



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**ESCUELA SUPERIOR DE ECONOMÍA**  
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

***APLICACIÓN DEL MODELO DE BLACK Y SCHOLES  
PARA EVALUAR EL COSTO-BENEFICIO DE LA  
COBERTURA CON CONTRATOS DE OPCIONES  
SOBRE EL TIPO DE CAMBIO QUE OPERAN EN EL  
MERCADO MEXICANO DE DERIVADOS  
(MexDer).***

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
**MAESTRO EN CIENCIAS ECONÓMICAS**  
(ECONOMÍA FINANCIERA)  
P R E S E N T A  
**RAQUEL MARTÍNEZ HINOJOSA**

DIRECTOR: DR. MIGUEL FLORES ORTEGA  
CODIRECTOR: MC. HÉCTOR ALLIER CAMPUZANO



MÉXICO, D. F.

MAYO DE 2010



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

## ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México D.F., siendo las 10:00 horas del día 30 del mes de abril del 2010 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de SEPI ESE-IPN para examinar la tesis titulada:

**Aplicación del modelo de Black y Scholes para evaluar el costo-beneficio de la cobertura con contratos de opciones sobre el tipo de cambio que operan en el mercado mexicano de derivados (MexDer).**

Presentada por el alumno:

**Martínez**

Apellido paterno

**Hinojosa**

Apellido materno

**Raquel**

Nombre(s)

Con registro:

<b>B</b>	<b>0</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>1</b>
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

aspirante de:

**Maestría en Ciencias Económicas**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

### LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

**Dr. Miguel Flores Ortega**

(Director de tesis)

**M.en C. Héctor Allier Campuzano**

(Codirector de tesis)

**Dr. Francisco Almagro Vázquez**

**Dr. Humberto Ríos Bolívar**



S.E.P.  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
E.S.E.  
SECCION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO E INVESTIGACION

**Dr. Gerardo Angeles Castro**

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

**Dr. Gerardo Angeles Castro**



# INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

## CARTA CESION DE DERECHOS

En México D. F., siendo las 10:00 horas del día lunes 30 del mes de abril del año 2010, el (la) que suscribe Raquel Martínez Hinojosa alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias Económicas con número de registro B061441 adscrito a la SEPI ESE-IPN, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de tesis bajo la dirección del Dr. Miguel Flores Ortega y la codirección de tesis del M.en C. Héctor Allier Campuzano y cede los derechos del trabajo intitulado Aplicación del modelo de Black y Scholes para evaluar el costo-beneficio de la cobertura con contratos de opciones sobre el tipo de cambio que operan en el mercado mexicano de derivados (MexDer), al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección General Anaya # 4. Col. Santiago Teyahualco. Tultepec, Edo. Mex. (C.P. 54980) Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

  
M.EN C. © RAQUEL MARTÍNEZ HINOJOSA

*Nombre y firma*

❖ gmf.

## *Agradecimientos*

*Hoy, concluyo un proyecto más en mi vida, y no hay nada más satisfactorio que ver mi objetivo realizado.*

*Quiero agradecer a cada uno de mis profesores por su tiempo y dedicación por enseñarme el secreto de amar nuestra profesión, por su gran calidad humana y por su capacidad académica.*

*En especial al Dr. Miguel Flores Ortega, por su valioso tiempo que me brindo para concluir este proyecto, por el estímulo brindado para seguir adelante, pero sobre todo por la exigencia para dar lo mejor de mi.*

*Quiero decirle a mis padres, ¡Gracias!*

*Gracias, porque me dieron la vida, porque me dieron un hogar, por creer en mi, por brindarme sus consejos, su apoyo incondicional y todo su amor.*

*A mis hermanos y amigos gracias por estar siempre conmigo.*

*Sobre todo esto es por ti Renato, que me haces continuar día a día*

*¡La confianza en sí mismo, la actitud positiva y la perseverancia son los argumentos claves para triunfar!*

*Mayo de 2010*

## Índice

Agradecimientos.....	I
Índice general.....	II
Índice de tablas y gráficas.....	IV
Glosario.....	V
Abreviaturas.....	X
Resumen.....	XI
Abstract.....	XII
<b>Introducción.....</b>	<b>XIII</b>

