldberg quien trabajaba con el diseño de pipelines y fue el primero que se le ocurrió la idea de aplicarlos a problemas de industriales.

### 3.2 Definición

**Algoritmo Genético.** Es la aplicación de un método secuencial con el fin de encontrar una solución aceptable de entre un conjunto de estas, comúnmente se utilizan para resolver problemas combinatorios o bien de optimización. Se hace competir a las soluciones entre ellas mismas basándose en el principio de la Teoría de Darwin donde solo los individuos más aptos (mejores soluciones) serán los sobrevivientes y se les da la oportunidad de transmitir algunas de sus características a nuevas generaciones hasta que otra solución demuestre ser mejor dependiendo de un parámetro de aptitud.

### 3.3 Principios básicos de los Algoritmos Genéticos

De acuerdo con los principios de un AG, es importante mencionar 4 de los aspectos más importantes de la evolución natural de las especies, aunque todavía muchos aspectos en la teoría disciernen, existen 4 puntos claros en la comunidad científica y son:

1. La evolución opera en los cromosomas y no en los individuos.
2. La selección natural es el proceso por el que los cromosomas con "buenas estructuras" se reproducen más que otros.
3. El proceso de la Reproducción se lleva a cabo en la combinación del material genético o intercambio de cromosomas de los progenitores en el nuevo ser y el proceso de Recombinación se lleva a cabo al momento de la formación del nuevo material genético en el descendiente. En cada generación se llevaran a cabo modificaciones en el material genético y se llaman mutaciones, estas con el fin de



tener una mayor diversidad genética y evitando el estancamiento en la evolución. Es decir, los cambios drásticos en la población logran diversificar que individuos serán los mejores para adaptarse a los cambios del medio ambiente.

4. En la Evolución Biológica, los cromosomas no tienen memoria es decir solamente se considera la información de la generación anterior.

### 3.4 Diferencia entre Algoritmos Genéticos y los Métodos Analíticos

Los AG's tienen claras diferencias con los métodos analíticos comunes. En la resolución de un mismo problema: el enfoque analítico es específico, muy rápido mientras el algoritmo genético se caracteriza por ser general pero muy lento.

A continuación en la Tabla 14 se muestran algunas de estas diferencias.

<b>"Diferencias entre el Método Analítico y el Genético"</b>		
<b>Aspecto</b>	<b>Métodos Analítico específico</b>	<b>Método Genético</b>
Rapidez	Según la solución, por lo general grande	Débil o media
Performance	Según la solución	Media a alta
Comprensión del problema	Necesaria	No necesaria
Trabajo del hombre	De algunos minutos a algunas horas	Algunas horas
Aplicabilidad	Débil : La mayoría de los problemas interesantes no son explotables desde el punto de vista de su expresión matemática, o son no-calculables o NP-Hard (demasiadas posibilidades)	General
Etapas intermediarias	No son soluciones (hay que esperar a terminar los cálculos)	Son soluciones (el proceso puede ser retomado en cualquier momento)

Tabla No. 14

Diferencias entre el método analítico y el genético.

### 3.5 Clasificación de las heurísticas

Las heurísticas se clasifican como un tipo de algoritmo interactivo que pueden ser de dos tipos: solas o dentro de otras. Las metaheurísticas utilizan reglas de parada controladas por el usuario y no reglas de parada definidas. Esta clasificación se muestra en la Figura No. 14. Dentro de las metaheurísticas más importantes están:

- Recocido Simulado (Simulated Annealing)
- Redes Neuronales
- Algoritmos Genéticos ✓
- Algoritmos Evolutivos
- Búsqueda Tabú (Tabu Search)
- Búsqueda con umbral
- GRASP
- Colonias de Hormigas o de insectos
- Híbridos de todos los anteriores ✓

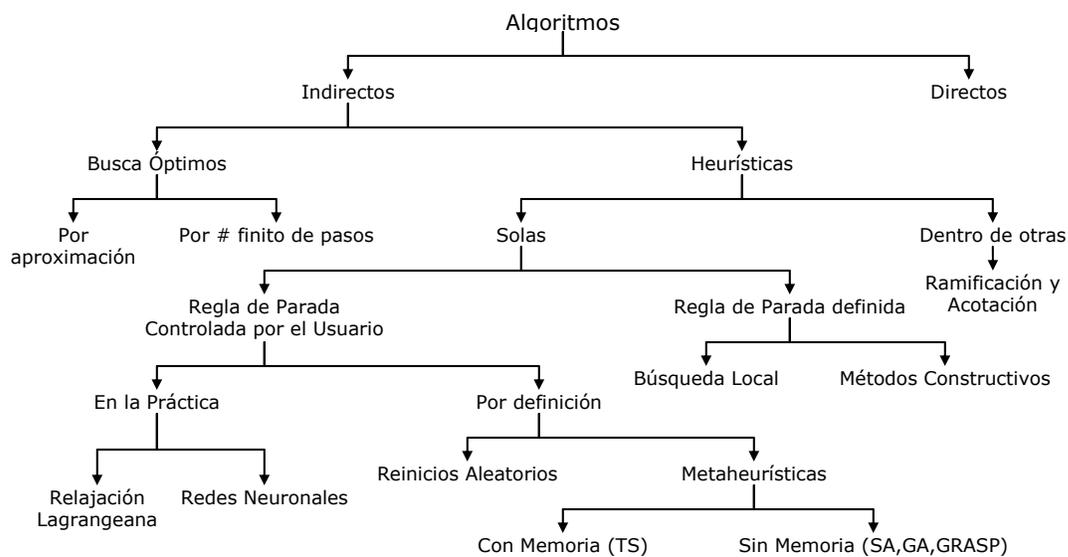


Fig 14 Clasificación de las Técnicas Heurísticas

De esta forma se sitúa el lugar en el que se encuentra el método híbrido que en la presente tesis se utilizará para resolver el ALB.



### 3.6 Terminología básica

Los AG's tienen las siguientes generalidades.

- Los Algoritmos Genéticos trabajan con una población de individuos, cada uno representando una posible solución a un problema dado.
- A cada individuo se le asigna una puntuación de adaptación (función), dependiendo de que tan buena fue la respuesta del problema.
- A los más adaptados se les da la oportunidad de reproducirse mediante cruzamiento con otros individuos de la población, produciendo descendientes con características de ambos padres.
- Una nueva población de posibles soluciones es generada mediante la selección de los mejores individuos de la generación actual.
- El tamaño de la población debe permanecer fijo en cada generación, creando la población inicial por medio de heurísticas específicas y aleatorias.
- Los cromosomas representan las soluciones codificadas en una cadena (string binario ó numérico)
- Los *genes* representan los bits que son una pequeña parte de la solución.
- Los *locis* serán la posición de cada gen dentro de la cadena.
- El *alelo* representa el valor de cada uno de los genes.
- El *fenotipo* representa la estructura de la solución decodificada.
- El *genotipo* estará representando a la estructura de la solución codificada.

Supóngase que se tienen 5 individuos (A,B,C,D,E), con 11 características cada uno (representadas con 0,1), las cuales serán los genes del cromosoma.

A: 01011101101	D: 11101100011
B: 10101111101	E: 10010111011
C: 10111110100	

En este ejemplo el primer gen de todos los individuos podría corresponder al sexo, donde 0=mujer y 1=hombre, la segunda al color de los ojos, donde 0=verdes, 1=café, etcétera. Los cromosomas el conjunto de estos genes. El genotipo corresponde a las características que estas cadenas representan. El fenotipo corresponde a la interpretación de física de los rasgos o características de cada individuo. Los alelos son los distintos valores que toman las unidades binarias.

### 3.7 Codificación de las soluciones

Generalmente cada individuo va representado por medio de una cadena de longitud binaria. A las soluciones codificadas también se les puede encontrar con el nombre de ejemplar, muestra, punto o cromosoma. Existen varios tipos de cadenas como: la Cadena Binaria, Cadena Secuencial, Cadena Matricial, Cadena Alfabética etcétera. Cada tipo depende del problema del que se trate.



Fig. 15 Tipos de Cadenas

### 3.8 Procedimientos básicos

El procedimiento básico consta de los siguientes procesos fundamentales:

1. Creación de parámetros iniciales (Cromosomas Padre)
2. Proceso de Evaluación (Fitness ó aptitud)
3. Proceso de Selección
4. Proceso de Reproducción
5. Proceso de Reemplazo

La Figura No. 16, representa el procedimiento completo que realiza un AG Simple. Para entender de mejor forma cada uno de los procesos que se muestran en ella se estudiarán brevemente separadamente mas adelante. Pero el funcionamiento básico es el que se señala en esta ilustración.

Cada uno de los 5 procedimientos anteriores, serán detallados en los próximos temas de éste capítulo.

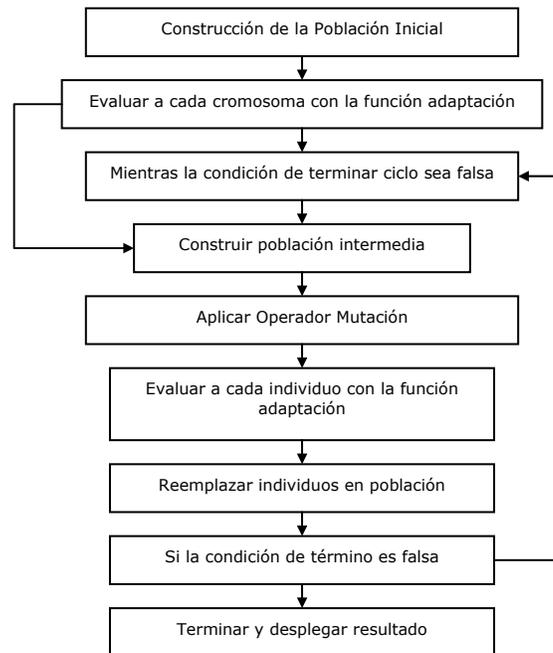


Fig. 16 Procedimiento de un Algoritmo Genético Simple

### 3.8.1 Creación de parámetros iniciales

Para crear la población inicial puede hacerse de varias formas pero la aleatoriedad es la más común. Puede lograrse más de una población nueva convirtiéndola de una población generada aleatoriamente a una bien adaptada. Esta población está constituida por cromosomas. Se debe tener cuidado con garantizar tener suficiente diversidad en las soluciones con el fin de que representen a la mayor parte de la población pero eviten al mismo tiempo la convergencia prematura.

La creación de los cromosomas padres es el primer paso de todo AG y es necesario considerar 2 parámetros iniciales:

1. Tamaño de la población. Es un criterio donde se considera que en poblaciones pequeñas se corren el riesgo de no cubrir adecuadamente el espacio de búsqueda y entre mayor tamaño implica mayor costo computacional. Es decir se debe determinar una población inicial media.
2. Tamaño de la descendencia.



### 3.8.2 Proceso de Evaluación (Fitness ó Aptitud)

A cada una de las soluciones de la población inicial se le aplicará la función de aptitud (también llamada función *fitness*) para saber qué tan buenas son las soluciones que se codificaron en cromosomas.

Este proceso realiza la evaluación de las soluciones y les asigna valores de aptitud, la cual debe ser real para que de cómo resultado una buena discriminación. Si los valores de aptitud fueran asignados erróneamente, es decir donde el valor de aptitud de una solución buena fuera muy cercano al valor de una solución mala al momento de llevarse la reproducción sería necesario mucho tiempo para que los descendientes de la buena influyan más que los de la mala.

Al diseñar una función de evaluación, se debe tener cuidado en determinar las restricciones del problema. Si se colocan sanciones a los cromosomas que violan estas restricciones creando decodificadores de la representación que evite la generación de individuos no factibles. Esta sanción podría ser de la siguiente forma:

$$\text{Aptitud} = \text{ValorObjetivoNormalizado} - \text{Sanción} * \text{MedidaInfactibilidad}$$

### 3.8.3 Proceso de Selección

En este proceso, una vez creada la población de soluciones padres y conociendo la aptitud de cada uno, se realiza la selección de los que se cruzarán en la siguiente generación escogiendo en medida de lo posible a las mejores soluciones. Es decir, determinar cuales individuos conseguirán reproducirse para generar la descendencia según su grado de aptitud.

#### 3.8.3.1 Tipos de selección

Para realizar este proceso de selección existen diversos métodos y el criterio de utilización de ellos depende del programador; los más usuales son los torneos y los de sorteo universal y los menos utilizados son los métodos determinísticos por ir en contra de la filosofía del método heurístico (estocástico).

**Ruleta.** Es la forma de selección más simple, también se le llama muestreo de reemplazo estocástico o selección por sorteo. Se define un rango con las características de la selección por sorteo. El número al azar será un número aleatorio forzosamente menor que el tamaño del rango. El elemento escogido será aquel en cuyo rango esté el



número resultante de sumar el número aleatorio con el resultado total que sirvió para escoger el elemento anterior. El comportamiento es similar al juego de ruleta, donde se define un avance cada tirada a partir de la posición actual. Tiene la ventaja de que no es posible escoger dos veces consecutivas el mismo elemento, y que puede ser forzado a que sea alta la probabilidad de que no sean elementos próximos en la población, esto último no es una ventaja de por sí.

**Torneo.** En este caso se escoge aleatoriamente un número  $P$  de individuos de la población (por lo general 2) y se hacen competir entre sí en base a su aptitud. El individuo más apto es el que resultará ganador del torneo y se selecciona como padre para la siguiente generación. La población se debe barajar  $P$  veces, con lo que se altera su orden a fin de que puedan resultar seccionados nuevamente. La técnica permite que el individuo más apto sea seleccionado  $P$  veces y que el menos apto nunca sea seleccionado.

### 3.8.4 Proceso de Reproducción

En este proceso ocurre la aplicación de los operadores genéticos, los que trabajan sobre los individuos de la población y que son los responsables de la modificación del individuo para su mejoramiento, estos son:

- Operador de Cruza.
- Operador de Mutación.

#### 3.8.4.1 Operador Cruza.

Es considerado como el principal operador genético, se afirma que sin él un Algoritmo Genético no puede existir. También es conocido como *crossover*, *entrecruzamiento*, *recombinación*, *sobrecruzamiento*, *etcétera*. El operador cruce, tiene como finalidad generar dos nuevos hijos a partir de dos cadenas padre recombinando sus bits. Muchas veces se escogen de manera aleatoria dos miembros y no sucede algo relevante si se cruzan dos descendientes de los mismos padres pero tampoco es muy adecuado ya que igual como sucede en la naturaleza se pueden generar problemas, solo que aquí no existen deformaciones o enfermedades genéticas, sólo afecta en que los genes predominantes de una población dominante pueden tener caracteres no deseados que se siguen reproduciendo a lo que se le llama problema de mínimo local, muy común en



los Algoritmos Genéticos. Para hacer la elección de que cadenas de bits utilizar, el operador también recurre al uso de la "máscara de cruce", como se muestra a continuación.

*Cruce simple*

Cadenas padre	Máscara de Cruce	Hijos
<u>11101010111</u>	11111000000	11101101111
10011 <u>101111</u>		10011010111

*Cruce doble*

Cadenas padre	Máscara de Cruce	Hijos
11 <u>101010111</u>	00111110000	11011100111
<u>10011101111</u>		10101011111

### 3.8.4.1.1 Tipos de cruza

Existen muchos tipos de cruce aquí solo se mencionarán los que pueden tener aplicación práctica en el Algoritmo Genético Híbrido.

**Cruce sencillo.** Como se puede apreciar en el ejemplo anterior, en el cruce simple se escogen dos individuos padres (cromosomas ó soluciones) de 11 variables binarias cada uno seleccionadas al azar y se intercambian sobre un punto determinado en la máscara de cruce, la longitud de la cadena que representa al cromosoma.

En otros términos el cruce en un punto sencillo es colocado en:

$$k[1,2,\dots, Nvar-1],$$

donde:

Nvar= número de variables de un individuo.

Otra forma de ilustrar este caso se muestra a continuación en el siguiente esquema:

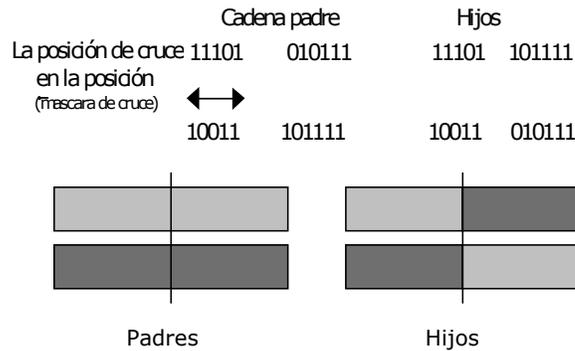


Fig. 17 Estructura de cruce sencillo

Al ir avanzando el campo de los Algoritmos Genéticos, se fueron haciendo evidentes las limitaciones de este tipo de cruce, por no poder combinar características presentes en los dos padres. Por lo que se desarrolló el cruce de dos y más tarde de múltiples puntos.

**Cruce de múltiples puntos.** El cruce de múltiples puntos donde m posiciones se determina en:

$$k_i[1,2,\dots,Nvar-1],$$

Donde:

$$i=1:m,$$

Nvar: el número de variables de un individuo

Considérense los siguientes datos para el cruce en múltiple puntos:

- Las posiciones elegidas del cruce.  
Posición de la cruz (m=3) 2 6 10
- El cruce se realiza en el loci 2, loci 6 y loci 10 del cromosoma.

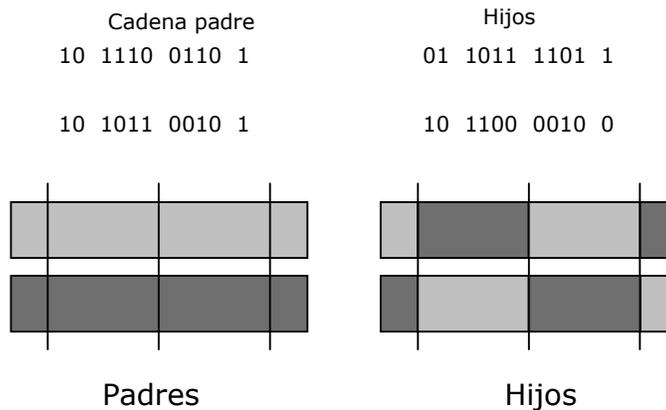


Fig. 18 Estructura de un Cruce Múltiple

### 3.8.5 Mutación

La mutación se lleva a cabo a continuación del cruzamiento. Para lograr que cada nueva generación sea nueva pero que posea características esenciales de los padres y que solo se diversifique la población.

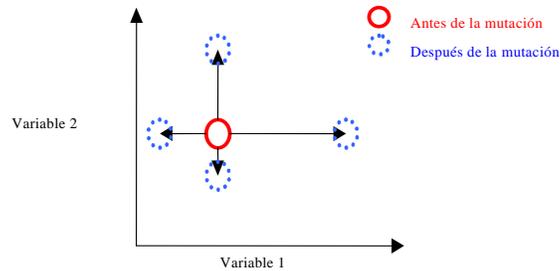


Fig. 19 Efecto de la mutación

La mutación tiene como objetivo proporcionar cierto grado de diversidad a la población alternando arbitrariamente uno ó más bits de una cadena, asegurando que la probabilidad de llegar a cualquier punto del espacio de búsqueda nunca será cero y controlar el problema de mínimos locales. A continuación se muestra un esquema del efecto que tiene la mutación antes y después de suceder la mutación. Generalmente es bueno utilizar una tasa de mutación pequeña que no altere totalmente la población.

La mutación se hace de la siguiente forma.

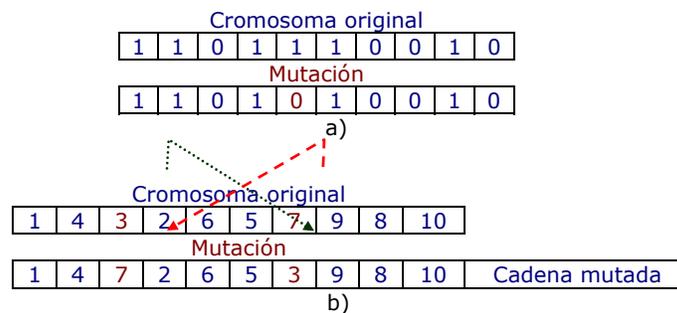


Fig. 20a y 20b Representación de la mutación

Siendo una cadena binaria, la mutación es la de la Figura No. 20a, y para cuando la mutación es para cadenas de otro se aplica la mutación por intercambio Figura No. 20b.



### 3.8.6 Elitismo

Es una técnica donde un individuo o cromosoma ha demostrado ser el más apto a través de muchas generaciones por lo que no se cruza manteniéndose intacto hasta que surge otro individuo que demuestra tener mayor aptitud y lo desplaza.

### 3.8.7 Proceso de Reemplazo

En éste proceso se debe tenerse cuidado para poder garantizar que todos los hijos de padres factibles sean factibles.

A partir de los miembros (N) de la población inicial y de los miembros de la población descendientes (s) se deben generar una nueva población (N') para ello se requieren algunos criterios:

#### **Reemplazo Inmediato o al vuelo.**

La población de descendientes se sustituye con sus respectivos progenitores.

#### **Reemplazo con factor de llenado.**

La población de descendientes se sustituye con los miembros de la población de criadores que más se les parezcan.

#### **Reemplazo por inserción ó "coma".**

Según el tamaño de la población de descendencia se distinguen dos casos:

1.  $s \leq n$ : se muestrean para ser eliminados s miembros de la población inicial. Estos miembros serán sustituidos por los descendientes.
2.  $s > n$ : se muestrean n miembros de la población de descendientes y se constituye con ellos la nueva población. Nótese que con este modo cualquier individuo sólo puede sobrevivir por lo mucho una generación.

### 3.9 Estructura Básica de un Algoritmo Genético

Cada uno de los procedimientos que utiliza un Algoritmo Genético son importantes y depende del programador o analista las modificaciones y el tipo de técnicas específicas que se empleen para resolver cierto problema.

La figura siguiente muestra la estructura de un Algoritmo Evolutivo o Genético simple. Los Algoritmos trabajan en poblaciones de individuos en vez de soluciones solas por lo que se dice que la búsqueda es paralela.

La evaluación objetivo a la que se refiere la figura es la función de adaptación (fitness) de cada cromosoma. Los cromosomas de la población inicial son evaluados por lo menos una vez con ella. La función de adaptación depende de la naturaleza del problema y del impacto que se desee lograr con ella, puede ser desarrollada una, pero también se pueden utilizar varias. Los cromosomas que cumplan con los criterios de optimización se consideran los mejores individuos. Los criterios de optimización pueden ser uno o varios también.

Es muy importante determinar el tipo de selección, cruce y mutación que se utilizaran. Para establecer cuales son los mejores valores de mutación y cruzamiento se hacen pruebas. Estos valores son porcentajes de la población a la que aleatoriamente se les aplicarán estos procesos. Para mayor parecido a la Selección Natural son valores de porcentaje pequeños de mutación y un poco mas para el cruzamiento. Sin embargo hay que hacer hincapié en que esto depende del programador.

