



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA MECANICA Y  
ELECTRICA

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

METODOLOGÍA PARA EL REDISEÑO DE MOTORES  
DE CICLO STIRLING

Tesis que para obtener el grado de  
**Maestro en Ciencias**

Presenta: Ing. Jorge Vázquez Cervantes

Director de tesis: Dr. Ignacio Carvajal Mariscal

Agosto de 2006. México, D.F.





# INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

## ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 11:00 horas del día 9 del mes de Mayo del 2007 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E. S. I. M. E. para examinar la tesis de grado titulada:

**“ METODOLOGÍA PARA EL REDISEÑO DE MOTORES DE CICLO STIRLING”.**

Presentada por el alumno:

**VÁZQUEZ**

Apellido paterno

**CERVANTES**

Apellido materno

**JORGE**

Nombre(s)

Con registro: 

B	0	3	1	5	5	7
---	---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

### MAESTRO EN CIENCIAS

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

### LA COMISION REVISORA

Director de tesis

DR. IGNACIO CARVAJAL MARISCAL

Segundo Vocal

DR. JUAN GABRIEL BARBOSA SALDAÑA

Secretario

DR. GEORGIY POLUPAN

Presidente

DR. FLORENCIO SÁNCHEZ SILVA

Tercer Vocal

M EN C. GUILBALDO TOLENTINO ESLAVA

Suplente

M EN C. JUAN ABUGABER FRANCIS

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. JAIME ROBLES GARCÍA





INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 16 del mes de mayo del año 2007, el (la) que suscribe Ing. Jorge Vázquez Cervantes alumno(a) del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica opción Energética con número de registro B031557, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Ignacio Carvajal Mariscal y cede los derechos del trabajo intitulado: Metodología para el Rediseño de Motores de Ciclo Stirling, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: [karenjvc@servidor.unam.mx](mailto:karenjvc@servidor.unam.mx)

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Ing. Jorge Vázquez Cervantes



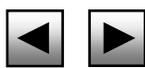
---

---

	<i>Página</i>
<b>Resumen</b>	1
<b>Abstract</b>	2
<b>Nomenclatura</b>	3
<b>Relación de Figuras y Tablas</b>	5
<b>Introducción</b>	7
 <b>CAPÍTULO 1.</b> <b>GENERALIDADES DE LOS MOTORES TÉRMICOS ALTERNATIVOS</b>	
1.1 Motores térmicos	10
1.2 Obtención del movimiento alternativo	12
1.3 El trabajo obtenible	17
1.4 Características del trabajo obtenible	19
1.5 Motores de combustión externa de ciclo Stirling	21
 <b>CAPÍTULO 2.</b> <b>MOTORES STIRLING TIPO ROBINSON</b>	
2.1 El ciclo Stirling del motor Robinson	29
2.2 Modelos de cálculo térmico	36
2.3 Actualidad en la aplicación del motor Stirling tipo Robinson y sus ventajas	35
 <b>CAPÍTULO 3.</b> <b>METODOLOGÍA PARA EL REDISEÑO DE LOS MOTORES STIRLING</b>	
3.1 Descripción del motor Stirling tipo Robinson del caso de estudio	39
3.2 Selección del modelo de cálculo	42
3.3 Aplicación de la Metodología propuesta	48
3.4 Obtención de diagramas de comportamiento	58
3.4.1 Diagrama p-V	58
3.4.2 Diagrama p-x	60
 <b>CAPITULO 4.</b> <b>ANÁLISIS DE RESULTADOS</b>	
4.1 Análisis de resultados	65
4.2 Comparación con otros modelos teóricos	70
<b>Conclusiones</b>	73
<b>Recomendaciones</b>	74
<b>Bibliografía</b>	75
<b>Anexo A</b>	78
<b>Anexo B</b>	80
<b>Anexo C</b>	82
<b>Anexo D</b>	89

---

---

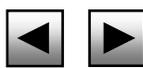


---

---

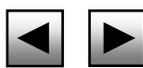
## RESUMEN

Se presenta el desarrollo de una metodología para rediseñar motores de ciclo Stirling del tipo Robinson, con el fin de optimizarlos térmicamente. La metodología está basada en el acoplamiento de los modelos Senft\_Schmidt y de Petrescu para el cálculo de potencia en los motores Stirling tipo gama, aplicando la cantidad de trabajo irreversible y la optimización térmica por medio del teorema de Gouy-Stodola. Al aplicar la metodología se obtuvieron los siguientes resultados: se redujo el volumen muerto en 9.6% mientras que aumentó la eficiencia en 4.5%, y la entropía generada tuvo una reducción en 10 %. Los resultados se ven reflejados en la determinación del valor de la carga óptima de gas de trabajo y el ángulo de carga, así como el valor de una constante para obtener una aproximación a la potencia real.



**ABSTRACT**

The development of a methodology is presented to redesign cycle motors Stirling of the type Robinson, with the purpose of optimizing them thermally. The methodology is based on the joining of the model Senft\_Schmidt and of Petrescu for the calculation of power in the motors Stirling type gamma, applying the quantity of irreversible work and the thermal optimization by means of the theorem of Gouy-Stodola. When applying the methodology the following results they were obtained: decreased the dead volume in 9.6% while the efficiency increased in 4.5%, and the generated entropía had a reduction in 10%. The results are reflected in the obtaining of the value of the optimus load of work gas and the load angle, as well as the value of a constant to obtain an approach to the real power.





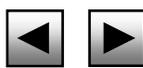

---



---

**NOMENCLATURA**

<b>A</b>	—	superficie de contacto, [m <sup>2</sup> ];
<b>A</b>	—	aceleración, [m/s <sup>2</sup> ];
<i>a</i>	—	coeficiente ( $=\sqrt{3\gamma}$ )
<b>b</b>	—	coeficiente $\epsilon$ (0, 2)
<b>C</b>	—	desplazamiento elemental o carrera del pistón, [m];
<i>c</i>	—	calor específico, [kJ/kg K];
<i>c</i>	—	velocidad molecular media, [m/s];
<b>D</b>	—	diámetro, [m];
<b>F</b>	—	fuerza, [N];
<i>f</i>	—	factor de fricción $\epsilon$ (0, 1), [N];
<b>L</b>	—	longitud de biela, [m];
<b>m</b>	—	masa, [kg];
<b>n</b>	—	número de revoluciones por minuto, [rpm];
<b>P</b>	—	presión, [N/m <sup>2</sup> ];
<b>P.M.I.</b>	—	punto muerto inferior;
<b>P.M.S.</b>	—	punto muerto superior;
<b>p</b>	—	presión instantánea, [N/m <sup>2</sup> ];
$\bar{p}$	—	presión media indicada, [N/m <sup>2</sup> ];
$\dot{Q}$	—	flujo de calor total, [kJ/s];
$\dot{q}$	—	flujo de calor por unidad de masa, [kJ/kg s];
<b>R</b>	—	constante de gas, [kJ/kg K];
<b>r</b>	—	longitud de la manivela, [m];
<b>s</b>	—	entropía, [kJ/K];
<b>T</b>	—	temperatura, [K];
<b>t</b>	—	tiempo, [s];
<b>U</b>	—	energía interna, [kJ];
<b>u</b>	—	energía interna específica, [kJ/kg];
<b>V</b>	—	volumen instantáneo, [m <sup>3</sup> ];
<b>V</b>	—	velocidad del pistón, [m/s];
<b>v</b>	—	velocidad lineal, [m/s];
<b>v</b>	—	volumen específico, [m <sup>3</sup> /kg];
$\bar{v}$	—	velocidad media, [m/s];
<b>W</b>	—	trabajo, [kJ];
<b>w</b>	—	velocidad del pistón durante una carrera, [m/s];
<b>wt</b>	—	ángulo del cigüeñal, [°];
<b>X</b>	—	longitud de barrido o desplazamiento total, [m];
<b>x</b>	—	desplazamiento lineal, [m];
<b>Y</b>	—	relación entre razón de temperaturas y razón de volúmenes;
<b>z</b>	—	factor de compresibilidad;



**Letras griegas**

$\alpha$	—	ángulo de defasamiento particular entre pistón y desplazador de aire en el cigüeñal, [°];
$\alpha$	—	desplazamiento angular de la manivela, [°];
$\beta$	—	desplazamiento angular de la biela, [°];
$\gamma$	—	razón entre calores específicos
$\delta$	—	ángulo general de defasamiento entre pistón y desplazador de aire en el cigüeñal, [°];
$\varepsilon$	—	razón de compresión
$\eta$	—	eficiencia térmica, [%]
$\theta$	—	desplazamiento angular de la biela respecto al eje del pistón, [°];
$\kappa$	—	razón entre volúmenes barridos.
$\lambda$	—	razón entre longitudes
$\pi$	—	razón entre alta y baja presión de las zonas caliente y fría
$\tau$	—	razón entre temperaturas máxima y mínima
$\omega$	—	velocidad angular, [rad/s];
$\chi$	—	razón del volumen muerto

**subíndices**

b	—	biela
C	—	sumidero
c	—	zona fría
D	—	desplazador
d	—	camisa del desplazador
<i>f</i>	—	fricción
H	—	fuelle
h	—	zona caliente
i	—	irreversible
ind	—	indicado
L	—	sumidero
m, i	—	Media instantánea
m	—	volumen muerto
ml	—	media logarítmica
P	—	presión constante
<i>P</i>	—	piston
p	—	camisa del pistón
perd	—	perdido
R	—	regenerador
rev	—	reversible
T	—	total
thrott	—	Estrangulamiento
<i>U</i>	—	útil
<i>V</i>	—	volumen constante
1	—	punto inicial de un proceso
2	—	punto final de un proceso
°	—	ambiente

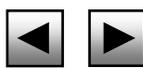


---

---

## RELACION DE FIGURAS

- Figura 1.1 Clasificación de los motores térmicos.
- Figura 1.2 Representación esquemática del mecanismo básico pistón-biela-manivela.
- Figura 1.3 Gráfica de la variación del desplazamiento del pistón respecto al ángulo de la manivela.
- Figura 1.4 Diagrama de aceleración respecto al ángulo de rotación.
- Figura 1.5 Diagrama P-v mostrando con la presión media, el área ABCD equivalente al área entre curvas de expansión y compresión.
- Figura 1.6 Diagrama de presión contra volumen para un proceso a Temperatura constante
- Figura 1.7 Diagrama de presión contra volumen mostrando el proceso de compresión y el de expansión a temperatura constante.
- Figura 1.8 Clases de motores Stirling. Variantes alfa, beta y gama.
- Figura 1.9 Comparación entre ciclos termodinámicos: Carnot, Stirling, Ericsson.
- Figura 1.10 Diagrama de la relación entre presiones y eficiencia térmica, potencia de salida.
- Figura 2.1 Esquema del motor Robinson
- Figura 2.2 Ciclo Stirling en diagramas P-v y T-s
- Figura 2.3 Principio de funcionamiento del motor Robinson.
- Figura 3.1 Motor Robinson dimensionado y fabricado.
- Figura 3.2. Identificación de los espacios considerados como volumen muerto.
- Figura 3.3 Motor de ciclo Stirling variante Robinson. Despiece.
- Figura 3.4 Diagrama del ciclo indicado del motor Robinson obtenido con el último cálculo
- Figura 3.5 Diagrama indicado. Datos originales.
- Figura 3.6 Modificación del ciclo indicado.
- Figura 3.7 Diagrama de la relación existente entre la presión interna respecto a la carrera del pistón y del desplazador. Resultados iniciales.
- Figura 3.8 Diagrama de posición del pistón y el desplazador respecto al ángulo del cigüeñal. Resultados iniciales.
- Figura 3.9 Diagrama de presión interna respecto a la carrera del pistón y desplazador. Resultados finales.

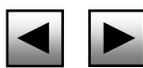




- 
- 
- Figura 3.10 Diagrama de posición del pistón y el desplazado respecto al ángulo del cigüeñal. Resultados finales.
- Figura 3.11 Variación del trabajo indicado al variar el ángulo alfa. Resultados iniciales.
- Figura 3.12 Diagrama de flujo de la Metodología propuesta.
- Figura 4.1 Diagrama de trabajo y potencia contra valores del volumen total
- Figura 4.2 Diagrama de eficiencia contra volumen total
- Figura 4.3 Diagrama de eficiencia respecto a la cantidad de masa
- Figura 4.4 Diagrama de variación de la entropía contra la variación de masa
- Figura 4.5 Diagrama de la razón entre potencias del modelo Petrescu y la metodología desarrollada.
- Figura 4.6 Diagrama de la razón de potencias entre diferentes diseños de motores tipo gama.

## RELACION DE TABLAS

- Tabla 1.1 Representación de los tipos de trabajo y sus conceptos
- Tabla 3.1 Datos requeridos para el cálculo inicial
- Tabla 3.2 Primeros valores calculados
- Tabla 3.3 Resultados iniciales
- Tabla 3.4 Volúmenes corregidos sin considerar al volumen muerto
- Tabla 4.1 Resultados con cambios en las variables  $m$  y  $V$ .





## INTRODUCCIÓN.

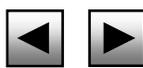
En las industrias existen grandes cantidades de energía térmica que no se aprovecha en el transcurso de los procesos y se le da el nombre de energía residual. Esta energía representa una parte importante de la energía total que utilizan los procesos y considerando que los combustibles aumentan su costo rápidamente, las empresas se ven obligadas a buscar métodos para el aprovechamiento de los energéticos. Ante esto, existen equipos que se emplean para el ahorro de energía, como son: recuperadores de calor, caloductos, equipos de absorción y recuperadores de condensados.

Los motores de ciclo Stirling son máquinas que presentan características para ser empleadas en el aprovechamiento de la energía residual, ya que son de sencilla construcción, transforman directamente energía térmica en energía mecánica y utilizan una amplia variedad de gases como fluidos de trabajo. Sin embargo, no se cuenta en el mercado con estudios que den las alternativas actuales del aprovechamiento energético en este tipo de motores, ni metodologías que indiquen el mejor diseño para conseguir dicho aprovechamiento.

El objetivo del presente trabajo es obtener una metodología para el rediseño de motores de ciclo Stirling. La metodología se enfoca principalmente a los motores de ciclo Stirling del tipo gama, por contar físicamente con uno de ellos en su variante Robinson. Para alcanzar el objetivo se presentan cuatro capítulos.

Como primer capítulo, se inicia con una descripción de los motores térmicos especificando a los de movimiento alternativo. Se generalizan los aspectos de diseño empleados en los motores reciprocantes de combustión interna y que se utilizan para diseñar los mecanismos de los motores de ciclo Stirling. Al final se da una introducción a los motores de combustión externa de ciclo Stirling y particularmente al motor Robinson.

En el capítulo dos, se describe el ciclo Stirling y su análisis general aplicado a la variante Robinson, mostrando posteriormente sus ventajas y desventajas conocidas.



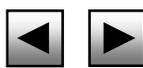


---

---

Para el capítulo tres se dan las características del motor bajo estudio y se describen los modelos teóricos para el cálculo de los motores Stirling, seleccionando los más adecuados. Se aplican los modelos teóricos seleccionados y se obtienen los diagramas de comportamiento necesarios para el análisis.

Finalmente, en el capítulo cuatro se realiza el análisis de los resultados del capítulo tres, comparándolos con los resultados de otros modelos teóricos y se fijan los parámetros de rediseño para el motor Robinson.



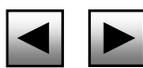


---

# CAPÍTULO 1

## GENERALIDADES DE LOS MOTORES TÉRMICOS ALTERNATIVOS

Este capítulo se inicia con una descripción de los motores térmicos especificando a los de movimiento alternativo. Se generalizan los aspectos de diseño empleados en los motores recíprocos de combustión interna y que se utilizan para diseñar los mecanismos de los motores de ciclo Stirling. Al final se da una introducción a los motores de combustión externa de ciclo Stirling y particularmente al motor Robinson.



Los motores térmicos son dispositivos empleados para la obtención de potencia. Los más empleados actualmente, son los motores endotérmicos en sus dos variantes: los motores alternativos y las turbinas de gas.

El avance tecnológico casi llega a un límite de optimización para este tipo de motores, y los estudios actuales han llevado a considerar nuevamente el caso de los motores exotérmicos [10-12]. Éstos presentan un panorama amplio a sus aplicaciones, para poder aprovechar las energías residuales. Las investigaciones que se realizan sobre este tipo de motores, conducen a muchas aplicaciones que para los motores endotérmicos serían de alto costo [1-7].

### 1.1 Motores Térmicos

Los primeros motores térmicos que se desarrollaron fueron los que aprovechan la energía del vapor de agua, clasificados como motores exotérmicos. En la búsqueda continua por mejorar estos motores se desarrollaron los de ciclo Stirling, conocidos como motores de aire caliente, con el objetivo de adquirir la energía necesaria para su operación sin necesitar del flujo de vapor. Sin que terminara el desarrollo de los motores de aire caliente, se dio un mayor avance a los motores endotérmicos al obtener rápidamente salidas de potencia.

En la Figura 1.1 se muestra la clasificación de los motores térmicos [10], basada en el sitio de la generación de calor. El orden de aparición cronológica de los motores, comienza con las Máquinas de Vapor del tipo alternativas. Se termina con las turbinas de gas de circuito abierto y los motores Stirling. Estos últimos son estudiados actualmente en investigaciones sobre su aplicación en refrigeración, accionamiento de módulos giratorios en proyectos espaciales, accionamiento de ventiladores y bombeo de agua en pequeña escala [13, 14, 15].



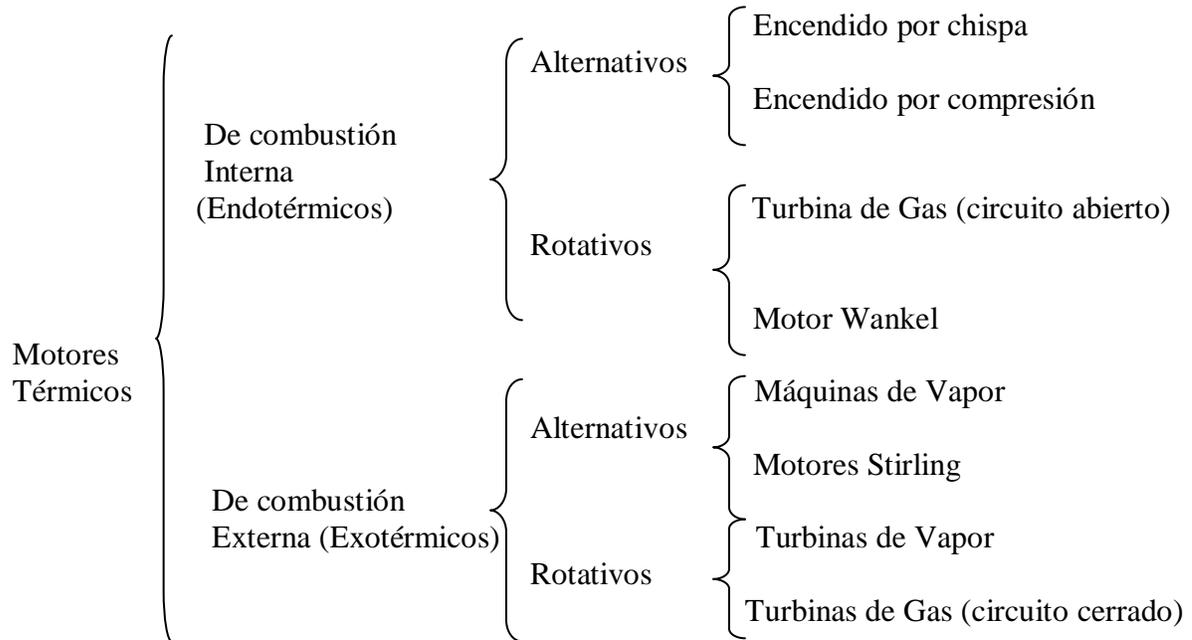


Figura 1.1 Clasificación de los Motores Térmicos.

A los motores térmicos se les divide en dos tipos siendo estos, motores de combustión interna y motores de combustión externa. Son de combustión externa cuando ésta se lleva a cabo en el exterior del motor, sin que la combustión sea parte del fluido de trabajo; son de combustión interna o endotérmicos cuando el combustible es quemado en el interior del motor y sus productos son el fluido de trabajo.

Independientemente del lugar donde se lleva a cabo la combustión, los motores térmicos tienen una subclasificación que los separa en alternativos y rotativos. Los primeros utilizan mecanismos de pistón-biela-manivela y los rotativos emplean momentos de inercia para girar sobre un eje, generando así su movimiento.

Los motores exotérmicos, en especial los de ciclo Stirling, operan con los mismos elementos mecánicos de los motores endotérmicos del tipo alternativo. El estudio del movimiento alternativo da el conocimiento necesario para el desarrollo de las ecuaciones del modelo Schmidt y la obtención de la ecuación del trabajo indicado de los motores de ciclo Stirling. De acuerdo con lo anterior, se muestran los aspectos generales del diseño mecánico de los motores alternativos en el siguiente apartado.



## 1.2 Obtención del movimiento alternativo

El movimiento alternativo de un pistón, es el desplazamiento que efectúa éste alternando su sentido entre el punto muerto superior (P.M.S.) y el punto muerto inferior (P.M.I.). El movimiento alternativo del pistón se transforma en movimiento circular continuo del eje mediante el mecanismo biela-manivela. Térmicamente el movimiento del pistón alterna su desplazamiento entre el proceso de expansión y el proceso de compresión.

El pie de biela, por su unión con el pistón, está sometido a un movimiento rectilíneo alterno, y la cabeza de biela es obligada a describir un movimiento circular con el perno de la manivela. Para los efectos del cálculo, el movimiento circular de la manivela se considera uniforme. En la Figura 1.2 se muestra el esquema básico del mecanismo.

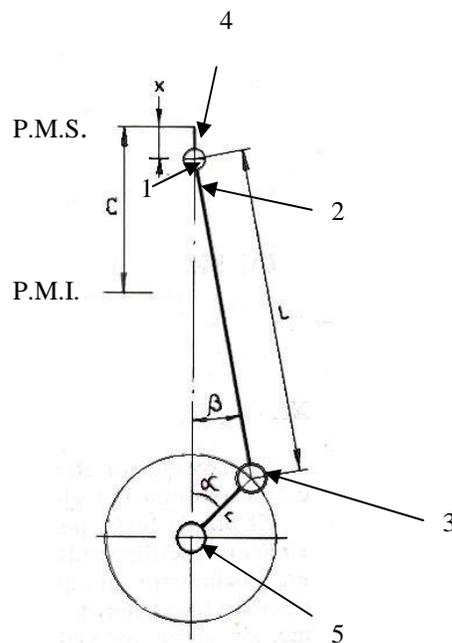


Figura 1.2 Representación esquemática del mecanismo pistón -biela-manivela para cálculos. (1) Pie de biela; (2) cabeza de biela; (3) perno de la manivela; (4) perno del pistón; (5) eje del cigüeñal.

Para determinar la velocidad y la aceleración del pistón es necesario determinar, primero, la relación que hay entre los desplazamientos lineales  $x$  del pistón y los desplazamientos angulares  $\alpha$  de la manivela.

De la Figura 1.3 se obtiene

$$x = r(1 - \cos \alpha) + L(1 - \cos \beta) \quad (1.1)$$

como se requiere expresar  $x$  solo en función del ángulo  $\alpha$  se tiene:

$$r \cdot \text{sen } \alpha = L \cdot \text{sen } \beta$$

$$\text{sen } \beta = \frac{r \cdot \text{sen } \alpha}{L}$$

considerando que  $\lambda = \frac{r}{L}$

$$\text{sen } \beta = \lambda \cdot \text{sen } \alpha \quad (1.2)$$

De esta expresión se obtiene el ángulo beta para cada posición de la manivela. Para  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\text{sen } \alpha = 1$ , por lo que el ángulo  $\beta$  adquiere su máximo valor en  $\text{sen } \beta = \lambda$ . Por tanto, la relación  $\lambda$  es el índice de la inclinación máxima de la biela.

$$\text{si } \cos \beta = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \beta} \quad (1.3)$$

y sustituyendo en la misma a  $\text{sen } \beta$  por su valor deducido de la expresión (1.2) se tiene:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \text{sen}^2 \alpha} \quad (1.4)$$

sustituyendo este valor en la ecuación (1.1) se obtiene la expresión de deslizamiento del pistón en función del ángulo  $\alpha$  de la manivela

$$x = r(1 - \cos \alpha) + L(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \text{sen}^2 \alpha}) \quad (1.5)$$

Si la biela fuese de longitud infinita ( $\lambda=0$ ), se desplazaría manteniéndose siempre paralela a sí misma, por lo cual se tendría una ecuación más simple

$$x = r(1 - \cos \alpha) \quad (1.6)$$

El diagrama de la Figura 1.3 muestra cómo los desplazamientos del pistón varían en función del ángulo de la manivela tomando como ejemplo los valores de  $r = 40$  mm y  $L = 150$  mm.