### Capítulo I. Las empresas y el riesgo cambiario

1.1.1 Funcionamiento del mercado de futuros.....	4
1.1.2 Determinación del precio de los futuros.....	6
1.1.3 Futuros y opciones sobre tipo de cambio.....	8
1.1.4 Valuación de los futuros y opciones de tipo de cambio.....	14
1.1.5 Cobertura de riesgo cambiario con contratos de futuros.....	17
1.2 Mercado mexicano de derivados (MexDer).....	20
1.2.1 Organización del MexDer .....	21
1.2.2 Riesgos en el MexDer.....	21

1.2.3 Futuros y opciones de dólar en el MexDer.....	23
<b>Capítulo II. El Modelo de Black y Scholes y la extensión del modelo de Merton</b>	
2.1.1 Precio de mercado del activo subyacente.....	35
2.1.2 Distribución de la tasa de rendimiento.....	39
2.1.3 Volatilidad.....	41
2.1.4 Ecuación diferencial.....	43
2.1.5 Tasa de interés libre de riesgo.....	47
2.2 El modelo de valuación de Merton.....	51
<b>Capítulo III. Evaluación de los beneficios de la cobertura de tipo de cambio con contratos de opciones y futuros</b>	
3.1 Estrategia de cobertura de tipo de cambio.....	57
3.2 Estrategia de cobertura con opciones.....	59
3.3 Efecto de la cobertura con opciones sobre el tipo de cambio.....	61
3.4 Cobertura delta con opciones.....	64
3.5 Cobertura de opciones con los coeficientes theta, gama, vega y rho..	69
3.6 Formación de precios en el mercado de derivados.....	75
<b>Conclusiones.....</b>	<b>78</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>80</b>

# Índice de tablas y gráficas

## Tablas

Tabla 1. Flujo de efectivo para la posición corta.....	19
Tabla 2. Flujo de efectivo para la posición larga.....	19
Tabla 3. Pizarra de contratos futuros del dólar en el MexDer.....	24
Tabla 4. Mes de vencimiento de los contratos de opción.....	30
Tabla 5. Pizarra de contratos de opción en el MexDer.....	30
Tabla 6. Cálculo de la cobertura delta del primer trimestre del 2008.....	67
Tabla 7. Cálculo de la cobertura delta del cuarto trimestre del 2008.....	68
Tabla 8. Portafolio de opciones.....	73

## Gráficas

Gráfica 1.1. Pérdidas y ganancias en el mercado de futuros.....	5
Gráfica 1.2. Diagrama de operación en el mercado de futuros.....	6
Gráfica 3.1. Ganancias de las opciones.....	61
Gráfica 3.2. Cálculo del coeficiente delta.....	65
Gráfica 3.3. Error de la cobertura .....	71
Gráfica 3.4. Variación del coeficiente vega.....	74
Gráfica 3.5. Convergencia del precio de mercado y el precio futuro del dólar.....	76
Gráfica 3.6. Comparación entre datos calculados y datos de mercado.....	77

## Glosario

**Acción.** Título que establece la participación proporcional que su poseedor tiene en el capital de una empresa.

**Activo subyacente.** Es el activo del cual se deriva su precio.

**Acuerdo Bretton Woods:** Acuerdo que impone un nuevo orden financiero internacional para promover un crecimiento sostenido de la economía mundial. Sus objetivos fueron: crear una tasa de cambio estable, impedir que los países obtuvieran ventajas comparativas por movimientos en el tipo de cambio.

**Ambiente de riesgo e incertidumbre.** Es donde se obtiene una ganancia porque se asumen los riesgos de la incertidumbre, es decir, el beneficio es la retribución que se obtiene cuando se tiene éxito en un negocio que presenta riesgos imposibles de determinar de antemano.

**Aportación inicial mínima.** Es el efectivo, valores o cualquier otro bien aprobado por las autoridades financieras que deberán entregar los socios liquidadores a la cámara de compensación (asigna) por cada contrato abierto.