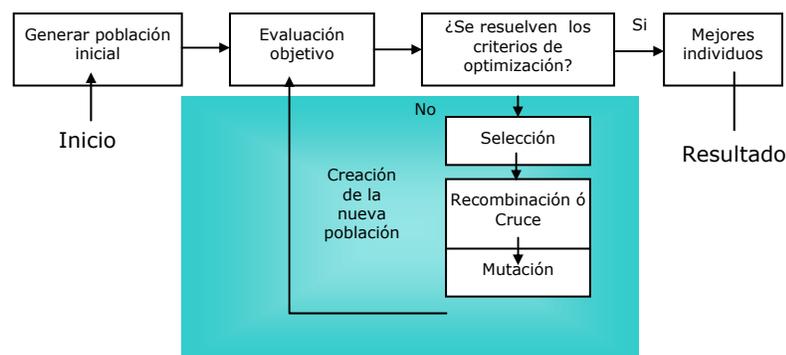


Fig. 21 Estructura de un Algoritmo Genético Simple



### 3.10 Pseudocódigo de un Algoritmo Genético simple

Un ejemplo de una estructura de un programa (pseudolenguaje) "x" en donde se establece el funcionamiento de un Algoritmo Genético Simple que utiliza cruce sencillo es:

```
BEGIN {(algoritmo simple)
    Generar una población inicial al azar.
    Evaluar aptitud para cada individuo de la población inicial.
    WHILE NOT terminar DO
        BEGIN { (producir una generación)
            FOR tamaño de la población/2 DO
                BEGIN { (ciclo reproductivo)
                    - Seleccionar 2 individuos de población anterior para aplicar cruce.
                    - Elección de un punto al azar para cruzamiento
                    - Cruce de los individuos.
                    - Surgimiento de los hijos (descendientes)
                    - Mutación de algunos hijos (según el % de mutación)
                    - Evaluación de los hijos con función objetivo.
                    - Si los hijos son mejores que sus padres, sustituirlos en la nueva
                      población, si no se mantienen los padres de la población anterior.
                }
            } (Fin For)
            IF la población ha coincido THEN
                Terminado = TRUE
        } (Fin while not)
    } Fin begin
```



### 3.11 Algoritmos Híbridos

Cuando después de una cantidad de tiempo considerable la población es uniforme y la aptitud de la población ya no decrece por periodos largos, las posibilidades de producir individuos adaptados, viene siendo muy baja. Esto quiere decir que el proceso cae en una cuenca de atracción de la que es muy difícil de escapar. Esto hace pensar en dos cosas:

1. Una vez caído a una cuenca, el algoritmo no es capaz de saber si ha encontrado el punto óptimo, o si ha caído en un óptimo local. Así pues, se necesitan saber formas de escapar de un óptimo, con el fin de tratar de encontrar otro óptimo.
2. La explotación de la cuenca de atracción tiene que llevarse a cabo para encontrar de manera eficiente, tanto como sea posible, el punto óptimo de la cuenca.

En el primer caso se tiene una solución razonable, se debe recomenzar el algoritmo con una población nueva esperando que el algoritmo evolutivo no caiga en la misma cuenca. Es definitivamente natural que recomenzar significa llevar a cabo mas corridas por lo que las posibilidades de encontrar el óptimo se multiplica por el número de corridas.

El segundo caso, es mas claro experimentalmente que a explotación de la cuenca de atracción que ha sido encontrada pueda ser interpretada más eficientemente por otro algoritmo que por el algoritmo evolutivo. Es decir es mejor la idea usar un algoritmo de búsqueda local como el Hill Climbing o la Búsqueda Tabú. Este esquema abre el concepto de Algoritmos Híbridos.

La hibridación de las técnicas metaheurísticas ha resultado satisfactoria en diversos capos de aplicación de la optimización combinatorial y más en los casos en que se ha caído en la cuenca de un óptimo local. Los algoritmos híbridos han mostrado su habilidad en el ámbito de proporcionar óptimos locales de alta calidad. Sin embargo los algoritmos híbridos son aun nuevos en el campo de la optimización y aunque existen ya algunas combinaciones de algoritmos para aplicaciones prácticas aun no son claras las razones de su éxito en algunos casos.

No existe ninguna guía especializada que sirva como ayuda en la hibridación de las diferentes metaheurísticas, no hay forma de saber con certeza cual es la mejor combinación de técnicas en la resolución de diverso problema.

La única forma de saber que tan bueno es un algoritmo genético híbrido con respecto a las técnicas simples para la resolución de problemas tal como la asignación de tareas en una línea de ensamble es llevándolo a cabo.

En el campo de la hibridación de algoritmos es interesante mencionar una clasificación que oriente a los investigadores de esta rama los mismos en la selección de alguno.

### 3.11.1 Hibridación secuencial

Muchos autores han usado la idea de la hibridación secuencial. Esta clase de algoritmos son aplicados uno después de otro, cada uno utiliza la salida del previo como su entrada. Ejemplos comunes son los mostrados en la figura siguiente.

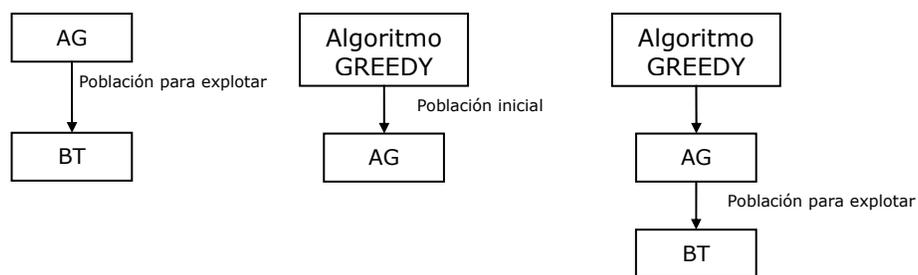


Fig. 22 Hibridación secuencial [Preux & Talbi, 1999]

### 3.11.2 Hibridación Paralela.

Muchos trabajos hablan de la implementación de métodos híbridos paralelos. Existen muchas formas de hibridar los Algoritmos Evolutivos paralelamente, en general se hablarán de las formas básicas de este tipo de hibridación.

#### 3.11.2.1 Hibridación Paralela en Sincronía

La primera idea que viene a la mente al realizar una hibridación es la de utilizar algún método de búsqueda como un operador del Algoritmo Evolutivo. En este caso en vez de usar un operador ciego que actúe independientemente de la adaptación del individuo original y de su manejo, se utiliza un operador que es en realidad un algoritmo de búsqueda en donde se considera al individuo como el origen de su



búsqueda, se aplica y finalmente se sustituye al individuo original por el mejorado.<sup>3</sup> Los algoritmos de búsqueda puede ser un simple Hill-Climber, una BT o incluso como algún tipo de Recocido Simulado. Se le llama Hibridación Paralela en Sincronía (HPS) porque los diferentes algoritmos están precisamente sincronizados.

Los Algoritmos HPS permiten a los Algoritmos Genéticos un a optimización efectiva para problemas del tipo NP-Hard [Preux & Talbi, 1999]

Este tipo de hibridación tiene varios puntos importantes que hacer. El primero, estos algoritmos generalmente tienen severos problemas de convergencia prematura, sobretodo en las primeras fases de explotación. Segundo la utilidad del algoritmo evolutivo es altamente cuestionada.

### **3.11.2.2 Hibridación Paralela Asíncrona**

La Hibridación Paralela Asíncrona (HPA), es un tipo de hibridación que se esta en estudio actualmente. El esquema de la HPA involucra varios algoritmos especializados efectuando una búsqueda del espacio en investigación y cooperando para encontrar un óptimo. Intuitivamente, una HPA lo realizara al menos tan bien como un algoritmo solo incluso lo hará mejor. Cada algoritmo provee información a los otros para ayudarse.

Se distinguen dos tipos de HPA:

- Homogénea. En cuyo caso que todos los algoritmos que cooperan sean los mismos.
- Heterogénea. En el caso de que se usen diferentes algoritmos.

Por el tipo de cooperación se distinguen tres casos:

- Global. Cuando los algoritmos buscan el mismo espacio de investigación. El objetivo aquí es explorar el espacio a fondo y completamente.
- Parcial. Cuando el problema a ser resuelto es descompuesto en sub problemas, cada uno teniendo su propio espacio de búsqueda.
- Funcional. Cuando los algoritmos resulten diferentes problemas.

---

<sup>3</sup> A éste tipo de operadores se les denomina Lamarckian.



## CAPITULO IV

### CONCEPTOS BÁSICOS DE LA LOGICA DIFUSA

#### 4.1 Introducción

Esta técnica es la utilizada para la hibridación del Algoritmo Genético Simple, los antecedentes literarios muestran que ha sido utilizada ya en Redes Neuronales, Algoritmos Genéticos y Bases de Datos. Debido a esto se conoce que su utilización es factible. El término en inglés de LD es Logic Fuzzy, la palabra *fuzzy* viene del ingles *fuzz* (tamo, pelusa, vello) y se traduce por difuso o borroso.

Esta técnica se utiliza para problemas básicos con conceptos sin definición clara. Muchos de los conceptos que se manejan en el lenguaje, a menudo no tienen una definición clara. Por ejemplo ¿que tan alta es una persona?, ¿a partir de que edad una persona deja de ser joven?, ¿qué tan buena es una solución? En este sentido la lógica clásica o bivaluada es demasiado restrictiva. Existen afirmaciones que pueden ser ni Verdad (*true*) ni Falso (*false*). Decir una frase como – “Yo leeré El periódico”- , ¿En qué medida es cierto?, depende de quien lo diga y, esta otra – “Él es bueno en Física”- ,¿Es bueno, muy bueno o un poco mejor que regular?

#### 4.2 Breve Historia

La LD también puede conocerse como Lógica Borrosa, Teoría de Conjuntos Borrosos o Difusos. Algunos autores le atribuye a Lotfi A. Zadeh el estudio de la Lógica Difusa (LD) desde 1965 por primera vez, otros dicen que la Teoría de Conjuntos Borrosos fue introducida por primera vez en la Universidad de California en Berkeley a mediados de los 60 teniendo como antecedentes los trabajos de Max Black en su artículo titulado “Vagueness: An exercise in Logical Analysis” y Karl Menger “Statistical Metrics”, lo verdaderamente importante es que todos ellos sentaron las bases de la LD.

Bajo el concepto de conjunto borroso reside la idea de que los elementos clave en el pensamiento humano no son números si no etiquetas lingüísticas. Estas etiquetas permiten que los objetos pasen de pertenecer de una clase a otra de forma suave y flexible.



### 4.3 Cuando utilizar Lógica Difusa

Existen algunos planteamientos en [Sur & Omron, 1997] acerca de cuando utilizar la LD.

- En procesos complejos, si no existe un modelo de solución sencillo.
- En procesos no lineales.
- Cuando haya que introducir la experiencia de un operador “experto” que se base en conceptos imprecisos obtenidos de su experiencia.
- Cuando ciertas partes del sistema a controlar son desconocidas y no pueden medirse de forma fiable (con errores posibles).
- Cuando el ajuste de una variable puede producir el desajuste de otras.
- En general, cuando se quieran representar y operar con conceptos que tengan imprecisión o incertidumbre.

### 4.4 Aplicaciones

Las aplicaciones más comunes de la LD abarcan las siguientes actividades:

- **Control de sistemas.** Control de tráfico, control de vehículos, control de compuertas en plantas hidroeléctricas, centrales térmicas, control en máquinas lavadoras, control de metros o transportes subterráneos (mejora de su conducción, precisión en las paradas y ahorro de energía), ascensores, etcétera.
- **Predicción y optimización.** Predicción de terremotos, optimizar horarios y procesos.
- **Reconocimiento de patrones y Visión por computadora.** Seguimiento de objetos con cámara, reconocimiento de escritura manuscrita, reconocimiento de objetos, compensación de vibraciones en la cámara.
- **Sistemas de información o conocimiento.** Bases de datos y sistemas expertos.



## 4.5 Conjuntos Crisp y Difusos

Los conjuntos difusos surgieron como una nueva forma de representar la imprecisión y la incertidumbre. Las herramientas que usan son, las Matemáticas, la Probabilidad, la Estadística, la Filosofía y la Psicología. La LD es un puente entre dos tipos de computaciones:

- Computación Numérica. Para aplicaciones científicas.
- Computación Simbólica. Para el campo de la Inteligencia Artificial.

### 4.5.1 Conjuntos Clásicos, CRISP.

Surgen de forma natural, por la necesidad del ser humano de clasificar objetos y conceptos.

$$A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

- Conjunto de Frutas: Manzana  $\in$  Frutas, Lechuga  $\notin$  Frutas
- Función de pertenencia:  $A(x)$ ,  $x \in X$ :  $X$  es el Universo de Discurso.

Sujeta a  
 $A: X \rightarrow \{0,1\}$

- Conjunto Vacío:  $\emptyset(x) = 0$ ,  $\forall x \in X$
- Conjunto Universo:  $U(x) = 1$ ,  $\forall x \in X$

### 4.5.2 Conjuntos Difusos, Fuzzy.

Los conjuntos difusos relajan la restricción:  $A: X \rightarrow [1,0]$  ya que hay conceptos que no tienen límites claros, ¿La temperatura 25°C es alta?. Definimos por ejemplo:

$$\text{Alta}(30) = 1, \quad \text{Alta}(10) = 0, \quad \text{Alta}(25) = 0.75$$

**Definición.** Un conjunto difuso  $A$  se define como una Función de Pertenencia que enlaza o empareja los elementos de un dominio o Universo de discurso  $X$  con elementos del intervalo  $[0,1]$ :  $A: x \rightarrow [0,1]$

Cuanto más cerca esté  $A(x)$  del valor 1, mayor será la pertenencia del objeto  $x$  al conjunto  $A$ . Los valores de pertenencia varían entre 0 (no pertenece en absoluto) y 1 (pertenencia total).

**Representación.** Un conjunto difuso  $A$  puede representarse como un conjunto de pares de valores, cada elemento  $x \in X$  con su grado de pertenencia a  $A$  aunque también puede ponerse como una suma de pares:

$$A = \{A(x)/x, \quad x \in X\}$$

$$A = \sum_{i=1}^n A(x_i)/x_i$$

Los pares en los que  $A(x_i) = 0$ , no se incluyen

**Contexto.** Es fundamental en la definición de conjuntos difusos no perder en cuenta que el significado de cada concepto depende de la naturaleza de cada problema. No es lo mismo el concepto “alto” aplicado a personas que a edificios, debido a la función de pertenencia.

#### 4.6 Funciones de Pertenencia.

Un conjunto difuso puede representarse también gráficamente como una función, especialmente cuando el universo de discurso  $X$  (o dominio subyacente) es continuo (no discreto)

- Abcisas (eje  $X$ ). Universo de discurso  $X$ .
- Ordenadas (eje  $Y$ ). Grados de pertenencia en el intervalo  $[0,1]$ .

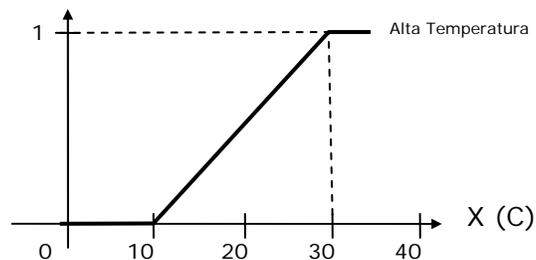


Fig. 23 Concepto de Temperatura Alta

La Función de Pertenencia:  $A: X \rightarrow [0,1]$

- Cualquier función A es válida. Su definición exacta depende del concepto a definir, del contexto al que se refiera, de la aplicación, etcétera.
- En general, es preferible usar funciones simples, debido a que simplifican muchos cálculos y no pierden exactitud porque precisamente se esta definiendo un conjunto difuso.

### 4.6.1 Función de pertenencia Triangular

Definido por sus límites inferior a y superior b, y el valor modal m, tal que  $a < m < b$ .

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ (x-a)/(m-a) & \text{si } x \in (a, m] \\ (b-x)/(b-m) & \text{si } x \in (m, b) \\ 0 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$

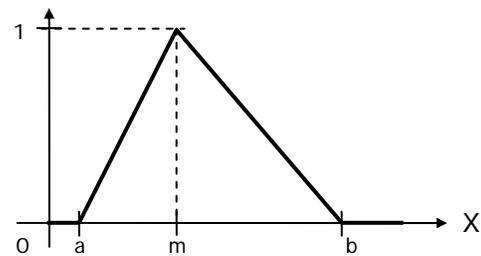


Fig. 24 Función Triangular

También puede representarse así:

$$A(x; a, m, b) = \text{MAX} \{ \text{MIN} \{ (x-a)/(m-a), (b-x)/(b-m) \}, 0 \}$$

### 4.6.2 Función de Pertenencia Gamma

Definida por su límite inferior a y el valor  $k > 0$ .

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ 1 - e^{-k(x-a)^2} & \text{si } x > a \end{cases}$$

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{k(x-a)^2}{1+k(x-a)^2} & \text{si } x > a \end{cases}$$

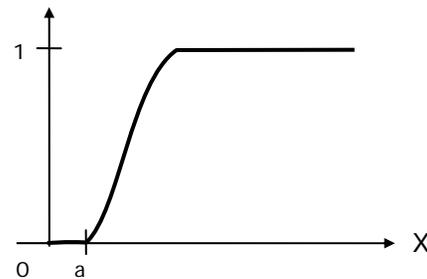


Fig. 25 Función Gamma

- Esta función se caracteriza por un rápido crecimiento a partir de a.
- Cuanto mayor es el valor de k, el crecimiento es más rápido aún.
- La primera definición tiene un crecimiento más rápido.
- Nunca tienen el valor 1, aunque tienen una asíntota horizontal en 1.
- Se aproximan linealmente por:

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ (x-a)/(m-a) & \text{si } x \in (a, m) \\ 1 & \text{si } x \geq m \end{cases}$$

- La función contraria es al Función L.

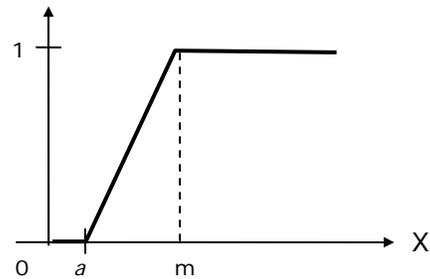


Fig. 26 Función L

#### 4.6.3 Función de Pertenencia S.

Definida por sus límites inferior  $a$  y superior  $b$ , y el valor  $m$ , o punto de inflexión tal que  $a < m < b$ .

- Un valor típico es:  $m = (a+b)/2$
- El crecimiento es más lento cuando mayor sea la distancia  $a-b$ .

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ 2\{(x-a)/(b-a)\}^2 & \text{si } x \in (a, m) \\ 1 - 2\{(x-b)/(b-a)\}^2 & \text{si } x \in (m, b) \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$

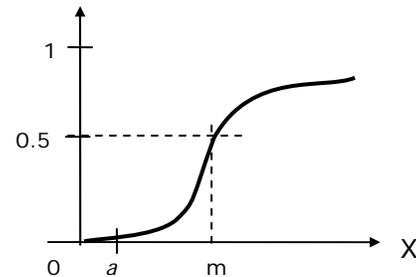


Fig. 27 Función S

#### 4.6.4 Función de Pertenencia Gausseana

Definida por su valor medio  $m$  y el valor  $k > 0$ . Es la típica campana de Gauss, cuanto mayor es  $k$ , mas estrecha es la campana.

$$A(x) = e^{-k(x-m)^2}$$

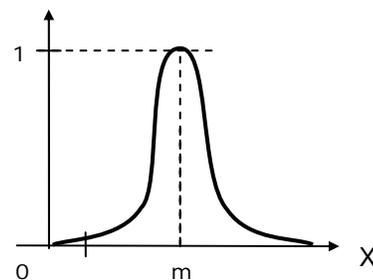


Fig. 28 Función Gausseana

#### 4.6.5 Función de Pertenencia Trapezoidal

Definida por sus límites inferior  $a$  y superior  $d$ , y los límites de su soporte,  $b$  y  $c$ , inferior y superior respectivamente.

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } (x \leq a) \text{ ó } (x \geq d) \\ (x-a)/(b-a) & \text{si } x \in (a,b] \\ 1 & \text{si } x \in (b,c) \\ (d-x)/(d-c) & \text{si } x \in (c,d) \end{cases}$$

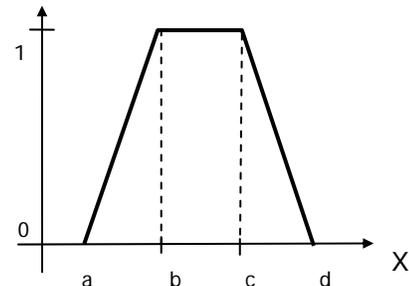


Fig. 29 Función Trapezoidal

#### 4.6.6 Función de Pertenencia Trapecio Extendido

Definida por los cuatro valores de un trapecio  $[a,b,c,d]$ , y una lista de puntos entre  $a$  y  $b$ , o entre  $c$  y  $d$ , con su valor de pertenencia asociado a cada uno de esos puntos.

En general, la función Trapezoidal se adapta bastante bien a la definición de cualquier concepto, con la ventaja de su fácil definición, representación y simplicidad de cálculos.

En casos particulares, el trapecio extendido puede ser de gran utilidad. Éste permite gran expresividad aumentando su complejidad. En general, usar una función mas compleja no añade mayor presión, pues debemos recordar que se está definiendo un concepto difuso.

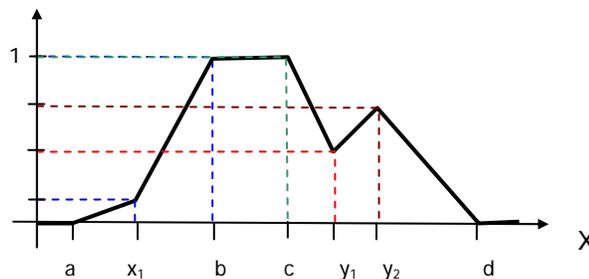


Fig. 30 Función Trapecio Extendido



#### 4.7 Características de un conjunto difuso.

- **Altura de un conjunto difuso.** El valor mas grande de su función de pertenencia:

$$\sup_{x \in X} A(x).$$

- **Conjunto Difuso Normalizado.** Si existe algún elemento  $x \in X$ , tal que pertenece al conjunto difuso totalmente, es decir, con grado 1. También, que:  $Altura(A)=1$ .