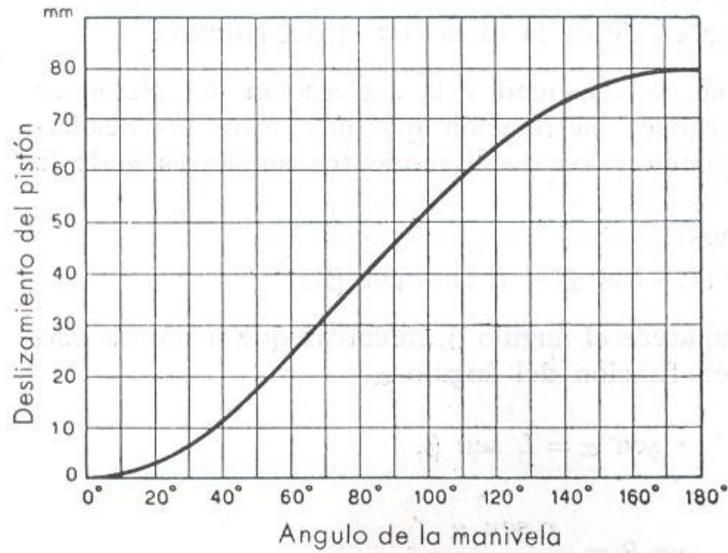


Figura 1.3 Variación en el desplazamiento del pistón respecto al ángulo de la manivela

En este diagrama se observa que para un movimiento angular de la manivela  $\alpha = 90^\circ$ , el pistón recorre un trayecto superior a la mitad de la carrera. Esto significa que para recorrer la primera mitad de la carrera invierte un tiempo menor que para recorrer la segunda mitad.

Respecto a la velocidad, ésta no es uniforme. En un instante dado, recorriendo el pistón una parte infinitesimal de carrera  $dx$  en un tiempo infinitesimal  $dt$ , la velocidad está dada por  $V = dx/dt$ . De este modo teniendo en cuenta que  $L = \frac{r}{\lambda}$

$$x = r \left( 1 - \cos \alpha \right) + \frac{1}{\lambda} \left( 1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} \right) \quad (1.7)$$

derivando se tiene que

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = r \left( \sin \alpha + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\lambda^2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{2\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}} \right) \omega \quad (1.8)$$

con  $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$  como la velocidad angular del motor.

Despreciando el término  $\lambda^2 \sin^2 \alpha$ , el valor de la raíz en la práctica puede tomarse igual a uno, obteniendo la ecuación



$$V = \omega \cdot r(\text{sen} \alpha + \lambda \text{sen} \alpha \cos \alpha) \quad (1.9)$$

recordando que  $\text{sen} \alpha \cos \alpha = \frac{\text{sen} \cdot 2\alpha}{2}$

$$\text{se obtiene } V = \omega \cdot r \left( \text{sen} \alpha + \frac{\lambda}{2} \text{sen} \cdot 2\alpha \right) \quad (1.10)$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}$$

Como

$$V = \frac{\pi n}{30} r \left( \text{sen} \alpha + \frac{\lambda}{2} \text{sen} \cdot 2\alpha \right)$$

Expresando r y L en mm y V en m/s se obtiene

$$V = \frac{\pi n}{30000} r \left( \text{sen} \alpha + \frac{\lambda}{2} \text{sen} \cdot 2\alpha \right) \quad (1.11)$$

en el caso hipotético de la biela con longitud infinita ( $\lambda=0$ ), resultando en

$$V = \omega \cdot r \cdot \text{sen} \alpha = \frac{\pi n}{30000} r \text{sen} \alpha \quad (1.12)$$

Conociendo el número de revoluciones n que efectúa el motor durante el primer minuto, se puede determinar la velocidad del pistón correspondiente a una posición cualquiera de la manivela.

De la misma forma analítica, es obtenida la ecuación para la aceleración del mecanismo de movimiento alternativo y los datos que generalizan a los motores alternativos: la velocidad media del pistón, la aceleración, la presión media de un ciclo y el par motor [16]. Las ecuaciones son las siguientes:

*Velocidad media del pistón*

$$\bar{v} = \frac{2}{60} \frac{C n}{30} = \frac{C}{30} \frac{n}{30}; \text{ para la carrera en mm y la velocidad en m/s se tiene}$$

$$\bar{v} = \frac{C}{30000} \frac{n}{30} \quad [16] \quad (1.13)$$



### Aceleración

Como la velocidad del pistón varía durante el ciclo según la ecuación (1.11), las masas dotadas de movimiento alterno están sometidas a una aceleración  $\alpha$ , cuyo valor está dado por la derivada de la velocidad respecto al tiempo. Es decir,

$$\alpha = \omega^2 r (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha) \quad (1.14)$$

y para el caso de longitud infinita:  $\alpha = \omega^2 r \cos \alpha$ . Cuyo valor máximo positivo corresponde al punto muerto superior con  $\alpha = 0$ , porque siendo  $\cos \alpha = 1$  y  $\cos 2\alpha = 1$  se obtiene  $\alpha = \omega^2 r (1 + \lambda)$ ; y su valor máximo negativo corresponde al punto muerto inferior con  $\alpha = \pi$ .

La Figura 1.4 muestra el diagrama de la aceleración en función de los ángulos de rotación de la manivela durante media revolución de la misma.

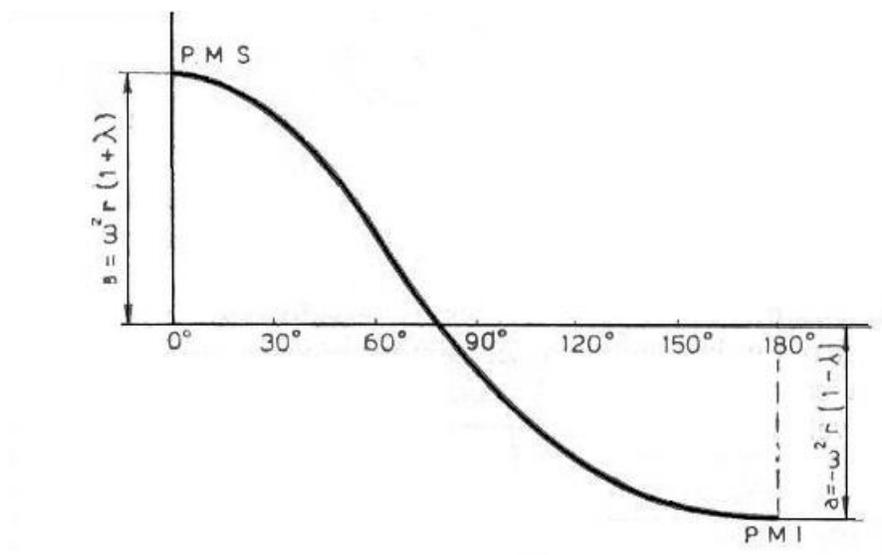


Figura 1.4 Diagrama de aceleración respecto al ángulo de rotación. Se muestra el trazo de media revolución.

### Presión media de un ciclo

La presión en el cilindro varía constantemente durante el ciclo. Haciendo referencia a un diagrama P-v como el mostrado en la Figura 1.5, el área comprendida entre las curvas de expansión y de compresión en el ciclo, representa el trabajo útil realizado por el fluido. Si se traza un rectángulo ABCD cuya área sea igual a la del ciclo, la altura del rectángulo



representa la presión media  $p_m$  del ciclo. Multiplicando el valor de la presión media por la cilindrada, se obtiene para el trabajo útil el mismo valor representado por la superficie del ciclo. La presión media se aplica en la valoración de la potencia de los motores que se mide en el extremo del árbol cigüeñal.

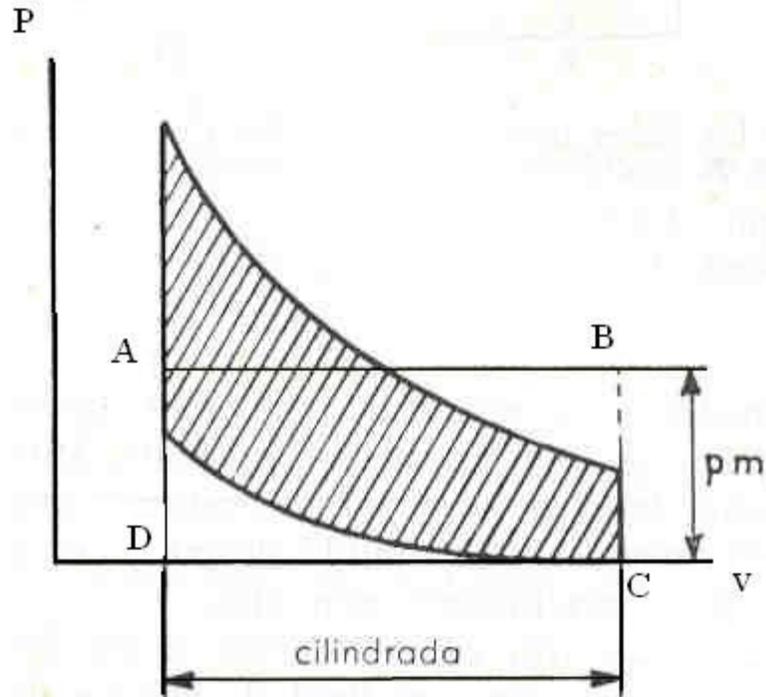


Figura 1.5. Diagrama p-v mostrando con la presión media el área ABCD equivalente al área entre curvas de expansión y compresión.

Como se sabe, la presión es un elemento que forma parte del trabajo, ya que este último depende del producto de la presión con el cambio de volumen. La variación en el valor del volumen depende del movimiento alternativo generado, el cual se desarrolla a velocidades y aceleraciones determinadas y que fueron tratadas en los párrafos anteriores. De esta manera, el trabajo como resultado del movimiento alternativo produce cambios de volumen y se describe en el apartado 1.3.

### 1.3 El trabajo obtenible

En el estudio de los motores alternativos es de fundamental importancia la determinación del trabajo mecánico, producido durante cada ciclo por el movimiento



alternativo. Para simplificar, se consideran las fases de compresión y expansión como transformaciones reversibles realizadas en un cilindro, en las que el pistón se traslada sin fricción, y el fluido tampoco los experimenta por causa de su movimiento. La representación de esas transformaciones se realiza tomando como abscisas los volúmenes y como ordenadas las presiones del fluido.

En la Figura 1.6 se muestra un diagrama p-v. Cualquier transformación entre los estados 1 y 2 está representada en el plano p-v por una línea que los une y es llamada línea térmica. Referidos al caso específico de un cilindro de motor alternativo, los valores  $v_1$  y  $v_2$  del volumen del gas corresponden a las posiciones extremas del pistón. Para un desplazamiento elemental  $dC$  del pistón y una presión  $p$  actuando sobre la superficie constante  $s$ , el trabajo realizado se expresa como:

$$dW = p A dC$$

el producto  $(A \cdot dC)$  dividido entre la masa del fluido representa la variación del volumen específico  $dv$ , y la ecuación del trabajo se convierte en  $dW = p dv$

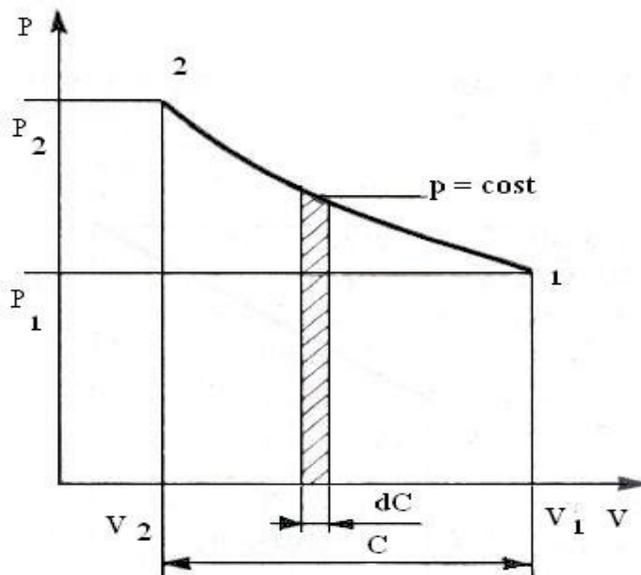


Figura 1.6 Diagrama de presión contra volumen para un proceso a T constante.

Si la presión es constante, durante la variación de volumen  $dv$ , el producto  $p dv$  se representa con el área del rectángulo elemental sombreada de la figura anterior.

Integrando entre los límites 1 y 2 se tiene

$$W_{1-2} = \int_1^2 p dv = \text{área}(v_1 - 1 - 2 - v_2 - v_1)$$

$W_{1-2} = \text{trabajo realizado durante el curso del pistón}$

El trabajo útil es ejecutado por elementos mecánicos en movimiento alternativo. El movimiento de los elementos que componen los motores alternativos y rotativos es producido por un fluido de trabajo. Este fluido funciona también como vehículo del calor.

El fluido operante produce trabajo cuando se expande después de haber recibido cierta cantidad de calor. Con objeto de que el trabajo sea producido de un modo constante, el calor debe ser introducido también de manera continua. En los motores exotérmicos de ciclo Stirling, una vez que se ha realizado el trabajo, el fluido no se descarga al exterior como en el caso de los motores endotérmicos. Es necesario, por tanto, después de cada transformación con la cual se ha obtenido el trabajo, llevar el fluido a su estado inicial.

Para conseguir el estado inicial del fluido de trabajo en los motores Stirling, se debe entregar al motor una cantidad de trabajo, cuyo valor sea menor al obtenido durante la expansión del gas de trabajo. El trabajo que se entrega al motor es realizado por la contracción del gas de trabajo al retirarle calor y por efecto de la presión atmosférica. La serie de procesos del gas de trabajo hasta alcanzar las condiciones iniciales, constituyen un ciclo térmico.

Para aclarar el concepto de trabajo obtenible, se mostrará en el siguiente apartado una tabla con la terminología empleada en diferentes situaciones.

#### 1.4 Características del trabajo obtenible

Es importante observar que la cantidad de trabajo realizado, correspondiente al área comprendida debajo de la línea térmica, depende de la forma de ésta, es decir, del modo de variar el estado del fluido entre los puntos inicial y final.



Lo anterior hace necesario conocer el proceso de la transformación para calcular el trabajo. Cuando se habla de trabajo, se hace indispensable conocer el tipo de trabajo del que se trata. En la bibliografía existente, se manejan terminologías que difieren sobre el trabajo obtenido. En un motor pueden llegar a existir varios puntos que desarrollan trabajo, pero el de mayor importancia es el de salida del motor, y las ecuaciones no siempre calculan el mismo trabajo de salida.

El trabajo obtenido mediante las líneas de proceso 1-2 y 3-4 en un diagrama p-v, Figura 1.7, es llamado trabajo de compresión y de expansión respectivamente. La integración de los dos proporciona el trabajo útil comprendido entre las dos líneas, es decir, el trabajo del ciclo. El trabajo útil es la cantidad de trabajo total obtenida y que puede aplicarse al accionamiento de dispositivos.

Con el fin de aclarar los conceptos existentes acerca del trabajo se muestra en la Tabla 1.1 los diferentes tipos de trabajo y sus conceptos.

Tabla 1.1 Diferentes tipos de trabajo y sus conceptos manejados en esta tesis

Tipo de trabajo	Concepto
$W_{\text{expansión}}$	trabajo realizado por un pistón en su carrera hacia su punto muerto inferior y cuyo valor es del área bajo la curva trazada
$W_{\text{compresión}}$	trabajo realizado por un pistón en su carrera hacia su punto muerto superior y cuyo valor es del área bajo la curva trazada
$W_{\text{indicado}} = W_{\text{irreversible}} = W_{\text{real}}$	trabajo cuyo valor es igual al valor del área comprendida entre las curvas de expansión y compresión en un diagrama p-V del ciclo. El área es trazada por medio de un “diagramador indicador” del ciclo [16]
$W_{\text{reversible}} = W_{\text{ideal}} = W_{\text{disponible}}$	su valor es igual al área en un ciclo de movimiento mediante su diagrama ideal
$W_{\text{útil}} = W_{\text{neto}} = W_{\text{flecha}} = W_{\text{salida}}$ $= W_{\text{obtenible}}$	trabajo que realiza un motor reciprocante y se puede aplicar para accionar algún dispositivo mediante la flecha del cigüeñal
$W_{\text{perdido}}$	es el trabajo no aprovechado



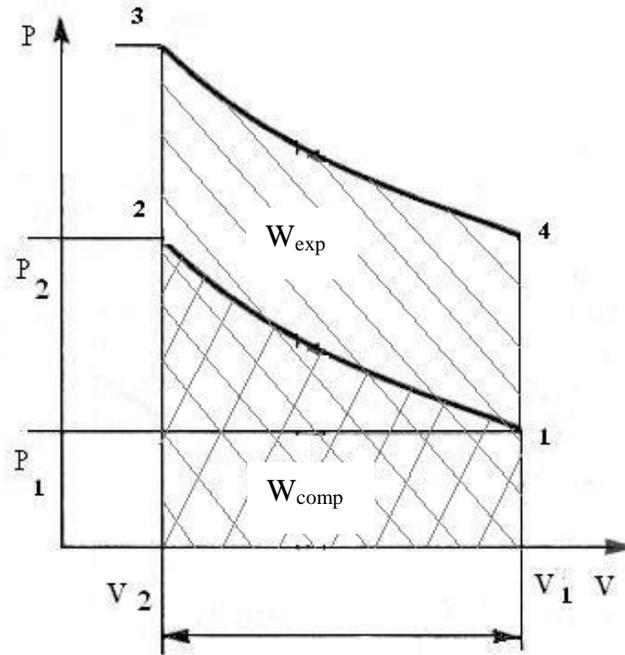


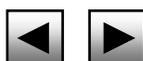
Figura 1.7 Diagrama de presión contra volumen mostrando el proceso de compresión de 1-2 y el de expansión de 3-4

Hasta el momento se ha explicado cómo se obtiene el movimiento alternativo y la generación de trabajo, involucrando a los motores endotérmicos y exotérmicos. En el siguiente apartado se explicará la clasificación y el análisis termodinámico de los motores de combustión externa, dirigido en particular a los motores de ciclo Stirling.

### 1.5 Motores alternativos de combustión externa de ciclo Stirling

Los motores de combustión interna, utilizan como medio de operación la combustión de un combustible derivado del petróleo.

Los motores de combustión externa como los de ciclo Stirling, en la realidad no necesitan estrictamente que una combustión les suministre la energía térmica necesaria para funcionar. Ya que el ciclo exige una fuente de calor no importando su origen, se pueden utilizar fuentes alternas de energía como el sol, la energía eléctrica y energías residuales de procesos terminados, como los que usan vapor.



En el presente trabajo se utiliza el motor Stirling, que de acuerdo a la clasificación dada en la Figura 1.1, es de combustión externa del tipo alternativo y adquiere alguna de las configuraciones mostradas en la Figura 1.8. Esto hace que tenga una clasificación independiente, debido a las variaciones en la posición que a sus componentes se les ha dado durante el desarrollo del motor [12]. La clasificación separa las clases de motor Stirling en alfa, beta y gama. Aunque algunas investigaciones recientes emplean el uso de motores Stirling gama como motores V por su modificación basada en el motor Stirling-Robinson, y algunos países como Turquía los clasifican como motores V o alfa lo cual se presta a confusión sin la bibliografía adecuada [17].

El motor Stirling tipo alfa consta de dos cilindros independientes conectados por un tubo en el que se sitúa el regenerador que almacena y cede el calor, en cada uno de los cilindros hay un pistón que se mueve 90 grados desfasado respecto al otro.

La disposición del motor Stirling tipo beta consta de un cilindro, con una zona caliente y una zona fría. Puede llevar o no regenerador dependiendo del tamaño del motor y además tiene situado, concéntrico al cilindro, un pistón de potencia. El primer motor de ciclo Stirling fue de este tipo.

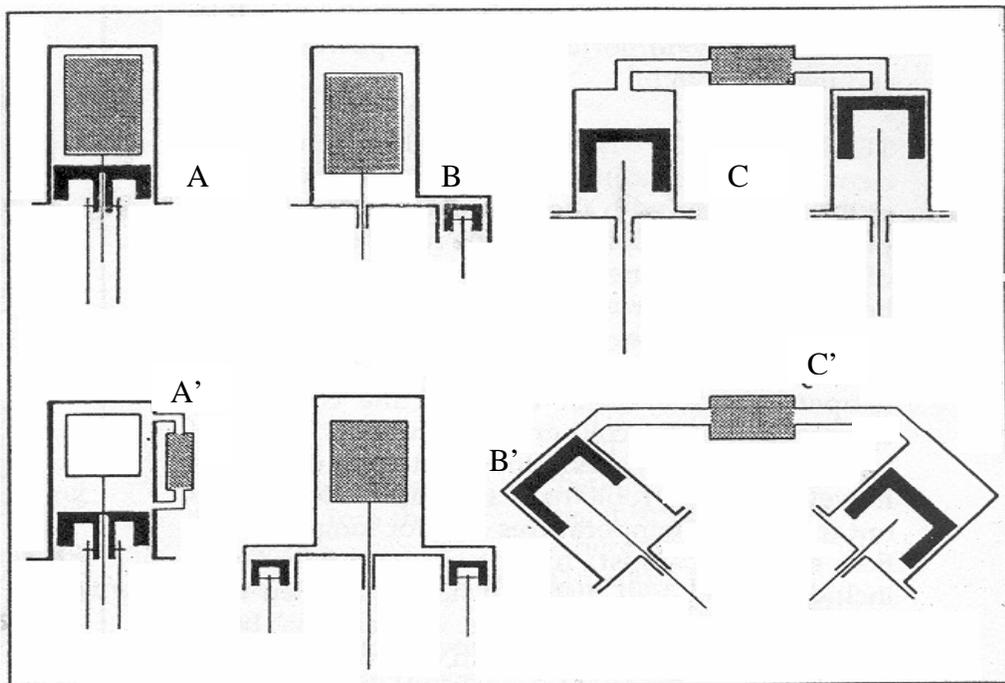
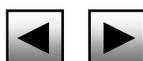


Figura 1.8 Clases de motor Stirling; A) variante tipo beta, B) variante tipo gama y, C) variante tipo alfa o en V.



Derivado del tipo beta está el de tipo gama, consta de dos cilindros separados, en uno de los cuales se sitúa el desplazador y en otro el pistón de potencia. Los sistemas para enfriar y calentar son idénticos a los del tipo beta.

Durante el desarrollo de los motores de ciclo Stirling, se experimentaba inicialmente de manera empírica sin tener en consideración las dimensiones que debía haber en las cámaras de calentamiento y enfriamiento. Ante esto, durante los desarrollos del siglo XIX se comenzó a utilizar modelos teóricos para el cálculo de los motores. Se logra alcanzar un modelo propuesto llamado Teoría de Schmidt para motores Stirling, donde se presentan métodos de cálculo para cada variante del motor.

El modelo de Gustav Schmidt es un modelo donde se considera, que los volúmenes de los espacios de compresión y expansión, varían sinusoidalmente en el tiempo. La teoría de Schmidt provee resultados analíticos simples y se toma como el modelo clásico para la operación del motor Stirling ideal. De acuerdo a la referencia [18] el modelo Schmidt no toma en cuenta las pérdidas, por lo que la eficiencia térmica predicha, iguala a la eficiencia de Carnot. Ante esto se hizo una revisión detallada del modelo, logrando generalizarse por T. Finkelstein. Ese modelo permitió trabajar sobre el intercambio de calor irreversible en las paredes de los espacios de compresión y expansión. El modelo de Finkelstein, es una base actual para el análisis moderno del motor Stirling.

La obtención de modelos para el análisis de los ciclos térmicos, se realiza a partir del ciclo de Carnot. Por ejemplo, los ciclos ideales de Otto y Diesel son ciclos internamente reversibles. Sus ciclos reales incluyen transferencia de calor debida a una diferencia de temperatura finita durante los procesos no isotérmicos de adición y rechazo de calor, los cuales son irreversibles. Por lo tanto, la eficiencia de un motor de ciclo Otto o Diesel será menor que la de un motor de Carnot que opera entre los mismos límites de temperatura, y esto es aplicable al ciclo Stirling.

Generalmente, la eficiencia del sistema y el trabajo de salida del ciclo Stirling son funciones de variables termodinámicas iniciales, como son la presión y el rango de compresión volumétrica. Desde un punto de vista termodinámico, cuando el ciclo Stirling de cuatro procesos reversibles se representa en un diagrama de presión  $p$  contra volumen  $v$ , el diagrama consiste de dos procesos isotérmicos y dos procesos isocóricos. Cuando se representa en un diagrama de temperatura  $T$  contra entropía  $s$ , la energía térmica transferida



es proporcional al área encerrada en el trazo de los procesos del diagrama T-s. De la misma forma, el trabajo producido por el motor es proporcional al área encerrada en el diagrama p-v [19].