**Arbitraje.** En el mercado de opciones y otros productos derivados, el arbitraje implica una estrategia que combina la compra de un contrato que se considera subvaluado y la venta de otro considerado sobrevaluado; vinculados a dos activos subyacentes relacionados; esperando obtener un beneficio libre de riesgo, sin que medie una inversión.

**Asigna.** Es la cámara de compensación y liquidación del mercado mexicano de derivados, su función central es ser la contraparte y por tanto garante de todas las obligaciones financieras que se derivan de la operación de los contratos negociados, para ello deberá observar la normatividad emitida por las autoridades financieras: Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) y Banco de México, así como por las reglas del propio mercado mexicano de derivados. Es un fideicomiso de administración y pago constituido en 1998 en BBVA Bancomer, con el objeto de compensar y liquidar las operaciones de productos derivados realizadas en el MexDer.

**Autorregular.** Conjunto de normas de conducta y de operación que se auto imponen los participantes del mercado de valores, quienes además por propia cuenta supervisan su cumplimiento y sancionan las violaciones.

**Canasta accionaria.** Conjunto de acciones de diferentes series y emisoras que constituye una unidad de referencia para la emisión de contratos de derivados.

**Clase.** Todos los contratos de futuros y contratos de opciones que tienen como objeto o referencia un mismo activo subyacente.

**Cobertura.** Forma de inversión que busca cubrir posiciones que se tienen en otros activos, tratando de asegurar su rentabilidad. Los futuros y opciones son los instrumentos por excelencia de cobertura.

**Contrato de futuro.** Contrato estandarizado en plazo, monto, cantidad y calidad, entre otros, para comprar o vender un activo subyacente, a un cierto precio, cuya liquidación se realizará en una fecha futura. De acuerdo con el subyacente es como se determina el tipo de futuro.

**Contrato de opción.** Contrato estandarizado, en el cual el comprador, mediante el pago de una prima, adquiere del vendedor el derecho, pero no la obligación, de comprar (call) o vender (put) un activo subyacente a un precio pactado (precio de ejercicio) en una fecha futura, y el vendedor se obliga a vender o comprar, según corresponda, el activo subyacente al precio convenido. El comprador puede ejercer dicho derecho, según se haya acordado en el contrato respectivo. Si en el contrato de opción se pacta el pago por diferencias, no se realizará la entrega del activo subyacente.

**Derivados financieros.** Los derivados son productos financieros cuyo valor depende de un activo o canasta de activos subyacentes. Estos pueden ser acciones, emisiones de deuda, tipo de cambio.

**Divisas.** Es la moneda extranjera, referida a la unidad del país de que se trate, la relación entre la moneda nacional y las monedas extranjeras demuestra la solidez de la moneda y del crédito en un país en el entorno internacional.

**Emisor.** Entidad que introduce los valores al mercado de derivados.

**Estocástico.** Algo que se determina al azar.

**Excedente de aportaciones.** Es la diferencia entre la aportación inicial solicitada al cliente por el socio liquidador y la aportación inicial mínima solicitada al socio liquidador por asigna.

**Fiduciario.** Banco, casa de bolsa u otra institución bancaria de desarrollo autorizada para realizar operaciones de fideicomiso, en los términos jurídicos correspondientes. Institución encargada de cumplir las instrucciones del mandante o fideicomitente, con respecto a bienes puestos a su nombre y beneficio del mismo o de terceros.

**Incertidumbre.** Es la situación en la cual no se conoce completamente la probabilidad de que ocurra un determinado evento. La incertidumbre es desconocimiento y está asociada con el desconocimiento de eventos futuros.

**Liquidez.** Es la facilidad de los activos financieros para transformarse en dinero efectivo, cuanto mayor sea la frecuencia de contratación de un valor este es más líquido.

**Mercado spot.** Aquel en que la entrega y pago del bien negociado se efectúan al momento de la concertación. El precio al cual se negocian se le conoce como precio spot o de contado.

**Movimiento geométrico browniano.** Proceso estocástico de difusión que define el comportamiento de los precios futuros de un activo, es un modelo matemático de la relación entre el precio actual de un activo y sus posibles precios futuros.