- **Soporte de un conjunto difuso.** Elementos de X que pertenecen a A con un grado mayor a 0.

$$Soporte(A) = \{x \in X \mid A(x) > 0\}$$

- **Núcleo de un conjunto difuso.** Elementos de X que pertenecen a A con grado mayor a 0.

$$Nucleo(A) = \{x \in X \mid A(x) = 1\}.$$

$$\text{Lógicamente: } Nucleo(A) \subseteq Soporte(A)$$

- **$\alpha$  Corte.** Valores de x con grado mínimo  $\alpha$ :  $A_\alpha = \{x \in X \mid A(x) \geq \alpha\}$
- **Conjunto Difuso Convexo o Cóncavo.** Si su función de pertenencia cumple con lo siguiente:

$$\forall x_1, x_2 \in X \quad y \quad \forall \lambda \in [0,1]$$

- Convexo.  $A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min \{A(x_1), A(x_2)\}$ , significa que, cualquier punto entre  $x_1$  y  $x_2$  tenga un grado de pertenencia mayor que el mínimo de  $x_1$  y  $x_2$ .

- Cóncavo.  $A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \max \{A(x_1), A(x_2)\}$

- Cardinalidad de un Conjunto Difuso. Siempre y cuando sea de universo finito:

$$Card(A) = \sum_{x \in X} A(x)$$

#### 4.8 Cálculo de la Función de Pertenencia



Las funciones de pertenencia pueden calcularse de diversas formas. El método a elegir depende de la aplicación en particular, del modo en que se manifieste la incertidumbre y en el esta sea medida durante los experimento.

### 1. Método Horizontal.

- Se basa en las respuestas de un grupo de N "expertos"
- La pregunta tiene el formato siguiente "¿Puede x ser considerando compatible con el concepto A?"
- Sólo se acepta un "SI" o un "NO" de forma que:  $A(x) = (\text{Respuestas Afirmativas})/N$ .

### 2. Método Vertical.

- Se escogen varios valores para  $\alpha$ , para construir sus  $\alpha$ -cortes.
- La pregunta es la siguiente, efectuada para esos valores de  $\alpha$  predeterminados: "¿Identifiqué los elementos de X que pertenecen a A con grado no menor que  $\alpha$ ?"
- A partir de esos  $\alpha$ -cortes se identifica el conjunto difuso A (usando el llamado Principio de Identidad o Teorema de Representación)

### 3. Método de Comparación de Parejas

- Suponemos que tenemos ya el conjunto difuso A, sobre el Universo X de n valores  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$
- Calcular la Matriz Recíproca  $M = [a_{hi}]$ , matriz cuadrada n x n:
  - Diagonal Principal es siempre 1.
  - Propiedad de Reciprocidad.
  - Propiedad Transitiva.
- El proceso es el inverso:
  - Se calcula la matriz M.
  - Se calcula A a partir de M



- Para calcular M, se cuantifica numéricamente el nivel de prioridad o mayor pertenencia de una pareja de valores:  $x_i$  con respecto a  $x_j$ .
  - Número de comparaciones:  $n(n-1)/2$ ;
  - La transitividad es difícil de conseguir.

#### 4. Método basado en la Especificación del Problema.

- Requieren una función numérica que quiera ser aproximada.
- El error se define como un conjunto difuso: Mide la calidad de la aproximación.

#### 5. Método basado en la Optimización de Parámetros.

- La forma de un conjunto difuso A, depende de unos parámetros denotados por el vector p: Representado por  $A(x; p)$
- Obtenemos algunos resultados experimentales, en la forma de parejas (elemento, grado de pertenencia):  $(E_k, G_k)$  con  $k=1, 2, \dots, N$ .
- El problema consiste en optimizar el vector p. 
$$\min_p \sum_{k=1}^N [G_k - A(E_k; p)]^2$$

#### 6. Método basado en la Agrupación Difusa.

- Se trata de agrupar los objetos del Universo en grupos cuyos niveles de pertenencia a cada grupo son vistos como grados difusos.
- Existen varios algoritmos de Fuzzy Clustering, pero el más aceptado es el algoritmo "Fuzzy Isodata" [Bezdek, 1981]

### 4.9 Extensiones de los Conjuntos Difusos

1. Conjuntos Difusos Evaluados en Intervalo  $\hat{A}$ . Si resulta difícil definir una determinada función de pertenencia, podemos definir dos:

- $\hat{A} = (A_-, A_+)$  siendo las funciones de pertenencia inferior y superior respectivamente:  $A_-(x) \leq A_+(x)$ .

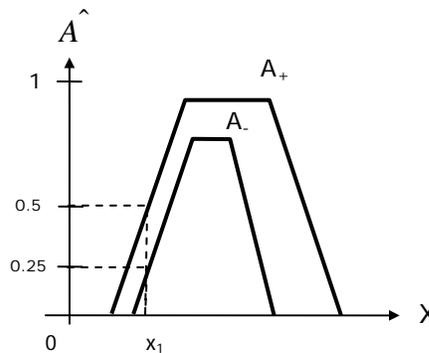


Fig. 31 Conjuntos Difusos Evaluados en Intervalo  $\hat{A}$

2. Conjuntos Difusos de Segundo Orden  $\tilde{A}$ . Los grados de pertenencia son a la vez conjuntos difusos en el intervalo unidad. Solo es posible en universos finitos.

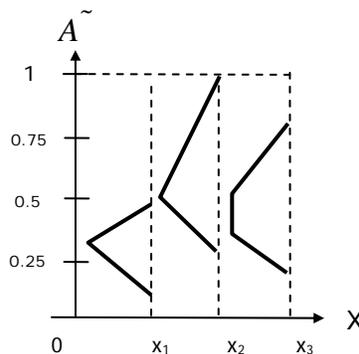


Fig. 32 Conjuntos Difusos de Segundo Orden en el Intervalo  $\tilde{A}$

3. Conjuntos Difusos Evaluados en Intervalo Difuso  $A^\alpha$ . Es una mezcla de los dos anteriores.

- Se eligen unos determinados valores  $\alpha_k$  y se crea una función de pertenencia  $f^k$  para cada uno de ellos, de forma que  $\forall i f^k(x_i) = \alpha_k$
- Es factible en universos infinitos.
- Lectura:  $x_1$  pertenece al conjunto  $A$  con grado 0.8 y la certeza de que eso sea cierto es de 0.7.

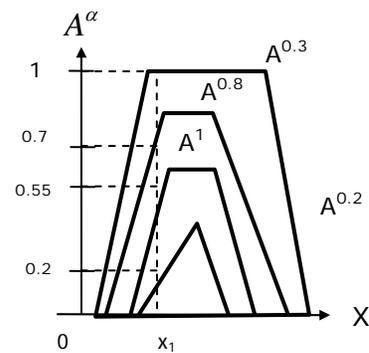


Fig. 33 Conjuntos Difusos Evaluados en Intervalo Difuso  $A^\alpha$

4. Conjuntos Difusos Tipo-Dos. Los grados de pertenencia son representados por conjuntos difusos definidos, en general, en el intervalo  $[0,1]$ :
  - En universos finitos es como una colección de conjuntos difusos: uno para cada elemento.



## CAPITULO V

### DISEÑO Y DESARROLLO DE UN ALGORITMO GENÉTICO HÍBRIDO PARA EL PROBLEMA SIMPLE DE EQUILIBRADADO DE LINEAS DE ENSAMBLE EN LA INDUSTRIA DEL VESTIDO

#### **5.1 Método Propuesto: AGH-LD04.**

Los métodos de resolución existentes hasta el momento; vistos en el Capítulo II, son métodos que utilizan técnicas diferentes al que se propone en esta tesis. La mayoría resuelven el SALB-1 y ese es su objetivo en común, encontrar la forma más eficiente de asignar trabajo a las diversas estaciones. Al método de resolución para el SALBP-1 que en la tesis se plantea, es llamado AGH-LD04. Es un método de hibridación paralela; ya que la Lógica Difusa participa en el Algoritmo Genético como parte de un procedimiento básico del mismo, que busca encontrar la forma más eficiente de asignar tareas a diversos puestos de trabajos.

Se llevaron a cabo las siguientes actividades:

1. Representación de la solución en términos genéticos.
2. Generación de la Población inicial.
3. Identificación de las restricciones y las funciones objetivo.
4. Funciones de Selección y Operadores Geneáticos utilizados.
  - Cruzamiento
  - Mutación
5. Parámetros del Algoritmo Genético Híbridos Principales.
6. Estructura y Diseño del Algoritmo AGH-LD04.

### 5.1.1 Representación de la solución en términos genéticos.

El cromosoma representa una secuencia de ensamble determinada. Cada alelo del cromosoma representa una tarea, cada tarea lleva implícito un tiempo y un conjunto de tareas que conforman las precedencias. Al cromosoma mostrado en la figura, se le conoce como cromosoma secuencial numérico.

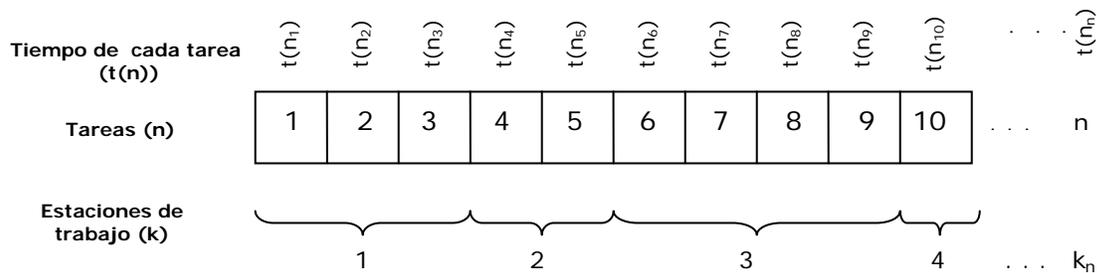


Fig. 34 Cromosoma utilizado en AGH-LD04

Las precedencias de cada tarea son muy importantes ya que serán determinantes desde el punto de partida del algoritmo en la creación de la población inicial.

#### Datos de entrada:

- Tiempo de Ciclo,  $T_c$ .
- Tiempo de cada Tarea,  $t(n)$
- Precedencias de cada tarea, (MP)
- Numero máximo de precedencias por tarea en toda la línea. (NMP)

#### Datos de salida.

- Número de Estaciones de Trabajo abiertas,  $k$ .
- Tiempo Ocioso Total de Toda la Línea,  $T_o$ .
- Porcentaje de Demora, %D.
- Porcentaje de Eficiencia, %E.

### 5.1.2 Creación de la Población inicial.

La población inicial es generada semialeatoriamente, debido a que no se permiten cadenas que no respeten orden de precedencia. Es necesario iniciar con una población de cromosomas que cumplan con otra condición: crear alelos diferentes a lo largo de todo el cromosoma en un rango determinado (1 ...N), es decir no se permiten alelos iguales en toda la cadena.

Para esto se utiliza una rutina especial en donde se genera aleatoriamente un número entero del 1 ... N, se verifica en la Matriz de Precedencia (MP) si para éste número existen tareas que le antecedan, en caso de ser una tarea aislada y sin precedencias se asigna al primer alelo, pero en caso de tener tareas antecesoras y el cromosoma no las contenga ya, se vuelve a generar otro número. Cada número creado es verificado antes de asignarlo, dentro de la matriz y en el cromosoma para comprobar que no exista antes.

Para respetar el orden de precedencia se introduce una MP que necesita los siguientes datos:

- Columnas: Numero Máximo de Precedencias por tarea. (NMP)
- Filas: Numero de Tareas en total. (N)
- Para facilitar el llenado es mejor contar con Un Diagrama de Precedencias.

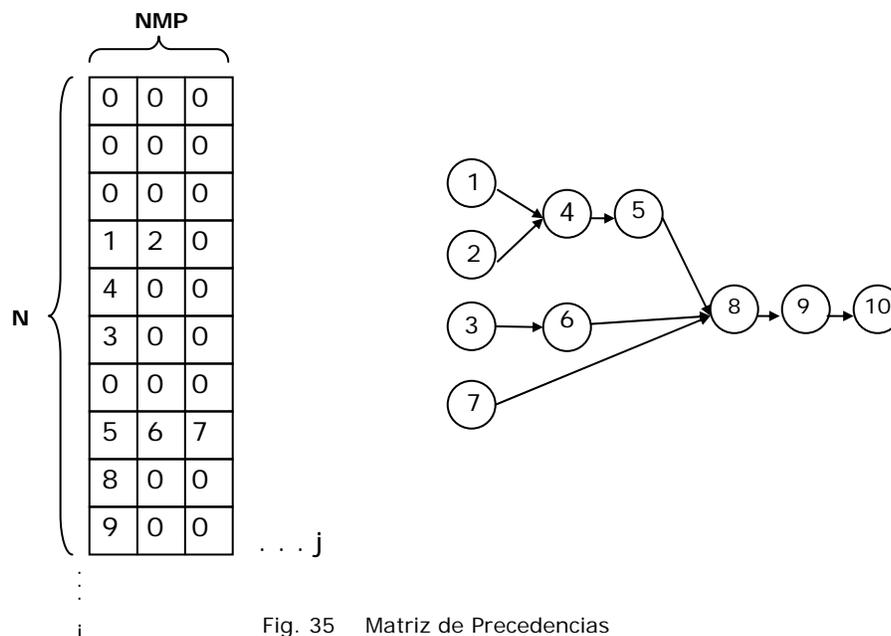


Fig. 35 Matriz de Precedencias





### 5.1.3 Identificación de las restricciones y las funciones objetivo.

Al decir que es un procedimiento híbrido se entiende que se utilizan conceptos no sólo genéticos, sino difusos a la vez. En este respecto cabe mencionar que las restricciones utilizadas dentro del AGH-LD04 son evaluadas por funciones difusas. Las funciones difusas evitarán la normalización de los resultados de la evaluación, facilitando su interpretación en el valor de la aptitud. Se utilizaron los conjuntos difusos con función de pertenencia  $A: X \rightarrow [0,1]$ , en donde se asigna el valor 0 ó 1 a cada elemento para indicar la pertenencia o no a dicho conjunto. La función de pertenencia puede generalizarse de forma que los valores asignados a los elementos del conjunto caigan en un rango particular y con ello indican el grado de pertenencia de los elementos al conjunto en cuestión.

#### 5.1.3.1 Restricciones

##### Restricción 1. Crear cromosomas donde no se permita la repetición de alelos.

Esta restricción ha quedado dentro de las más importantes debido a que se asegura que jamás se creen cadenas repetidas. Al generar la población sin este problema, se ayuda al algoritmo a solucionar esta condición.

Conjunto difuso

1	3	2	4	5	6	7	8	9	10
3	2	1	4	6	5	7	9	8	10

Alelos No Repetidos

1	1	2	4	5	6	7	8	8	10
10	3	2	4	5	6	7	8	9	10

Alelos Repetidos

Función Difusa

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \rightarrow \text{cromosoma con alelo repetido} \\ 0 & \rightarrow \text{cromosoma sin alelo repetido} \end{cases} \dots (9)$$



**Restricción 2. Respetar las órdenes de precedencia de todas las tareas.**

El hecho de que un alelo no se repita no garantiza que sea del todo factible ya que se debe considerar además la restricción principal del problema, las precedencias. Para verificar que esto sea posible se necesita utilizar la MP. Las órdenes de precedencia no se violaran aun y cuando las cadenas se encuentren mezclándose en la ejecución del algoritmo: cruzamiento y mutación, debido a que se aseguro desde la generación inicial que se crearan cadenas factibles. Con esta restricción asegura que jamás se seleccione una solución errónea.

Conjunto difuso

1	3	2	4	5	6	7	8	9	10
3	2	1	4	6	5	7	9	8	10

Alelos que respetan precedencias

1	10	4	3	2	5	6	7	9	8
10	3	2	4	5	6	7	8	9	1

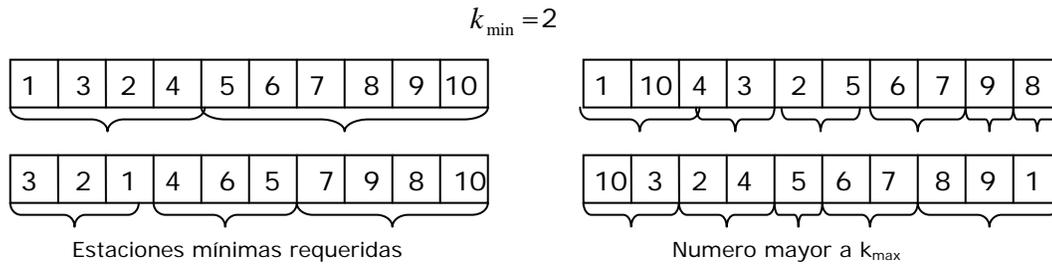
Alelos que no respetan precedencias

Función Difusa

$$f(x_2) = \begin{cases} 1 & \rightarrow \text{Se respeta precedencia} \\ 0 & \rightarrow \text{No se respeta precedencia} \end{cases} \dots (10)$$

**Restricción 3. El número máximo de estaciones de trabajo debe ser  $K_{max}$ .**

Aquellas cadenas que ya cumplieron con los dos aspectos anteriores deben pasar además por otra restricción. El Máximo Numero de  $k$  permitidas (Formula No. 2) restringe al algoritmo a seleccionar aquellas cadenas que tengan como máximo  $k_{max}$  y por lo tanto serán seleccionadas aquellas cadenas que mas cercanas estén de  $k_{min}$  La cantidad de Estaciones de Trabajo depende de la secuencia de ensamble que se esté analizando, el número real de estaciones puede variar.



Función Difusa

$$f(x_3) = \begin{cases} 1 & \rightarrow k_{\max} \geq k_{\min} \\ 0 & \rightarrow k_{\max} \leq k_{\min} \end{cases} \dots (11)$$

**Restricción 4. El tiempo máximo permitido para cada estación es menor o igual al tiempo de ciclo.**

Esta restricción se refiere a que  $\sum_{k=1}^{Card} t_k < Tc$ , con el fin de que todas las  $k$  contengan la misma cantidad de trabajo.

**Restricción 5. Cada tarea debe ser asignada a una estación de trabajo.**

Esta restricción obliga a asignar solamente una vez a cada tarea en una sola estación de trabajo. Como no existirán dentro del cromosoma alelos repetidos, será casi imposible que esto suceda. Además que al ser asignada una tarea a una estación esta no se vuelve a considerar.

**Restricción 6. El Tiempo de Ciclo debe ser mayor o igual al  $T_{\max}$  y menor a la Suma de los Tiempos de las tareas.**

Esta restricción permite conocer si el valor introducido como  $Tc$  es correcto, en caso de no serlo se especifica que no es posible realizar la asignación de trabajo a las estaciones, debido que alguna tarea quedará sin ser asignada.  $T_{\max} \leq Tc \leq \sum_{n=1}^N t(n)$

**Restricción 7. El Tiempo Ocioso de cada secuencia debe ser menor o igual al  $T_o$  esperado.**

El  $T_o$  esperado se calcula utilizando  $k_{\min}$  en la Formula 5. Puede ser diferente al  $T_o$  de cada secuencia. La diferencia radica en que el segundo surge del mismo caculo solo



que se realiza tomando en cuenta las estaciones de trabajo abiertas en la secuencia que puede llegar a ser  $k_{\max}$

### 5.1.3.2 Funciones Objetivo

Se plantearon dos funciones objetivo, la primera utiliza el método de mínimos cuadrados para minimizar la diferencia que existe entre el  $Tc$  y  $Tk_A$ .

$$MIN \quad F_1 = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^k \left\{ \left[ \sum_{j=1}^{Card} Tk_{i,j} \right] - Tc \right\}^2}{k_{\max}} \right\}^{1/2} \quad \dots \quad (12)$$

$F_1$ , proporciona los siguientes valores extremos:

Mejor de los casos

$$F_1 = 0 \rightarrow \text{Todos los genes están en el rango del } Tc$$

Peor de los casos

$$F_1 = 1 \rightarrow \text{Todos los genes se pasan del rango del } Tc$$

Cuando la diferencia entre  $Tc$  y  $Tk_A$  es pequeña se obtienen valores cercanos a cero y en el caso contrario los valores se elevan.

La segunda función surge de la idea de obtener mayor precisión en el tiempo que se asigna a cada estación de trabajo. Para esto se utiliza  $\Delta$  que es el  $To$  repartido entre cada una de las  $k$  abiertas (en el caso particular de cada solución), el valor de  $\Delta$  se compara con el valor de asignación de cada estación el cual debe ser muy similar. Para esto se introduce la función objetivo  $F_2$  correspondiente a la Formula 13.

$$MAX \quad F_2 = \left| \left[ \sum_{j=1}^J Tk_j \right] - Tc \right| < \Delta \quad \dots \quad (13)$$

Donde:

$$\Delta = \frac{To}{k_{\max}} \quad \dots \quad (14)$$



$T_{op}$  obtenido de la Formula 4, es un tiempo que varia mucho. Si se calcula  $\Delta$  se puede saber que tan alejado se encuentra el valor del promedio.

A  $F_2$  se le dan los siguientes casos extremos:

$F_2=0\% \rightarrow$  Mejor de los casos

...

$F_2=100\% \rightarrow$  Peor de los casos

De todo el cromosoma se obtiene un porcentaje del numero de estaciones que cumplieron con  $\Delta$ .

#### 5.1.3.2.1 Función de Evaluación Difusa

La función de evaluación que a continuación se explica es muy importante ya que proporciona el valor de aptitud de cada cromosoma. La aptitud se asigna a todos los cromosomas de la población al finalizar cada generación. El Algoritmo selecciona en cada generación al individuo con el valor numérico más cercano a cero, si no lo encuentra se queda con el anterior hasta que sea posible reemplazarlo, de no darse el caso se entiende que no existe un individuo mejor dentro de su campo de soluciones. Ahora bien, la función difusa citada en la Formula 15, busca determinar cuales cromosomas son los más idóneos en cada generación.

$$FD = e^{(F_1+F_2)} + \arctg(w_1R_1 + w_2R_2 + w_3R_3) \dots (15)$$

Donde:

$F_1$  = Valor mínimo de la diferencia entre  $T_c$  y  $Tk_A$

$F_2$  = Valor de la Función 2

$R_1$  = Resultado de la restricción 1

$R_2$  = Resultado de la restricción 2

$R_3$  = Resultado de la restricción 3

$w_1 = 10$ , Peso de la Restricción 1

$w_2 = 6$ , Peso de la Restricción 2

$w_3 = 4$ , Peso de la Restricción 3



Los pesos dados a las restricciones fueron determinados por criterio propio, dando mayor valor a la restricción con mayor importancia en el problema a la restricción número 1, después a la 2 y finalmente a la restricción 3.

El resultado de R1, R2 y R3 corresponde a las funciones difusas, mencionadas en el tema de Restricciones. Sus valores varían entre 0 y 1.