Dos ciclos que implican un proceso de adición de calor isotérmico a  $T_H$  y un proceso de rechazo de calor isotérmico a  $T_L$  son los ciclos Stirling y Ericsson. Difieren del ciclo de Carnot en que los dos procesos isentrópicos son sustituidos por dos procesos de regeneración a volumen constante en el ciclo Stirling, y por dos procesos de regeneración a presión constante en el ciclo Ericsson (Fig.1.9).

Los ciclos de Stirling como los de Ericsson son totalmente reversibles como lo es el ciclo de Carnot; por lo tanto, los tres ciclos tendrán la misma eficiencia térmica cuando operen entre los mismos límites de temperatura

$$\eta_{stirling} = \eta_{Ericsson} = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

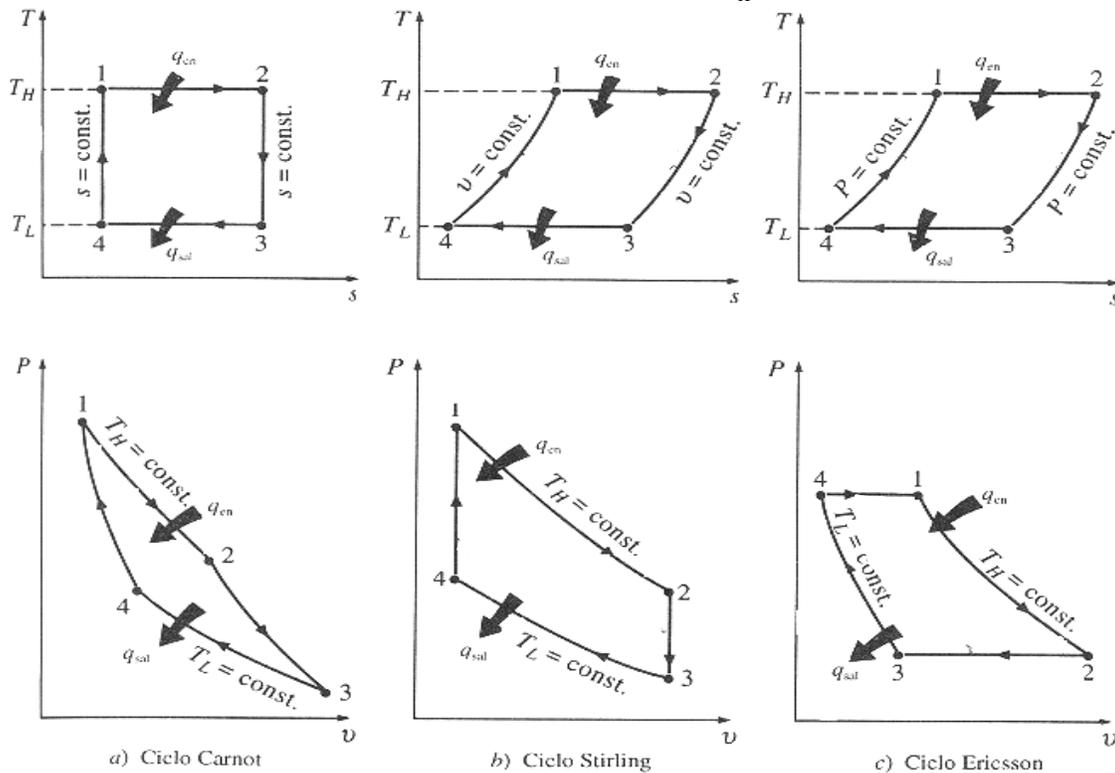
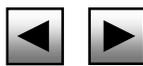


FIGURA 1.9 Comparación entre los ciclos termodinámicos de a) Carnot, b) Stirling y c) Ericsson.

En base al análisis de De Boer [18], que utiliza el modelo de Schmidt, la eficiencia térmica de un motor está dada por la ecuación



$$\eta = \frac{(\dot{Q}_c)}{(\dot{Q}_h)} = 1 - \frac{T_c}{T_h} \frac{\Delta p_c}{\Delta p_h} \frac{\left( \frac{\Delta p_c}{\Delta p_h} - \cos(\delta) \right)}{\left( \frac{\Delta p_c}{\Delta p_h} \cos(\delta) - 1 \right)}$$

haciendo  $\Delta p_c / \Delta p_h = \pi_c$

donde  $c = L$  y,

$h = H$

Donde los subíndices  $c$  y  $h$  indican que es en las zonas de enfriamiento y calentamiento respectivamente.  $\delta$  indica el ángulo de desfase, entre las posiciones del pistón de potencia y el desplazador del aire, en el cigüeñal del motor. Algunos autores lo denotan como ángulo  $\alpha$ . Al relacionar los valores, que se obtienen en la ecuación anterior de eficiencia como función de la relación de presión  $\pi$ , se obtiene un diagrama como el de la Figura 1.10. En él se observa que la potencia de salida y la eficiencia son proporcionales al valor de  $\cos(\delta)$ . Para valores de  $\cos(\delta) < 1$ , la potencia de salida adquiere signo negativo para valores de  $\pi_c$  cercanos a 1 y a  $T_h/T_c$ .

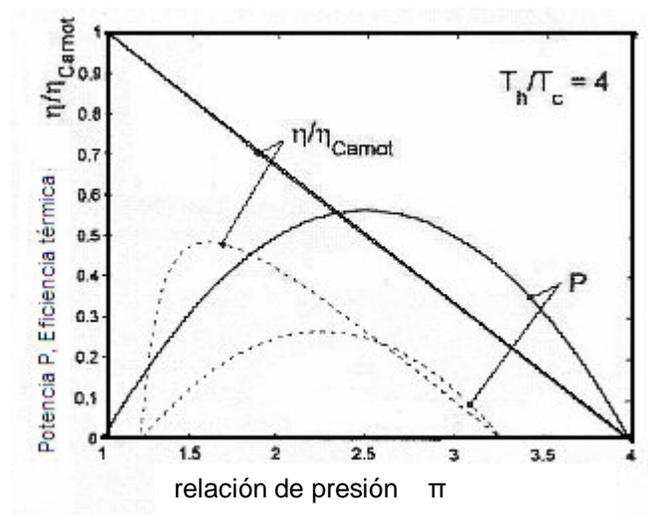


Figura 1.10. Diagrama de relación entre presiones y eficiencia térmica, potencia de salida.

Con lo anterior, se muestra que el valor máximo de la eficiencia térmica es alcanzado cuando  $\delta=0$  y  $\pi = 1$ . Esto, con el valor de la eficiencia térmica de

$$\eta(P = P_{m\acute{a}x}) = (1 - T_c / T_h) / 2 = \eta_{carnot} / 2$$

En [18] se concluye, que al diseñarse los motores Stirling para una potencia de salida máxima propuesta, se constituye una severa limitación práctica por no alcanzar esa potencia. Y por lo mismo, los típicos motores Stirling no exceden del 40% de eficiencia.

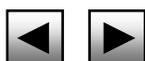
Sin embargo, las ventajas de un motor de combustión externa como el Stirling son:

1. Posibilidad de utilizar una amplia variedad de medios tales como el aire, el dióxido de carbono, helio, hidrógeno, o el nitrógeno como fluidos de trabajo.  
Combustión externa (se puede quemar cualquier combustible)
2. Transforma directamente energía térmica en energía mecánica
3. No hay explosión por lo que el motor es silencioso y libre de vibraciones
4. Puede aplicarse para generar a la vez energía eléctrica, mecánica y térmica (cogeneración)
5. De acuerdo al caso puede estar libre de contaminación
6. Posee una baja cantidad de elementos móviles, sobre todo en comparación con los motores de combustión interna, lo que permite pérdidas de rendimiento por fricción muy bajas.

Las desventajas de motores Stirling incluyen costos relativamente altos y materiales pesados, como las aleaciones de acero. Esto es por la alta temperatura a la que se someten los componentes estructurales, como los pistones de potencia, cilindros desplazadores y regeneradores. En adición, el uso de sellos para el pistón y barras de conexión, son un serio factor que limita la vida útil del motor y es una causa bien sabida que degrada la eficiencia del motor.

Para alcanzar velocidades rotacionales cercanas a 3000 RPM en los motores Stirling se suministra calor a temperaturas cercanas a los 720° C. Además de las desventajas mencionadas en el párrafo anterior existen las siguientes del motor Stirling:

1. La operación del motor como tal, solo va a depender de la fuente de calor y no del sumidero. En algunos casos, si podrá depender del sumidero para cuestiones de enfriamiento.
2. La temperatura del sumidero solo depende de la temperatura ambiente donde se localice el motor.



3. Amplio intervalo de tiempo de respuesta
4. Eficiencias por debajo del 30%

Una desventaja que resalta sobre las mencionadas anteriormente, es que no está determinada la cantidad de gas que debe ser suministrada a cada tipo de motor Stirling. Ya que un incremento o falta en la cantidad óptima de gas, ocasiona la primera falla de este tipo de motores, conocida como la falla del arranque o de la puesta en marcha. Sin embargo, puede haber un método que elimine esa desventaja y es uno de los objetivos particulares de la presente tesis.

Al conocer las ventajas y desventajas de los motores Stirling, se inician los estudios para el mejoramiento energético de esos motores. Las aplicaciones e investigaciones actuales de los motores de ciclo Stirling incluyen sus aplicaciones en criogenia y refrigeración, como muestran Feng Wu, Naboru Kagawa y Emre Oguz en sus artículos sobre enfriadores criogénicos y refrigeración doméstica mediante el ciclo Stirling inverso [21, 22, 25]; bombeo a pequeña escala, accionamiento a mecanismos en satélites espaciales y estudios experimentales mostrados por Quickenden en sus artículos sobre aplicación solar [23].

De las tres configuraciones de los motores de ciclo Stirling, se puede comenzar el desarrollo de metodologías que consideren a una sola para su rediseño. Esto con el propósito de aprovechar energías residuales, obteniendo las dimensiones óptimas en que pueden operar mediante los análisis de la disminución de pérdidas. Para desarrollar una metodología, se cuenta físicamente con las características dimensionales de un motor de ciclo Stirling conocido como el motor Robinson [12].

Para conocer las características de operación del motor Robinson se hace una descripción en el siguiente capítulo sobre su operación física, modelos de cálculo empleados, sus aplicaciones, sus ventajas y desventajas particulares y su desarrollo actual.

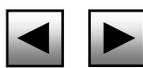




## CAPÍTULO 2

# MOTORES STIRLING TIPO ROBINSON

Se describe el ciclo Stirling y su análisis general aplicado a la variante Robinson, así como los modelos conocidos para su análisis. Posteriormente, del motor Robinson se muestran sus ventajas y desventajas particulares conocidas por su construcción y materiales empleados.



El motor Robinson es una variante del motor de ciclo Stirling inventado en 1818 y fue el primero en ser del tipo gama. Tuvo aplicaciones del tipo doméstico al accionar hélices para ventilación y pequeñas bombas para agua. A continuación se describirá el ciclo Stirling con que opera el motor Robinson.

## 2.1 El ciclo Stirling del motor Robinson

El motor Stirling, es un tipo de motor que obtiene potencia mecánica de la expansión de un gas encerrado a alta temperatura. Se muestra el esquema de este motor en la Figura 2.1.

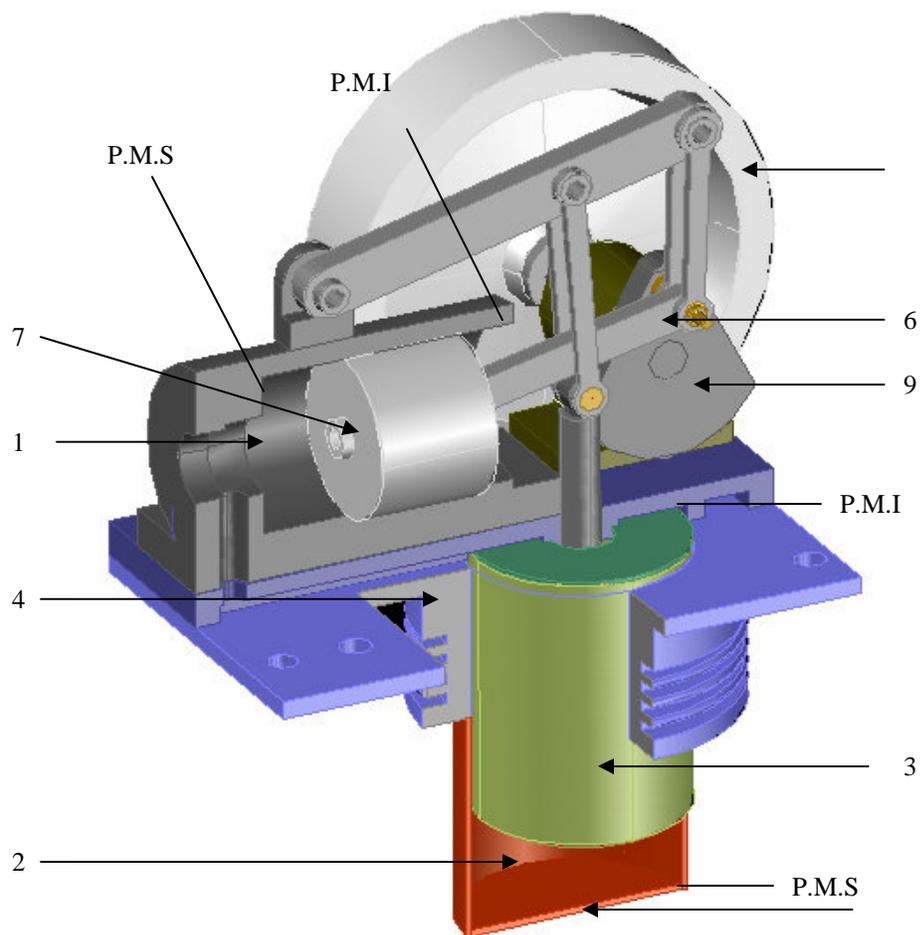


Fig.2.1 Motor Robinson. (1) espacio de compresión, (2) espacio de expansión, (3) desplazador-regenerador, (4) sección de enfriamiento a  $T_L$ , (5) sección de calentamiento a  $T_H$ , (6) Mecanismo de trabajo, (7) Pistón, (8) Rueda de Inercia, (9) Cigüeñal.



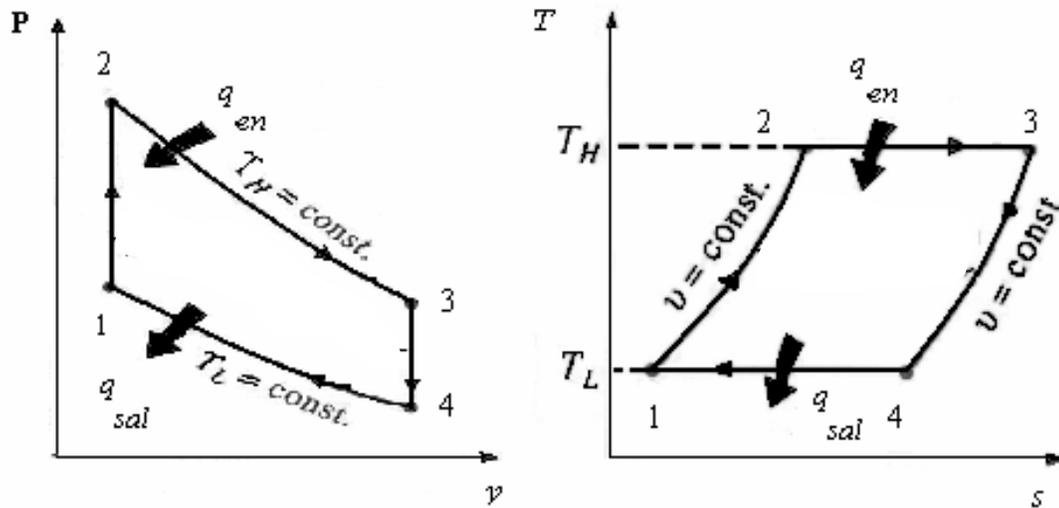
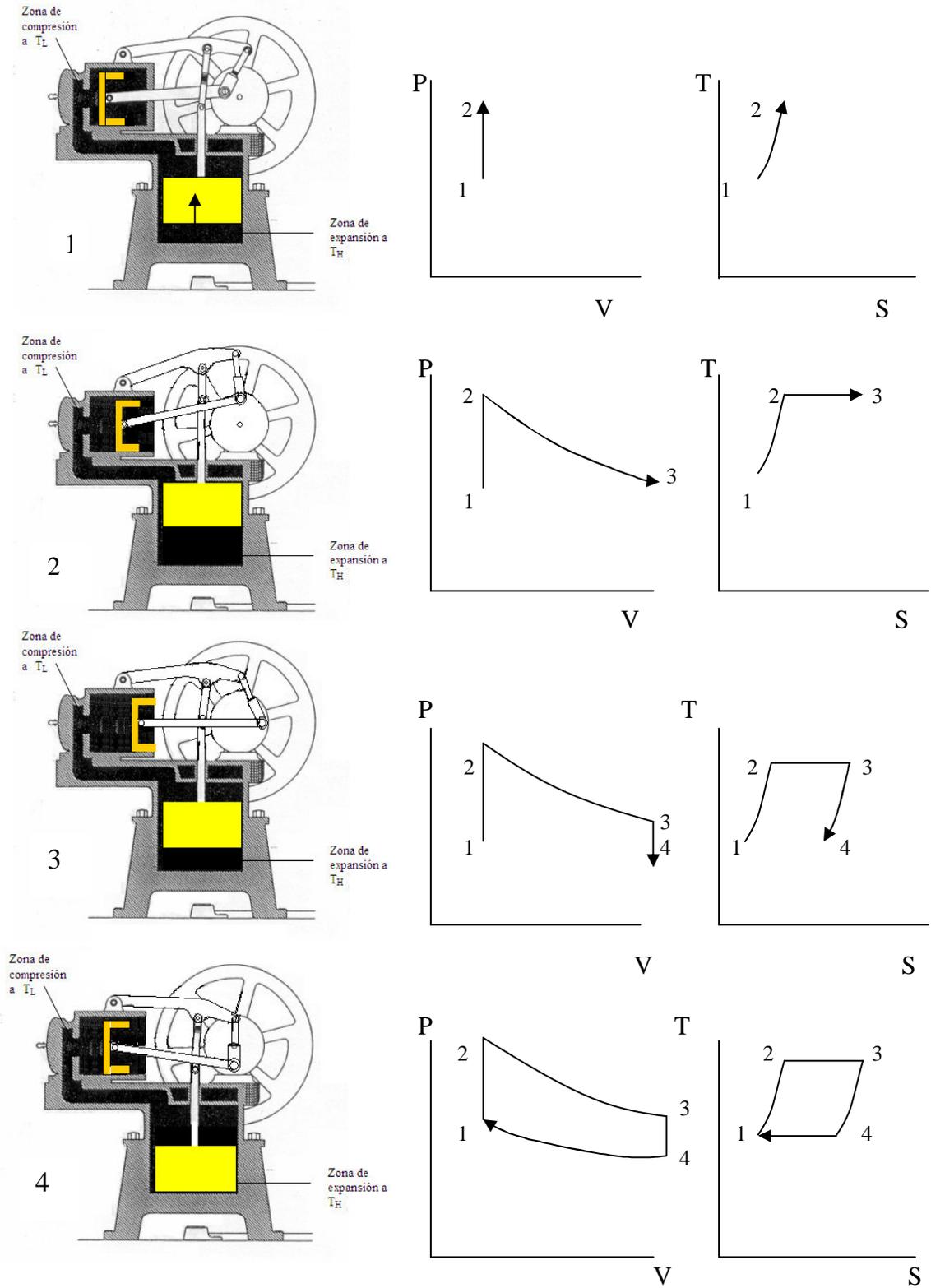


Fig.2.2. Ciclo Stirling en diagramas p-v y T-s mostrando el flujo de calor

Para comprender el funcionamiento del motor, se explican a continuación los procesos mediante los esquemas y diagramas mostrados en las Figuras 2.1 y 2.2, considerando al fluido de trabajo como gas ideal [12].

- 1-2 Transferencia de calor interna del regenerador al fluido de trabajo.
- 2-3 Expansión a  $T = \text{constante}$ . Adición de calor de una fuente externa.
- 3-4 Transferencia de calor interna del fluido de trabajo al regenerador.
- 4-1 Compresión a  $T = \text{constante}$ . Rechazo de calor en un sumidero externo.



a) Figura 2.3. Principio de funcionamiento del motor, a) esquema físico, b) Diagramas T-s y p-v del ciclo Stirling variante Robinson



De acuerdo al esquema a-1 de la Figura 2.3, en el espacio comprendido del P.M.S. del pistón hacia el P.M.S. del desplazador se alberga todo el fluido de trabajo.

Durante el proceso 2-3, se añade calor al gas a  $T_H$ . Cuando el gas se expande isotérmicamente, el pistón se mueve hacia su P.M.I., efectúa trabajo y la presión del gas disminuye.

$$U_3 - U_2 = 0 \qquad q_H = -W_H = nRT_H \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) \qquad (2.1)$$

Durante el proceso 3-4, el desplazador se mueve hacia su P.M.S, manteniendo el volumen constante hasta que todo el gas es empujado hacia la sección de enfriamiento llamada ahora sumidero. Cuando se tiene regenerador, el gas pasa por él, se transfiere calor al regenerador y la temperatura del gas disminuye de  $T_H$  a  $T_L$ .

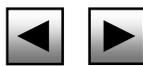
$$U_4 - U_3 = \int_{T_L}^{T_H} C_V dT = -q_i \qquad W_{34} = 0 \qquad (2.2)$$

Para que este proceso de transferencia de calor sea reversible, la diferencia de temperatura entre el gas y el regenerador no debe exceder una cantidad diferencial  $dT$  en cualquier punto. En consecuencia, la temperatura del regenerador será  $T_H$  en el extremo cercano a su P.M.S. del mismo y  $T_L$  en el extremo cercano a su P.M.I. cuando se alcanza el estado 4.

Durante el proceso 4-1, el pistón se mueve hacia su P.M.S. y comprime el gas. Se transfiere calor del gas al sumidero a  $T_L$ , por lo que la temperatura del gas permanece constante en  $T_L$  mientras aumenta la presión.

$$U_1 - U_4 = 0 \qquad q_L = -W_L = nRT_L \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) \qquad (2.3)$$

Durante el proceso 1-2, el desplazador se mueve hacia su P.M.S. manteniendo el volumen constante, y empuja al gas hacia la sección de calentamiento llamada ahora fuente. La temperatura del gas aumenta de  $T_L$  a  $T_H$  cuando pasa por el regenerador y toma la energía térmica almacenada ahí durante el proceso 2-3.



$$U_1 - U_4 = \int_{T_H}^{T_L} C_V dT = q_i \quad W_{41} = 0 \quad (2.4)$$

Se puede observar que el proceso de 3 a 4 sucede a un volumen menor que el de 2 a 3 y que la transferencia neta de calor al regenerador durante un ciclo es cero. Es decir, la cantidad de energía térmica almacenada en el regenerador durante el proceso 2-3, es igual a la cantidad de calor tomada por el gas durante el proceso 4-1.

El trabajo  $W$  del sistema es:

$$-W = (q_L - q_H) = nR(T_H - T_L) \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad (2.5)$$

La eficiencia del ciclo está dada por

$$\eta = -\frac{W}{q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (2.6)$$

## 2.2 Modelos de cálculo térmico

De acuerdo a los análisis desarrollados para los motores de ciclo Stirling, se cuenta con los siguientes modelos de cálculo:

*Método Ley general de los gases.*- Es el mostrado al final del apartado anterior y está implícito en los métodos descritos a continuación. Con este método se obtienen los estados del ciclo teórico y se emplea como introductorio a las consideraciones aplicadas en los siguientes métodos.

$$pv = mRT$$

*Método Schmidt* .- En este método se considera los espacios muertos en el interior del motor. Al estudiar los movimientos de un motor Stirling, Schmidt se dio cuenta que el movimiento entre pistones es sinusoidal empleando un ángulo de 90 grados de defasamiento entre pistón y desplazador. Obtuvo modelos analíticos para el trabajo desarrollado por los motores Stirling y son los modelos clásicos para la operación de motores Stirling ideales. Por no tomar en cuenta las pérdidas de calor, la eficiencia térmica



del modelo predice una eficiencia térmica igual a la eficiencia de Carnot. Las ecuaciones aplicadas en el modelo son las siguientes:

$$V = \frac{V_T}{k+1} \left( 1 + \frac{k}{2} (1 + \cos(\omega t)) + \chi \right)$$

$$p = \bar{p} \frac{\sqrt{Y^2 - X^2}}{Y + X \cos(\omega t - \theta)} \quad \text{donde} \quad \theta = \cos^{-1} \left( \frac{k - (1 - \tau) \cos \alpha}{X} \right)$$

$$X = \sqrt{k^2 - 2k(1 - \tau) \cos \alpha + (1 - \tau)^2}$$

$$Y = 1 + \tau + k + \frac{4\tau\chi}{1 + \tau}$$

Nota. El desarrollo detallado de las ecuaciones anteriores se muestra en el Apéndice C.