**Opción.** Instrumento financiero que da derecho y no la obligación de comprar o vender un activo.

**Operador.** Es el miembro de MexDer como instituciones de crédito, casas de bolsa, personas físicas y morales cuya función es actuar como comisionista de uno o más socios liquidadores, en la celebración de contratos de futuros y contratos de opciones y que puede tener acceso a las instalaciones de MexDer, para la celebración de dichos contratos.

**Óptimo.** Es donde se alcanza la mejor asignación de recursos posible.

**Over the counter.** Es el término que se utiliza para denominar a todas aquellas operaciones o productos que se negocian fuera de una bolsa organizada de valores. En México se refiere principalmente a la compra-venta a futuro de dólares, tasas de interés y otros instrumentos autorizados, que se realizan directamente entre participantes e intermediarios, entendiéndose como participantes a las personas físicas nacionales y extranjeras y los intermediarios a las instituciones de crédito o casas de bolsa que obtienen autorización por escrito del Banco de México para realizar operaciones de compra-venta con otros intermediarios y participantes.

**Parámetros de preferencia.** Son variables que se pueden medir, cuyo valor está determinado por las características del mercado y adquirir el que mas convenga.

**Portafolio.** Conjunto de activos que conforman las posiciones de un inversionista. Combinación de activos financieros mantenidos por un individuo o institución.

**Posición larga.** Es la postura que presenta el comprador (quien paga la prima) de una opción, sin importar si esta es una opción de compra o de venta.

**Posición corta.** Es la postura que presenta el emisor o vendedor de la opción quién recibe una prima por la venta.

**Posiciones de cobertura.** Posición corta o posición larga que un cliente mantenga en la cámara de compensación como posición que contribuya a cubrir riesgos de la posición que un cliente mantenga en otros mercados distintos a la bolsa y a la cámara de compensación, en activos subyacentes o valores del mismo tipo que el activo subyacente u otro tipo de activos sobre los cuales se esté tomando la posición de cobertura de riesgo.

**Posiciones límite.** Es el número máximo de contratos abiertos de una misma clase que podrá tener un cliente. El propósito de este límite es prevenir que los especuladores no tengan una influencia indebida en el mercado o que asuman un riesgo imprudente.

**Puja.** Variación mínima permitida en el movimiento del precio de una serie de contratos de futuros o contratos de opciones.

**Riesgo.** Permite comprender la forma en que se obtienen ganancias en un entorno competitivo. Está asociado con el peligro de pérdidas al exponerse al riesgo.

**Serie.** Tratándose de contratos de futuros, son todos los contratos pertenecientes a una misma clase con igual fecha de vencimiento. Todas las opciones de la misma clase, con igual precio y fecha de vencimiento.

**Sentra-derivados:** Es un mecanismo que sustituyó la operación a viva voz, por otra remota, totalmente automatizada y a tiempo real. Permite obtener información en línea y transmitirla de la misma forma hacia el Sistema Integral de Valores Automatizado (SIVA) desde donde se difunde hacia todo el sistema financiero.

**Sistema encripta.** Es el sistema que utiliza el mercado de derivados para que el nombre del intermediario no revele su identidad.

**Socio liquidador.** Fideicomiso que participa en el patrimonio de la cámara de compensación, teniendo como finalidad celebrar y liquidar, por cuenta propia o de clientes, contratos de futuros y contratos de opciones operados en bolsa.

**Spread.** Es el margen de utilidad, la diferencia entre el precio de compra y el precio de venta.

**Valuación diaria a precio de mercado (mark to market).** Práctica de acreditar o disminuir la cuenta de margen de los agentes, debido a los movimientos diarios en el precio de cierre del subyacente del futuro.

**Valor intrínseco.** Es el valor que tendría la opción si expirara inmediatamente tomando en cuenta el precio del activo subyacente en el mercado en efectivo. Específicamente, es la cantidad por la cual la opción se encuentra dentro del dinero.