#### **5.1.4 Funciones de Selección y Operadores Genéticos utilizados.**

La función de selección que se utiliza es la de torneo ya que garantiza que el mejor individuo se conserve al menos hasta encontrarse uno mejor, cada generación será mejor o en el peor caso igual a la anterior. Se seleccionara al 60% de la población para aplicar los operadores genéticos. Las clases de operadores genéticos utilizados son:

##### **5.1.4.1 Operador Cruzamiento**

El cruzamiento (crossover) en este tipo de problema es considerablemente sencillo porque los cromosomas contienen la misma cantidad de alelos y por lo tanto son del mismo tamaño. Sin embargo es necesario que se garantice la conservación de la precedencia y además evitar que al realizarse la mezcla no se repitan los alelos del cromosoma. Por esta razón se seleccionó la Cruza Cíclica que es conocida también como la heurística de "permutación de genomas". Los genomas conservan la propiedad de ordenamiento de los elementos con respecto a alguna secuencia, por lo general cualquier ordenamiento real, o bien algo análogo por ejemplo: "los números del 1 al N"

En vez de escoger un solo lugar de cruce y cambiar los conjuntos de alelos después de aquel punto, la Cruza Cíclica trata al cromosoma de forma circular, selecciona dos lugares, y cambia los alelos entre aquellas dos posiciones.

La Cruza Cíclica toma un subconjunto de genes de un padre, y lo complementario del otro padre, intercambia los genes en el mismo orden que estaban en su genoma respectivo paterno, y en la misma correspondencia de cada subconjunto ocupado en ambos genomas paternos. La cruza es cíclica porque los genes siguen cambiando hasta que encuentran la posición en la cual comenzaron, así se garantiza la conservación de las propiedades del genoma padre. El ciclo cambiado puede ser un subciclo de permutación, permitiendo la posibilidad de que el progreso pueda ocurrir o bien se pueden cambiar los dos genomas paternos completamente. Lo peor que

puede suceder es que no existan subciclos lo que significa una pérdida de tiempo pero al menos se ha garantizado la conservación de la precedencia.

Considérese el siguiente ejemplo:

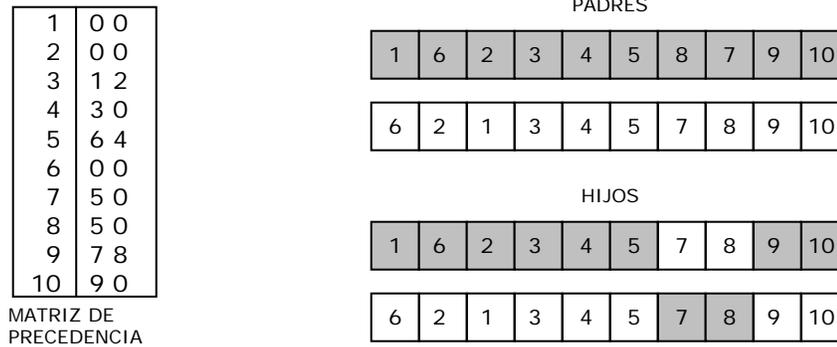


Fig. 37 Cruzamiento Cyclic Crossover

### 5.1.4.2 Operador Mutación

El operador mutación para el caso en específico del ALBP debe ser especial ya que se desea conservar el orden de precedencia de algunos alelos. El método aquí utilizado se llama Scramble Mutation y consiste en escoger un punto X al azar en donde se cortará el cromosoma a ser mutado. A la parte de X hacia la izquierda se le denomina cabeza, y del lado contrario cuerpo. Se conserva la cabeza del cromosoma y el cuerpo se vuelve a generar utilizando la misma técnica con que se creó la población inicial.

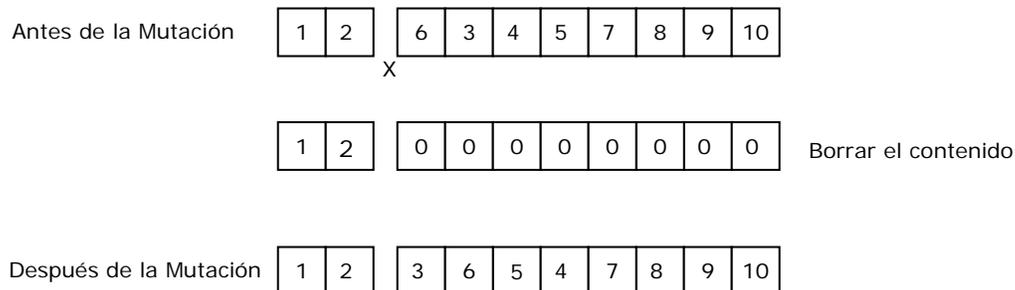


Fig. 38 Scramble Mutation



### 5.1.5 Parámetros Principales del Algoritmo Genético Híbrido

El AGH-LD04 requiere de ciertos factores que al modificarse alteran el comportamiento de algoritmo y por consecuencia su resultado, estos son:

- Numero de individuos en cada generación.
- Probabilidad de cruza.
- Probabilidad de mutación.

Como no se conoce con exactitud la solución final del problema, es necesario utilizar un criterio de detención del algoritmo como:

- Numero máximo de generaciones.
- Cuando la población se haya estabilizado, es decir cuando se tenga la misma aptitud para todos los cromosomas.

#### Parámetros del AGH-LD04

Los parámetros establecidos para nuestros ejemplos fueron los siguientes:

- Tamaño de la población: 50 individuos por generación.
- Numero de Generaciones: 50
- Probabilidad de cruza: 60%
- Probabilidad de Mutación: 2%

El algoritmo termina al analizar las 50 generaciones. Sin embargo el AGH-LD04, despliega el número de generación en la que encontró un buen valor de aptitud, y el valor de aptitud calculado. Cada vez que se mejore ese valor se sustituye por el nuevo, con la finalidad de mejorar en cada generación el cromosoma seleccionado.

### 5.1.6 Estructura y Diseño del Algoritmo AGH-LD04.

El AGH-LD04 sigue la siguiente secuencia:

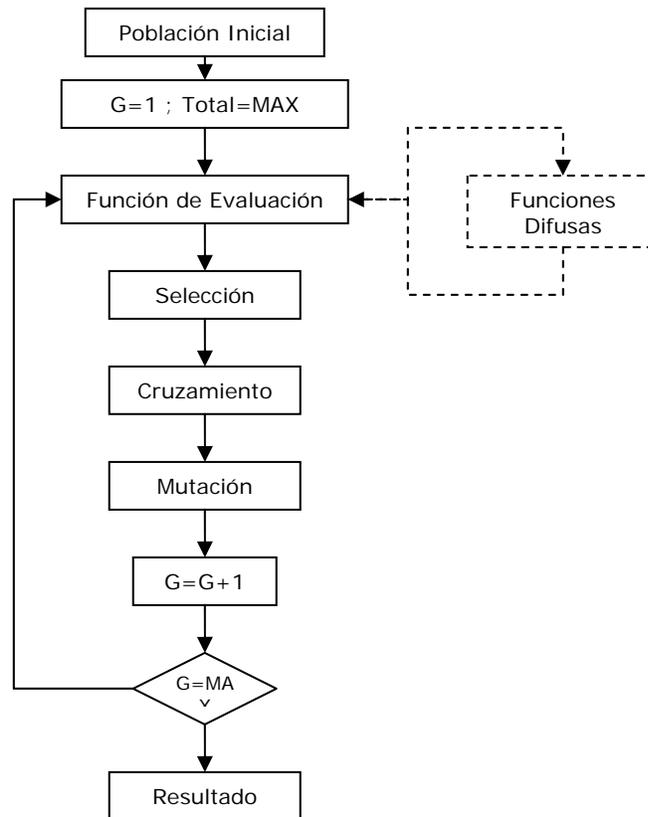


Fig. 39 Estructura del AGH-LD04

La población inicial ya está formada por individuos que cumplen con ciertas condiciones, esto facilita la búsqueda en el espacio de soluciones. La Lógica Difusa actúa sobre la Función de Evaluación, es decir con la decisión de evaluar la aptitud que muestran los individuos creados, cuando se tienen que decidir entre criterios poco claros.

El AGH-LD04 es un algoritmo elitista, porque en cada generación selecciona como mejor individuo al que garantiza ser mejor que el de la generación actual, de no existir mantiene al mejor individuo de la generación hasta que se presente el caso de sustituirlo con otro, por lo que se desechan las peores soluciones.



## CAPITULO VI

### RESULTADOS, CONCLUSIONES, RECOMENCACIONES Y SUGERENCIAS PARA TRABAJOS FUTUROS

#### 6.1 RESULTADOS Y ANALISIS

Se realizaron algunos ejemplos que representan a los problemas más clásicos que se presentan en la IDV. Se trató de representar los procesos de ensamble más comunes y variados con respecto al número de operaciones. El AGH-LD04 puede ser utilizado para problemas con un número mayor de las operaciones que aquí se proponen, pero debe de tomarse en cuenta que resulta impráctico para las líneas de ensamble la existencia de un número inmenso de operaciones, esto como consecuencia del costo que representa cada tarea en tiempo, dinero y esfuerzo.

Para cada uno de los ejemplos propuestos se detallan los parámetros genéticos utilizados y las características del problema. También se realiza el análisis de los resultados obtenidos con el método AGH-LD04 y se comparan con la técnica COMSOAL. Esta comparación se realiza para comprobar que el AGH-LD04 obtenga resultados por lo menos iguales al método COMSOAL.



**Ejemplo 1**

<b>No. Tareas:</b>	45	<b>No. Precedencias:</b>	46
<b>Tc:</b>	1.54	<b>Tiempo Total:</b>	22.21

**AGH-LD04**

<b>Cruzamiento:</b>	60%	<b>Generación</b>	<b>Fitness</b>
<b>Mutación:</b>	2%	1	77.971376
<b>Población Inicial:</b>	50	2	77.856013
<b>Generaciones</b>	50	3	77.855721
		29	77.855370
		30	77.852855
		31	77.851682
		45	77.850802
		47	77.848570
		49	77.845330
		50	77.741329

**Secuencia:** 1, 19, 4, 11, 5, 20, 12, 21, 7, 2, 17, 29, 18, 22, 8, 23, 41, 13, 9, 30, 14, 16, 10, 3, 31, 6, 32, 33, 25, 27, 34, 35, 36, 26, 15, 24, 37, 38, 28, 39, 42, 40, 43, 44, 45

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
		1	1,19,4,11	1.29	0.25	
		2	5,20,12,21	1.06	0.48	
		3	7,2,17	1.21	0.33	
		4	29, 18, 22, 8, 23	1.37	0.17	
		5	41, 13, 9	1.32	0.22	
		6	30, 14	1.21	0.33	
		7	16, 10, 3	1.41	0.13	
		8	31	1.5	0.04	
19.88	80.12	9	6,32,33	1.29	0.5	5.76
		10	25, 27, 34	1.32	0.22	
		11	35, 36	1.25	0.29	
		12	26, 15, 24	1.23	0.31	
		13	37, 38, 28	1.41	0.13	
		14	39, 42	1.28	0.26	
		15	40	1.36	0.18	
		16	43	0.9	0.64	
		17	44	0.9	0.64	
		18	45	0.9	0.64	

**QS, COMSOAL**

**Secuencia:** 29, 4, 11, 17, 18, 7, 19, 20, 1, 8, 2, 5, 9, 10, 12, 3, 21, 22, 23, 13, 30, 14, 15, 41, 24, 31, 6, 27, 32, 25, 33, 34, 40, 35, 26, 16, 28, 42, 26, 37, 38, 39, 43, 44, 45

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
31.74	68.2875	1	29, 4, 11, 17	1.54	1.540	7.05
		2	18, 7, 19	1.45	0.09	
		3	20, 1, 8, 2, 5, 9	1.46	0.08	



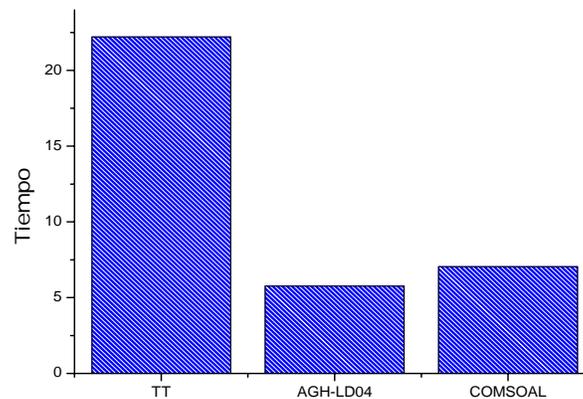
4	10,12,3,21,22,23,13	1.43	0.11
5	30,14,15	1.38	0.16
6	41,24	1.04	0.5
7	31	1.5	0.04
8	6,27	1.4	0.14
9	32,25,33,34	1.21	0.33
10	40	1.36	0.18
11	35,26	1.27	0.27
12	16,28,42	1.27	0.27
13	36,37	1.2	0.34
14	38	0.94	0.6
15	39	1.06	0.48
16	43	0.9	0.64
17	44	0.9	0.64
18	45	0.9	0.64

Tabla No. 15

Resultados del Ejemplo 1

En el primer ejemplo se observa la diferencia que existe entre los Tiempos Ociosos obtenidos por el AGH-LD04 y el Qs 2.1 Comsoal respectivamente, aunque ambos métodos determinaron 18 Estaciones de trabajo para la asignación del trabajo, se tiene que el AGH-LD04 encuentra una mejor opción, ya que la demora es menor y el % de Eficiencia es mayor.

Tiempo Ocioso 45 tareas



Grafica 6. Ejemplo 1



**Ejemplo 2**

<b>No. Tareas:</b>	49	<b>No. Precedencias:</b>	56
<b>Tc:</b>	2.15	<b>Tiempo Total:</b>	29.65

**AGH-LD04**

<b>Cruzamiento:</b>	60%	<b>Generación</b>	<b>Fitness</b>
<b>Mutación:</b>	2%	1	77.964929
<b>Población Inicial:</b>	50	3	77.947116
<b>Generaciones</b>	50	5	77.932763
		28	77.931887
		32	77.86284
		50	77.849587

**Secuencia:** 26, 17, 18, 19, 20, 11, 21, 22, 1, 6, 2, 3, 4, 24, 7, 23, 25, 28, 8, 12, 9, 5, 37, 33, 27, 10, 13, 29, 30, 14, 15, 34, 31, 35, 32, 16, 36, 40, 41, 38, 39, 42, 43, 44, 45, 46, 48, 47, 49

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
		1	26, 17	1.45	0.7	
		2	18, 19, 20	1.45	0.7	
		3	11, 21, 22, 1, 6, 2	1.89	0.26	
		4	3, 4, 24	2.082	0.068	
		5	7, 23, 25	1.868	0.282	
		6	28, 8, 12	2.116	0.034	
		7	9, 5	1.92	0.23	
13.81	86.19	8	37, 33, 27, 10	1.99	0.16	4.75
		9	13, 29, 30	1.88	0.27	
		10	14, 15, 34	2.05	0.10	
		11	31	1.25	0.90	
		12	35, 32	1.91	0.24	
		13	13, 36, 40	2.04	0.11	
		14	41, 38, 39	1.914	0.236	
		15	42, 43, 44, 45	2.039	0.111	
		16	46, 48, 47, 49	1.801	0.349	

**QS, COMSOAL**

**Secuencia:** 26, 22, 17, 1, 6, 2, 9, 10, 24, 3, 7, 11, 23, 25, 28, 18, 27, 4, 19, 12, 20, 21, 29, 33, 30, 31, 32, 40, 41, 8, 34, 13, 42, 14, 35, 15, 16, 5, 37, 36, 38, 39, 43, 44, 45, 46, 48, 47, 49

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
13.81	86.19	1	26, 22, 17, 1, 6, 2	2.04	0.11	4.75
		2	9, 10, 24, 3	2.13	0.02	
		3	7, 11, 23	1.95	0.2	
		4	25, 28, 18	2.114	0.036	
		5	27, 4, 19	1.972	0.178	
		6	12, 20, 21, 29, 33	2.07	0.08	
		7	30, 31	2.03	0.12	
		8	32, 40, 41	1.9	0.25	
		9	8, 34	1.95	0.2	
		10	13, 42, 14	1.88	0.27	
		11	35, 15, 16	1.95	0.2	

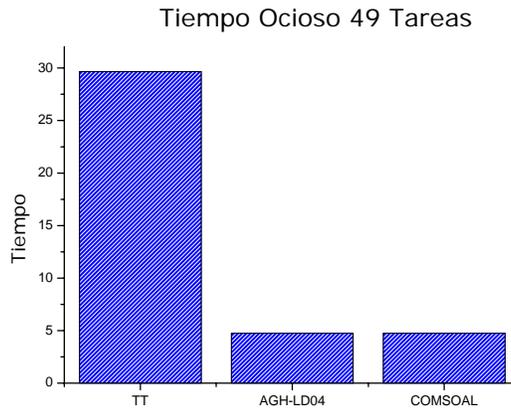


12	5,37	1.92	0.23
13	36,38	1.774	0.376
14	39,43,44	1.719	0.4310
15	45,46,48,47	1.816	0.334
16	49	0.4350	1.715

Tabla No. 16

Resultados del Ejemplo 2

En este ejemplo, se tienen resultados similares, la diferencia radica en la asignación de las tareas. Lo que hace pesar que en este caso en específico de problema donde existen 45 tareas y 46 precedencias, se tienen secuencias con el mismo valor de Eficiencia y de Demora.



Grafica 7. Ejemplo 2

La Grafica anterior muestra la igualdad en los resultados de este problema.



**Ejemplo 3**

<b>No. Tareas:</b>	50	<b>No. Precedencias:</b>	52
<b>Tc:</b>	1.85	<b>Tiempo Total:</b>	30.027

**AGH-LD04**

<b>Cruzamiento:</b>	60%	<b>Generación</b>	<b>Fitness</b>
<b>Mutación:</b>	2%	1	77.905785
<b>Población Inicial:</b>	50	2	77.824487
<b>Generaciones</b>	50	3	77.819614
		45	77.731749
		47	77.731457
		50	77.73000

**Secuencia:** 16, 10, 17, 18, 11, 13, 12, 14, 19, 20, 21, 15, 22, 18, 33, 1, 32, 2, 3, 23, 25, 4, 24, 31, 38, 26, 27, 7, 29, 30, 8, 5, 6, 35, 41, 34, 46, 44, 9, 36, 37, 40, 42, 47, 48, 49, 50

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	T <sub>Op</sub>	To
		1	16,10,17,18	1.64	0.21	
		2	11,13,12	1.74	0.11	
		3	14,19	1.735	0.115	
		4	20,21	1.84	0.01	
		5	15,22,18,33	1.767	0.083	
		6	1,32	1.66	0.19	
		7	2,3	1.45	0.4	
		8	23,25	1.54	0.31	
9.83	90.18	9	4,24	1.758	0.092	3.273
		10	31,38,26	1.51	0.34	
		11	27,7,29	1.75	0.1	
		12	30,8,5,6	1.76	0.09	
		13	35,41,34,	1.83	0.02	
		14	39,43,45	1.837	0.013	
		15	46,44	1.53	0.32	
		16	9,36,37,40	1.38	0.47	
		17	42,47,48	1.6	0.25	
		18	49,50	1.7	0.15	

**QS, COMSOAL**

**Secuencia:** 1, 7, 8, 23, 2, 16, 20, 10, 24, 3, 17, 26, 13, 11, 18, 25, 21, 22, 12, 27, 14, 4, 5, 15, 6, 29, 19, 30, 9, 35, 34, 28, 33, 36, 39, 32, 37, 40, 43, 44, 31, 38, 41, 45, 46, 42, 47, 48, 49, 50

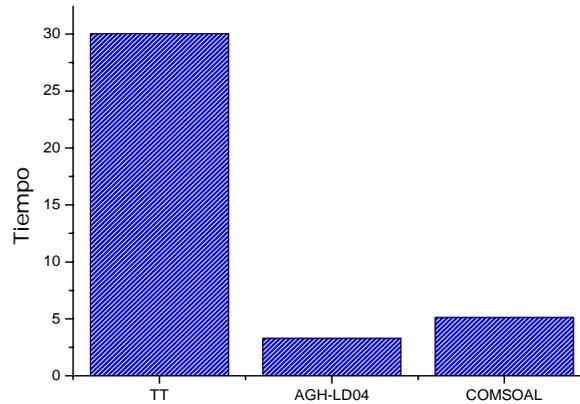


%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
		1	1, 7,	1.78	0.07	
		2	8, 23,	1.41	0.44	
		3	2,	1	0.85	
		4	16, 20,	1.72	0.13	
		5	10, 24, 3,	1.768	0.082	
		6	17, 26, 13, 11,	1.76	0.09	
		7	18, 25, 21,	1.76	0.09	
		8	22, 12,	1.197	0.653	
		9	27, 14,	1.73	0.12	
14.57	85.43	10	4, 5, 15,	1.57	0.28	5.123
		11	6, 29, 19, 30,	1.765	0.085	
		12	9, 35, 34,	1.62	0.23	
		13	28, 33, 36, 39,	1.64	0.21	
		14	32, 37, 40, 43,	1.58	0.27	
		15	44, 31,	1.74	0.11	
		16	38, 41,	1.05	0.8	
		17	45, 46,	1.637	0.213	
		18	42, 47, 48,	1.6	0.25	
		19	49, 50,	1.7	0.15	

Tabla No. 17

Resultados del Ejemplo 3

Tiempo Ocioso 50 tareas



Grafica 8. Ejemplo 3

El AGH- LD04 muestra una superioridad en el Ejemplo 3, debido a que ha encontrado una secuencia de asignación que minimiza el Tiempo ocioso de manera significativa. La Grafica anterior así lo muestra.