*Análisis nodal.*- Análisis termodinámico donde se generaliza al modelo Schmidt y divide al motor entero en trece subvolúmenes. Permite considerar irreversibilidades de intercambio de calor a través de las paredes de los espacios de compresión y expansión. Durante el análisis del ciclo, los cambios en las temperaturas y subvolúmenes son calculados a intervalos de tiempo diferenciales con la primera ley de la Termodinámica. En el análisis son tomadas en cuenta las variaciones instantáneas de temperatura en las paredes, obteniéndose que los procesos correspondientes de compresión y expansión no son isotérmicos. Al considerar las irreversibilidades con este modelo, se predice que la eficiencia térmica está por debajo de la eficiencia de Carnot. El modelo de Finkelstein que es el análisis nodal sirve como base para el análisis moderno de los motores Stirling.

*Mejora al análisis nodal.*- Urieli y Berchowitz mejoraron el análisis nodal al considerar los efectos por fugas, pérdidas de calor y por estrangulamiento del fluido de trabajo, introduciendo coeficientes de pérdidas para cada punto seleccionado.

*Método Directo.*- Técnica basada en la primera ley de la termodinámica para procesos con velocidad finita y método directo para sistemas cerrados [20]. Emplea la integración directa, es decir, aplica la integración directa considerando la presión media en la ecuación



$\Delta p = mR\Delta T$  . En la aplicación del método se utiliza un diagrama pv/p<sub>x</sub> para mostrar los efectos de las pérdidas de presión y por fricción así como en el regenerador del motor. Se estudia por separado al regenerador del motor para considerarlo al final del cálculo y en el desarrollo se llega a desprestigiar los espacios muertos. Con este método se obtiene la eficiencia del ciclo y la potencia aplicada desde dos puntos de vista, uno real y otro ideal. Esto mantiene los resultados en un esquema teórico pero los resultados son más cercanos a los datos experimentales de investigaciones recientes [20].

### 2.3 Actualidad en la aplicación del motor Stirling tipo Robinson y sus ventajas.

La mayoría de los motores Robinson, actualmente tienen aplicaciones de enfriamiento y son reconocidos como derivaciones en V del motor Robinson [17, 24], incluidas en las aplicaciones de esos motores en V están:

- Aplicaciones de un ciclo Stirling para congeladores de refrigeradores domésticos como el estudio llevado a cabo por Mc Donald sobre la capacidad de refrigeración y desempeño térmico de enfriadores Stirling de pistón libre[30]. Así como el estudio realizado por Berchowitz sobre el ciclo Stirling de refrigeración doméstica [31]
- Aplicación del motor Stirling para bombeo de agua [12]
- Generación y cogeneración eléctrica [32] como el motor ST-5 aplicado en áreas rurales como describe Urieli
- Equipos portátiles de generación eléctrica empleados en equipo militar como los describe Rizzo [12] bajo el modelo Lolly II.
- Motores marinos
- Medio enfriador para licuar helio, hidrógeno y nitrógeno

En algunas de las aplicaciones mencionadas anteriormente, el ciclo inverso de Stirling en el motor Robinson consiste en la compresión de una cantidad fija del gas de trabajo (hidrógeno o helio) en la cámara de frío. La pérdida de calor en la cámara fría reduce el volumen del gas, mismo que se hace fluir a la cámara de calor con el movimiento del desplazador. El gas se expande en la cámara de calor y pone en marcha un pistón que proporciona el movimiento del desplazador. El gas caliente ya expandido vuelve a la cámara de frío, por el movimiento de retorno del desplazador, y el gas reduce su volumen,



después el ciclo comienza de nuevo. El motor es capaz de transformar el calor en trabajo porque la expansión del gas a alta temperatura proporciona más trabajo que el que se requiere para comprimir la misma cantidad de gas a baja temperatura.

El calor de la cámara de expansión lo puede proporcionar un quemador continuo externo, que puede funcionar con petróleo, alcohol, gas natural, propano o butano, y las emisiones producidas tienen cantidades mucho más bajas de carbono y gases tóxicos; además para su funcionamiento puede también aprovechar el mismo calor separado de un proceso de refrigeración cuando se usan freónes [18]. Los motores Stirling variante Robinson son lentos al arranque, porque la expansión y compresión son relativamente graduales por carecer de combustión espontánea, como en los ciclos de combustión interna. La necesidad de una disipación rápida del calor del gas de trabajo requiere un radiador grande. Sin embargo, el motor Stirling tipo Robinson ofrece la posibilidad de convertir calor residual en trabajo. Esto da lugar al estudio del comportamiento del motor bajo condiciones de suministro de calor a cargas parciales. Esta es un área poco estudiada para analizar cómo el motor Stirling tipo Robinson puede aprovechar la energía residual, por ejemplo, del vapor de baja presión como muestra Quickenden en su artículo sobre conversión de bajas cantidades de energía térmica a energía mecánica [23]. Por lo anterior se debe establecer condiciones operativas para el motor Stirling tipo Robinson. Esto puede llevarse a cabo por ser uno de los motores con diseño y construcción más sencillos. Además, se puede dimensionar a las necesidades de espacio y fácil ubicación para su operación, aunado al mejoramiento de su diseño térmico.

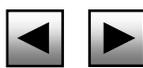
Tanto las ventajas y desventajas para los motores de ciclo Stirling que fueron mencionadas en el apartado 1.5 de manera general, son las mismas para el motor Stirling de tipo Robinson. Sin embargo, debido a la configuración, tamaño y baja potencia que entrega el motor Robinson por requerir de bajas temperaturas para su funcionamiento [26], éste se hace aplicable al aprovechamiento de bajas cantidades de calor de desecho como el calor del condensado en una trampa de vapor. Además que por presentar una respuesta lenta a la variación de cantidades de calor suministradas, tanto al arranque como durante el paro del motor, se puede aplicar en lugares que proporcionen el calor a cargas parciales, sin interferir en su continua operación de manera significativa.





La construcción del motor Stirling tipo Robinson tiene un bajo costo en comparación con otros modelos, siendo su construcción relativamente sencilla por contar con modelos ya elaborados con su configuración y la existencia de nuevos complementos para reducción de fricción y fugas. Considerando lo anterior, se reúnen las características térmicas de rendimiento que entregan para poder dirigir los diseños hacia la disminución de la generación de entropía.

Una herramienta de análisis que puede emplearse para el rediseño de estos motores, es el teorema de Gouy-Stodola, y que actualmente es empleado en la disminución de la generación de entropía para algunos casos de refrigeración como lo muestra Bejan [28]. Este será descrito junto con otras herramientas de análisis en el siguiente capítulo en la obtención de una metodología que ayude a rediseñar térmicamente al motor Stirling.





---

# CAPÍTULO 3

## METODOLOGÍA PARA EL REDISEÑO DE LOS MOTORES STIRLING

En este capítulo se dan las características del motor bajo estudio y se describen los modelos teóricos para el cálculo de los motores Stirling, seleccionando los más adecuados. Se aplican los modelos teóricos seleccionados, se obtienen los diagramas de comportamiento necesarios para el análisis y se complementan al final, a través de la metodología propuesta para rediseñar al motor.



### 3.1 Descripción del motor Stirling tipo Robinson del caso de estudio.

Para desarrollar la metodología se cuenta físicamente con un motor exotérmico de ciclo Stirling del tipo gama [12] perteneciente a la variante Robinson, mostrado en la Figura 3.1. Cuando se hizo la revisión documental a los artículos del tema, se encontró que, en la sustitución de datos en las ecuaciones, se evita por lo común el manejo de los volúmenes muertos. Lo anterior provoca errores de cálculo, ya que el volumen muerto al estar presente en los motores debe considerarse para la relación de compresión, misma que adquiere valores para motores reciprocantes en un rango de 6 hasta 8 [16]. La metodología aquí presentada toma en cuenta el volumen muerto total del motor.



Figura 3.1 Motor Robinson del que se tomaron las dimensiones. El motor está ubicado en el Laboratorio de Térmica y Fluidos perteneciente a las instalaciones de la FES Aragón de la UNAM.

El motor Robinson fue fabricado de acuerdo a los planos proporcionados por el Ing. José De la Herrán, profesor de la UNAM en apoyo a la presente tesis. Al momento de



fabricar el motor se ajustaron algunas dimensiones. Esto no garantizó que el motor funcionara pero las características presentadas son suficientes para tomarlo bajo estudio y rediseñarlo de acuerdo a la metodología que se obtendrá en el presente capítulo.

Las dimensiones de interés para el estudio de este motor son las que se muestran en los planos del anexo B, siendo éstas:

- Carrera del pistón, 44.39 mm
- Diámetro del pistón, 38.1 mm
- Carrera del desplazador, 40 mm
- Diámetro del desplazador, 67.3mm
- Volumen muerto: 79061 mm<sup>3</sup>

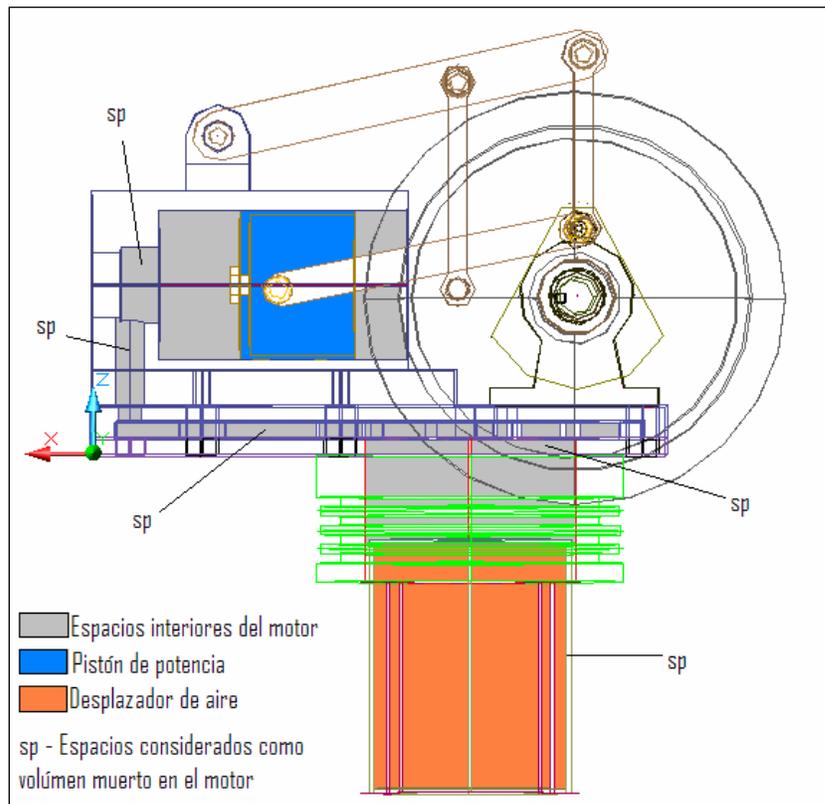


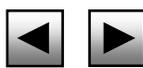
Figura 3.2. Identificación de los espacios considerados como volumen muerto. El espacio señalado en el cilindro del desplazador es el volumen muerto que se encuentra entre la pared interior del cilindro y la pared exterior del desplazador.

El valor del volumen muerto, fue obtenido mediante la medición de las dimensiones de los conductos de aire que comunican a los espacios del pistón y el desplazador de aire, del volumen de aire que pasa a través del regenerador y de los espacios en que el aire permanece estático. Es decir, el volumen muerto es la suma de los espacios que no son comprimidos por el pistón desde su punto muerto superior, más los espacios que permanecen sin variación durante el movimiento del desplazador. Los espacios que conforman el volumen muerto son representados mediante el esquema de la Figura 3.2.

Los planos del motor son mostrados en el apéndice B y en la Figura 3.3 se muestra el despiece del motor al terminar la fabricación de sus componentes.



Figura 3.3 Motor de ciclo Stirling variante Robinson antes de ensamblar. Su fabricación fue dimensionada de acuerdo a los planos propuestos inicialmente.





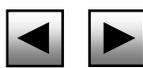
---

### 3.2 Selección del Modelo de cálculo

Algunos modelos de cálculo existentes para conocer la potencia que desarrolla un motor Stirling, son actualmente empleados para las dos configuraciones básicas, beta y gama. Son modelos que principalmente se basan en las primeras aproximaciones calculadas del ciclo térmico que puede realizar cualquier motor del tipo reciprocante, y que pueden llevarse a cabo por medio de la ecuación de estado. Al aplicar los datos conocidos del motor en algunos modelos, se obtienen resultados que incluyen la potencia o velocidad del motor. Algunos de esos modelos son incompletos para consideraciones reales pero muestran cómo el ciclo se aproxima al ciclo de Carnot. Considerando a los movimientos que realizan el pistón y el desplazador no hay un método que indique el ángulo correcto que debe haber entre el pistón y del desplazador al estar en contacto con el cigüeñal. También existen modelos que se basan en la primera y segunda leyes de la termodinámica, y algunos consideran algún tipo de pérdida en los motores de ciclo Stirling. Por lo anterior, se da a continuación una descripción de los modelos de cálculo más conocidos para poder seleccionar el o los que se adapten al propósito de la presente tesis.

El Modelo de Schmidt considera al motor aplicando la ecuación de estado por medio de un análisis de la geometría que se presenta. Tomando en cuenta la geometría se obtiene un comportamiento que deja de ser adecuado por no considerar los diferentes tipos de pérdidas que se presentan en estos motores. Por lo anterior, los resultados que se obtienen de trabajo, potencia y rendimiento con el modelo de Schmidt son altos.

Para procurar un cálculo que incluyera a todas las pérdidas en el motor, se ajustó el modelo Schmidt por Finkelstein, implicando por separado a las pérdidas que se presentan en cada parte del motor por lo que recibe el nombre de Método de Análisis Nodal. Sin embargo, se tiene la complicación de tener que conocer de antemano cada parte del motor bajo estudio y cada lugar en que se presentará una caída de presión por estrangulamiento de flujo. Teniendo en cuenta éstas observaciones, se tienen que proponer algunos datos, mismos que pueden conducir a errores de cálculo.



El método anterior es adecuado por considerar las irreversibilidades debidas a las caídas de presión por estrangulamiento, el modelo tuvo posteriormente una mejora al incluir las caídas de presión y de flujo provocadas por fugas y las pérdidas de calor a través de las paredes de las secciones del motor. Aunque el método de análisis nodal se complementó, existen variables que no pueden ser comprobadas de manera experimental y tienen un alto grado de complejidad y de precisión matemática de acuerdo con Organ [26].

El estudio de los motores Stirling conduce al modelo Senft\_Schmidt, donde Senft realizó ajustes al modelo Schmidt para poder obtener un procedimiento que caracteriza a los motores en cuanto al valor del trabajo indicado y su representación gráfica, incluyendo los espacios muertos para el cálculo.

Después de los modelos anteriores Petrescu retomó la ecuación de la primera ley en cuanto a la obtención de trabajo. Considerando los tres tipos de pérdidas que están presentes en los motores Stirling actuales en sus configuraciones gama y beta. Con ello aplicó el Método Directo que usa la integración directa de la ecuación de la Primera ley con la presión media indicada del ciclo, para irreversibilidades del ciclo con velocidad finita [20]. Las pérdidas de presión que considera el método son las debidas a la fricción mecánica, las debidas al flujo en el regenerador mejor conocidas como pérdidas por estrangulamiento y por velocidad del pistón. Estas pérdidas se pueden estimar en la ecuación (3.1) obtenida por el método directo.

Trabajo irreversible para procesos con velocidad finita en sistemas cerrados[20]

$$\delta W_i = P_{m,i} \left[ 1 \pm a \left( \frac{w}{c} \right) \pm b \left( \frac{\Delta P_{thrott}}{2P_{m,i}} \right) \pm \left( \frac{\Delta P_f}{P_{m,i}} \right) \right] dV \quad (3.1)$$

Aunque el método desprecia usar el volumen muerto de los motores, si se observa el significado de las ecuaciones empleadas, resalta que se calcula el trabajo efectuado durante el ciclo termodinámico real o irreversible  $w_i$ , sin poder conocer el valor de las pérdidas de manera directa. Incluida está la obtención de una expresión analítica para la potencia mostrada mas adelante como la ecuación (3.16) [20].



Al comparar los modelos descritos anteriormente, el método directo proporciona una ecuación del trabajo útil del ciclo, mismo que se considera para sistemas cerrados como equivalente al trabajo indicado o irreversible. Esto es, tomando en cuenta a las pérdidas de presión involucradas y el trabajo reversible pero no al volumen muerto total en el motor. El método mostrado por Senft entrega una ecuación para el cálculo del trabajo indicado considerando el volumen muerto pero no las pérdidas. De esta manera, se tiene que

$$W_i = W_{rev} + W_{perd} \quad (3.2)$$

La parte izquierda de la igualdad es el trabajo indicado del ciclo  $W_i$  y la parte derecha es el trabajo del ciclo o trabajo reversible más las pérdidas generadas. Con esta ecuación, se puede hacer una estimación de las pérdidas involucradas en el motor, para la obtención de trabajo real. Considerando de esta manera tanto a la geometría del motor de ciclo Stirling como a los efectos por caídas de presión, para un mejor diseño de estos motores ya sea tanto anteriores como los actuales.

Por lo anteriormente descrito se selecciona a los dos últimos modelos, el mostrado por Senft [27] o método Senft\_Schmidt y el método directo mostrado por Petrescu [20]. Los cuales se unen por medio de la ecuación (3.2) y se pueda obtener una metodología que ajuste la geometría de los motores Stirling con su comportamiento térmico. La unión de las ecuaciones implica que se tomará en cuenta la combinación de la primera y segunda leyes de la termodinámica, ya que cuando un sistema opera irreversiblemente, se destruye trabajo a un valor que es proporcional a la razón de generación de entropía del sistema [28]. El trabajo destruido a través de irreversibilidad termodinámica,  $W_{rev} - W_{irrev}$  es llamado pérdida de trabajo disponible.

La proporcionalidad entre la pérdida de trabajo disponible y la generación de entropía, o entre sus valores respectivos, genera la ecuación (3.3) conocida como teorema de Gouy-Stodola o de la mínima generación de entropía, tratado actualmente por Bejan [28]:

$$\dot{W}_p = T_o \dot{S}_{gen} \quad (3.3)$$



Esta ecuación será empleada en la metodología para la unión de los modelos de Senft y Petrescu. Las ecuaciones de los modelos a emplear por la metodología a obtener, son las siguientes:

### Ecuaciones del Modelo Senft\_Schmidt

$$\text{Volumen instantáneo} \quad V = \frac{V_T}{k+1} \left( 1 + \frac{k}{2} (1 + \cos(\omega t)) + \chi \right) \quad (3.4)$$

$$\text{Presión instantánea} \quad p = \bar{p} \frac{\sqrt{Y^2 - X^2}}{Y + X \cos(\omega t - \theta)} \quad (3.5)$$

$$\text{Desplazamiento angular del cigüeñal} \quad \theta = \cos^{-1} \left( \frac{k - (1 - \tau) \cos \alpha}{X} \right) \quad (3.6)$$

$$\text{Presión media} \quad \bar{p} = \sqrt{p_{\max} \cdot p_{\min}} = \frac{mRT_C}{\left(\frac{V_D}{2}\right) \sqrt{Y^2 - X^2}} \quad (3.7) \quad (3.8)$$

$$p_{\max} = \frac{mRT_C}{\left(\frac{V_D}{2}\right) [Y - X]} \quad (3.9)$$

$$p_{\min} = \frac{mRT_C}{\left(\frac{V_D}{2}\right) [Y + X]} \quad (3.10)$$

$$X = \sqrt{k^2 - 2k(1 - \tau) \cos \alpha + (1 - \tau)^2} \quad (3.11)$$

$$Y = 1 + \tau + k + \frac{4\tau\chi}{1 + \tau} \quad (3.12)$$

$$\text{Trabajo indicado} \quad W = \frac{V_T \bar{p}}{k+1} \frac{\pi(1 - \tau)k \sin \alpha}{(\sqrt{Y^2 - X^2} + Y)} \quad (3.13)$$

### Ecuaciones del Modelo Petrescu

De la Ecuación (3.1) para el trabajo irreversible

$$\delta W_i = (P_{m,i} \pm a \frac{w}{c} P_{m,i} \pm b \frac{\Delta P_{thrott}}{2} \pm \Delta P_f) dV$$

Integrando por el Método Directo [20] se tiene

$$W_i = \int P_{m,i} dV \pm \int \left[ a \left( \frac{w}{c} \right) \pm b \left( \frac{\Delta P_{thrott}}{2 P_{m,i}} \right) + \frac{\Delta P_f}{P_{m,i}} \right] P_{m,i} dV$$

$$\text{Trabajo irreversible} \quad W_i = W_{rev} + \left[ \left( a \frac{w}{c} \right) P_{m,i} + b \frac{\Delta P_{thrott}}{2} + \Delta P_f \right] (\bar{V}_2 - V_1) \quad (3.14)$$

Los signos + y - corresponden a los procesos de compresión y expansión respectivamente y la ecuación 3.14 es considerada para el proceso de compresión como ejemplo.

La presente metodología al aplicar el teorema de Gouy\_Stodola para unir las ecuaciones (3.13) y (3.14) de los modelos Senft\_Schmidt y Petrescu respectivamente, y considerando la ecuación (3.2) se tiene para el ciclo

$$W_i = W_{rev} - W_{perd}$$

sustituyendo la ecuación (3.3) en la ecuación anterior se tiene que

$$W_{rev} - W_i = T_o S_{gen} \quad (3.15)$$

De acuerdo al modelo de Petrescu, la ecuación de la potencia en los motores Stirling es [20]:

$$\text{Power}_{\text{SE}, i} = \eta_{\text{SE}} Z m R T_{\text{H},g} (w/2S) \ln \varepsilon \quad (3.16)$$

Para poder emplear los modelos de Senft y Petrescu se considera el caso de sistemas cerrados para este tipo de motores de ciclo Stirling, por lo que se tiene la posibilidad de unir las ecuaciones como se mencionó anteriormente a través de la ecuación:

$$\begin{aligned} W_i &= W_{rev} + W_{perd} \\ \frac{V_T \bar{P}}{k+1} \frac{\pi(1-\tau)ksen\alpha}{(\sqrt{Y^2 - X^2} + Y)} &= P_{m,i} dV \pm \left[ a \left( \frac{w}{c} \right) P_m \pm b \left( \frac{\Delta P_{thrott}}{2} \right) \pm f(\Delta P_f) \right] (V_2 - V_1) \\ \frac{V_T \bar{P}}{k+1} \frac{\pi(1-\tau)ksen\alpha}{(\sqrt{Y^2 - X^2} + Y)} &= P_{m,i} dV - [ T_0 \cdot S_{gen} ] \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$-T_0 \cdot S_{gen} = \frac{V_T \bar{P}}{k+1} \frac{\pi(1-\tau)ksenx}{(\sqrt{Y^2 - X^2} + Y)} - P_{m,i} dV$$

$$S_{gen} = \frac{P_{m,i} dV - \frac{V_T \bar{P}}{k+1} \frac{\pi(1-\tau)ksenx}{(\sqrt{Y^2 - X^2} + Y)}}{T_0} \quad (3.18)$$

$$S_{gen} = \frac{W_{rev} - W_i}{T_0} \quad (3.19)$$

Al establecer la ecuación (3.17) el último término corresponde a las pérdidas generadas durante el ciclo térmico. En el miembro derecho de la ecuación (3.19) el numerador muestra que si aumenta su valor, la entropía también aumenta y si su valor disminuye la entropía también lo hará. Esta ecuación será la comprobación de la metodología para los valores adquiridos de la entropía. Para iniciar los cálculos correspondientes al rediseño térmico del motor Stirling de la configuración gama o Robinson, se considerará la información incluida en la primer tabla del apartado 3.3.

### 3.3 Aplicación de la metodología propuesta

La metodología que se propone se inicia con la aplicación del modelo Senft\_Schmidt para la obtención del trabajo indicado del motor con los datos de la Tabla 3.1. Se considera que para la fabricación del mecanismo del motor, o si ya está presente el motor, debe haber una relación de manivela-biela entre 0.2 y 0.3 de acuerdo con Giacosa [30]. El gas a emplear es aire atmosférico.