**Ejemplo 4**

<b>No. Tareas:</b>	56	<b>No. Precedencias:</b>	58
<b>Tc:</b>	0.93	<b>Tiempo Total:</b>	29.997

**AGH-LD04**

<b>Mutación:</b>	2%	<b>Generación</b>	<b>Fitness</b>
<b>Cruzamiento:</b>	60%	1	77.722843
<b>Población Inicial:</b>	50	2	77.712835
<b>Generaciones</b>	50	5	77.712544
		6	77.703513
		33	77.703400
		49	77.703124
		50	77.703124

**Secuencia:** 15, 11, 19, 22, 23, 1, 2, 12, 7, 13, 24, 8, 3, 4, 6, 30, 29, 31, 34, 32, 20, 33, 18, 16, 17, 35, 36, 9, 21, 25, 10, 28, 26, 45, 37, 38, 46, 39, 48, 40, 49, 47, 50, 51, 14, 27, 52, 41, 53, 42, 43, 44, 54, 55, 56

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
21.33	78.67	1	15,11,19	0.782	0.14	8.611
		2	5	0.86	0.07	
		3	22	0.86	0.07	
		4	23	0.876	0.54	
		5	1	0.654	0.276	
		6	2	0.56	0.37	
		7	12	0.75	0.18	
		8	7,13	0.77	0.16	
		9	24	0.756	0.174	
		10	8	0.86	0.07	
		11	3	0.45	0.48	
		12	4	0.656	0.274	
		13	6	0.76	0.17	
		14	30,29	0.882	0.048	
		15	31	0.75	0.18	
		16	34,32	0.88	0.05	
		17	20	0.564	0.366	
		18	33	0.54	0.39	
		19	18	0.876	0.054	
		20	16,17	0.88	0.05	
		21	35,36	0.88	0.05	
		22	9	0.64	0.29	
		23	21	0.75	0.18	
		24	25,10,28	0.913	0.017	
		25	26	0.56	0.37	
		26	45	0.567	0.363	
		27	37	0.76	0.17	
		28	38	0.765	0.165	
		29	46	0.9	0.03	
		30	39	0.56	0.37	
		31	48	0.89	0.04	



32	40,49	0.57	0.36
33	47,50,51	0.82	0.11
34	14,27,52	0.76	0.17
35	41,53	0.85	0.08
36	42	0.56	0.37
37	43	0.78	0.15
38	44	0.65	0.28
39	54	0.62	0.32
40	55	0.79	0.14
41	56	0.546	0.474

**QS, COMSOAL**

**Secuencia:** 22, 23, 19, 7, 11, 24, 20, 1, 2, 3, 5, 4, 18, 30, 21, 15, 16, 31, 25, 17, 26, 47, 6, 12, 29, 13, 14, 45, 50, 51, 46, 8, 9, 48, 32, 33, 34, 27, 41, 42, 49, 43, 52, 35, 36, 10, 40, 53, 28, 37, 38, 39, 44, 54, 55, 56

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
24.99	75.01	1	22,	0.86	0.07	9.993
		2	23,	0.876	0.054	
		3	19, 7,	0.752	0.178	
		4	11,	0.23	0.7	
		5	24,	0.756	0.174	
		6	20,	0.564	0.366	
		7	1,	0.654	0.276	
		8	2,	0.56	0.37	
		9	3,	0.45	0.48	
		10	5,	0.86	0.07	
		11	4,	0.656	0.274	
		12	18,	0.876	0.054	
		13	30,	0.54	0.39	
		14	21,	0.75	0.18	
		15	15, 16,	0.88	0.05	
		16	31,	0.75	0.18	
		17	25, 17,	0.79	0.14	
		18	26,	0.56	0.37	
		19	47,	0.56	0.37	
		20	6,	0.76	0.17	
		21	12,	0.75	0.18	
		22	29, 13,	0.572	0.358	
		23	14,	0.45	0.48	
		24	45, 50, 51,	0.827	0.103	
		25	46,	0.9	0.03	
		26	8,	0.86	0.07	
		27	9,	0.64	0.29	
		28	48,	0.89	0.04	



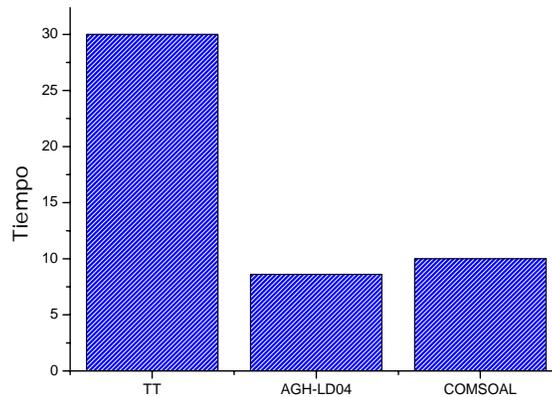
29	32, 33,	0.88	0.05
30	34, 27,	0.66	0.27
31	41,	0.65	0.28
32	42, 49,	0.68	0.25
33	43,	0.78	0.15
34	52, 35,	0.73	0.2
35	36, 10,	0.68	0.25
36	40, 53, 28,	0.773	0.157
37	37,	0.76	0.17
38	38,	0.765	0.165
39	39,	0.56	0.37
40	44,	0.65	0.28
41	54,	0.61	0.32
42	55,	0.79	0.14
43	56,	0.45	0.474

Tabla No. 18

Resultados del Ejemplo 4

En este caso el AGH- LD04 encontró una mejor secuencia de asignación de trabajo con respecto al QS, la Grafica 5 y siguiente así lo muestra con un mayor valor de Tiempo de Ocio.

Tiempo Ocioso 56 Tareas



Grafica 9. Ejemplo 4



**Ejemplo 5**

<b>No. Tareas:</b>	76	<b>No. Precedencias:</b>	85
<b>Tc:</b>	1.18	<b>Tiempo Total:</b>	30.958

**AGH-LD04**

<b>Cruzamiento:</b>	60%	<b>Generación</b>	<b>Fitness</b>
<b>Mutación:</b>	2%	1	77.705427
<b>Población Inicial:</b>	50	3	77.7047621
<b>Generaciones</b>	50	4	77.700166
		5	77.692302
		7	77.691315
		12	77.670790
		16	77.669191
		17	77.649703
		19	77.641569
		20	77.627732
		28	77.623635
		38	77.602869
		40	77.601890
		43	77.594016
		50	77.594016

**Secuencia:** 6, 8, 13, 7, 30, 18, 23, 14, 57, 17, 11, 22, 1, 19, 15, 25, 12, 32, 24, 10, 59, 51 36, 20, 2, 34, 27, 41, 9, 21, 16, 33, 48, 46, 26, 37, 39, 3, 42, 35, 38, 40, 65, 28, 44, 5, 43, 45, 4, 47, 49, 31, 52, 50, 62, 53, 29, 58, 60, 54, 56, 64, 55, 66, 61, 63, 67, 68, 72, 73, 74, 69, 71, 70, 75, 76, 77

<b>%D</b>	<b>%E</b>	<b>K</b>	<b>Tareas Asignadas</b>	<b>T<sub>A</sub></b>	<b>To<sub>p</sub></b>	<b>To</b>
22.92	77.08	1	6, 8,	0.12	0.06	11.902
		2	13, 7,	0.57	0.61	
		3	30,	0.98	0.2	
		4	18, 23,	1.11	0.07	
		5	14, 57,	0.86	0.32	
		6	17, 11,	1.116	0.064	
		7	22,	0.51	0.67	
		8	1,	1	0.18	
		9	19, 15,	1.12	0.06	
		10	25, 12,	0.92	0.26	
		11	32, 24,	1.01	0.17	
		12	10, 59,	1.16	0.02	
		13	36,	0.43	0.75	
		14	20,	0.87	0.31	
		15	2,	1	0.18	
		16	34,27,41,9,	1	0.18	
		17	21,	0.9	0.28	
		18	16, 33,	0.68	0.5	
		19	48, 46,	1.08	0.1	
		20	37,	0.9	0.28	
		21	39,	0.56	0.62	
		22	3,	1.08	0.1	
		23	42, 35,	0.87	0.31	
		24	38,	0.876	0.304	



25	65, 28,	0.87	0.31
26	40,	1.16	0.02
27	44,	0.79	0.39
28	5, 43,	0.856	0.324
9	45, 4,	1.1	0.08
30	47, 49,	1.12	0.06
31	31, 52,	0.9	0.28
32	62, 53,	0.89	0.29
33	50,	1.08	0.1
34	29, 58, 60,	0.92	0.26
35	54, 56,	0.9	0.28
36	64,	0.9	0.28
37	55, 66,	0.99	0.19
38	61, 63,	0.87	0.31
39	67, 68,	0.88	0.3
40	72, 73,	1.01	0.17
41	74,	0.34	0.84
42	69,	0.87	0.31
43	71,	0.98	0.2
44	70, 75, 76, 77	0.31	0.31

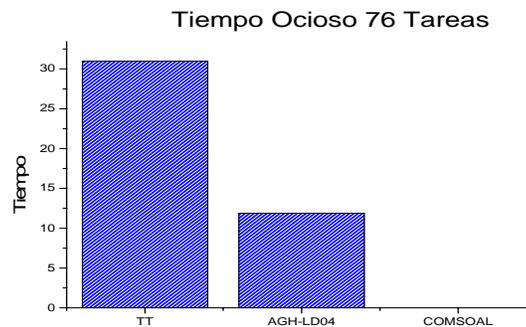
**QS, COMSOAL**

Secuencia:			Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
%D	%E	K				
-	-	-	No hay resultado	-	-	-

Tabla No. 19

Resultados del Ejemplo 5

En este ejemplo solo el AGH-LD04 brinda una solución al Ejemplo5. El Qs no puede encontrar una posible solución para 76 tareas y 85 precedencias. La grafica entonces lejos de significar que el QS tiene Tiempo de Ocio con valor cero, significa que no se brindó ningún valor de respuesta.



Grafica 10. Ejemplo 5



**Ejemplo 6**

<b>No. Tareas:</b>	77	<b>No. Precedencias:</b>	84
<b>Tc:</b>	2.9	<b>Tiempo Total:</b>	37.458

**AGH-LD04**

<b>Cruzamiento:</b>	60%	<b>Generación</b>	<b>Fitness</b>
<b>Mutación:</b>	2%	1	2.973086
<b>Población Inicial:</b>	50	2	2.850275
<b>Generaciones</b>	50	3	2.840666
		5	2.755638
		11	2.742058
		12	2.715743
		13	2.688685
		16	2.679905
		21	2.679482
		24	2.627908
		29	2.548827
		36	2.544889
		50	2.544889

**Secuencia:** 17, 18, 5, 26, 1, 65, 62, 4, 19, 27, 31, 32, 64, 25, 29, 24, 36, 2, 28, 37, 21, 23, 22, 34, 66, 3, 9, 41, 10, 20, 42, 67, 11, 38, 12, 13, 68, 39, 6, 70, 25, 51, 69, 57, 72, 52, 54, 74, 44, 43, 55, 53, 71, 58, 30, 45, 35, 7, 8, 40, 14, 45, 73, 15, 59, 47, 48, 75, 49, 50, 61, 60, 76, 77

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>P</sub>	To
		1	17, 18, 63, 5, 26, 1	2.853	0.647	
		2	65, 62, 4, 19, 27	2.8	0.1	
		3	31, 32, 64, 25, 29, 24	2.872	0.028	
		4	36, 2, 28	2.86	0.04	
		5	37, 21, 23, 33	2.423	0.477	
		6	34, 66, 3	2.532	0.368	
		7	9, 41, 10	2.77	0.13	
		8	20, 42, 67, 11	2.739	0.161	
		9	38, 12, 13, 68	2.553	0.347	
		10	39, 6, 70	2.67	0.23	
9.86	90.13	11	25, 51, 69, 57, 72	2.813	0.087	6.61
		12	52, 54, 74, 44	2.88	0.02	
		13	43, 55, 53, 71, 58	2.87	0.03	
		14	30, 45, 35, 7	2.895	0.005	
		15	8, 40, 14	2.79	0.11	
		16	46, 73	2.34	0.56	
		17	15, 59, 16	2.45	0.45	
		18	56, 47	2.59	0.31	
		19	48, 75, 49	2.859	0.041	
		20	50, 61, 60	2.651	0.249	
		21	76, 77	0.68	2.22	

**QS, COMSOAL**

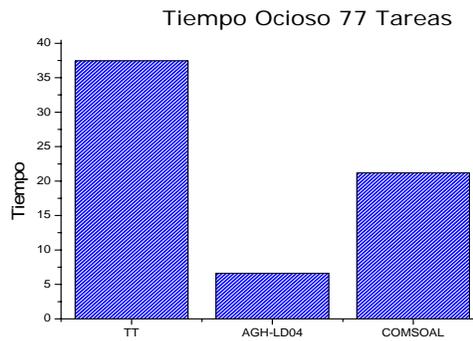
**Secuencia:** 63, 27, 17, 1, 30, 2, 31, 35, 29, 18, 5, 4, 32, 40, 36, 34, 3, 37, 65, 20, 9, 26, 6, 28, 19, 62, 33, 38, 39, 44, 10, 12, 21, 13, 7, 41, 42, 46, 43, 8, 11, 25, 64, 14, 66, 15, 45, 47, 16, 48, 67, 49, 24, 68, 23, 22, 70, 57, 54, 51, 58, 52, 55, 72, 59, 74, 53, 69, 60, 56, 71, 50, 73, 61, 75, 76, 77



%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
		1	63, 27, 17, 1,	1.853	1.047	
		2	30, 2,	2.86	0.04	
		3	31, 35, 29, 18, 5, 4,	2.72	0.18	
		4	32, 40,	2.76	0.14	
		5	36, 34, 3,	2.552	0.348	
		6	37, 65, 20,	2.433	0.467	
		7	9, 26, 6, 28, 19,	2.67	0.23	
		8	62, 33, 38, 39,	2.81	0.09	
		9	44, 10, 12,	0.36	2.54	
		10	21, 13, 7,	1.347	1.553	
13.97	86.03	11	41, 42,	0.49	2.41	21.188
		12	46, 43, 8,	0.35	2.55	
		13	11, 25, 64, 14,	0.369	2.531	
		14	66, 15, 45,	0.775	2.125	
		15	47, 16,	0.32	2.58	
		16	48, 67, 49, 24,	2.59	0.31	
		17	68, 23, 22, 70,	2.52	0.38	
		18	57, 54, 51, 58, 52,	2.653	0.247	
		19	55, 72, 59, 74,	2.57	0.33	
		20	53, 69, 60, 56,	2.56	0.34	
		21	71, 50, 73,	2.57	0.33	
		22	61, 75, 76, 77,	2.48	0.42	

Tabla No. 20

Resultados del Ejemplo 6



Grafica 11. Ejemplo 6



**Ejemplo 7**

<b>No. Tareas:</b>	78	<b>No. Precedencias:</b>	84
<b>Tc:</b>	8.6	<b>Tiempo Total:</b>	89.292

**AGH-LD04**

<b>Mutación:</b>	2%	<b>Generación</b>		<b>Fitness</b>
<b>Cruzamiento:</b>	60%	1		2.973086
<b>Población Inicial:</b>	50	2		2.850275
<b>Generaciones</b>	50	3		2.840666
		5		2.755638
		13		2.688685
		16		2.679905
		21		2.679482
		24		2.548827
		36		2.544889
		50		

**Secuencia:** 6, 19, 11, 12, 13, 37, 7, 1, 5, 34, 15, 8, 16, 35, 33, 2, 36, 3, 9, 4, 14, 48, 10, 49, 52, 53, 50, 51, 32, 31, 38, 54, 30, 39, 43, 55, 29, 40, 17, 41, 28, 27, 44, 45, 77, 74, 78, 42, 46, 73, 18, 47, 20, 75, 76, 72, 21, 22, 24, 25, 23, 71, 26, 60, 59, 61, 70, 58, 69, 62, 57, 68, 63, 67, 56, 64, 65, 66

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
		1	6, 19, 11, 12, 13, 37, 7, 1,	7.88	0.72	
		2	5, 34, 15, 8, 16,	8.362	0.238	
		3	35, 33, 2, 36,	8.588	0.012	
		4	3, 9, 4, 14, 48, 10,	8.452	0.148	
		5	49, 52, 53, 50, 51, 32, 31, 38,	8.421	0.179	
5.61	94.39	6	54, 30, 39, 43, 55, 29, 40,	7.426	1.174	5.308
		7	17, 41, 28, 27, 44, 45, 77,	8.44	0.16	
		8	74, 78, 42, 46, 73, 18, 47,	8.265	0.335	
		9	20, 75, 76, 72, 21, 22,	8.198	0.402	
		10	24, 25, 23, 71, 26, 60, 59, 61, 70,	8.188	0.412	
		11	58, 69, 62, 57, 68, 63, 67, 56, 64, 65, 66,	7.072	1.528	

**QS, COMSOAL**

**Secuencia:** 37, 33, 11, 32, 12, 13, 6, 34, 8, 16, 17, 2, 35, 36, 3, 18, 9, 14, 5, 10, 48, 4, 38, 30, 49, 50, 52, 29, 20, 21, 51, 24, 28, 25, 39, 43, 44, 53, 22, 40, 41, 42, 54, 27, 55, 45, 75, 76, 77, 78, 74, 46, 47, 23, 73, 26, 72, 71, 60, 70, 69, 59, 61, 58, 68, 57, 62, 53, 63, 67, 64, 65, 66

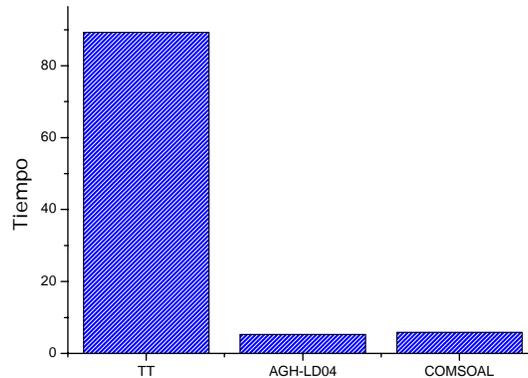
%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>p</sub>	To
		1	37,33,11,32,12,13,6,	8.538	0.62	
		2	19,7,1,15,31	8.17	0.43	
		3	34,8,16,17	8.462	0.138	
		4	2,35,36,3	8.52	0.08	
		5	18,9,14,5,10	8.09	0.51	
6.57	93.43	6	48,4,38,30,49,50	8.543	0.057	5.865
		7	52,29,20,21,51	8.45	0.15	
		8	24,28,25,39,43,44,53,22,40	8.574	0.025	
		9	41,42,54,27,55,45,75,76,77,78,74,46	8.565	0.035	
		10	47,23,73,26,72,71,60,70,69,59,61,58,68,57,62	8.498	0.102	
		11	53,63,67,64,65,66	4.882	3.718	

Tabla No. 21

Resultados del Ejemplo 7



Tiempo Ocioso 78 Tareas



Grafica 8. Ejemplo 7

**Ejemplo 8**

<b>No. Tareas:</b>	50	<b>No. Precedencias:</b>	49
<b>Tc:</b>	3.5	<b>Tiempo Total:</b>	34.73

**AGH-LD04**

<b>Mutación:</b>	2%	<b>Generación</b>		<b>Fitness</b>
<b>Cruzamiento:</b>	60%	1		2.020618
<b>Población Inicial:</b>	50	3		1.991459
<b>Generaciones</b>	50	4		1.968840
		5		1.963126
		8		1.959863
		9		1.902802
<b>Secuencia de ensamble:</b>	13, 2, 6, 11, 1, 15, 10, 39, 5, 14, 7, 3, 4, 8, 18, 12, 17, 16, 21, 19, 24, 22, 9, 29, 30, 23, 33, 20, 36, 32, 31, 37, 26, 25, 34, 27, 35, 38, 40, 41, 28, 44, 42, 43, 46, 47, 48, 45, 49, 50			

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>P</sub>	To
		1	13, 2, 6, 11,	3.39	0.11	
		2	1, 15, 10, 39, 5,	3.22	0.28	
		3	14, 7, 3, 4,	3.11	0.39	
		4	8, 18, 12, 17,	3.24	0.26	
		5	16, 21, 19, 24, 22, 9,	3.30	0.20	
9.79	90.21	6	29, 30, 23, 33, 20,	3.18	0.32	3.77
		7	36, 32, 31, 37,	3.30	0.20	
		8	26, 25, 34, 27,	3.35	0.15	
		9	35, 38, 40, 41, 28,	3.19	0.31	
		10	44, 42, 43, 46, 47,	3.24	0.26	
		11	48	2.21	1.29	

**QS, COMSOAL**

<b>Secuencia de ensamble:</b>	39, 6, 5, 11, 7, 15, 3, 4, 8, 13, 1, 16, 2, 10, 14, 18, 19,
-------------------------------	-------------------------------------------------------------



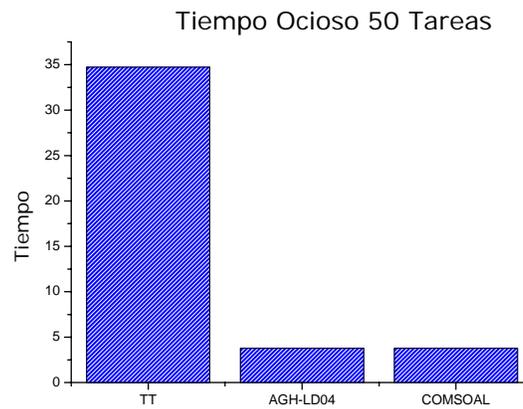
21, 24, 17, 12, 9, 29, 30, 20, 22, 26, 27, 25, 40, 23, 41, 28, 31, 33, 42, 34, 36, 44, 37, 32, 35, 38, 43, 45, 48, 47, 46, 49, 50

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	T <sub>Op</sub>	To
		1	39,6,5,11,7	2.95	0.55	
		2	15,3,4,8	3.49	0.01	
		3	13,1,16,2,	3.41	0.09	
		4	10,14,18,19,21	3.11	0.39	
		5	24,17,12,9,29	3.37	0.13	
9.79	90.21	6	30,20,22,26,27,25,40,23	3.4	0.1	3.77
		7	41,28,31,33,42	3.46	0.04	
		8	34,36,44	3.17	0.33	
		9	37,32,35	3.37	0.13	
		10	38,43,45,48,47	3.44	0.06	
		11	46,49,50	1.56	1.94	

Tabla No.22

Resultados del Ejemplo 8

Todas las secuencias analizadas para ambos métodos de búsqueda de soluciones resultaron tener la misma eficiencia y demora, por lo que aunque la asignación de trabajo se hace utilizando tareas diferentes, ambas secuencias demuestran tener también el mismo Tiempo Ocioso, esto se ve fácilmente en la gráfica siguiente.



Grafica 12. Ejemplo 8



**Ejemplo 9**

<b>No. Tareas:</b> 80	<b>No. Precedencias:</b> 86
<b>Tc:</b> 5.8	<b>Tiempo Total:</b> 58.52

**AGH-LD04**

<b>Mutación:</b> 2%	<b>Generación</b>	<b>Fitness</b>
<b>Cruzamiento:</b> 60%	1	2.611548
<b>Población Inicial:</b> 50	2	2.470073
<b>Generaciones</b> 50	5	2.232565
	6	2.230343
	7	2.229362

**Secuencia:** 1, 6, 22, 2, 3, 4, 9, 11, 13, 12, 8, 10, 21, 7, 20, 34, 23, 19, 35, 5, 17, 28, 14, 33, 40, 15, 18, 49, 68, 24, 37, 16, 50, 38, 69, 27, 29, 51, 75, 45, 42, 44, 26, 47, 43, 25, 41, 46, 48, 56, 57, 30, 31, 55, 59, 36, 53, 39, 32, 58, 54, 66, 77, 52, 64, 67, 60, 65, 71, 74, 72, 61, 63, 62, 70, 73, 76, 78, 79, 80

%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>P</sub>	To
		1	1, 6, 22, 2, 3, 4, 9, 11,	5.41	0.39	
		2	13, 12, 8, 10, 21, 7,	5.44	0.36	
		3	20, 34, 23, 19, 35, 5,	4.39	1.41	
		4	17, 28, 14, 33, 40,	4.62	1.18	
		5	15, 18, 49, 68, 24, 37,	5.49	0.31	
8.26	91.72	6	16, 50, 38, 69, 27, 29, 51, 75,	5.57	0.23	5.28
		7	45, 42, 44, 26, 47, 43,	5.57	0.23	
		8	25, 41, 46, 48, 56, 57, 30, 31, 55, 59,	5.50	0.30	
		9	36, 53, 39, 32, 58, 54, 66, 77,	5.40	0.40	
		10	2, 64, 67, 60, 65, 71, 74, 72, 61,	5.53	0.27	
		11	63, 62, 70, 73, 76, 78, 79, 80,	5.60	0.20	

**QS, COMSOAL**

**Secuencia:** 8, 1, 7, 9, 5, 14, 11, 33, 6, 4, 17, 22, 40, 68, 10, 3, 21, 2, 19, 35, 15, 28, 18, 20, 16, 27, 49, 29, 50, 51, 75, 34, 13, 37, 26, 42, 12, 30, 43, 44, 31, 38, 46, 23, 53, 45, 69, 47, 24, 56, 48, 25, 41, 57, 54, 61, 32, 52, 59, 39, 64, 55, 65, 60, 58, 63, 74, 77, 36, 66, 67, 71, 62, 72, 70, 73, 76, 78, 79, 80

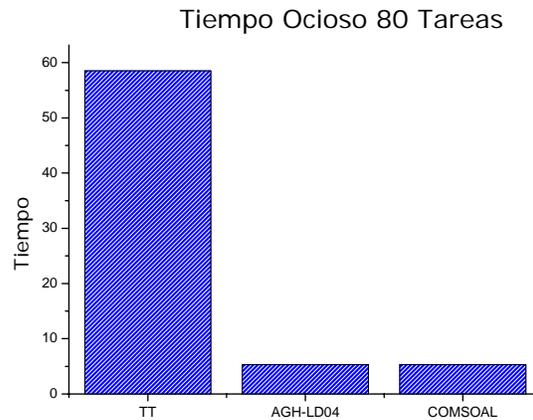
%D	%E	K	Tareas Asignadas	T <sub>A</sub>	To <sub>P</sub>	To
		1	8, 1, 7, 9, 5, 14, 11, 33,	5.8	0	
		2	6, 4, 17, 22, 40, 68,	5.71	0.09	
		3	10, 3, 21, 2, 19, 35, 15, 28,	5.62	0.18	
		4	18, 20, 16, 27, 49, 29, 50, 51,	5.75	0.05	
		5	75, 34, 13, 37, 26, 42, 12,	5.58	0.22	
8.28	91.72	6	30, 43, 44, 31, 38, 46,	5.66	0.14	5.28
		7	23, 53, 45, 69, 47, 24, 56, 48,	5.52	0.28	
		8	25, 41, 57, 54, 61, 32, 52, 59,	5.45	0.35	
		9	39, 64, 55, 65, 60, 58, 63, 74, 77,	5.75	0.05	
		10	36, 66, 67, 71, 62, 72, 70, 73	5.38	0.42	
		11	76, 78, 79, 80	2.30	3.5	

Tabla No.23

Resultados del Ejemplo 9



A este ejemplo se le asigna el mismo valor de % Eficiencia y de %Demora en ambos métodos. El Tiempo Ocioso es igual en ambos casos. Las secuencias también difieren como en los demás casos. La grafica 10, muestra la igualdad en los resultados de Tiempo Ocioso.



Grafica 13. Ejemplo 9



**Ejemplo 10**

<b>No. Tareas:</b>	25	<b>No. Precedencias:</b>	25
<b>Tc:</b>	7.3	<b>Tiempo Total:</b>	17.17

**AGH-LD04**

<b>Mutación:</b>	2%	<b>Generación</b>		<b>Fitness</b>		
<b>Cruzamiento:</b>	60%		1		9.852296	
<b>Población Inicial:</b>	50		4		9.196408	
<b>Generaciones</b>	50		50		9.196408	
<b>Secuencia:</b>	9, 11, 12, 7, 1, 5, 13, 14, 2, 15, 6, 8, 10, 3, 16, 4, 19, 17, 18, 21, 20, 22, 24, 23, 25					
<b>%D</b>	<b>%E</b>	<b>K</b>	<b>Tareas Asignadas</b>	<b>T<sub>A</sub></b>	<b>To</b>	<b>TTo</b>
		1	9, 11, 12, 7, 1, 5, 13, 14, 2	6.31	0.99	
21.60	78.40	2	15, 6, 8, 10, 3, 16, 4, 19, 17, 18	6.59	0.71	4.73
		3	21, 20, 22, 24, 23, 25,	4.27	3.03	

**QS, COMSOAL**

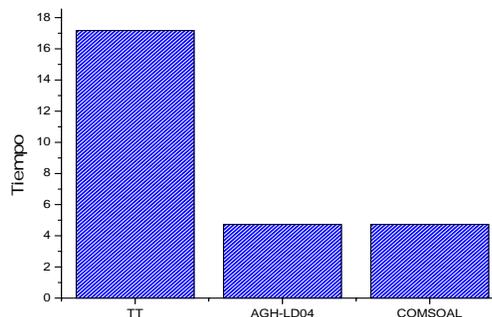
<b>Secuencia de ensamble:</b>	9, 11, 12, 6, 7, 1, 13, 5, 8, 10, 16, 17, 14, 15, 19, 2, 18, 20, 3, 4, 21, 22, 24, 23, 25					
<b>%D</b>	<b>%E</b>	<b>K</b>	<b>Tareas Asignadas</b>	<b>T<sub>A</sub></b>	<b>To</b>	<b>TTo</b>
		1	9, 11, 12, 6, 7, 1, 13, 5, 8, 10	7.23	0.07	
21.60	78.40	2	16, 17, 14, 15, 19, 2, 18, 20, 3, 4, 21	7.04	0.25	4.73
		3	22, 24, 23, 25	2.9	4.4	

Tabla No. 24

Resultados del Ejemplo 10

En este último ejemplo se muestran resultados similares también, tanto en el % de Eficiencia como en el de Demora y Tiempo Ocioso. (Grafica 11)

Tiempo Ocioso 25 Tareas



Grafica 14. Ejemplo 10



Con el fin de observar con mayor facilidad los resultados anteriores se muestra en la Tabla No. 25 un resumen de los datos obtenidos.

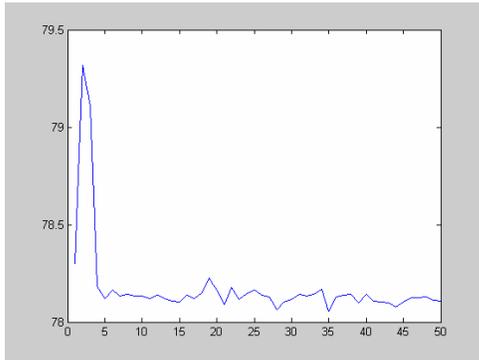
<b>Ejemplo</b>	<b>Técnica</b>	<b>K</b>	<b>%D</b>	<b>%E</b>	<b>To</b>
<b>1</b>	AGH-LD04	18	19.88	80.12	5.76
	COMSOAL	18	31.74	68.28	705
<b>2</b>	AGH-LD04	16	13.81	86.19	4.75
	COMSOAL	16	13.81	86.19	4.75
<b>3</b>	AGH-LD04	18	9.83	90.18	3.273
	COMSOAL	19	14.57	85.43	5.123
<b>4</b>	AGH-LD04	41	21.33	78.67	8.611
	COMSOAL	43	24.99	75.01	9.993
<b>5</b>	AGH-LD04	44	22.92	77.08	11.902
	COMSOAL	-	-	-	-
<b>6</b>	AGH-LD04	21	9.86	90.13	6.61
	COMSOAL	22	13.97	66.03	21.188
<b>7</b>	AGH-LD04	11	5.61	94.39	5.308
	COMSOAL	11	6.57	93.43	5.865
<b>8</b>	AGH-LD04	11	9.79	90.21	3.77
	COMSOAL	11	9.79	90.21	3.77
<b>9</b>	AGH-LD04	11	8.26	91.72	5.28
	COMSOAL	11	8.26	91.72	5.28
<b>10</b>	AGH-LD04	3	21.6	78.4	4.73
	COMSOAL	3	21.6	78.4	4.73

Tabla No. 25

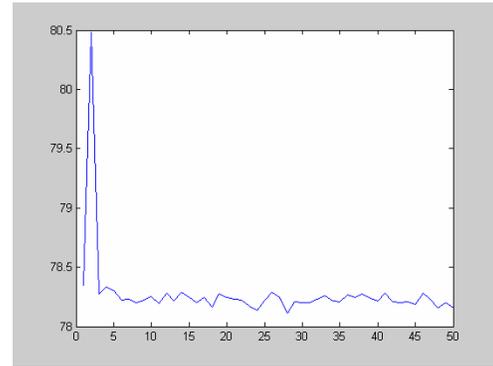
Tabla de Concentrado de Resultados

El AGH-LD04 es superior en los Ejemplos: 1, 3, 4, 5, 6 y 7, ya que encuentra una secuencia con menor %D y mayor %E. Se muestra igual ante los ejemplos: 2, 8, 9, y 10.

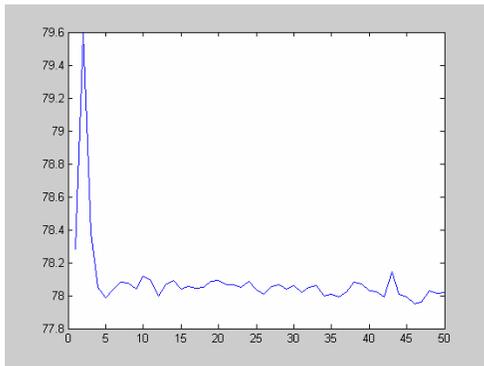
A continuación se muestran las graficas que el AGH-LD04 despliega al finalizar su búsqueda para cada ejemplo realizado, su importancia es debido a que señala el comportamiento que tuvo el Algoritmo durante su ejecución. El eje de las abcisas se refiere al número de generaciones analizadas (Num Gen). El eje de las ordenadas es el valor del fitness de la generación correspondiente. Siempre se busca que el valor del fitness sea mejor cada generación (en este caso se hace buscando un valor menor a la generación anterior). Así que el fitness corresponderá al valor del individuo que se ha seleccionado como el mejor o con el menor valor de fitness, debido al valor del peso que se le ha dado a las restricciones. Entre mayor es el valor mas prohibida esta.



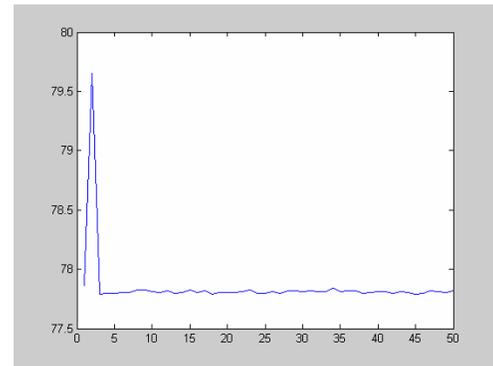
Grafica 15. Ejemplo 1, 50 generaciones



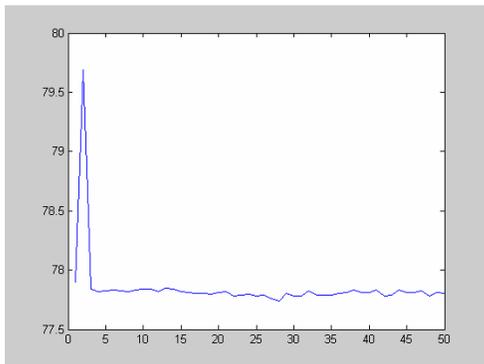
Grafica 16. Ejemplo 2, 50 generaciones



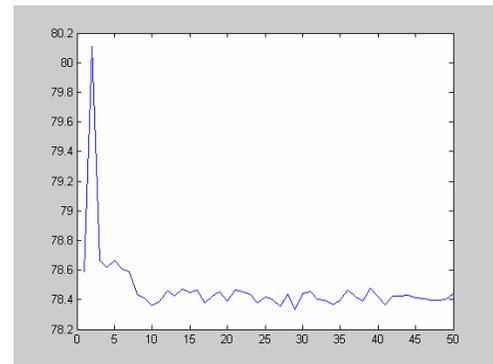
Grafica 17. Ejemplo 3, 50 generaciones



Grafica 18. Ejemplo 4, 50 generaciones



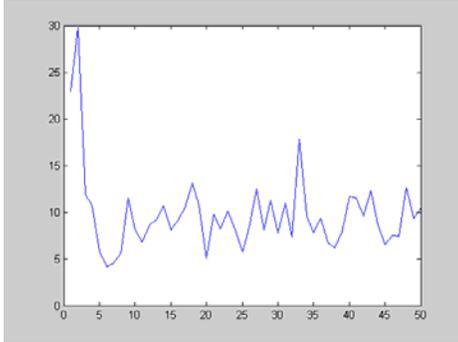
Grafica 19. Ejemplo 5, 50 generaciones



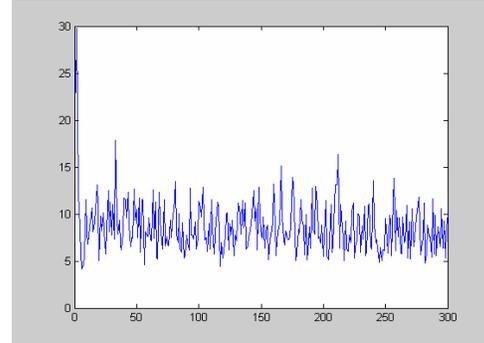
Grafica 20. Ejemplo 6, 50 generaciones



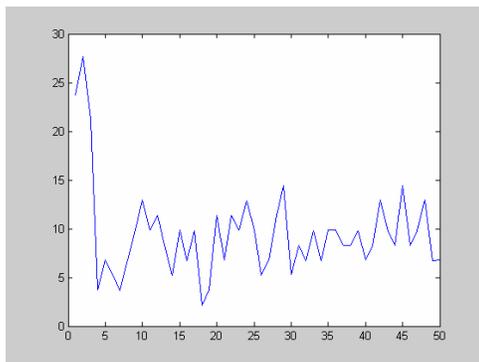
Del Ejemplo 1 al 6 se muestran comportamientos estables, es decir con 50 generaciones se estabiliza el algoritmo, no se encuentran crestas sobresalientes como en los ejemplos siguientes.



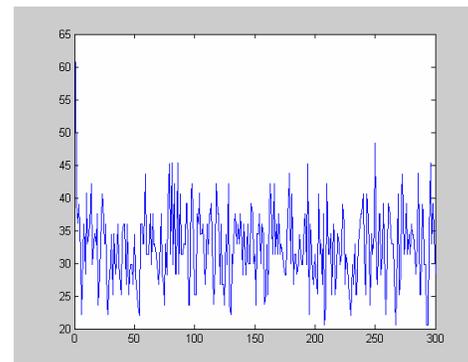
Grafica 21. Ejemplo 7, 50 generaciones



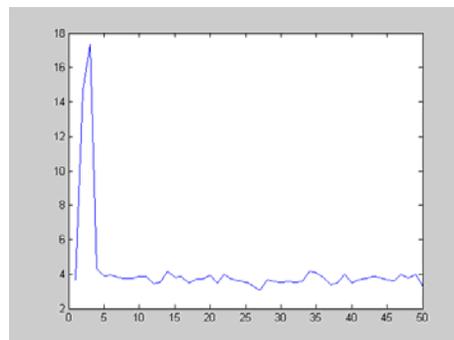
Grafica 22. Ejemplo 7, 300 generaciones



Grafica 23. Ejemplo 8, 50 generaciones

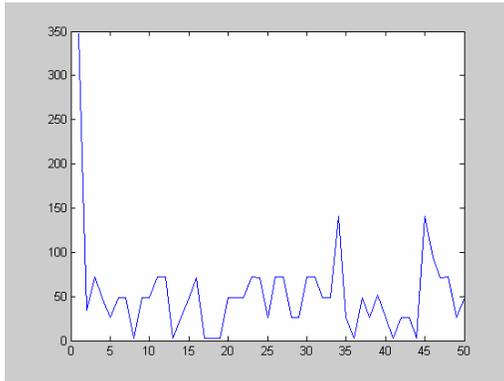


Grafica 24. Ejemplo 8, 300 generaciones

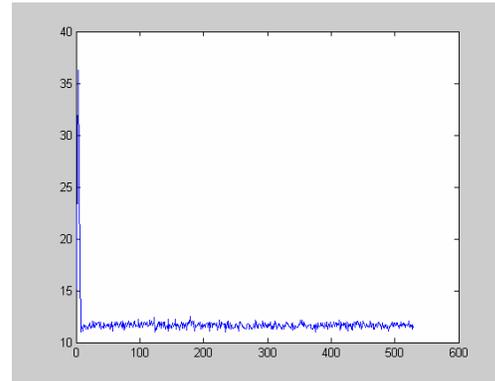


Grafica 25. Ejemplo 9, 50 generaciones

Con el fin de observar un rango mayor de generaciones y de verificar cuantos de estos ejemplos se lograban estabilizar con respecto en el tiempo, se corrieron con 300 generaciones únicamente los ejemplos con una cantidad mayor de crestas es decir el: 7 y 8, Sin embargo se puede observar en las Graficas 22 y 24 respectivamente, que no se logró su estabilización. El ejemplo 9, también es más o menos estable.



Gráfica 26. Ejemplo 10, 50 generaciones

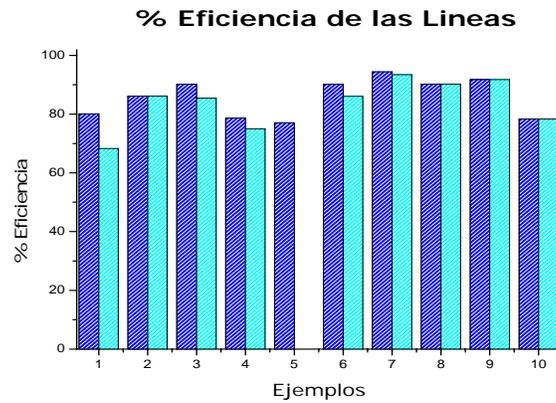


Gráfica 27. Ejemplo 10, 600 generaciones

Este ejemplo se logró estabilizar en 600 generaciones.

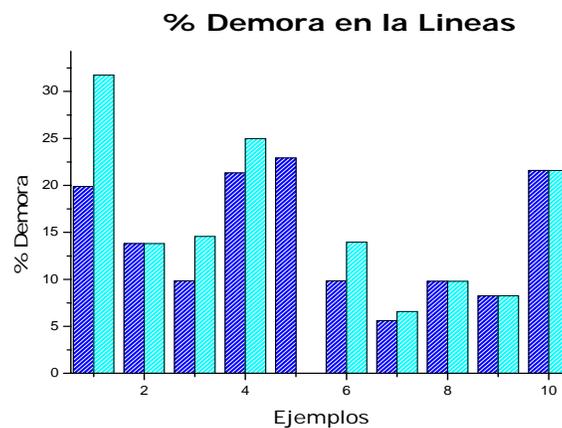
## **6.2 ANÁLISIS GENERAL DE LOS RESULTADOS**

- **Eficiencia.** En 5 de los 10 ejemplos el % de Eficiencia es mejor utilizando el AGH-LD04. En el Ejemplo 5 solo AGH-LD04 pudo resolver el problema. Ambos métodos realizan el cálculo de forma distinta. El QS COMSOAL, calcula el  $T_o$  para después restárselo al Tiempo Total, se realiza la comparación del Tiempo Total con respecto a esta resta en el porcentaje correspondiente. El AGH-LD04, considera el número de estaciones de trabajo ( $k$ ) para determinar la eficiencia. Este es un dato muy importante ya que se comprueba que el AGH-LD04 aparte de minimizar el  $T_o$  (%D), también se busca la secuencia que contenga el menor contenido de estaciones de trabajo.



Grafica 28. % Eficiencia de las Líneas de Ensamble

- **Demora.** Para el caso del % Demora sucede algo similar a lo anterior, precisamente en el ejemplo 6, donde la asignación del trabajo se realiza de forma más rápida para el AGH-LD04 que para el COMSOAL, sin embargo se ha obtenido un valor de demora más alto, esto no significa forzosamente que se tiene desventaja, sucede que el COMSOAL no cumple con la restricción difusa No. 3, del capítulo IV y no le da prioridad a la minimización del número de Estaciones de Trabajo.



Grafica 29. % Demora en las Líneas de Ensamble



- **Algoritmo de resolución.** El AGH-LD04 utiliza un modelo matemático que simula la evolución natural por lo tanto necesita de una población inicial pequeña (50 a 100 cromosomas) en comparación a las 1000 soluciones que se generan en el COMSOAL, donde el mejor resultado será la que contiene menor número de puestos de trabajo. Es posible que al no encontrar la solución óptima sea necesario volver a aplicar la técnica heurística al problema automáticamente. Al aumentar el número de tareas el método COMSOAL requiere de un mayor número de interacciones. Las soluciones son analizadas una por una, en cambio la técnica AGH-LD04 actúa de forma paralela con los 50 cromosomas. Como el método del AGH esta especializado en la resolución de problemas complejos al aumentar el número de tareas del proceso de ensamble se tuvo un mejor comportamiento que en problemas relativamente pequeños.
- **Entrada de datos.** Cuando los problemas de entrada son numerosos, en cualquier caso se vuelve complicada la introducción de la información. El AGH-LD04 lee los datos de entrada desde un archivo de texto, en donde se introduce la siguiente información:
  1. Tiempo de Ciclo
  2. Población Inicial
  3. Numero de Generaciones
  4. Porcentaje de Cruza
  5. Porcentaje de Mutación
  6. Tiempo de las Tareas
  7. Numero mayor de precedencias en toda la línea
  8. Matriz de Precedencias

El COMSOAL requiere de la siguiente información:

1. Numero de Tareas totales
2. Numero de Precedencias
3. Tiempo de ciclo
4. Tiempo de las Tareas
5. Tareas aisladas y no aisladas.
6. Conjunto de parejas de precedencias.



- **Asignación de las precedencias.** En ambos casos se requiere de un diagrama de precedencias, pero para el AGH-LD04 no es necesario contar el número total de precedencias de toda la línea. Realizar esta tarea sería demasiado tedioso para casos mayores. En cambio la Matriz de Precedencias obtiene la información necesaria para el respeto de las diversas restricciones y además de que es muy sencilla de realizar. Ya que solo se relacionan las filas con las columnas y no es necesario colocar las tareas con algún tipo de orden, pero si llenar con ceros los espacios vacíos.