TABLA 3.1 Datos Requeridos

	Símbolo	Unidades	Valor
Carrera del pistón*	$X_P$	m	$5.08^{-2}$
Carrera del desplazador*	$X_D$	m	$5.08^{-2}$
Diámetro interior de la camisa del pistón*	$D_P$	m	$3.56^{-2}$
Diámetro interior de la camisa del desplazador*	$D_D$	m	$5.97^{-2}$
Volumen muerto en el motor*	$V_m$	$m^3$	$7.90^{-5}$
Temperatura de calentamiento*	$T_H$	K	523
Temperatura de enfriamiento*	$T_C$	K	298
Temperatura en el regenerador $T_{ml}$	$T_R$	K	400
Presión máxima**	$P_{m\acute{a}x}$	$kN/m^2$	115.06
Presión mínima**	$P_{m\acute{i}n}$	$kN/m^2$	80.5
Velocidad angular	$n$	rad/s	104.7
Ángulo del cigüeñal (0 - 360 grados)	$wt$	°	10 en 10
Angulo de defasamiento entre cilindros para el inicio de cálculos:	$\alpha$	°	90
Constante R del gas a emplear	$R$	$kJ/kg\ K$	0.287
Calor específico a Presión constante	$C_P$	$kJ/kg\ K$	1.019
Calor específico a Volumen constante	$C_V$	$kJ/kg\ K$	0.728

\* propuesta para diseño inicial o medida del motor bajo estudio

\*\* propuesta mediante la Ecuación de Estado en el modelo Schmidt o si la presión mínima es igual a la presión atmosférica tomar éste valor

Con los datos de la Tabla 3.1 se obtienen los primeros valores calculados y que son requeridos para aplicar las ecuaciones del modelo Senft\_Schmidt. Los cálculos se

presentan en un orden que sigue la secuencia de los modelos empleados y completar el llenado de las Tablas 3.2 y 3.3.

Inicialmente la temperatura en el regenerador se recomienda calcularla como la temperatura media logarítmica con las temperaturas de la fuente y del sumidero [28]. También es recomendable que el volumen muerto en el motor sea lo más reducido posible. Para el caso de estudio de esta tesis se toma el valor medido físicamente en el motor.

### Inicio de Cálculos

*Volúmenes:*

Volumen barrido por el pistón

$$V_p = 0.7854 \cdot D_p^2 \cdot X_p$$

$$V_p = 0.7854 \cdot (3.56^{-2})^2 \cdot 5.08^{-2}$$

$$V_p = 5.06^{-5} \text{ m}^3$$

Volumen barrido por el desplazador

$$V_D = 0.7854 \cdot D_D^2 \cdot X_D$$

$$V_D = 0.7854 \cdot (5.97^{-2})^2 \cdot 5.08^{-2}$$

$$V_D = 1.42^{-4} \text{ m}^3$$

Volumen total del motor

$$V_T = V_p + V_D + V_m$$

$$V_T = 5.06^{-5} + 1.42^{-4} + 7.9^{-5}$$

$$V_T = 2.72^{-4} \text{ m}^3$$

La distribución del volumen muerto se puede ver en la Figura 3.2 y su valor se incluye en la Tabla 3.1.

Se procede a calcular el valor total de la masa para el volumen total en el interior del motor, por medio de la ecuación de estado y aplicando el volumen máximo que hay en el motor. Para el caso de estudio se obtiene un valor de  $2.6^{-4}$  kg masa de aire.

*Presiones*

Para la obtención de la presión media se puede seleccionar alguno de dos cálculos. El primero consiste en aplicar las presiones máxima y mínima, obtenidas con el cálculo para el ciclo mediante la ecuación de estado para el modelo Senft\_Schmidt, y el segundo a través de la ecuación de la presión media [27]:

$$\bar{P} = \sqrt{P_{m\acute{a}x} \cdot P_{m\acute{i}n}} \quad (3.15)$$

Para calcular la presión media en base a las razones de temperaturas y volúmenes se tienen las ecuaciones (3.11) y (3.12), o bien la ecuación (3.8)

$$Y = 1 + \tau + k + \frac{4\chi\tau}{1 + \tau} \quad Y = 1 + 0.57 + 0.356 + \frac{4(0.555)(0.57)}{1 + 0.57}$$

$$Y = 2.73$$

$$X = \sqrt{k^2 - 2k(1 - \tau)\cos\alpha + (1 - \tau)^2} \quad X = \sqrt{(0.356)^2 - 2(0.356)(1 - 0.57)\cos 90 + (1 - 0.57)^2}$$

$$X = 0.56$$

Sustituyendo en la ecuación (3.8) los valores de Y y X se obtiene la presión media en el motor

$$\bar{P} = \frac{2.6^{-4}(0.287)(298)}{\left(\frac{1.42^{-4}}{2}\right)\sqrt{(2.73)^2 - (0.56)^2}} = 115.06 \frac{kN}{m^2}$$



TABLA 3.2 Valores preliminares calculados.

	Símbolo	Unidades	Valor
Volumen barrido por el pistón	$V_P$	$m^3$	$5.06^{-5}$
Volumen barrido por el desplazador	$V_D$	$m^3$	$1.42^{-4}$
Volumen total máximo	$V_T$	$m^3$	$2.72^{-4}$
Masa de aire en el interior del motor*	$m$	kg	$2.6^{-4}$
Presión media	$\bar{p}$ -	$kN/m^2$	115.06
Razón entre temperaturas	$\tau$	- - -	0.57
Razón entre volúmenes barridos	$k$	- - -	0.356
Razón entre volumen muerto y barrido por el desplazador	$\chi$	- - -	0.555
Temperatura media logarítmica	$t$	K	400

\* Calculada con la ecuación de estado

Los valores de la presión media y el volumen total en el motor se sustituyen en la ecuación (3.4) de volumen instantáneo y en la (3.5) de presión instantánea, ambas para cada ángulo del cigüeñal. Para mostrar los resultados en la aplicación de estas ecuaciones sólo se presenta un ejemplo de sustitución para cada una, y a continuación del ejemplo se muestra la Tabla 3.3 correspondiente a esos resultados.

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{k - (1 - \tau)\cos\alpha}{X}\right) \qquad \theta = \cos^{-1}\left(\frac{0.356 - (1 - 0.57)\cos 90}{0.555}\right)$$

$$\theta = 50.42^\circ$$

$$V = \frac{V_T}{k+1}\left(1 + \frac{k}{2}(1 + \cos(\omega t)) + \chi\right) \qquad V = \frac{2.72^{-4}}{0.356+1}\left(1 + \frac{0.356}{2}(1 + \cos(0)) + 0.555\right)$$

$$V = 2.72^{-4} \text{ m}^3$$

$$p = \bar{p} \frac{\sqrt{Y^2 - X^2}}{Y + X \cos(\omega t - \theta)} \qquad p = 115.06 \frac{\sqrt{(2.73)^2 - (0.555)^2}}{2.73 + 0.555 \cos(0 - 50.42)}$$

$$p = 99.7 \frac{kN}{m^2}$$

TABLA 3.3 Resultados de volumen instantáneo y presión instantánea para cada ángulo de cigüeñal tomado cada 10°

ángulo del cigüeñal	Volumen instantáneo	Presión instantánea	ángulo del cigüeñal	Volumen instantáneo	Presión instantánea
wt [°]	m <sup>3</sup>	kN/m <sup>2</sup>	wt [°]	m <sup>3</sup>	kN/m <sup>2</sup>
0	2.719 <sup>-4</sup>	99.7	190	2.217 <sup>-4</sup>	133
10	2.715 <sup>-4</sup>	97.5	200	2.228 <sup>-4</sup>	137
20	2.704 <sup>-4</sup>	95.8	210	2.247 <sup>-4</sup>	139
30	2.685 <sup>-4</sup>	94.5	220	2.272 <sup>-4</sup>	141
40	2.660 <sup>-4</sup>	93.8	230	2.303 <sup>-4</sup>	142
50	2.629 <sup>-4</sup>	93.5	240	2.339 <sup>-4</sup>	141
60	2.592 <sup>-4</sup>	93.7	250	2.379 <sup>-4</sup>	139
70	2.553 <sup>-4</sup>	94.4	260	2.422 <sup>-4</sup>	137
80	2.510 <sup>-4</sup>	95.6	270	2.466 <sup>-4</sup>	134
90	2.466 <sup>-4</sup>	97.3	280	2.510 <sup>-4</sup>	130
100	2.422 <sup>-4</sup>	99.5	290	2.553 <sup>-4</sup>	126
110	2.379 <sup>-4</sup>	102	300	2.592 <sup>-4</sup>	121
120	2.339 <sup>-4</sup>	105	310	2.629 <sup>-4</sup>	117
130	2.303 <sup>-4</sup>	109	320	2.660 <sup>-4</sup>	113
140	2.272 <sup>-4</sup>	112	330	2.685 <sup>-4</sup>	109
150	2.247 <sup>-4</sup>	117	340	2.704 <sup>-4</sup>	105
160	2.228 <sup>-4</sup>	121	350	2.715 <sup>-4</sup>	102
170	2.217 <sup>-4</sup>	125	360	2.719 <sup>-4</sup>	99.7
180	2.213 <sup>-4</sup>	129			

Con los valores obtenidos anteriormente de Y y X, se calcula el trabajo indicado del ciclo con la ecuación (3.13)

$$W_i = \frac{(2.72^{-4})(115.06)}{0.356+1} \cdot \frac{3.1416(1-0.57)(0.356)\text{sen}90}{\left(\sqrt{(2.73)^2 - (0.56)^2} + 2.73\right)}$$

$$W_i = 2.05^{-3} \text{ kJ}$$

Hasta aquí se ha obtenido el valor del trabajo indicado por el método Schmidt\_Senft y se procede ahora a calcular el trabajo reversible. Las cantidades de calor que el ciclo térmico del motor emplea para cambio de volumen por proceso son:

Calor suministrado:

$$Q_{rech} = m * R * T_{m\acute{a}x} * \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$Q_{rech} = 2.6^{-4} \text{ kg} * 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} * 523\text{K} * \ln\left(\frac{2.72^{-4}}{2.21^{-4}}\right)$$

$$Q_{rech} = 7.91^{-3} \text{ kJ}$$

Calor rechazado:

$$Q_{sum} = m * R * T_{m\acute{i}n} * \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$Q_{sum} = 2.56^{-4} * 0.287 * 298 * \ln\left(\frac{2.21^{-4}}{2.72^{-4}}\right)$$

$$Q_{sum} = -4.5^{-3} \text{ kJ}$$

La diferencia entre el calor absorbido y el calor rechazado por el ciclo tiene un valor de 3.403 kJ. Esta diferencia debería ser la cantidad de trabajo disponible del motor, sin embargo no es utilizado en su totalidad por el motor debido a las pérdidas existentes. Considerando que el trabajo disponible es el trabajo reversible  $W_{rev}$ , se puede calcular  $W_{perd}$  como el trabajo perdido en el ciclo. Lo anterior se realiza mediante la diferencia entre el trabajo reversible  $W_{rev}$  y el trabajo irreversible  $W_i$ , considerando a éste último como el trabajo indicado  $W_{ind}$ .

$$W_{perd} = W_{rev} - W_i$$

$$W_{perd} = 3.4^{-3} \text{ kJ} - 2.05^{-3} \text{ kJ}$$

$$W_{perd} = 1.35^{-3} \text{ kJ}$$



Con los valores de calor total suministrado, obtenido al emplear los valores de la entalpía para el aire a la máxima y mínima temperaturas, y del trabajo indicado calculado para el diseño original del motor, se tiene que el valor de la eficiencia es

$$\eta = \frac{W_i}{Q_{tot\_sum}} = \frac{2.05^{-3} \text{ kJ}}{5.8^{-2} \text{ kJ}} \times 100 = 3.5\%$$

El valor de la eficiencia es muy próximo al valor obtenido en un estudio para este motor por Finkelstein, como describe Karabulut en su artículo sobre la fabricación y experimento de un motor Stirling tipo V [24].

De acuerdo con el teorema de Gouy-Stodola  $W_{perd} = T_0 S_{gen}$ , se obtiene la entropía generada

$$1.35^{-3} \text{ kJ} = 298\text{K} * S_{gen}$$

$$S_{gen} = 4.54^{-6} \text{ kJ/K}$$

El valor de la entropía generada se debe disminuir para incrementar la eficiencia en el motor. Los resultados de la secuencia de los cálculos anteriores se localizan en la Tabla 3.4. Para la optimización es necesario disminuir los volúmenes, principalmente del desplazador de aire, acompañado de la reducción de los espacios muertos en el motor. Como sugerencia la razón entre el volumen del pistón  $V_P$  y el volumen del desplazador  $V_D$ , debe ser lo más próxima a la unidad para estimar un valor medio en la eficiencia [27]. Por lo anterior, en este ejemplo se iguala el valor del espacio del desplazador al del pistón, es decir  $V_{pistón} = V_{desplazador} = 5.06^{-5} \text{ m}^3$ . Se considera además, reducir el volumen muerto  $V_m$  a un valor menor al inicial siendo ahora de  $7.6^{-6} \text{ m}^3$ . Los resultados obtenidos con los volúmenes propuestos son mostrados en la Tabla 3.4 en la columna del segundo cálculo.



Tabla 3.4 Resultados con diferentes valores en las variables de rediseño.

Variable obtenida	1er Cálculo	2º cálculo	3er cálculo	4º cálculo (nuevo alfa)	Unidades
m	$2.6^{-4}$	$1.02^{-4}$	$5.48^{-5}$	$5.48^{-5}$	kg
$V_T$	$2.72^{-4}$	$1.09^{-4}$	$1.09^{-4}$	$1.09^{-4}$	$m^3$
p	115.06	134.88	72.15	72.58	kPa
$W_i$	$2.05^{-3}$	$1.85^{-3}$	$9.91^{-4}$	$9.96^{-4}$	kJ
$W_{rev}$	$3.4^{-3}$	$4.14^{-3}$	$2.21^{-3}$	$2.21^{-3}$	kJ
$W_{perd}$	$1.35^{-3}$	$2.29^{-3}$	$1.22^{-3}$	$1.22^{-3}$	kJ
$Q_{sum}$	$7.91^{-3}$	$9.62^{-3}$	$5.14^{-3}$	$5.15^{-3}$	kJ
$Q_{rech}$	$4.5^{-3}$	$5.48^{-3}$	$2.93^{-3}$	$2.93^{-3}$	kJ
$S_{gen}$	$4.54^{-6}$	$7.67^{-6}$	$4.1^{-6}$	$4.1^{-6}$	kJ/ K
$\eta$	3.5	7.91	7.91	7.95	%
$\dot{W}$	$2.15^{-4}$	$1.93^{-4}$	$1.04^{-4}$	$1.04^{-4}$	kJ/s
$\dot{W}_{ec}$	$4.06^{-2}$	$3.62^{-2}$	$1.94^{-2}$	$1.97^{-2}$	kJ/s

Como se observa de la Tabla 3.4, en el segundo cálculo se redujo el volumen total interno para rediseñar el motor, pero provocando un incremento en la entropía generada así como en la eficiencia. Los resultados de esta primera iteración se muestran en la Tabla 3.4. Ahora es necesario calcular por otra iteración el valor óptimo de la cantidad de aire que debe cargarse al motor para su operación para observar el comportamiento de la entropía.

La mínima cantidad de aire que se puede cargar al motor a la presión atmosférica, está dada por las dimensiones mínimas de la cámara del pistón. Esto es, con el pistón ubicado en su P.M.S. el volumen mínimo al que se puede cargar de gas al motor es de  $5.82^{-5} m^3$ . Para este volumen la masa de aire tiene un valor calculado de  $5.48^{-5} kg$ . Siguiendo con el cálculo se emplean los valores anteriores de la masa con el volumen total que permite el motor. Se obtienen los resultados que se muestran en la columna del tercer cálculo en la Tabla 3.4.

La entropía en estos últimos valores disminuye al reducir el valor de la cantidad de masa que debe cargarse en el motor y la eficiencia permanece igual.



La cantidad de calor que se debe suministrar al motor para su operación también se ve disminuida en esta iteración

De acuerdo a las recomendaciones proporcionadas por Senft en su artículo de optimización geométrica [27], se hace variar el ángulo, en este caso de estudio desde  $90^\circ$  a  $95^\circ$ . Lo anterior es con la finalidad de incrementar la cantidad de trabajo para las condiciones de la columna del tercer cálculo en la Tabla 3.4. Los resultados se muestran en la columna cuatro de la Tabla 3.4.

Una vez obtenido el valor del trabajo con el nuevo ángulo alfa, se verifica su incremento al igual que la eficiencia, y la entropía permanece constante. La variación del trabajo indicado para la primera y última iteración, respecto a la variación del ángulo alfa, es mostrada mediante los diagramas de las Figuras 3.11 y 3.12.

Para poder cargar el motor con la cantidad adecuada de gas de trabajo, se debe conocer el ángulo que debe tener el cigüeñal. En base a los últimos cálculos realizados para la tabla 3.4 se procede a recalculer los volúmenes instantáneos con el valor de volumen mínimo, y se elabora la Tabla 3.5 para localizar el ángulo de carga de aire en ella. Para este caso, el ángulo para realizar la carga óptima de aire se encuentra aproximadamente en  $130^\circ$ , o bien,  $230^\circ$ . La diferencia entre escoger uno de estos valores radica en que la masa de aire debe expansionarse al iniciar el calentamiento. Esto es, que la carga del gas se debe efectuar en  $130^\circ$  y a una presión cercana a la media del ciclo y por tanto se debe hacer la carga en el ángulo que se lleva a cabo el proceso de baja temperatura. Esto es en la expansión, antes de que termine la compresión como se muestra en el diagrama p-V de la Figura 3.4.

TABLA 3.5. Volúmenes corregidos para cada ángulo de cigüeñal.

vol corregido [m <sup>3</sup> ]	ángulo cigüeñal [°]	vol corregido [m <sup>3</sup> ]	ángulo cigüeñal [°]
$1.01^{-4}$	0	$5.10^{-5}$	190
$1.01^{-4}$	10	$5.21^{-5}$	200
$9.97^{-5}$	20	$5.40^{-5}$	210
$9.78^{-5}$	30	$5.65^{-5}$	220
$9.53^{-5}$	40	$5.96^{-5}$	230
$9.22^{-5}$	50	$6.33^{-5}$	240
$8.86^{-5}$	60	$6.72^{-5}$	250
$8.46^{-5}$	70	$7.15^{-5}$	260
$8.03^{-5}$	80	$7.59^{-5}$	270



$7.59^{-5}$	90	$8.03^{-5}$	280
$7.15^{-5}$	100	$8.46^{-5}$	290
$6.72^{-5}$	110	$8.86^{-5}$	300
$6.33^{-5}$	120	$9.22^{-5}$	310
$5.96^{-5}$	130	$9.53^{-5}$	320
$5.65^{-5}$	140	$9.78^{-5}$	330
$5.40^{-5}$	150	$9.97^{-5}$	340
$5.21^{-5}$	160	$1.01^{-4}$	350
$5.10^{-5}$	170	$1.01^{-4}$	360
$5.06^{-5}$	180		

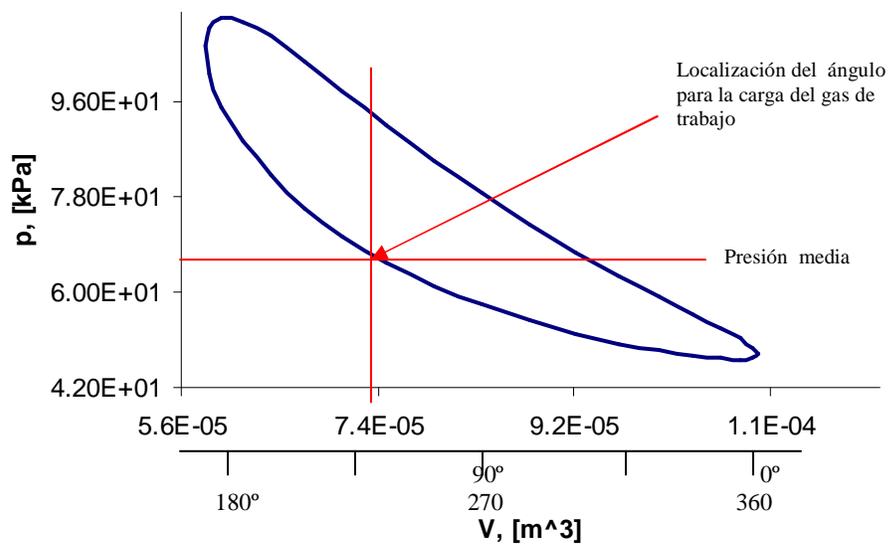


Figura 3.4. Diagrama del ciclo indicado del motor Robinson obtenido con el último cálculo de la metodología propuesta.

En el diagrama de la Figura 3.4 se muestra la localización del ángulo que debe tener el cigüeñal, para realizar la carga del gas de trabajo (en este caso es aire a presión atmosférica). El comportamiento del motor, en cuanto a los valores modificados de volumen y masa hasta obtener el último cálculo, se observa en las gráficas que se describen en el siguiente apartado.

En lo que se refiere a las potencias, en los resultados se comparan la potencia obtenida por la metodología y la potencia obtenida por la ecuación 3.16 del modelo de



Petrescu. Los resultados se muestran en la Tabla 3.6, donde se presenta una relación entre sus valores llamada razón de potencias.

TABLA 3.6 Potencias obtenidas por la metodología propuesta y el modelo de Petrescu para la razón de potencias

CÁLCULO	POTENCIA	VALOR [kJ/s]	RAZON DE POTENCIAS
1	$\dot{W}$	$2.15^{-4}$	188.8
	$\dot{W}_{ec}$	$4.06^{-2}$	
2	$\dot{W}$	$1.93^{-4}$	187.5
	$\dot{W}_{ec}$	$3.62^{-2}$	
3	$\dot{W}$	$1.04^{-4}$	187.5
	$\dot{W}_{ec}$	$1.94^{-2}$	
4	$\dot{W}$	$1.04^{-4}$	189
	$\dot{W}_{ec}$	$1.97^{-2}$	

### 3.4 Obtención de los diagramas de comportamiento

Los resultados obtenidos mediante el procedimiento de cálculo del apartado 3.3, conducen a la representación del ciclo térmico, y la localización del pistón respecto al ángulo del cigüeñal. Se pueden observar en las Figuras 3.7 y 3.8 los diagramas respectivos p-V y p-x.

Los diagramas de comportamiento son seleccionados de acuerdo a los factores que intervienen de manera importante en el rendimiento y la obtención de potencia en este tipo de motores. Se seleccionaron como parámetros a representar gráficamente, los siguientes: p-V, p-x, wt-x,  $\alpha$ -w<sub>i</sub>.

#### 3.4.1 Diagrama p-V

Se muestra en el diagrama de la Figura 3.5 una forma elíptica en el trazado del ciclo, donde la sección correspondiente a la expansión adquiere valores de sobrepresión que interfieren con el desarrollo de trabajo y la eficiencia del motor. Durante el trazo del ciclo se desconoce la posición de carga del gas de trabajo.



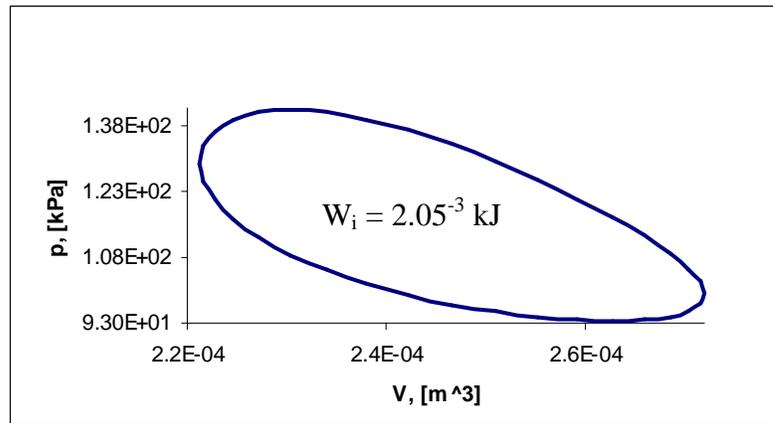


Figura 3.5 Diagrama indicado obtenido de los datos originales del motor Robinson bajo estudio.

Al comparar los diagramas del ciclo en la Figura 3.6, conforme se realizaron las iteraciones, se observa la variación en las presiones durante los procesos de expansión y compresión.