## **6.4 CONCLUSIONES**

La técnica híbrida del AGH-LD04 ha sido capaz de resolver el SALBP-1 en todos los casos propuestos, por lo tanto este programa sirve como herramienta para resolverlo tanto en la IDV como en otras industrias, siempre y cuando se refieran a líneas con características similares a las expuestas en el Capítulo I en el tema de Alcances y Límites, es decir, a un sistema de producción rígido y que el objetivo sea Minimizar el Tiempo de Ocio o las Estaciones de Trabajo. Por lo que se cumplió con el objetivo principal.

La importancia de realizar la comparación entre el AGH-LD04 y el COMSOAL radica en que ésta última técnica es más conocida y aceptada, por lo tanto sus resultados fueron un punto de comparación muy importante. No es caso de estudio para éste trabajo superar sus resultados, sin embargo en el peor de los casos el AGH-LD04 igualó el resultado del COMSOAL, siempre que fue posible se generó una solución mejor.

El AGH-LD04 pudo realizar los mismos problemas que el COMSOAL, en cambio el COMSOAL, no pudo realizar ningún caso en el que no se ingresara el número de precedencias, datos tediosos de conocer e innecesarios para el AGH-LD04, además el programa que se propone utiliza una técnica para la introducción de los datos mucho más sencilla de entender, esto ayuda en el caso de problemas reales, pero es necesaria la ayuda de un diagrama de precedencias.

La LD pudo ayudar a la evaluación de los cromosomas en casos donde existan múltiples criterios de optimización.

Las gráficas que se despliegan al finalizar un ciclo completo del AGH-LD04 significan el comportamiento de las diversas generaciones con respecto a su valor de adaptación.



Debido a que los ejemplos seleccionados son pequeños en comparación con los que se pueden presentar para ambos programas encuentran la misma eficiencia y demora, ya que la dificultad no fue suficiente.

Se expuso una visión distinta a las técnicas actuales aplicadas en la Industria de la Confección para el equilibrado de líneas en México específicamente y mostrar que existen técnicas heurísticas como los Algoritmos Genéticos que facilitan su elaboración, lo cual brinda una mayor confiabilidad matemática que la mera experiencia de algunos expertos.

Las secuencias de asignación nunca fueron iguales aunque coincidían en el % de Demora y % de Eficiencia, lo que demuestra la explotación combinatorial a la que se hace frente.

## **6.5 RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS PARA TRABAJOS**

### **FUTUROS**

Los Algoritmos Genéticos funcionan con problemas muy complejos así que es totalmente válido aplicarlo para casos con mayor número de tareas y de restricciones, de hecho es recomendable hacerlo, los resultados pueden ser igualmente confiables. Los ejemplos seleccionados son representativos para el funcionamiento del software.

Puede realizarse el trabajo de optimización en otras áreas textiles, ya que todas cuentan con algún proceso que necesite asignación e recursos. La aplicación de esta técnica en la vida real es totalmente posible en la rama manufacturera las técnicas han resultado ser excelentes cuando se estudia previamente su aplicación, por lo que antes de realizar la aplicación en el área textil, deben existir líneas teóricas que fundamenten el éxito de la aplicación práctica.

Es posible no solo enfocarse a los sistemas rígidos si no también a sistemas flexibles de manufactura. Y considerando un mayor número de restricciones además de las de precedencia.

Es muy importante contar con nociones amplias de computación y de programación para facilitar la realización del código. La introducción de los datos puede mejorarse utilizando una interfaz más amigable como lo es en Visual Basic.



## GLOSARIO

### **-A-**

**Algoritmo.** Conjunto finito de reglas que dan una secuencia de operaciones para resolver todos los problemas. De forma más sencilla, podemos decir que un algoritmo es un conjunto de pasos que nos permite obtener un dato. Además debe cumplir con las siguientes condiciones [31]:

- Finitud. El algoritmo debe terminar tras un número finito de pasos. Es fundamental que sea un número razonable de pasos.
- Definibles. El algoritmo debe definirse de forma precisa para cada paso, es decir, hay que evitar toda ambigüedad al definir cada paso. Los algoritmos se expresan mediante un lenguaje formal, ya sea matemático o de programación para un computador.
- Entrada. El algoritmo tendrá cero o más entradas, es decir, cantidades dadas antes de empezar el algoritmo. Estas cantidades pertenecen además a conjuntos especificados de objetos. Por ejemplo, pueden ser cadenas de caracteres, enteros, naturales, fraccionarios, etc. Se trata siempre de cantidades representativas del mundo real expresadas de tal forma que sean aptas para su interpretación por el computador.
- Salida: El algoritmo tiene una o más salidas, en relación con las entradas.
- Efectividad. Se entiende por esto que una persona sea capaz de realizar el algoritmo de modo exacto y sin ayuda de una máquina en un lapso de tiempo finito.

**Algoritmo Genético (AG).** Son programas computacionales cuyo fin es imitar el proceso de la "selección natural" que, según la teoría de Darwin, rige el curso de la evolución. El proceso de selección natural descrito de una manera sencilla es: tienes una población, esa población se multiplica por medio del intercambio de genes, de la nueva generación sólo sobreviven los más capaces de adaptarse a su medio ambiente para así formar una nueva población "mejor" que la anterior. [Granados, 1999] (26)



**Algoritmo Genético Híbrido (AGH).** Es un procedimiento que combina un algoritmo genético simple con cualquier otro algoritmo para realizar una búsqueda en el espacio conformacional. [Orcero] (30) Pueden existir algoritmos híbridos combinando diferentes algoritmos.

-B-

**Búsqueda Agresiva.** Se debe determinar como estrategia agresiva a toda aquella estrategia que evita que la búsqueda quede atrapada en un óptimo local que no sea global.

**Búsqueda Tabú.** Es un procedimiento heurístico utilizado para proporcionar a otro algoritmo heurístico mayor posibilidad de efectuar dentro de un espacio de soluciones una exploración que valla más allá de la optimicidad local haciendo la búsqueda más agresiva.

-C-

**Cadena de Montaje o de ensamble.** Consiste en una cinta sin fin que se mueve continuamente o intermitentemente según la cadencia de producción establecida y con puestos de trabajo (estaciones) en uno o ambos lados de la cinta móvil (conveyor). [Xavier] (18)

**Computación Evolutiva (CE).** Ciencia computacional cuyos algoritmos imitan el proceso de la naturaleza desarrollando métodos matemáticos útiles para encontrar respuestas a problemas donde la única forma de resolverlos es por medio de la técnica común de "ensayo - error" como lo hace la naturaleza en la Evolución de las Especies. [Coello] (21)

**Criterio de Aspiración.** Es una regla propia de la BT que permite violar una restricción tabú siempre y cuando un movimiento tabú proporcione una solución mejor que cualquier otra encontrada hasta el momento. Una implementación sencilla consiste en permitir alcanzar una solución siempre que mejore a la mejor almacenada, aunque esté etiquetada tabú. Este criterio o nivel de aspiración introduce cierta flexibilidad en la búsqueda y se mantiene su categoría de agresivo.

**Cromosomas.** Es la unidad que conforma el genoma y está formado por una larga molécula de ADN (genes) y proteínas nucleares, sólo son visibles durante la división



celular y el contenido de ellos varía según el tipo de ser vivo del que se trate. Dentro de ellos están contenidos los genes [Merelo] (22). Para los AG's los Cromosomas son utilizados como las soluciones del problema y son el conjunto de cadenas codificadas del tipo que sea mas adecuada.

**-D-**

**Demora de balance (%D).** La demora del equilibrio de la línea de ensamble se le puede denominar retraso del balanceo [Kilbridge/Wester, 1996] y es la cantidad total ociosa de tiempo que resulta de una división desigual de los puestos de trabajo. [Coves, 1990]. La demora representa el complemento de la eficiencia y se expresa en porcentaje.

**-E-**

**Eficiencia del equilibrio (%E).** Es el cociente entre el tiempo de trabajo contenido en una unidad de producto y el tiempo total invertido en ella. [Coves,1990]

**Elemento mínimo del trabajo (i).** Es un movimiento indivisible de trabajo también se le conoce como therblig<sup>1</sup>, tareas, movimientos básicos o micro movimientos. Un elemento de trabajo es la mínima posible subdivisión del trabajo de una operación. Cada elemento de trabajo se identifica con i, pudiéndose considerar hasta m elementos y el conjunto de ellos se denota I. [Coves, 1990] (4)

**Ensamble.** La palabra ensamble ha sido utilizada en las industrias de manufactura desde hace mucho tiempo para denotar el proceso en el que todas las piezas de un bien son recopiladas en una unidad individual.

**Equilibrado de Líneas de Ensamble.** También conocido como Balanceo de Líneas de Ensamble es el asignar trabajo a las máquinas de una línea de ensamble de tal forma que las estaciones de trabajo mantengan un ritmo uniforme. Su término en inglés es Assambly Line Balancing (ALB)

**Estación de trabajo (k).** Tambié° conocido como puesto de trabajo es el lugar determinado en el que será ejecutada una operación con cierta cantidad de trabajo.

---

<sup>1</sup> Se le adjudica el nombre debido al matrimonio Gilbreth (que es el nombre al revés excepto th), son los componentes básicos del patrón de movimiento. En esencia, identifican las diferentes actividades de la mano.



Estarán bajo la operación de una sólo persona pero a veces un operario puede hacer varias operaciones en turnos cortos o en tiempos muy grandes, se puede identificar con  $k$ , igual que en el caso de los puestos mínimos. En ocasiones minimizar estaciones de trabajo implica minimizar personal. [Escobar, Galves, 2000](10) y [Coves, 1990](4). Ver el concepto de Numero Mínimo Teorico de Puestos ( $k_{min}$ ) descrito mas adelante.

#### -F-

**Fenotipo.** Término utilizado para describir la clase de la que se es miembro según sus cualidades físicas observables en los seres vivos, que incluye la morfología, fisiología y conducta a todos los niveles de descripción, es decir características que expresan el estado de los genes. Para los AG's es la interpretación física de los rasgos o características de cada individuo. [Merelo] (22)

**Flexibilidad.** Significa la capacidad de pasar de un producto a otro con gran rapidez, o la habilidad para producir una unidad de lo que pida el cliente. Ello implica que el sistema de trabajo no debe adaptarse al producto si no que cualquier producto puede adaptarse al sistema. [Xavier] (18)

**Flowshop.** Las piezas son movidas de una máquina a otra por medio de algún sistema ó equipo de movimiento de material.

#### -G-

**Gen.** Es la unidad básica, física, funcional y fundamental de la herencia de características de progenitores a descendientes, ellos determinan el aspecto, funcionamiento, metabolismo, resistencia, etcétera de un ser vivo. De manera análoga los genes representan en el AGH la cadena binaria de cada solución y cada cero ó uno corresponden a una característica diferente. [Merelo] (22).

**Genoma.** Es el número completo de cromosomas dentro del ADN. [Merelo] (22)

**Genotipo.** Término que describe la clase de la que pertenece un ser vivo, según el estado genético de los factores hereditarios internos. Para la aplicación de AG's un genotipo será la estructura binaria (0,1) y las características que estos representan. [Merelo] (22)



---

**-H-**

**Heurística.** Del griego heuriskein que significa encontrar. Término aplicado a la búsqueda por medio de un algoritmo de soluciones que aunque no optimicen la función objetivo, se supone que al menos se acercan al valor óptimo en un tiempo de cálculo razonable, no son óptimas sino "satisfactorias" por ser suficientemente buenas. Su interés es práctico como herramienta para dar soluciones a problemas reales. [Díaz & Glover, 1996] (1)

**Hibridación.** Para términos de éste trabajo de investigación, es la combinación de dos algoritmos de comportamiento distinto, para que cada uno aporte sus ventajas a la búsqueda en el espacio de soluciones. [Orceró] (30)

**-J-**

**Just At Time.** Es una filosofía para la producción de origen japonés, donde se piensa que se debe producir lo necesario en el tiempo preciso, eliminando al máximo el inventario y el proceso de almacenamiento. [Xavier, 1994] (17)

**-L-**

**Línea de ensamble o de montaje.** Conjunto de maquinaria secuencialmente diseñada donde cada máquina está encargada de una operación para realizar determinada cantidad de trabajo y con el fin de transformar la materia prima en un artículo. Las líneas de ensamble se utilizan en los Sistemas de producción masivos y en la Industria del Vestido (IDV) comúnmente trabajan con bultos de prendas. Estas líneas son controladas por el ritmo del trabajador. [Xavier] (18)

**-M-**

**Metaheurística.** Prefijo griego del: meta- más allá ó cambio, entonces puede significar nuevas heurísticas, las técnicas metaheurísticas, también llamadas sistemas inteligentes por autores del área de Inteligencia Artificial, consisten en sistematizar ideas para desarrollar algoritmos eficientes que encuentran "buenas soluciones" a problemas de optimización de gran importancia práctica, que en muchos casos son NP-hard. También son de utilidad cuando se desean resolver problemas cuyo modelo matemático no puede ser formulado fácilmente. Las mismas combinan la simplicidad



de sus ideas con su gran eficiencia para obtener muy buenas soluciones para este tipo de problemas difíciles. [Díaz / Glover, 1996] (1)

**-N-**

**Número teórico mínimo de puestos ( $k_{min}$ ).** Es el menor número de puestos de trabajo que en teoría se necesitan y que en la práctica no tiene porque ser igual. [Coves, 1990]

**-O-**

**Operación o tarea.** Es el conjunto N de elementos de trabajo i asignados a un puesto de trabajo. [Coves, 1990] (4) En la confección las operaciones son determinadas a menudo por el tipo de maquina que se utiliza dejando al final el estudio de los micromovimientos que se efectúan.

**Optimizar.** Significa buscar la mejor manera de realizar una actividad y proviene de óptimo, adjetivo superlativo de bueno, en el caso de aplicación de esta tesis sería una solución tan buena que no se puede mejorar por lo que debe tenerse cuidado al utilizarla. Para los resultados de ésta tesis no puede hablarse de óptimo si no más bien de soluciones satisfactorias o buenas.

**Óptimo Global.** Es el máximo o mínimo de una función de forma general. Es decir son los puntos más altos o bajos de toda la curva.

**Óptimo Local.** Es el máximo o mínimo de una función que se encuentra localizada en una región limitada de la curva.

**-P-**

**Preparación.** Dentro de los términos de la IC, la preparación forma parte del ensamble, son las primeras operaciones necesarias para realizar el ensamble de las piezas principales de una prenda. Generalmente las operaciones de preparación facilitan la costura posterior de piezas mas grandes.

**Problema NP-Hard** (Problemas No Polinomiales Completos). Problemas del tipo combinatorios como los llamó Garey et al, 1976. Los cuales no tienen una solución óptima y aumenta la dificultad de éstos conforme el tamaño del problema original es



mayor. El NP Hard significa que son problemas no polinomiales de difícil resolución debido a la gran cantidad de soluciones posibles. [Preux / Talbi, 1999] (12)

**-S-**

**Sistemas de producción ajustada.** Son sistemas de alta flexibilidad en la forma de producir con el objetivo de fabricar los productos necesarios en las cantidades y tiempos precisos. [Xavier] (18)

**Sistemas de producción convencionales.** Para la IC, un sistema convencional se refiere al llamado comúnmente como Sistema de Bultos progresivos. Es un sistema rígido utilizado en la producción en masa.

**Sistema de Cadenas de Montaje.** Es un sistema de producción en donde se elabora una pieza a la vez. Es utilizado solo en casos específicos como en productos altamente estandarizados.

**Sistemas de producción en masa.** Estos sistemas son rígidos. Comúnmente se conforman por líneas o cadenas de producción que se dedican a la fabricación de un número limitado de productos en grandes cantidades, éstos son comúnmente almacenados para antes de su venta ya que la demanda es más o menos constante y permite tarde o temprano su salida al mercado.[Xavier] (18)

**-T-**

**Tiempo de Operación o de Estación de trabajo t(i).** Tiempo que se necesita para la realización de los elementos de trabajo asignados en una estación de trabajo. [Coves, 1990]

**Tiempo de ciclo (T<sub>c</sub>).** Es el tiempo que define el ritmo con el cual los productos salen por el extremo correspondiente de la línea. Puede calcularse teóricamente por el cociente entre el tiempo de un día de jornada de trabajo (minutos), entre el número determinado de artículos (piezas) a producir (determinados por cierta demanda producto).

$$T_c = \frac{\text{Tiempo Trabajado al Dia (min)}}{\text{Demanda al Dia (piezas)}}$$



También puede decirse que es el tiempo que el producto consume en cada estación de trabajo cuando la línea se mueve a su paso normal, a una eficiencia del 100%, es decir la cantidad de tiempo empleado entre unidades sucesivas, a medida que ellas se mueven a lo largo de una línea en su paso normal. El  $T_c$  es el máximo tiempo de operación. El  $T_c$  y el paso en el que opera la línea determinan la tasa a la que los productos fluyen fuera de la línea. [Coves, 1990]

**Tasa de producción.** Es la inversa del  $T_c$ , es el número de unidades producidas por unidad de tiempo: [Coves, 1990]

$$T_p = \frac{1}{T_c}$$

**Tiempo ocioso o Tiempo Muerto ( $T_o$ ).** Es el tiempo no utilizado por cada estación de trabajo. También se el conoce como el tiempo de demora.

**Tiempo total invertido en una unidad ( $T$ ).** Es el producto del número de estaciones por el tiempo del ciclo. [Coves, 1990]

**Tiempo total de trabajo ( $\sum_{n=1}^N t(n)$ ).** Es la suma de la cantidad de trabajo del montaje total. Es el tiempo que se necesita para ejecutar el contenido total de trabajo. [Coves, 1990]



## **19. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS**

1. [Bezdek, 1981] Bezdek J., **"Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms"**, Plenum Press, New York, 1981.
2. [Díaz & Glover et al, 1996] Díaz Adenso / Glover Fred / Hasson M. Ghaziri / J. L. González / Manuel Laguna / Pablo Moscato / Fan T. Tseng, **"Optimización heurística y redes neuronales en dirección de Operaciones e Ingeniería"**, Paraninfo, 1996.
3. [Colin, 1990] Colin L. Moodie, **"Balanceo de la Líneas de ensamble"**, Artículo de la Universidad de Purdue 1990.
4. [Coves, 1990] Coves A., **"Equilibrado de Líneas de Montaje y Producción"**, Departament d'Organització d'Empreses-UPC Laboratori de Producció-ETSEIB, Sep. 1990.
5. [Chan, Hui, Mg, Yeung, 1997] Chan Keith / Hui Patrick / Yeung K. W. / Ng Frency S. F., **"Handling the assembly line balancing problem in the clothing industry using a genetic algorithm"**, 1997.
6. [Elwood, Rekesh, Wiley, 1987] Elwood S. Bodle / Rekesh K. S. / Wiley John, **"Facility layout and assembly line balancing"**, Modern Production, Operations Management, 8va Edición, 1987.
7. [Escobar & Gálvez, 2000] Escobar Espinosa Luis F. / Gálvez Fuentes Víctor C., **"Uso de la técnica de Algoritmos Genéticos en el Problema de Equilibrado de Líneas de Ensamble"**, Memoria, Departamento de Ingeniería Industrial – USACH, 2000.
8. [Flores, Kuri, Taddei, 2002] Flores Reyes Pedro /Taddei Zavala Edmundo / Kuri Angel, **"Un Algoritmo Genético para la Optimización de Armaduras Planas"**, Publicación Centro de Investigación en Cómputo-IPN, enero 2002
9. [Galindo] Galindo Gómez J., **"Conjuntos y Sistemas Difusos, Lógica Difusa y Aplicaciones"**, Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación, Universidad Málaga.
10. [Gutiérrez, 1999] Gutiérrez Castillo Minerva, **"Como ser líder en el mercado de la Industria de la Confección"**, Tesis de E. S. I. T., México 1999.
11. [Kildbrige & Wester, 1996] Kildbrige Maurice D. / Wester León, **"Un método heurístico para el balanceo de línea de montaje"**, Artículo de: Planeación y Control de la Producción, Editorial Limusa, 1996.
12. [Kuri, 2000] Kuri Morales Angel, **"Programación Evolutiva y Algoritmos Genéticos"**, Publicación del Centro de Investigación en Cómputo- IPN, Enero 2000.



13. [Leu, 1994] Leu Yow-Yuh, Lance A. Matheson, Loren Paul Rees, **"Assembly line balancing using Genetic Algorithms with heuristic generated Initial Populations and multiple evaluation with evaluation criteria"**, California State University San Marcos, Vol. 25, N° 4, July 13, 1994.
14. [Lotfy, 1965] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets", Information and Control, 8, pp 338-363, 1965.
15. [Mendoza, 1999] Mendoza Ananias Yeny, **"El Problema de equilibrado de líneas: Un enfoque mediante el uso de Algoritmos Genéticos"**, Memoria, Departamento de Ingeniería Industrial-USACH, 1999.
16. [Moccelin] Moccelin Joao Vitor, **"Progracao de producao em sistemas Flowshop utilizando um metodo heuristico hibrido Algoritmo Genético-Búsqueda Tabú"**, Escola de Engenharia de Sao Carlos- USP.
17. [Preux & Talbi, 1999] Preux Ph. / Talbi E. G., **"Towards hybrid evolutionary algorithms"**, International Transactions in Operational Research, 1999.
18. [Prauda, 1991] Prauda Juan, **"Problemas de secuenciación y Balance de Líneas de Producción"**, Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones, Vol. 2, Cap. 9, Pags. 637 a 691, Editorial Limusa, 1991.
19. [Surr & Omron, 1997] Sur A&C, Omron Electronics S. A., **"Lógica Fuzzy para Principiantes"**, Ed. I. Hernández, 1997, ISBN
20. [Wild, Hold, Rinebowt, Wilson, 1971] Wild Ray / Hold / Rinebowt/ Wilson Hd, **"Planning for Mass Production- The design of assembly Lines"**, The techniques of production Managment, Editorial Survey, 1971.
21. [Wu,Yu,Liu] Baolin Wu, Xinghuo Yu & Li Liu, **"Fuzzy Penalty Function Approach for Constrained Function Optimization with Evolutionary Algorithms"**, Australia
22. [Xavier] Xavier Capdevila Juan, **"Una aproximación a la Industria del vestido del siglo XVII al XXI"**, Universidad Politécnica de Catalunya.
23. [Xavier, 1994] Xavier Capdevila Juan, **"Técnicas de fabricación de rápida respuesta; de Ford a Toyota"**, Publicación Costura3 N° 180. Marzo, 1994
24. [Xavier] Xavier Capdevila Juan, **"Los sistemas de trabajo en la Confección frente a la evolución del mercado"**, Publicación de Confección, UPC



---

**Sitios Web Consultados**

- (25) Carlos A. Coello Coello  
"Introducción a los Algoritmos Genéticos"  
[www.redcientifica.com/doc/doc19990460011.html](http://www.redcientifica.com/doc/doc19990460011.html)
- (26) Carlos A. Coello Coello  
"La Computación Evolutiva en contexto de la Inteligencia Artificial"  
<http://www.lania.mx/spanish/actividades/newsletters/1997-otono-invierno/evolutiv.html>
- (27) J. J. Merelo Guervós  
"Informática evolutiva"  
<http://kal-el.ugr.es/~jmerelo>.
- (28) Rafael Marti  
"Metaheurísticos en Optimización Combinatoria"  
<http://www.uv.es/~rmarti/heur.html>
- (29) Gastón Crevillén y David Díaz  
"Algoritmos Genéticos"  
<http://www.depi.itch.edu.mx/apacheco/expo/html/ai14/ga.html>
- (30) Hartmot Pohleim  
"Genetic and Evolutionary Algorithm"  
<http://www.geatbx.com/docu/alginthro.html>
- (31) J. J Merelo, Jorge Granados y Cyberpais  
"Algoritmos Genéticos"  
1999  
<http://www.uam.es/personal:pdi/psicologia/adarraga/studs/Xerxes/pag4.html>
- (32) "Optimización de Fiabilidad / Búsqueda Tabú"  
<http://ingenet.ulpgc.es/~ablesa/optimizacion/tabu.htm>
- (33) Algoritmos Genéticos  
[www.icmc.sc.usp.br/andre/genel.html](http://www.icmc.sc.usp.br/andre/genel.html)
- (34) <http://www.geatbx.com/docu/alginthro.html>  
Genetic and Evolutionary Algorithm Toolbox for use Matlab  
Copyright Hartmut Pohlheim
- (35) [www.ocero.org/irbis/disertacion/node218.html](http://www.ocero.org/irbis/disertacion/node218.html)  
David Santo Orcero
- (36) <http://www.algoritmia.net/articles.php?id=30>  
© (2001-2003) ALGORITMIA - Powered by [PHP](#) And [MySQL](#)
- (37) <http://www.well.com/~xanthian/java/EdgePreservingCyclicCrossover.html>



**ANEXO**

**Problemas Propuestos**

**Ejemplo 1**

T<sub>c</sub>= 1.54

Oper.	Tiempo	M. Precedencias	Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	0.15	0 0 0	24	0.2	15 0 0
2	0.18	1 0 0	25	0.36	6 0 0
3	0.13	2 0 0	26	0.86	25 0 0
4	0.56	0 0 0	27	0.53	10 0 0
5	0.36	4 0 0	28	0.11	16 24 0
6	0.87	3 5 0	29	0.54	0 0 0
7	0.9	0 0 0	30	1.03	0 0 0
8	0.18	7 0 0	31	1.5	29 30 0
9	0.23	8 0 0	32	0.18	31 0 0
10	0.34	9 0 0	33	0.24	32 0 0
11	0.31	0 0 0	34	0.43	33 0 0
12	0.19	11 0 0	35	0.41	32 0 0
13	0.25	12 0 0	36	0.84	34 35 0
14	0.18	13 0 0	37	0.36	36 0 0
15	0.17	14 0 0	38	0.94	37 0 0
16	0.94	14 0 0	39	1.06	38 0 0
17	0.13	0 0 0	40	1.36	39 0 0
18	0.28	17 0 0	41	0.84	23 0 0
19	0.27	0 0 0	42	0.22	26 27 28
20	0.36	19 0 0	43	0.9	42 41 40
21	0.15	20 0 0	44	0.9	43 0 0
22	0.18	18 21 0	45	0.9	44 0 0
23	0.19	22 0 0			
				22.21	



### Ejemplo 2

Tc= 2.15

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	0.15	0 0 0
2	0.15	1 0 0
3	0.58	2 0 0
4	0.852	3 0 0
5	1.56	4 0 0
6	0.17	1 0 0
7	0.87	6 0 0
8	0.8	7 0 0
9	0.36	1 0 0
10	0.54	9 0 0
11	0.85	0 0 0
12	0.84	11 0 0
13	0.87	12 0 0
14	0.45	13 0 0
15	0.45	13 0 0
16	0.48	8 14 15
17	0.89	0 0 0
18	0.87	17 0 0
19	0.23	18 0 0
20	0.35	19 0 0
21	0.45	20 0 0
22	0.12	0 0 0
23	0.23	22 0 0
24	0.65	17 0 0
25	0.768	23 0 0

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
26	0.56	0 0 0
27	0.89	25 0 0
28	0.476	25 0 0
29	0.23	25 0 0
30	0.78	27 28 29
31	1.25	30 0 0
32	0.89	31 0 0
33	0.2	21 0 0
34	1.15	33 0 0
35	1.02	34 0 0
36	1	16 0 0
37	0.36	5 0 0
38	0.774	36 37 0
39	0.69	35 38 0
40	0.56	32 0 0
41	0.45	40 0 0
42	0.56	41 0 0
43	0.575	39 42 0
44	0.454	43 0 0
45	0.45	44 0 0
46	0.46	45 0 0
47	0.456	46 0 0
48	0.45	46 0 0
49	0.435	47 48 0
	29.65	



### Ejemplo 3

Tc= 1.85

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	1.02	0 0 0 0
2	1	1 0 0 0
3	0.45	2 0 0 0
4	0.78	0 0 0 0
5	0.56	4 0 0 0
6	0.56	5 0 0 0
7	0.76	0 0 0 0
8	0.43	7 0 0 0
9	0.65	3 6 0 0
10	0.34	0 0 0 0
11	0.86	10 0 0 0
12	0.54	11 0 0 0
13	0.34	0 0 0 0
14	0.97	13 0 0 0
15	0.23	14 0 0 0
16	0.86	0 0 0 0
17	0.22	16 0 0 0
18	0.22	17 0 0 0
19	0.765	14 0 0 0
20	0.86	0 0 0 0
21	0.98	20 0 0 0
22	0.657	21 0 0 0
23	0.98	0 0 0 0
24	0.978	23 0 0 0
25	0.56	23 0 0 0

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
26	0.34	24 0 0 0
27	0.76	25 0 0 0
28	0.34	12 15 19 18
29	0.23	22 26 27 0
30	0.21	29 0 0 0
31	0.98	28 0 0 0
32	0.64	28 0 0 0
33	0.54	28 0 0 0
34	0.76	30 0 0 0
35	0.21	30 0 0 0
36	0.12	9 0 0 0
37	0.16	36 0 0 0
38	0.19	31 32 33 0
39	0.64	34 35 0 0
40	0.45	37 0 0 0
41	0.86	38 0 0 0
42	0.56	40 41 0 0
43	0.33	39 0 0 0
44	0.76	43 0 0 0
45	0.867	43 0 0 0
46	0.77	45 0 0 0
47	0.81	42 44 0 0
48	0.23	47 46 0 0
49	0.84	48 0 0 0
50	0.86	49 0 0 0
	30.027	



### Ejemplo 4

Tc= 0.93

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	0.654	0 0 0
2	0.56	1 0 0
3	0.45	2 0 0
4	0.656	3 0 0
5	0.86	0 0 0
6	0.76	3 0 0
7	0.54	0 0 0
8	0.86	7 0 0
9	0.64	8 0 0
10	0.34	9 0 0
11	0.23	0 0 0
12	0.75	11 0 0
13	0.23	12 0 0
14	0.45	13 17 0
15	0.34	0 0 0
16	0.54	15 18 0
17	0.34	16 0 0
18	0.876	0 0 0
19	0.212	0 0 0
20	0.564	19 0 0
21	0.75	20 24 0
22	0.86	0 0 0
23	0.876	0 0 0
24	0.756	23 0 0
25	0.45	21 0 0
26	0.56	25 0 0
27	0.12	14 0 0
28	0.123	10 0 0

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
29	0.342	6 0 0
30	0.54	4 0 0
31	0.75	30 0 0
32	0.34	31 0 0
33	0.54	32 0 0
34	0.54	29 0 0
35	0.54	34 0 0
36	0.34	35 0 0
37	0.76	28 0 0
38	0.765	37 0 0
39	0.56	38 0 0
40	0.45	33 36 0
41	0.65	27 0 0
42	0.56	41 0 0
43	0.78	42 0 0
44	0.65	39 43 0
45	0.567	26 0 0
46	0.9	26 0 0
47	0.56	26 0 0
48	0.89	45 46 0
49	0.12	48 0 0
50	0.1	47 0 0
51	0.16	50 0 0
52	0.19	49 51 0
53	0.2	52 0 0
54	0.61	40 44 53
55	0.79	54 0 0
56	0.456	55 0 0
	29.997	



**Ejemplo 5**

Tc= 1.18

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	1	0 0 0 0
2	1	1 0 0 0
3	1.08	2 0 0 0
4	0.45	5 0 0 0
5	0.756	1 0 0 0
6	1	0 0 0 0
7	0.12	8 0 0 0
8	0.12	6 0 0 0
9	0.34	10 0 0 0
10	0.34	11 0 0 0
11	0.356	0 0 0 0
12	0.76	0 0 0 0
13	0.45	0 0 0 0
14	0.76	13 0 0 0
15	0.45	14 0 0 0
16	0.45	17 0 0 0
17	0.76	13 0 0 0
18	0.98	0 0 0 0
19	0.67	18 0 0 0
20	0.87	19 0 0 0
21	0.9	22 0 0 0
22	0.51	23 0 0 0
23	0.13	0 0 0 0
24	0.14	25 0 0 0
25	0.16	23 0 0 0
26	0.18	27 0 0 0
27	0.28	23 0 0 0
28	0.6	3 0 0 0
29	0.56	4 0 0 0
30	0.98	7 0 0 0
31	0.56	9 0 0 0
32	0.87	15 0 0 0
33	0.23	16 0 0 0
34	0.26	20 0 0 0
35	0.76	21 0 0 0
36	0.43	24 0 0 0
37	0.9	26 0 0 0
38	0.876	37 0 0 0

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
39	0.56	37 0 0 0
40	0.87	38 39 0 0
41	0.12	36 0 0 0
42	0.11	37 0 0 0
43	0.1	34 35 0 0
44	0.79	35 0 0 0
45	0.65	43 44 0 0
46	0.34	33 0 0 0
47	0.34	33 0 0 0
48	0.56	33 0 0 0
49	0.78	46 47 48 0
50	0.89	49 0 0 0
51	0.67	32 0 0 0
52	0.34	31 0 0 0
53	0.56	52 51 0 0
54	0.45	53 0 0 0
55	0.34	54 0 0 0
56	0.45	54 0 0 0
57	0.1	30 0 0 0
58	0.17	28 29 57 0
59	0.15	57 0 0 0
60	0.19	58 59 0 0
61	0.2	60 0 0 0
62	0.52	50 0 0 0
63	0.67	61 55 56 62
64	0.9	41 0 0 0
65	0.56	40 0 0 0
66	0.65	45 64 65 0
67	0.34	66 0 0 0
68	0.54	67 0 0 0
69	0.87	68 0 0 0
70	0.34	69 0 0 0
71	0.98	69 0 0 0
72	0.56	63 0 0 0
73	0.45	72 0 0 0
74	0.34	73 0 0 0
75	0.3	70 71 0 0
76	0.23	74 75 0 0
	40.018	



**Ejemplo 6**

Tc= 2.9

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	0.123	0 0 0
2	1.54	1 0 0
3	0.6	2 4 0
4	0.34	5 0 0
5	0.76	0 0 0
6	0.89	3 0 0
7	0.56	6 0 0
8	0.34	7 0 0
9	0.56	3 0 0
10	0.67	9 0 0
11	0.67	10 0 0
12	0.98	3 0 0
13	0.123	12 20 0
14	0.56	13 0 0
15	0.67	8 11 14
16	0.89	15 0 0
17	0.56	0 0 0
18	0.4	17 0 0
19	0.54	18 0 0
20	0.63	3 0 0
21	0.87	19 0 0
22	0.95	21 23 0
23	0.23	24 0 0
24	0.021	25 0 0
25	0.411	26 0 0
26	0.36	0 0 0
27	0.52	0 0 0
28	0.32	27 0 0
29	0.32	27 0 0
30	1.32	27 0 0
31	0.36	27 0 0
32	0.87	27 0 0
33	0.3	28 0 0
34	0.952	29 0 0
35	0.54	30 0 0
36	1	31 0 0
37	1.023	32 0 0
38	1	33 0 0
39	0.89	34 0 0

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
40	1.89	35 0 0
41	1.54	36 0 0
42	0.87	39 0 0
43	0.56	38 0 0
44	0.89	39 0 0
45	0.475	43 44 0
46	1.65	40 41 42
47	1.69	45 46 0
48	1.32	47 0 0
49	0.68	48 0 0
50	1.23	56 59 0
51	0.363	22 0 0
52	0.89	51 0 0
53	0.54	52 0 0
54	0.63	22 0 0
55	0.89	54 0 0
56	0.9	55 0 0
57	0.54	22 0 0
58	0.23	57 0 0
59	0.89	58 0 0
60	0.48	16 53 0
61	0.941	50 49 0
62	0.62	0 0 0
63	0.65	0 0 0
64	0.89	62 0 0
65	0.78	63 0 0
66	0.98	64 65 0
67	0.569	66 0 0
68	0.45	67 0 0
69	0.64	68 0 0
70	0.89	68 0 0
71	0.65	69 0 0
72	0.32	70 0 0
73	0.69	71 0 0
74	0.47	72 0 0
75	0.859	73 74 0
76	0.45	60 61 75
77	0.23	76 0 0
	54.89	



**Ejemplo 7**

Oper.	Tiempo	M. Precedencias	Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	1.23	0 0	40	0.056	39 0
2	3.58	1 0	41	0.65	40 0
3	2.3	2 0	42	0.48	41 0
4	3.4	3 0	43	0.36	39 0
5	1.23	6 0	44	0.57	43 0
6	0.23	0 0	45	0.25	44 0
7	0.87	0 0	46	0.26	42 45
8	0.952	7 0	47	0.36	46 0
9	0.36	8 0	48	0.952	14 0
10	0.84	9 0	49	0.841	48 0
11	0.51	0 0	50	0.54	49 52
12	0.95	11 0	51	0.23	50 0
13	0.95	12 0	52	0.63	49 0
14	0.6	13 0	53	0.57	52 0
15	1.3	11 0	54	0.95	51 53
16	3.4	15 0	55	0.36	54 0
17	2.63	0 0	56	0.95	55 57
18	5.06	17 0	57	0.36	58 0
19	2.3	0 0	58	0.54	59 0
20	2.02	18 0	59	0.12	60 0
21	3.07	20 0	60	0.1	26 0
22	1.068	21 0	61	0.16	59 0
23	1.058	22 0	62	0.25	61 0
24	1.65	21 0	63	0.95	62 0
25	1.98	24 0	64	0.41	47 56
26	1.96	23 25	65	0.45	64 63
27	1.97	28 0	66	0.47	65 67
28	1.48	29 0	67	1.652	68 69
29	2.5	30 0	68	0.17	70 0
30	2.36	31 0	69	0.87	70 0
31	2.47	32 0	70	0.8	71 0
32	2.69	33 0	71	0.36	72 78
33	2.368	0 0	72	0.54	73 76
34	1.48	0 0	73	0.85	74 0
35	1.69	34 37	74	0.84	27 0
36	0.95	35 0	75	0.87	27 0
37	0.84	0 0	76	0.63	75 0
38	0.45	4 10	77	0.89	27 0
39	0.84	38 0	78	0.415	77 0
				89.292	



### Ejemplo 8

Tc= 3.5

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	0.57	0 0 0 0
2	0.89	0 0 0 0
3	0.87	0 0 0 0
4	0.95	0 0 0 0
5	0.96	0 0 0 0
6	0.95	0 0 0 0
7	0.32	0 0 0 0
8	0.69	6 7 0 0
9	0.24	8 10 12 0
10	0.58	11 0 0 0
11	0.59	0 0 0 0
12	0.69	13 14 15 39
13	0.96	0 0 0 0
14	0.97	0 0 0 0
15	0.98	0 0 0 0
16	0.99	5 0 0 0
17	0.92	4 0 0 0
18	0.94	1 2 3 0
19	0.15	18 0 0 0
20	0.26	17 0 0 0
21	0.47	16 8 0 0
22	0.56	12 0 0 0
23	0.14	22 0 0 0
24	0.89	21 0 0 0
25	0.56	26 24 0 0

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
26	0.65	20 0 0 0
27	0.45	26 0 0 0
28	0.68	19 27 0 0
29	0.63	9 0 0 0
30	0.67	29 0 0 0
31	0.69	23 0 0 0
32	1.23	23 0 0 0
33	1.48	23 0 0 0
34	1.69	31 0 0 0
35	1.78	32 0 0 0
36	1.02	33 0 0 0
37	0.36	36 0 0 0
38	0.36	30 34 35 37
39	0.13	0 0 0 0
40	0.11	25 0 0 0
41	0.26	40 0 0 0
42	0.35	28 0 0 0
43	0.89	42 44 38 0
44	0.46	41 0 0 0
45	0.49	43 0 0 0
46	0.76	43 0 0 0
47	0.78	43 0 0 0
48	0.92	43 0 0 0
49	0.27	46, 45 47 48
50	0.53	49 0 0 0
	34.73	



**Ejemplo 9.**

Tc= 5.8

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	0.36	0 0 0
2	0.57	0 0 0
3	0.58	0 0 0
4	0.69	0 0 0
5	0.85	0 0 0
6	0.95	0 0 0
7	0.96	0 0 0
8	0.23	0 0 0
9	0.25	0 0 0
10	1.02	0 0 0
11	1.05	0 0 0
12	1.58	2 13 0
13	0.96	3 4 0
14	1.25	5 0 0
15	1.23	14 0 0
16	1.59	15 0 0
17	1.45	6 7 0
18	1.03	17 0 0
19	0.54	10 0 0
20	0.63	10 0 0
21	0.69	11 0 0
22	0.96	1 0 0
23	0.97	12 22 0
24	0.98	23 0 0
25	0.99	24 0 0
26	0.92	16 0 0
27	0.94	18 0 0
28	0.15	21 0 0
29	0.26	27 0 0
30	0.47	26 0 0
31	0.56	26 0 0
32	0.95	25 0 0
33	0.85	8 9 0
34	0.56	20 0 0
35	0.84	19 0 0
36	0.96	31 0 0
37	0.48	34 35 0
38	0.95	37 0 0
39	0.93	31 0 0
40	0.92	33 0 0

Oper.	Tiempo	M. Precedencias
41	0.34	25 0 0
42	0.25	29 0 0
43	1.45	42 0 0
44	1.69	42 0 0
45	1.03	38 0 0
46	0.54	43 44 0
47	0.23	45 0 0
48	0.65	45 0 0
49	1.03	28 0 0
50	0.12	49 0 0
51	0.15	50 0 0
52	0.87	32 41 0
53	0.48	30 0 0
54	0.62	53 0 0
55	0.36	48 0 0
56	0.45	47 0 0
57	0.49	56 0 0
58	0.36	55 57 0
59	0.65	46 0 0
60	0.36	59 0 0
61	0.54	54 0 0
62	0.97	61 0 0
63	0.67	61 0 0
64	0.95	52 0 0
65	0.68	64 0 0
66	0.45	36 39 0
67	0.34	66 0 0
68	0.74	40 0 0
69	0.73	68 0 0
70	0.95	62 63 0
71	0.26	65 67 0
72	0.74	71 0 0
73	0.71	70 0 0
74	0.79	60 0 0
75	0.83	51 0 0
76	0.49	69 73 74
77	0.65	58 75 0
78	0.87	76 77 0
79	0.36	78 0 0
80	0.58	79 0 0
Total	58.52	79



**Ejemplo 10.**

Tc= 7.3

Oper.	Tiempo	M. Precedencias	Oper.	Tiempo	M. Precedencias
1	2.36	0 0 0 0	44	0.56	45 0 0 0
2	1.08	1 0 0 0	45	1.36	46 0 0 0
3	1.2	2 0 0 0	46	1.7	39 0 0 0
4	0.36	3 0 0 0	47	0.36	48 0 0 0
5	0.547	6 0 0 0	48	0.35	0 0 0 0
6	0.54	7 0 0 0	49	0.82	0 0 0 0
7	0.62	0 0 0 0	50	0.95	49 0 0 0
8	0.36	4 0 0 0	51	0.37	50 0 0 0
9	0.87	4 0 0 0	52	0.39	49 0 0 0
10	0.39	4 0 0 0	53	0.45	52 0 0 0
11	0.19	4 0 0 0	54	0.95	53 0 0 0
12	0.79	9 0 0 0	55	0.6	49 0 0 0
13	0.26	10 0 0 0	56	0.06	55 0 0 0
14	0.35	8 12 13 11	57	0.78	56 59 0 0
15	0.16	14 0 0 0	58	0.94	49 0 0 0
16	0.45	15 0 0 0	59	0.36	58 0 0 0
17	0.87	16 0 0 0	60	0.51	51 54 57 0
18	0.95	15 0 0 0	61	0.52	60 0 0 0
19	0.35	18 0 0 0	62	0.36	61 0 0 0
20	0.36	17 19 0 0	63	0.32	60 0 0 0
21	0.32	20 0 0 0	64	0.31	63 0 0 0
22	0.34	0 0 0 0	65	0.14	62 64 0 0
23	0.35	22 0 0 0	66	0.94	65 0 0 0
24	0.58	23 0 0 0	67	0.87	60 0 0 0
25	0.58	24 0 0 0	68	0.36	67 0 0 0
26	1.2	25 0 0 0	69	0.11	68 0 0 0
27	0.74	25 0 0 0	70	0.25	69 0 0 0
28	1.7	26 0 0 0	71	0.22	66 70 0 0
29	1.9	28 0 0 0	72	0.21	71 0 0 0
30	0.6	29 32 35 0	73	0.45	71 0 0 0
31	0.5	27 0 0 0	74	0.84	71 0 0 0
32	0.87	31 0 0 0	75	0.62	72 73 74 0
33	0.56	25 0 0 0	76	0.32	75 0 0 0
34	0.15	33 0 0 0	77	0.38	43 0 0 0
35	0.19	34 0 0 0	78	0.14	77 0 0 0
36	0.17	0 0 0 0	79	0.73	77 0 0 0
37	16	36 0 0 0	80	0.25	78 0 0 0
38	0.32	37 47 0 0	81	0.54	79 0 0 0
39	0.54	38 0 0 0	82	0.65	80 81 0 0
40	0.85	39 0 0 0	83	0.95	82 0 0 0
41	0.95	40 0 0 0	84	0.85	21 30 83 0
42	0.36	41 0 0 0	85	0.23	84 76 0 0
43	0.74	42 44 0 0	86	0.32	85 0 0 0
				66.957	