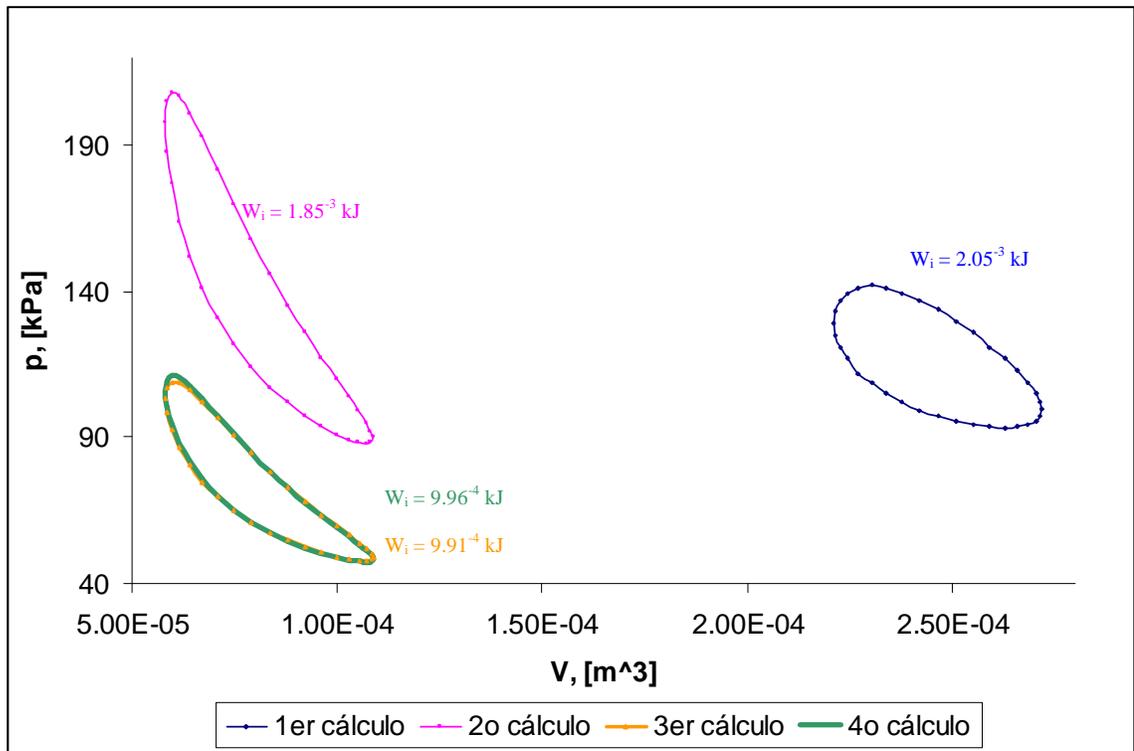


Figura 3.6 Variación del ciclo indicado de acuerdo a los parámetros de rediseño obtenidos correspondientes a cada iteración realizada



De los diagramas de las Figuras 3.5 y 3.6 el valor del área en el interior del ciclo indicado tuvo un decremento. Esto se debe al ajuste de las dimensiones a un valor óptimo, y con el propósito de analizar el comportamiento térmico en el capítulo 4 se mostrará un diagrama de eficiencia y potencia en cuanto a los valores modificados de las variables, masa y volumen total. Para observar la evolución del rediseño se muestran a continuación los diagramas p-x de los valores iniciales y finales obtenidos con la metodología aplicada.

### 3.4.2 Diagrama p-x

Los diagramas de presión contra desplazamiento, y los de carrera de pistón y desplazador contra el ángulo del cigüeñal, se hacen necesarios para poder observar el lugar donde se realizará la carga óptima de gas de trabajo. Además se puede analizar cómo el ángulo alfa afecta a la presión interna del motor, dado el desplazamiento relativo entre el pistón y el desplazador. En los diagramas mostrados en las Figuras 3.4 y 3.10 se observa las variaciones entre el cálculo inicial y el final de los datos mencionados por los diagramas.

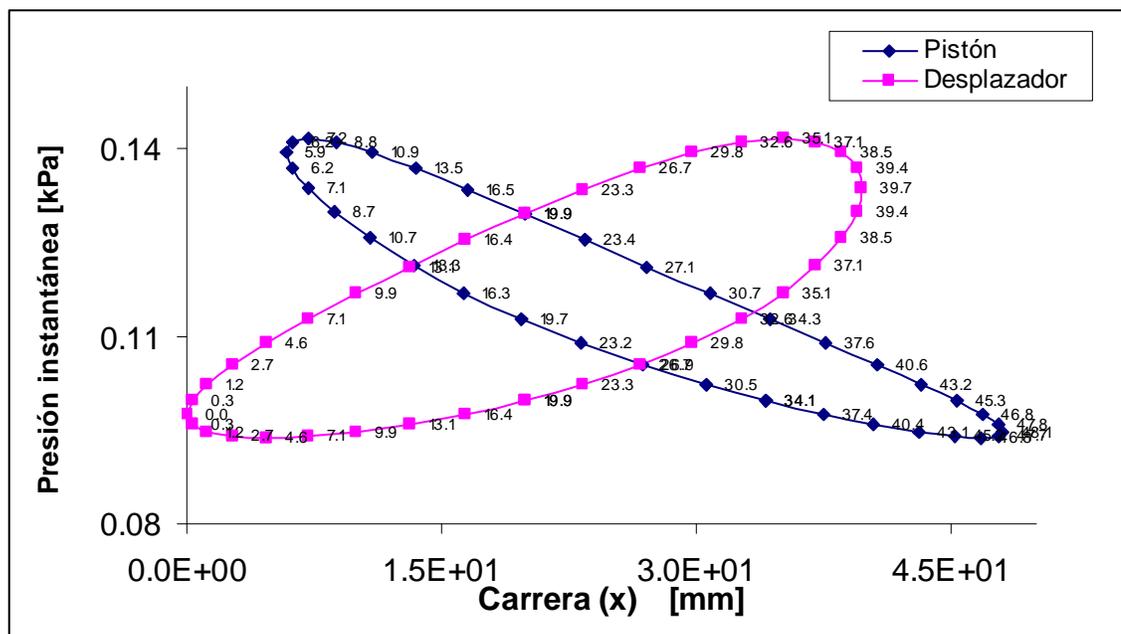


Figura 3.7 Relación entre la presión instantánea del motor respecto a la carrera del pistón y del desplazador. Datos iniciales.



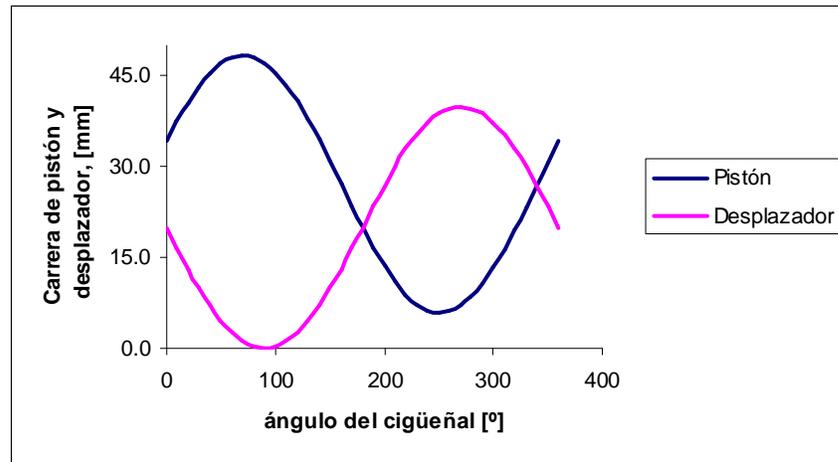


Figura 3.8 Posición del pistón y el desplazador respecto a cada ángulo del cigüeñal.

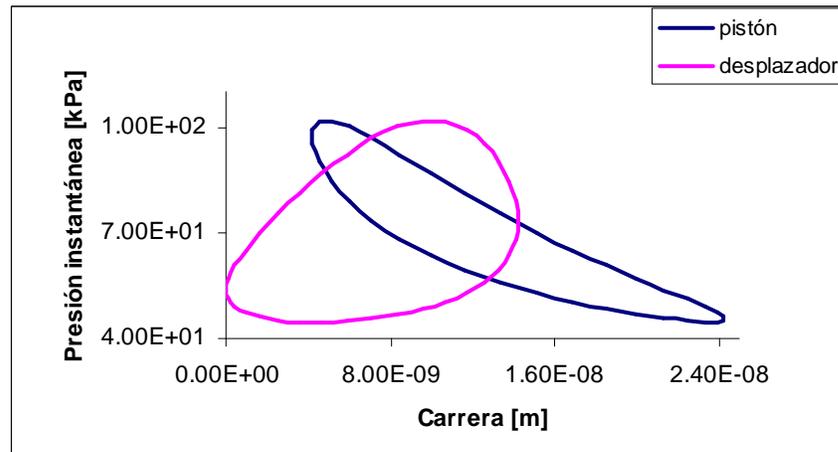


Figura 3.9 Relación entre la presión interna del motor respecto a la carrera del pistón y del desplazador. Datos finales

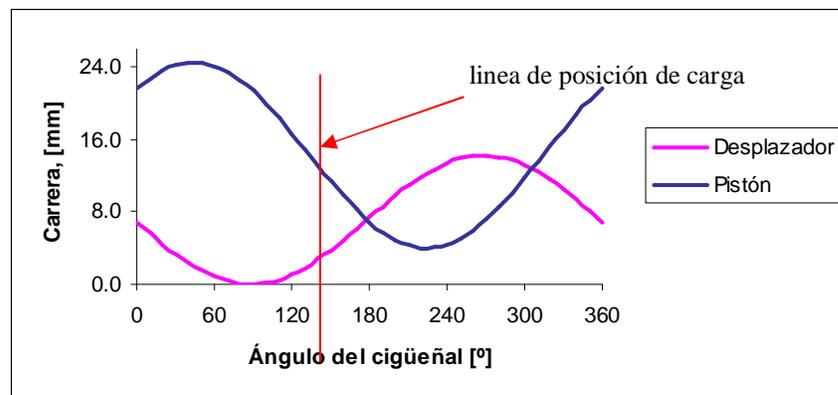
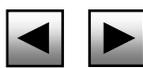


Figura 3.10 Posición del pistón y el desplazador respecto a cada ángulo del cigüeñal. Datos finales. Se localiza la posición de carga de acuerdo al ángulo obtenido con los volúmenes instantáneos corregidos.



De la Figura 3.7 se observa en los valores de cada punto de la carrera del pistón y el desplazador, cómo es la variación de carreras respecto a la presión en el motor. Al disminuir la presión en el pistón su carrera se dirige al punto muerto superior y al aumentar la presión su carrera se dirige al punto muerto inferior. Por otra parte la carrera del desplazador disminuye hacia el punto muerto superior cuando la presión disminuye. Este comportamiento lo define el ángulo alfa entre el pistón y el desplazador en su conexión al cigüeñal.

Al obtener entre los resultados al trabajo indicado y graficarlo contra la variación del ángulo alfa, como se muestra en la Figura 3.11, se puede observar que el máximo trabajo indicado obtenible se encuentra entre aproximadamente a  $92^\circ$ . De la Figura 3.12, se tiene el mismo diagrama que la Figura 3.11, pero ahora es trazado con los valores del último cálculo. En él se observa que hubo una variación en el ángulo alfa para obtener el máximo trabajo indicado, y tiene un valor muy próximo a  $96^\circ$ . Para la última iteración se repite el cálculo, sustituyendo ahora el ángulo alfa con el valor que obtiene la mayor cantidad de trabajo. Es decir a  $96^\circ$ , donde el valor del trabajo indicado resulta en  $9.96^{-4}$  kJ/s en comparación con  $9.91^{-4}$  J/s que resultó de la tercera iteración.

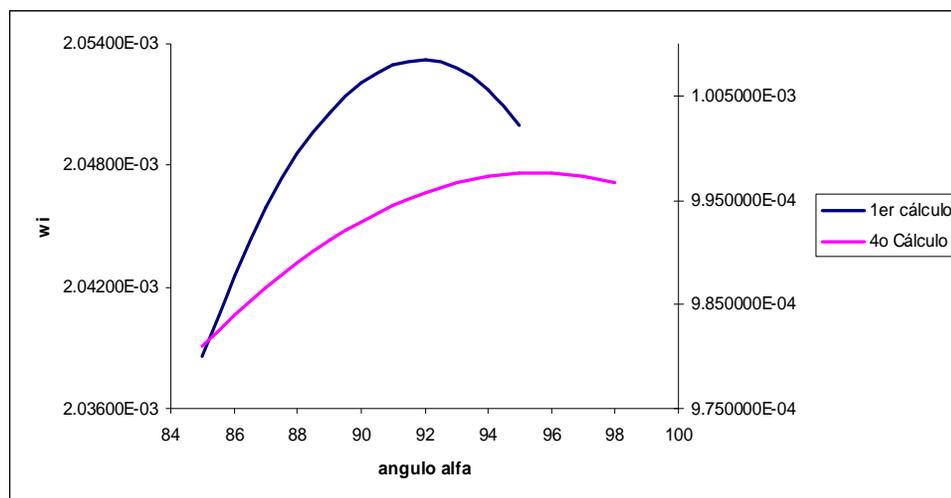
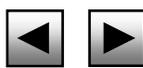
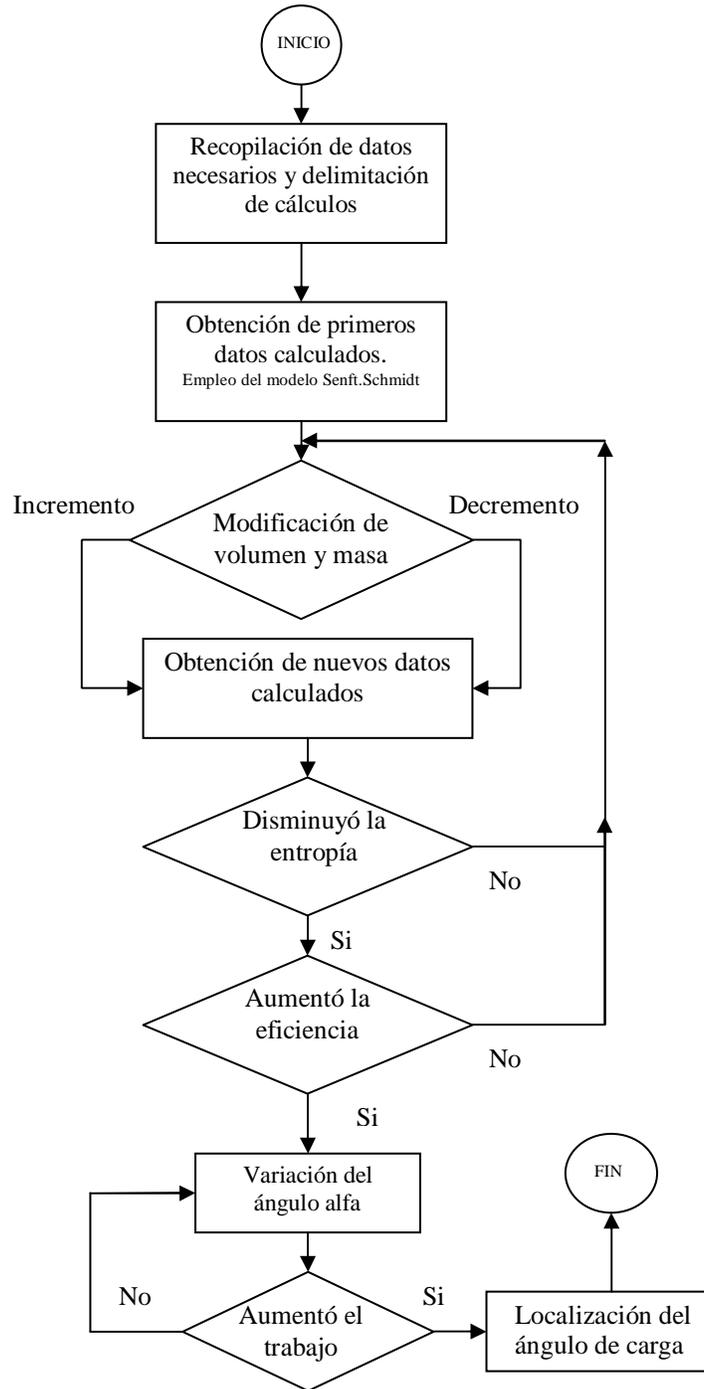


Figura 3.11 Variación del trabajo indicado al variar el ángulo alfa para los cálculos primero y último



En este capítulo, se presentó la metodología propuesta para rediseñar los motores de ciclo Stirling tipo Robinson, basada en los modelos de cálculo seleccionados, Senft\_Schmidt y Petrescu. El desarrollo de la metodología queda representado en el diagrama de flujo mostrado a continuación. En base a los resultados obtenidos, se presentarán en el capítulo cuatro, diagramas de comportamiento que serán analizados.





# CAPÍTULO 4

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

El capítulo cuatro se realiza el análisis de los resultados del capítulo tres, comparándolos con los resultados de otros modelos teóricos y se fijan los parámetros de rediseño para el motor Robinson.



#### 4.1 Análisis de resultados.

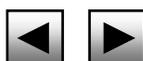
En el empleo de la metodología se manejan tres variables para conseguir el rediseño térmico del motor. Esas variables son la cantidad de masa del fluido de trabajo, el volumen total  $V_T$  por medio de la variación del volumen en el espacio del desplazador  $V_D$  y, el volumen muerto  $V_m$ .

Los diagramas de las Figuras 3.11 y 3.12 en el capítulo anterior mostraron que el máximo trabajo instantáneo obtenible del motor se realiza variando, el ángulo alfa de defasamiento entre pistón y desplazador como lo sugiere Senft [27]. Adquiriendo su máximo valor a los  $92^\circ$  aproximadamente para el cálculo con los datos originales. El último cálculo se verificó modificando el ángulo alfa al valor de  $96^\circ$  obteniendo una variación máxima en el trabajo indicado. Se recomienda por tanto modificar el diseño original hasta obtener ese ángulo de acuerdo con la Figura 3.11 del capítulo anterior..

La Tabla 3.4 muestra los resultados obtenidos con diferentes valores de las variables empleadas. Y de acuerdo a esa tabla se obtienen los diferentes comportamientos mostrados en las Figuras 4.2 a 4.5.

Tabla 3.4 Resultados con diferentes valores en las variables de rediseño.

Variable obtenida	1er Cálculo	2º cálculo	3er cálculo	4º cálculo (nuevo alfa)	Unidades
$m$	$2.6^{-4}$	$1.02^{-4}$	$5.48^{-5}$	$5.48^{-5}$	Kg
$V_T$	$2.72^{-4}$	$1.09^{-4}$	$1.09^{-4}$	$1.09^{-4}$	$M^3$
$p$	115.06	134.88	72.15	72.58	kPa
$W_i$	$2.05^{-3}$	$1.85^{-3}$	$9.91^{-4}$	$9.96^{-4}$	kJ
$W_{rev}$	$3.4^{-3}$	$4.14^{-3}$	$2.21^{-3}$	$2.21^{-3}$	kJ
$W_{perd}$	$1.35^{-3}$	$2.29^{-3}$	$1.22^{-3}$	$1.22^{-3}$	kJ
$Q_{sum}$	$7.91^{-3}$	$9.62^{-3}$	$5.14^{-3}$	$5.15^{-3}$	kJ
$Q_{rech}$	$4.5^{-3}$	$5.48^{-3}$	$2.93^{-3}$	$2.93^{-3}$	kJ
$S_{gen}$	$4.54^{-6}$	$7.67^{-6}$	$4.1^{-6}$	$4.1^{-6}$	kJ/ K
$\eta$	3.5	7.91	7.91	7.95	%
$\dot{W}$	$2.15^{-4}$	$1.93^{-4}$	$1.04^{-4}$	$1.04^{-4}$	kJ/s
$\dot{W}_{ec}$	$4.06^{-2}$	$3.62^{-2}$	$1.94^{-2}$	$1.97^{-2}$	kJ/s



En el diagrama de la Figura 4.1 se emplearon los resultados obtenidos con la disminución en el volumen total mediante el volumen del desplazador, antes de la aplicación de la metodología propuesta. Se muestra el decremento del trabajo indicado  $W_i$  respecto a la disminución del volumen en el desplazador de aire, por ser esta disminución la primer opción que se seleccionó en la metodología. Al incluir los valores de la potencia en el diagrama, se observa un cambio también proporcional a la variación del volumen. Esto da la posibilidad de modificar el motor original, pero compensando la disminución del trabajo indicado  $W_i$  con el incremento de la eficiencia y empleando como la segunda variable seleccionada a la masa. El diagrama de la Figura 4.2 muestra el comportamiento del trabajo y potencia respecto a la masa para los resultados obtenidos con la metodología donde se observa la misma tendencia para fijar los últimos valores para el rediseño del motor.

Al trazar el diagrama de la Figura 4.2 con los valores de la Tabla 3.4 se observa que el trabajo y la potencia se comportan igual que en la Figura 4.1, así que dependen del volumen total de los espacios internos del motor. En base a lo anterior se realiza a continuación la comparación de los últimos resultados obtenidos con los del primer cálculo, y poder determinar las tendencias de cada variable.

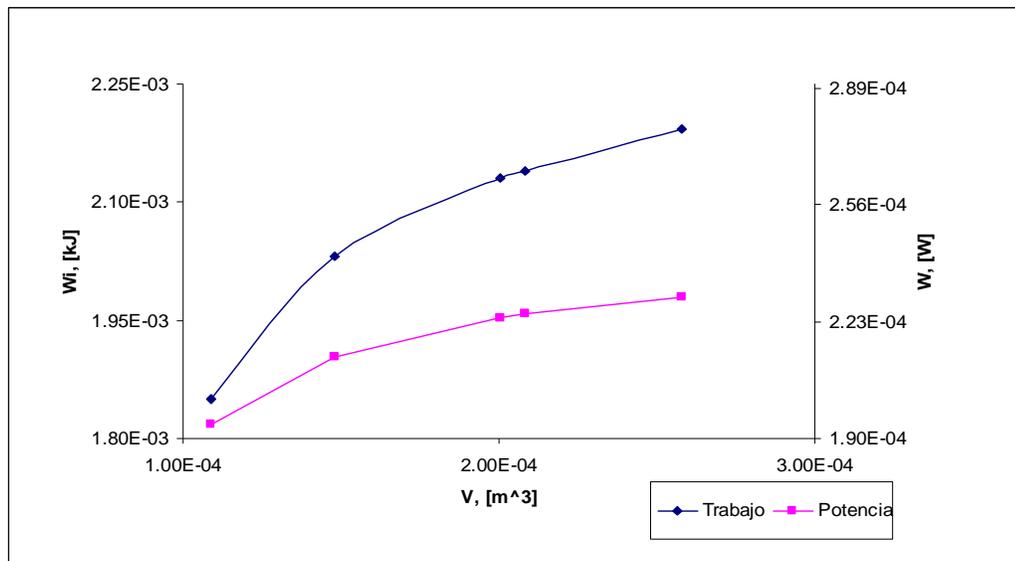


Figura 4.1 Diagrama de trabajo y potencia contra valores del volumen total disminuido por medio de la reducción del volumen en el desplazador

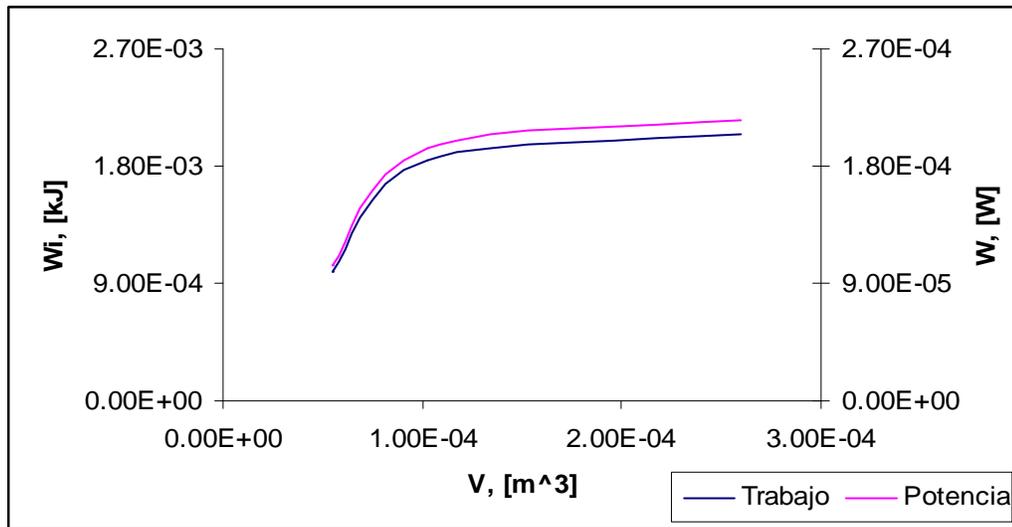


Figura 4.2 Diagrama de trabajo y potencia contra valores del volumen total disminuido en la aplicación de la metodología propuesta.

Se observa en la Figura 4.3 que de acuerdo con la cantidad de masa varía el trabajo indicado y la potencia del motor. Sin embargo, en el diagrama de la Figura 4.4 la eficiencia tiene un incremento con los últimos resultados.

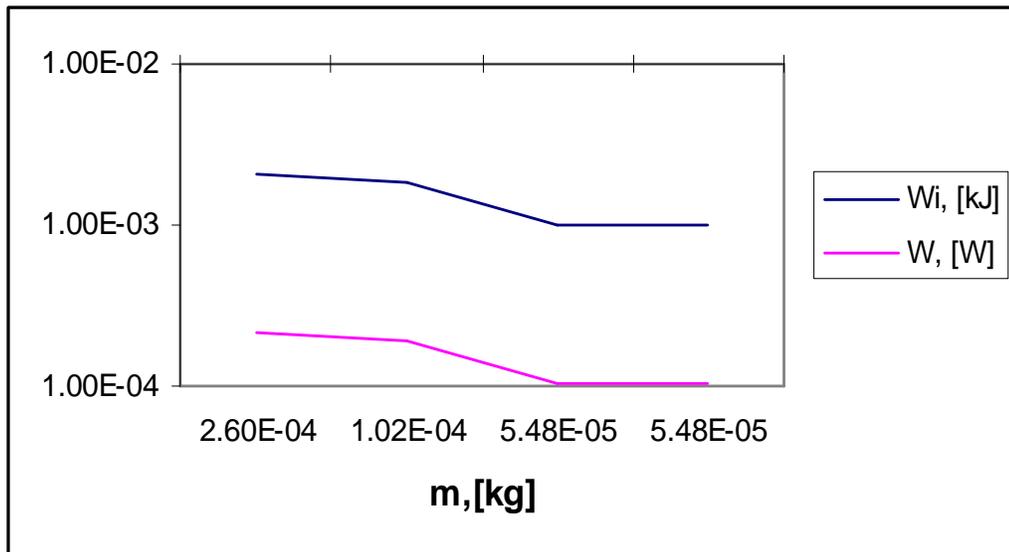


Figura 4.3 Diagrama de trabajo y potencia contra valores de la masa en la aplicación de la metodología propuesta.



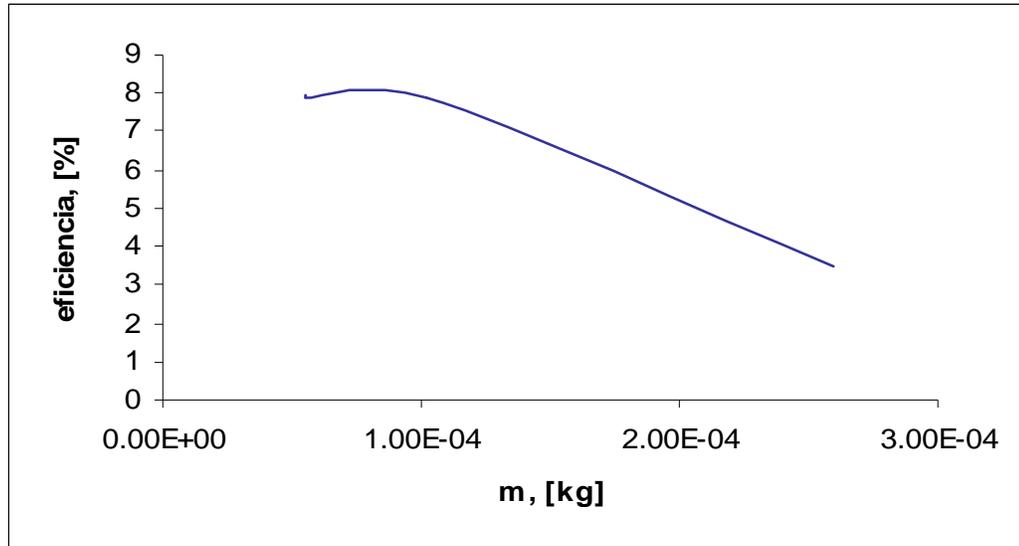


Figura 4.4. Tendencia del valor de la eficiencia respecto a la disminución de la cantidad de masa

El comportamiento de la entropía al variar la cantidad de masa depende del volumen que se disminuirá o aumentará para variar el volumen total, es decir, depende de la variación del volumen en el pistón o del desplazador. De acuerdo al diagrama de la Figura 4.5, donde se aplicó una disminución de la cantidad de masa del fluido de trabajo, se obtuvo la disminución en la entropía generada.

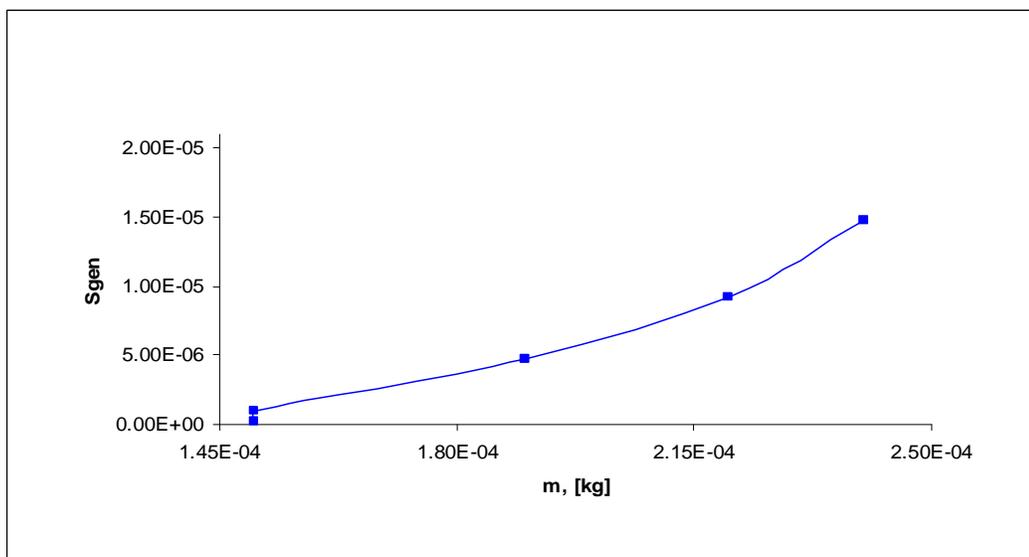


Figura 4.5. Variación de la entropía respecto a la cantidad de masa del fluido de trabajo.



En el diagrama de la Figura 4.6. se tiene un valor máximo de eficiencia de 7.95%, respecto a la cantidad de volumen total disminuida. Este último valor pertenece a los resultados del cálculo 4 de la Tabla 3.4 y habiendo disminuido la masa al mismo tiempo para el cálculo de acuerdo a la metodología.

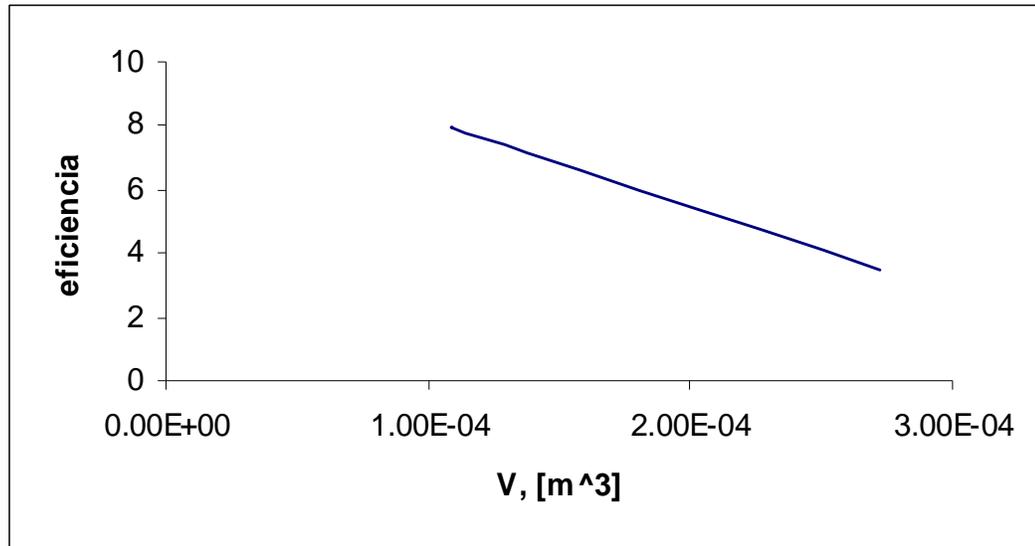


Figura 4.6 Diagrama de eficiencia vs volumen total

La entropía generada, es el parámetro que marca el límite inferior al que se puede disminuir la cantidad de masa y que debe contener el motor. Esto se debe a que si el valor de masa es menor a su límite inferior, el valor de la entropía adquiere valores numéricos negativos haciendo imposible su aplicación por no ser real.

El motor en las condiciones obtenidas con los resultados del cuarto cálculo, aprovecha teóricamente cantidades de calor suministrado en menor cantidad que la inicial. Es decir, se requiere suministrar menor cantidad de calor al motor para obtener un desempeño bastante aceptable y con una potencia que no ha variado en proporciones significativas.



## 4.2 Comparación con otros modelos teóricos

La principal comparación que se puede realizar con los resultados, es entre valores de potencias obtenidas por medio de la metodología propuesta respecto a la potencia obtenida con el modelo de Petrescu, descrita con la ecuación (3.16).

Al realizar el diagrama correspondiente en la Figura 4.8, se observa un comportamiento constante en el valor de la razón de potencias. La constante obtenida tiene un valor de 188 aproximadamente. La variación que existe entre ambas potencias obtenidas se presenta por no incluir en la metodología a las pérdidas debidas a la fricción mecánica y a las pérdidas debidas al estrangulamiento del flujo de aire causado por el regenerador.

En la Figura 4.9 se presenta el resultado obtenido de la razón de potencias para tres modelos diferentes de motor tipo gama, y habiendo utilizado la metodología y la ecuación de potencia (3.16).

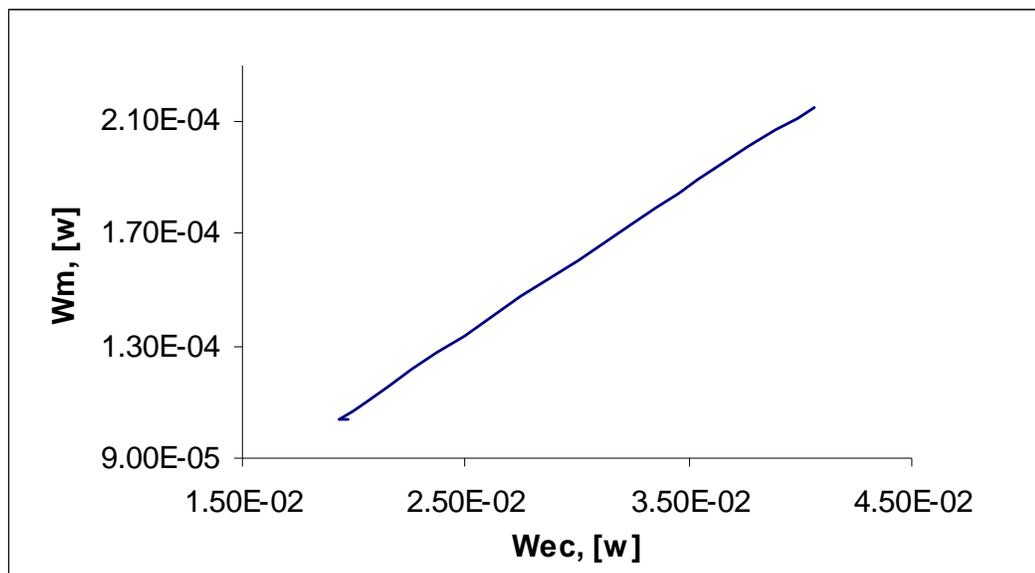


Figura 4.8 Diagrama de la razón entre potencias obtenidas con la ecuación del modelo de Petrescu y las obtenidas con la metodología presentada para el motor Robinson.



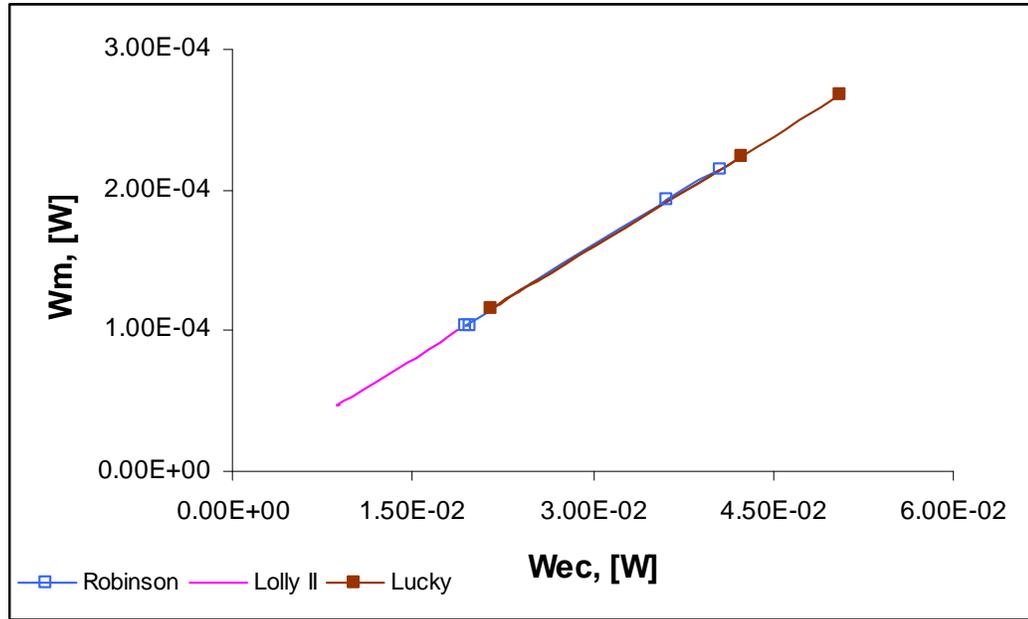


Figura 4.9 Diagrama comparativo de la razón de potencias entre tres motores tipo gama: Robinson, Lolly y Lucky.

De los valores que se obtuvieron para la comparación entre los tres motores gama, se formó la Tabla 4.1 mostrada a continuación. En ella se verifica que el motor que tiene mayor eficiencia es el Lucky, para el cual se emplea un ángulo alfa de 96° y se disminuye el volumen en el desplazador. El empleo de la metodología propuesta para los tres motores seleccionados de la variante gama, incrementa la eficiencia y disminuye la generación de entropía.

Tabla 4.1 Resultados con diferentes valores en las variables de rediseño.

MOTOR	$W_m$		$W_{ec}$		$\eta$ [%]		Razón de potencias
	Valor Inicial	Valor Final	Valor Inicial	Valor Final	Valor Inicial	Valor Final	
Robinson	$2.15^{-4}$	$1.04^{-4}$	$4.06^{-2}$	$1.97^{-2}$	3.5	7.95	188
Lolly	$9.99^{-5}$	$4.68^{-5}$	$1.87^{-2}$	$8.84^{-3}$	3.63	6.97	188
Lucky	$2.68^{-4}$	$2.24^{-4}$	$5.06^{-2}$	$4.23^{-2}$	3.12	8.02	188



---

Tal como se ve en el diagrama de la razón de potencias el comportamiento es lineal y se conserva la pendiente obtenida para tres motores diferentes, incluyendo el motor Robinson del caso bajo estudio. El valor de la razón de potencias resultó en un valor lineal de  $188 \pm 0.5$  para los tres motores.



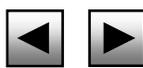


## CONCLUSIONES

A través de la unión de los modelos analíticos de Senft\_Schmidt y de Petrescu, se desarrolló una metodología para rediseñar motores de ciclo Stirling, particularmente los de tipo gama como el motor Robinson. Esta metodología proporciona la optimización térmica de esos motores al reducir la generación de entropía. Para haber conseguido lo anterior se fijaron los parámetros esenciales que modifican el diseño del motor Stirling, siendo éstos la cantidad de masa del fluido de trabajo, el volumen total incluyendo el espacio muerto y el ángulo de carga óptima.

Aplicando esta metodología se encontró que: la cantidad óptima de gas de trabajo garantiza la correcta expansión y compresión térmicas en el motor y reduce problemas de arranque al evitar las sobrepresiones, la entropía generada se redujo en 10%, la eficiencia se incrementó 4.5% y el volumen muerto disminuyó 9.6%. La reducción en el volumen total hace menor el área de transferencia de calor, por lo que se obtuvo la reducción en la cantidad de calor suministrada. La metodología hace posible el empleo de diferentes gases como fluidos de trabajo.

La comparación efectuada entre los resultados obtenidos con otros dos motores del tipo gama (Lolly II y Lucky) y el Robinson, mostró un comportamiento lineal en relación a la potencia, lo cual establece el empleo de la razón de potencias del capítulo cuatro como parámetro de repetición comparativa de los resultados, entre la metodología propuesta y la ecuación de potencia de Petrescu.





---

---

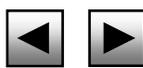
## RECOMENDACIONES

Es recomendable crear un programa de cómputo para la generación de iteraciones con los datos del motor, para la rápida apreciación en la evolución en el rediseño y su correspondiente optimización. Si se presenta alguna alteración en el diagrama indicado final, y que no sea congruente con la similitud del motor estudiado en el presente trabajo, se debe considerar si se han introducido datos de otro tipo de motor que no sea del tipo gama.

Para emplear altas presiones y altas temperaturas en la metodología, para carga del fluido de trabajo en el motor, se sugiere considerar el empleo de la ecuación de estado de Benedict-Web-Rubin.

El análisis fue realizado para una reducción en el volumen total del motor al reducir el volumen del desplazador y el volumen muerto, y no implica que la metodología solo pueda ser empleada para disminuir la entropía generada con un volumen total mayor al que se usó para el presente trabajo.

La posible aplicación de la metodología presentada en otro tipo de motor Stirling como el de tipo beta queda abierta para ajustar las ecuaciones correspondientes a esas variantes.



---



---

## REFERENCIAS

- [1] SENER, Programa de Investigación y Desarrollo Tecnológico del Sector Energía, Dirección General de Investigación y Desarrollo de Tecnología y Medio Ambiente, México 2002-2006,
- [2] José A. Tapia Granados, Nueve consideraciones sobre economía y ecología, Revista crítica de Ciencias Sociales y Jurídicas. NOMADAS 9. ISSN pp. 1578-6730, México 2005.
- [3] Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Generación bruta de electricidad por tipo de fuente (Gigawatts/hr), Informe anual sobre el consumo energético y medio ambiente, México 1997.
- [4] Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Sistema de Clasificación Industrial de América del Norte, segunda edición. México 2002.
- [5] Comisión Económica Para América Latina y El Caribe, Promoción del uso Eficiente de la Energía en América Latina, Proyecto Cepal / comisión europea Naciones Unidas, Santiago de Chile 1999.
- [6] CONAE, Metodologías de evaluación energética para sistemas que emplean grandes cantidades de energía, Producción de energía y consumo energético. Sistemas, ventajas, conversiones, aplicaciones industriales.-Técnicas de ahorro de energía en sistemas de vapor-. Cogeneración, Apartado 1.2 Introducción, México 2001.
- [7] CONAE, Sistemas, ventajas, conversiones, aplicaciones industriales. Estadísticas de consumo energético, Producción de energía y consumo energético, Cogeneración, México 2001.
- [8] CONAE, Generación y Distribución de vapor; Introducción, México 2004.
- [9] SENER, Balance Nacional de Energía, México's energy consumption in industry sector, México 2001.
- [10] J. J. de Felipe. Motores Térmicos. Laboratorio de Mecánica de Fluidos y Motores Térmicos, E.U.P.M. Departamento de Máquinas y Motores Térmicos. U.P.C. Ingeniería Térmica, Brasil, 2000
- [11] José Antonio Ávila García, Implementación de prácticas para el motor de combustión interna del Laboratorio de Máquinas Térmicas de la E.N.E.P. Aragón; Tesis de Licenciatura, UNAM 1994.
- [12] James G. Rizzo. The Stirling Engine Manual, Biddles Ltd. Vol 1 y 2, 1999
- [13] Viorel Badescu. Simulation of a solar Stirling engine operating under varies V wheater conditions on mars. J. Solar Energy Engineering, Vol 126, number 2, pp 812, May 2004.
- [14] Thomas Mancini and Peter Heller, Dish–Stirling Systems : An over view of development and Status; Volume 125 number, pp 135, May 2003.
- [15] J. I. Prieto, Discussion: Analysis of the working process and mechanical losses in a Stirling engine for a solar power unit, ASME J. Solar Energy. (Makhkamov, Kh. Kh., and Ingham, D. B., Vol 121, pp 121-127, 122 pp 207); 1999
- [16] Dante Giacosa, Motores endotérmicos. Editorial Científico – Médica HOEPLI, Barcelona 1964.



- 
- 
- [17] Finkelstein, T., and Organ, A. J, Air Engines, The History, Science and Reality of the Perfect Engine, The American Society of Mechanical Engineers, New York, N.Y., 2001
  - [18] P.C.T. de Boer, Maximum attainable performance of Stirling engines and refrigerators, ASME, J. Heat Transfer, Vol. 125 pp. 911-915, 2003.
  - [19] J. B. Jones y R. E . Dugan, Engineering Thermodynamics, Prentice Hall; p.p. 310; fig. 5.10. First Edition. 1996.
  - [20] S. Petrescu, M. Costea, C. Harman and T. Florea. Application of the Direct Method to irreversible Stirling cycles with finite speed. International Journal of Energy Research,. John Wiley & Sons, Ltd. 2002.
  - [21] Feng Wu, Lingen Chen, Fengrui Sun, Yonghong Zhu., Optimization of irreversible magnetic Stirling cryocoolers., Intern. J. Engineering Science 39 pp 361-368, 2001.
  - [22] Naboru Kagawa, Optimized design of Stirling-Drivers vapor – compression system; 34<sup>th</sup> Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, 1999-01-2453, Vancouver, B.C. Canad, Session: Stirling Engines; - National Defense Academy-Japan, 1999
  - [23] Terence I. Quickenden , Kathryn M. Hindmarsh, Kean –Guan Teoh, Experimental Study of the Minto engine- A heat engine for converting low grade heat to mechanical energy., Chemistry, J. Solar Energy Engineering, Vol 126 pp 661-667, 2004.
  - [24] Karabulut, Halit., Manufacturing and testing of a V-Type Stirling Engine. Turk Journal Engin Environ Sci, 24, pp 71-80, 2000
  - [25] Emre Oguz, R&TD Engineer, Fatih Ozkadi, R&TD Specialist, Experimental Investigation of a Stirling Cycle Cooled Domestic Refrigerator, Research & Technology Development Center Arcelik A.S. 81719, Tuzla Istanbul, 2001, Turkey.
  - [26] Organ J.A. 1992. Thermodynamics and Gas Dynamic of Stirling Cycle Machine. Cambridge University Press. Cambridge.
  - [27] James R Senft, Optimum Stirling engine geometry, International Journal of Energy Research 26; pp 1087-1101, 2002.
  - [28] Adrian Bejan, Advanced Engineering Thermodynamics; John Wiley & Sons, Second Edition, 1997.
  - [29] Allan J. Organ, The Regenerator and the Stirling Engine, Mechanical Eengineering Publications Limited, pp 19,90,93,145, Great Britain 1997.
  - [30] McDonald, K; Berchowitz, D.M. Stirling Coolers for Space Shuttle Experiments. 29<sup>th</sup> IECEC, Monterey, C.A., 1994.
  - [31] Berchowitz, D.M., Stirling Coolers for solar Refrigerators. International Appliance Technical Conference, West Lafayette, U.S., 1996.
  - [32] Barón, J. H., Scollo, L., Aprovechamiento de la Energía Solar en forma Térmica para la Producción de Energía Eléctrica. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de CUYO, Argentina, 2004.

### **Páginas de Internet consultadas**

[www.ucm.es/info/eurotheo/nomadas/colabor/htm](http://www.ucm.es/info/eurotheo/nomadas/colabor/htm).





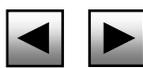
---

[www.conae.gob.mx](http://www.conae.gob.mx). Página principal: paraestatales: Módulos Tecnológicos: vapor: Generalidades.

<http://personales.able.es/jgros/tipos.htm>. Eduardo Román Medina, Depto. De Equipos de Telecomunicaciones y Electrónica. 2003 ROBOTIKER.

[www.bekkoame.ne.jp/~khirata/academic/](http://www.bekkoame.ne.jp/~khirata/academic/)

[www.cheresources.com](http://www.cheresources.com). The chemical engineers, Resource page 1442. Goswick Ridge Road, Mid Lothian, VA, 23114.





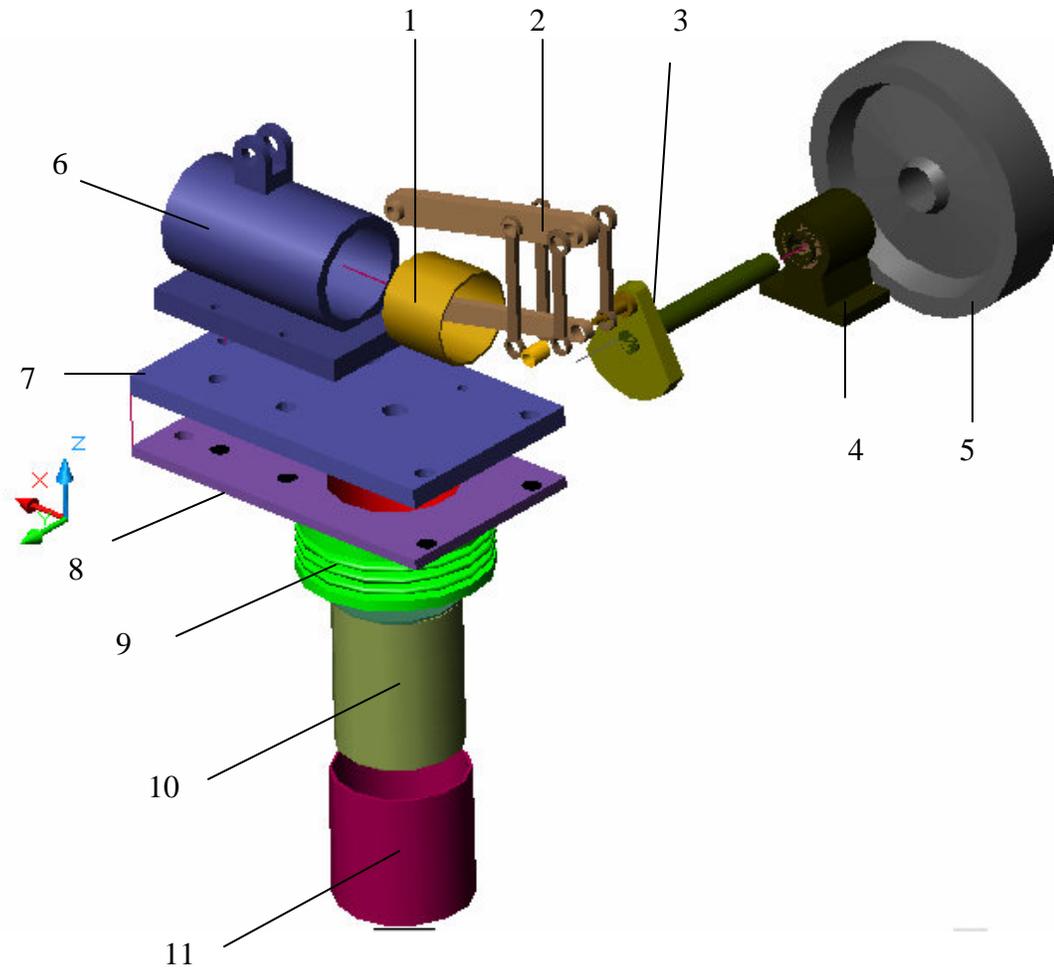
# ANEXO A

ESQUEMA DEL MOTOR ROBINSON



## ANEXO A

## ESQUEMA DEL MOTOR ROBINSON DE CICLO STIRLING



Partes constitutivas del motor Robinson: 1. Pistón de potencia, 2. Mecanismo de seis eslabones, 3. Cigüeñal, 4. Chumacera, 5. Volante de inercia, 6. Cámara del pistón de potencia, 7. Placa del conducto de aire entre el pistón y el desplazador, 8. Contraplaca del conducto de aire y soporte para las aletas de enfriamiento, 9. Aletas de enfriamiento, 10. Desplazador simple del aire o Regenerador de malla de alambre o simple pistón hueco, 11. Cilindro del desplazador de aire.



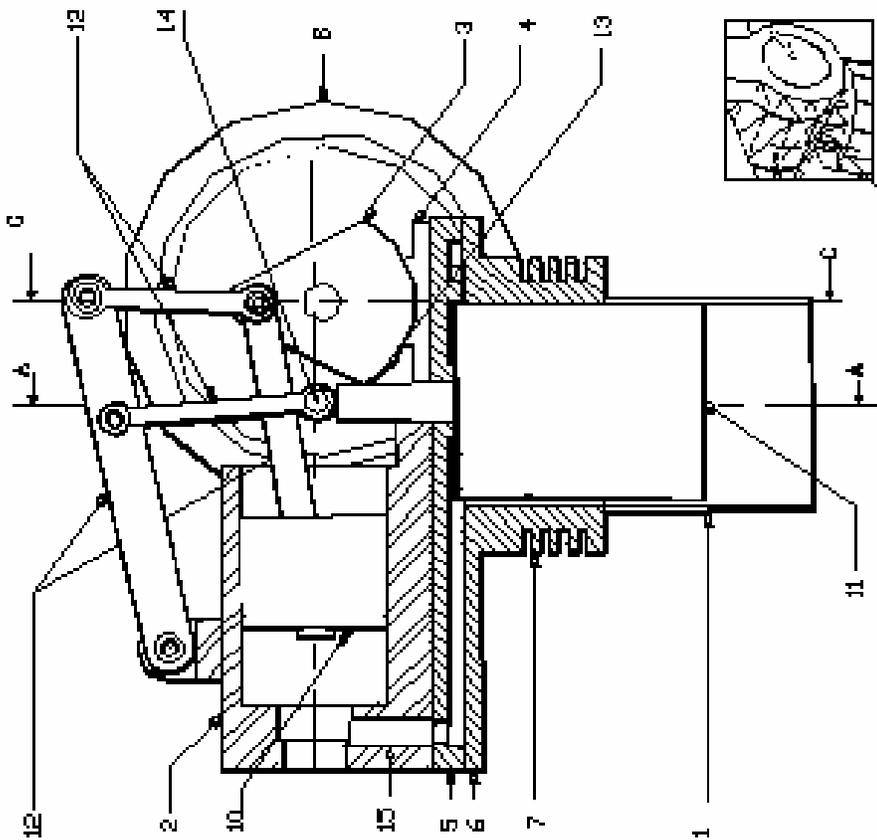


# ANEXO B

PLANOS DEL MOTOR ROBINSON



Sección B-B

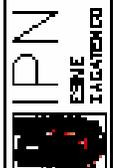


Detalle de  
Amortiguación  
(14)

**COMPONENTES DEL MOTOR**

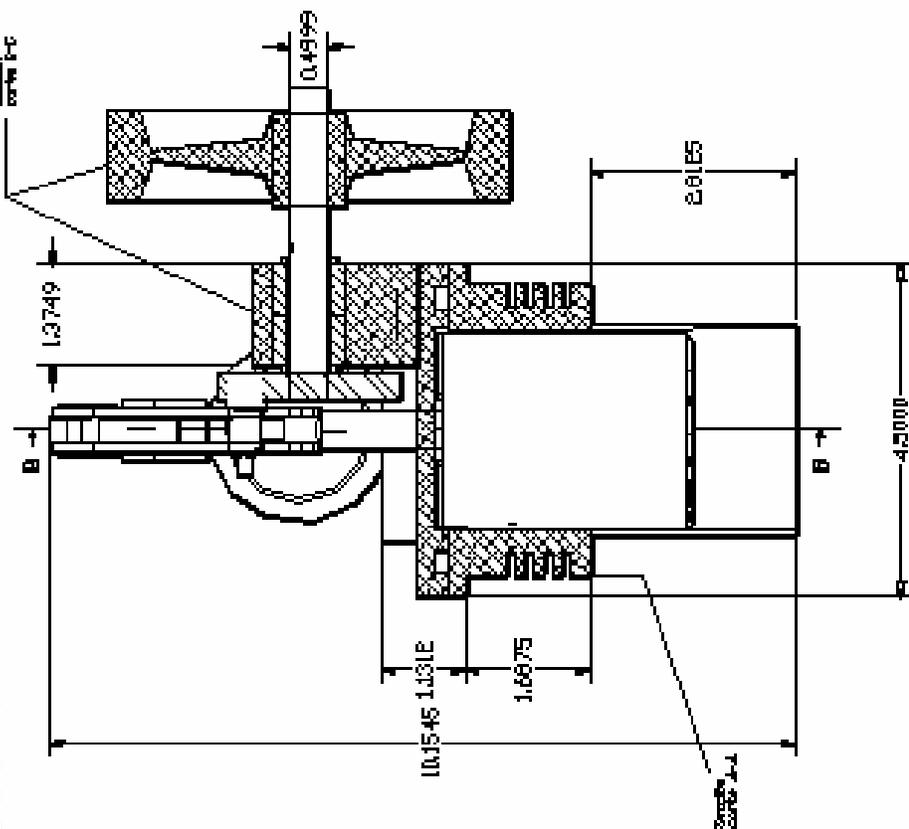
1. CILINDRO DEL REGULADOR DE LA VELOCIDAD DEL MOTOR.
2. BARRA DE CONEXIÓN DEL PISTÓN.
3. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
4. VOLANTE.
5. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
6. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
7. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
8. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
9. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
10. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
11. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
12. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
13. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
14. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.

SECCION DE ESTUDIOS  
DE PROBABILIDAD E INVESTIGACIÓN  
Plano General  
MOTOR STIRLING ROBINSON  
1957



AL SEÑOR DON JUAN MORALES  
CALLE DE LA CALLE, P.O. BOX 1400

SECCIONES  
A-A Y C-C



**Representación**

- 1. CILINDRO DEL REGULADOR DE LA VELOCIDAD DEL MOTOR.
- 2. BARRA DE CONEXIÓN DEL PISTÓN.
- 3. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 4. VOLANTE.
- 5. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 6. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 7. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 8. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 9. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 10. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 11. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 12. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 13. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.
- 14. BARRA DE CONEXIÓN DEL MOTOR Y DEL VOLANTE.

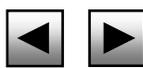
SECCION DE ESTUDIOS  
DE PROBABILIDAD E INVESTIGACIÓN  
Plano General  
MOTOR STIRLING ROBINSON  
1957

AL SEÑOR DON JUAN MORALES  
CALLE DE LA CALLE, P.O. BOX 1400

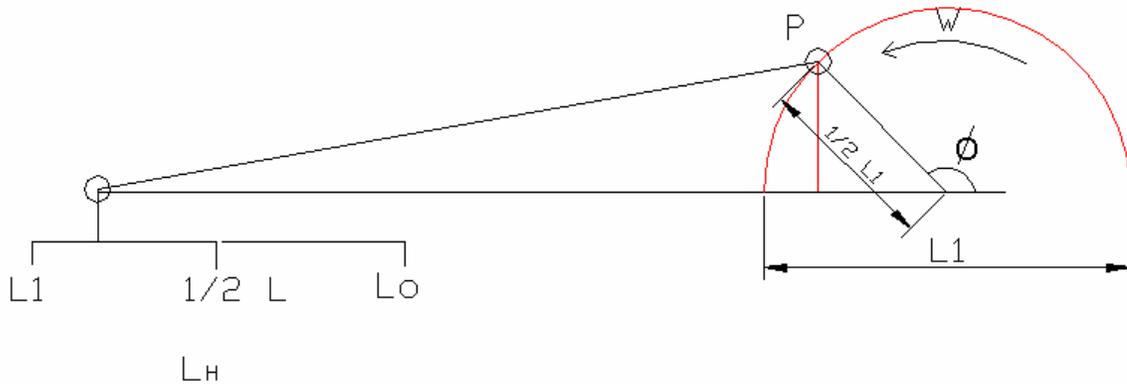


# ANEXO C

DESARROLLO DE ECUACIONES DEL MODELO SCHMIDT



## DESARROLLO DE ECUACIONES DEL MODELO SCHMIDT



Diseño básico del mecanismo biela-manivela con relación de 0.25.

**DESPLAZADOR**

$$\omega = \frac{\text{rad}}{s}$$

Si  $L$  está dado por la posición de  $P$  al haber recorrido un arco.  $L$  para cualquier posición de  $P$  tiene un valor de:

$$L_H = \frac{1}{2} L_1 \cos \Phi$$

$$\cos \phi = \frac{ca}{hip} = \frac{L_H}{\frac{1}{2} L_1}$$

$\therefore$

$$L_H = \frac{1}{2} L_1 \cdot \cos \phi$$

pero  $\Phi$  depende de la velocidad angular  $w$  en cierto instante por lo tanto:

$$\phi = w \cdot t = \text{ángulo instantáneo}$$

$$\Rightarrow L_H = \frac{1}{2} L_1 \cos(w \cdot t)$$

además, como el ángulo está defasado (adelantado) 90 grados con respecto al pistón de potencia:

$$L_H = \frac{1}{2} L_1 \cos(wt + \alpha)$$



al multiplicar por el área que es constante:

$$V_H = \frac{1}{2} V_1 \cos(\omega t + \alpha)$$

Como se considera la carrera completa como L1, se tiene que al moverse positiva o negativamente el recorrido se toma de la parte media, a la que se suma o resta el desplazamiento, por lo tanto:

$$V_H = (\frac{1}{2} V_1 \cos(\omega t + \alpha)) + \frac{1}{2} V_1$$

factorizando se tiene:

$$V_H = \frac{1}{2} V_1 (1 + \cos(\omega t + \alpha)) \tag{1}$$

### **PISTÓN**

La ecuación para el pistón es similar a la anterior sin considerar al ángulo alfa agregado y sabiendo que ahora es L2 en vez de L1. Por lo tanto:

$$V_C = \frac{1}{2} V_2 (1 + \cos \omega t)$$

A esta ecuación se le añade una diferencia de valor ( $V_1 - V_H$ ). Esto significa que en base a considerar en cualquier instante el volumen total se verá reducido por la posición que tome el desplazador en el volumen caliente, pasando a ser parte, ahora, del lado frío. Por lo tanto:

$$V_C = V_1 - V_H + \frac{1}{2} V_2 (1 + \cos(\omega t))$$

desarrollando:

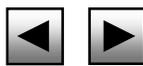
$$V_C = V_1 - \frac{1}{2} V_1 (1 + \cos(\omega t + \alpha)) + \frac{1}{2} V_2 (1 + \cos(\omega t))$$

$$\frac{V_C}{V_1} = 1 - \frac{1}{2} (1 + \cos(\omega t + \alpha)) + \frac{1}{2} k (1 + \cos(\omega t))$$

$$\frac{V_C}{V_1} = 1 + \frac{1}{2} k (1 + \cos(\omega t)) - \frac{1}{2} (1 + \cos(\omega t + \alpha))$$

$$\frac{V_C}{V_1} = \cancel{1} + \frac{1}{2} k + \frac{1}{2} k \cos(\omega t) - \cancel{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \cos(\omega t + \alpha)$$

$$\frac{V_C}{V_1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} K (1 + \cos(\omega t)) - \frac{1}{2} \cos(\omega t + \alpha)$$



$$\frac{V_C}{V_1} = \frac{1}{2} [1 + k(1 + \cos(\omega t)) - \cos(\omega t + \alpha)]$$

$$V_C = \frac{1}{2} V_1 [1 + k(1 + \cos(\omega t)) - \cos(\omega t + \alpha)] \quad (2)$$

Al haber obtenido los volúmenes instantáneos en cada espacio (frío y caliente), se procede a conocer el volumen instantáneo total  $V$  en el motor.

$$V = V_H + V_C + V_D$$

$$V = \frac{1}{2} V_1 (1 + \cos(\omega t + \alpha)) + \frac{1}{2} V_1 [1 + k(1 + \cos(\omega t)) - \cos(\omega t + \alpha)] + V_D$$

dividiendo entre  $V_1$

$$\frac{V}{V_1} = \frac{1}{2} (1 + \cos(\omega t + \alpha)) + \frac{1}{2} [1 + k(1 + \cos(\omega t)) - \cos(\omega t + \alpha)] + \frac{V_D}{V_1}$$

$$\frac{V}{V_1} = \frac{1}{2} (1 + \cos(\omega t + \alpha)) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} k(1 + \cos(\omega t)) - \frac{1}{2} \cos(\omega t + \alpha) + \chi$$

$$\frac{V}{V_1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cancel{\cos(\omega t + \alpha)} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} k(1 + \cos(\omega t)) - \frac{1}{2} \cancel{\cos(\omega t + \alpha)} + \chi$$

$$\frac{V}{V_1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} k(1 + \cos(\omega t)) + \chi$$

$$\frac{V}{V_1} = 1 + \frac{1}{2} k(1 + \cos(\omega t)) + \chi$$

$$V = V_1 \left[ 1 + \frac{1}{2} k(1 + \cos(\omega t)) + \chi \right] \quad (3)$$

En términos del volumen barrido combinado  $V_T$  del pistón y el desplazador arriba obtenidos, usando la relación  $V_T = V_1 + V_2 = V_1(1+k)$  se encuentra que:

$$V_T = V_1(1+k) \quad (a)$$

$$(1+k)dV = -\omega k V_1 (\sin(\omega t)) dt$$





Tomando la ecuación (3) con (a) y despejando de (a) a  $V_1$  :

$$V_1 = \frac{V_T}{k+1}$$

$$V = \frac{V_T}{1+k} \left( 1 + \frac{1}{2}k(1 + \text{Cos}(wt)) + \chi \right) \quad (4)$$

La ecuación cuatro es el volumen instantáneo total. Considerando calcular el volumen barrido combinado se tiene:

$$\frac{dV}{dt} = d \frac{V_T}{1+k} \left( 1 + \frac{1}{2}k + \frac{1}{2}k\text{Cos}(wt) + \chi \right)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_T}{1+k} d \left( 1 + \frac{1}{2}k + \frac{1}{2}k\text{Cos}(wt) + \chi \right)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_T}{1+k} \left( -\frac{1}{2}kw\text{Sen}(wt) \right)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{wk\text{Sen}(wt)V_T}{2(1+k)} dt$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{wkV_T}{2(1+k)} \text{Sen}(wt) dt \quad (5)$$

donde la ecuación cinco es el volumen barrido combinado. Integrando la ecuación se obtiene:

$$V = \frac{wkV_T}{2(1+k)} \text{Cos}(wt) \quad (6)$$

### Presiones instantáneas

$$PV = m R T$$





$$P = \frac{mRT}{V}$$

$$P = \frac{mR}{\frac{V_H}{T_H} + \frac{V_C}{T_C} + \frac{V_D}{T_D}}$$

$$P = \frac{mRT_C}{\frac{V_H}{T_H} T_C + \frac{V_C}{T_C} T_C + \frac{V_D}{T_D} T_C}$$

$$P = \frac{mRT_C}{\tau V_H + V_C + \frac{2\chi V_1 \tau}{(1+\tau)}}$$

$$P = \frac{mRT_C}{\tau(\frac{1}{2}V_1(1 + \text{Cos}(wt + \alpha))) + \frac{1}{2}V_1[1 + \kappa(1 + \text{Cos}wt) - \text{Cos}(wt + \alpha)] + \frac{2\chi V_1 \tau}{(1+\tau)}}$$

$$P = \frac{mRT_C}{\left[\frac{V_1}{2} \tau(1 + \text{Cos}(wt + \alpha))\right] + \frac{V_1}{2}[1 + \kappa(1 + \text{Cos}wt) - \text{Cos}(wt + \alpha)] + \left(\frac{V_1}{2} \left[\frac{4\chi\tau}{(1+\tau)}\right]\right)}$$

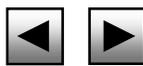
$$P = \frac{mRT_C}{\frac{V_1}{2} \left[ \tau + \tau \text{Cos}(wt + \alpha) + 1 + \kappa + \kappa \text{Cos}wt - \text{Cos}(wt + \alpha) + \frac{4\chi\tau}{1+\tau} \right]}$$

$$P = \frac{mRT_C}{\frac{V_1}{2} \left[ \underbrace{1 + \tau + \kappa + \frac{4\chi\tau}{1+\tau}}_{\text{Y}} + (\tau - 1)\text{Cos}(wt + \alpha) + \kappa \text{Cos}wt \right]}$$

$$(\tau - 1)[\text{Cos}wt + \text{Cos}\alpha] + \kappa \text{Cos}wt$$

Y

$$(\tau - 1)\text{Cos}wt + (\tau - 1)\text{Cos}\alpha + \kappa \text{Cos}wt$$





$$\frac{\kappa - (1 - \tau)\cos\alpha}{\downarrow} \quad \frac{(1 - \tau)\sin\alpha}{\downarrow}$$

A                      B

con  $\theta = \cos^{-1} \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$  con  $0 \leq \theta \leq \pi$

$$A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) = X\cos(\omega t - \theta)$$

$$X = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{\kappa^2 - 2\kappa(1 - \tau)\cos\alpha + (1 - \tau)^2}$$

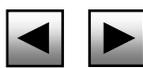
$$p = \frac{mRT_c}{\left(\frac{V_1}{2}\right)[Y + X\cos(\omega t - \theta)]}$$

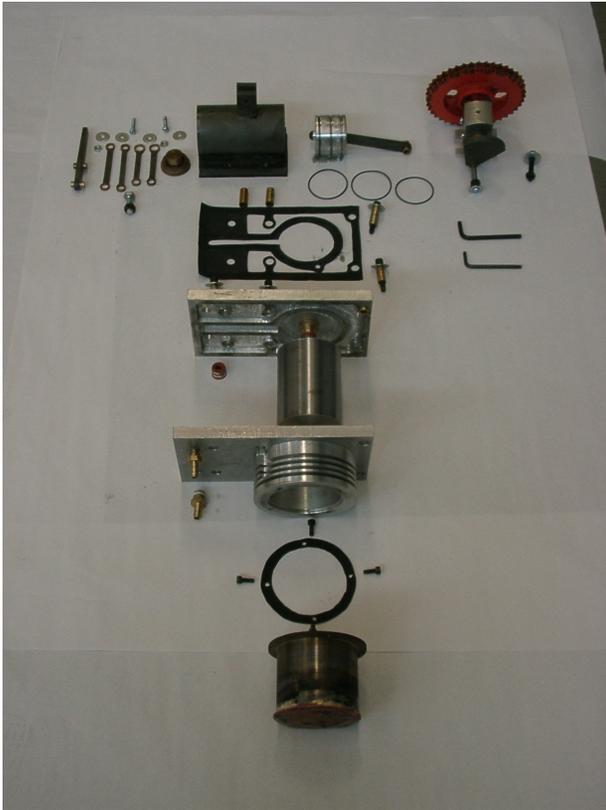




# ANEXO D

ARCHIVO FOTOGRAFICO DEL MOTOR ROBINSON

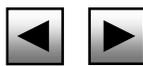




Motor Robinson, elementos que lo conforman.

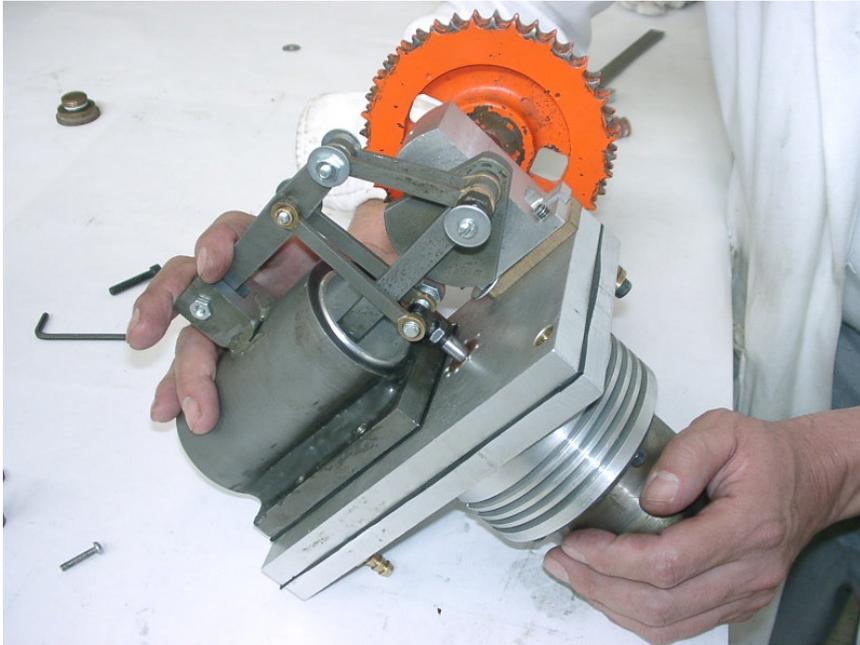


Armado del motor Robinson, mostrando aletas de enfriamiento, desplazador de aire y la unión de placas.





Montaje del Pistón de potencia.



Mecanismo de accionamiento.





Motor Robinson completo.