**Valor en el tiempo.** Es la cantidad por la cual la prima o valor total de la acción excede el valor intrínseco.

**Volatilidad.** Grado de fluctuación que manifiesta el precio del subyacente a través del tiempo.

## Abreviaturas

<b>AMIB</b>	Asociación mexicana de intermediarios bursátiles.
<b>BMV</b>	Bolsa mexicana de valores.
<b>DEUA</b>	Dólar de los Estados Unidos de América.
<b>INDEVAL</b>	Instituto para el depósito de valores.
<b>MEXDER</b>	Mercado mexicano de derivados, SA de CV.
<b>OTC</b>	Mercado no organizado (Over the counter).
<b>SAVAP</b>	Sistema de administración de aportaciones en valores para derivados.
<b>SENTRA</b>	Sistema electrónico de negociación, registro y asignación.
<b>SIDV</b>	Sistema interactivo para el depósito de valores de la sociedad de depósito Indeval, SA de CV.
<b>TIIP</b>	Tasa de interés interbancaria promedio.

## **Resumen**

Para las empresas modernas que compiten en un mundo global las operaciones con divisas son fundamentales para el desempeño económico y su sobrevivencia, por esta razón la volatilidad del tipo de cambio representa uno de los mayores riesgos de las operaciones comerciales y de ahí la relevancia del adecuado tratamiento de los instrumentos financieros para reducir o mitigar este riesgo y maximizar las posibilidades de la sobrevivencia de la empresa y la maximización de su valor, objetivo fundamental de las finanzas de las empresas.

En la investigación se utilizan los contratos de futuros sobre tipo de cambio como alternativa para cubrir el riesgo; se analiza y evalúan las ventajas y desventajas cuando se fija el precio al que se realizará una operación en el futuro, también se incluye la alternativa de cobertura con opciones sobre tipo de cambio, para aprovechar los beneficios favorables en el tipo de cambio, una alternativa adicional es la utilización de seguros los cuales ofrecen el derecho de ejercer o no la opción en función del beneficio que se obtiene del mercado.

En el análisis realizado del efecto y el costo de las coberturas se encontró que con la información relativa al periodo de estudio el costo de la cobertura oscila entre el 4% y 5 % del valor de la posición que es superada por los beneficios esperados ante los cambios normales de mercado se justifica la aplicación de la estrategia, ahora si se llegase a presentar una condición de alta volatilidad el beneficio crece en forma significativa, con información real se corrobora que una adecuada cobertura de tipo de cambio es benéfica para toda empresa que la utiliza.

## **Abstract**

For modern companies competing in a global foreign exchange transactions are critical to economic performance and survival, therefore the volatility of the exchange rate is one of the greatest risks of doing business and hence the importance of adequate treatment of financial instruments to reduce or mitigate risk and maximize the chances of survival of the company and maximizing its value, a fundamental objective of corporate finance.

This research will use futures contracts as an alternative exchange rate to cover the risk, analyze and evaluate the advantages and disadvantages when fixing the price at which they perform an operation in the future also includes the option of coverage with exchange rate options, to reap the benefits favorable exchange rate, an additional alternative is the use of insurance which offer the right to exercise the option or not depending on the benefit obtained from the market.

In the analysis of the effect and cost of coverage was found that the information on the study period the cost of coverage varies between 4% and 5% of the value of the position being overtaken by the expected benefits to the normal market changes justify the implementation of the strategy, now if they were to submit a condition of high volatility the benefit grows significantly, with real information is confirmed that adequate coverage of the exchange rate is beneficial for any company that used.

## **Introducción**

En la economía moderna, la globalización fomenta el flujo de materias primas y productos terminados lo que manifiesta la relevancia de la relación del tipo de cambio y el precio de los productos terminados en forma directa afecta la competitividad del mercado por la incertidumbre asociada a las variaciones del tipo de cambio, la presencia de los productos derivados en particular de los futuros y opciones sobre divisas ofrece la oportunidad de realizar coberturas sobre el tipo de cambio y reducir la incertidumbre en la adquisición de materias primas y la variación de los precios de los productos.

Un factor de riesgo en el proceso de producción para determinar el precio de los productos terminados, es la variación del precio de los insumos derivado del tipo de cambio, como consecuencia la incertidumbre afecta la productividad de las empresas.

El objetivo de la investigación es clarificar los conceptos de cobertura y aplicar el modelo de Black y Scholes y el modelo de Merton, para evaluar el posible beneficio e incorporar una estrategia de cobertura que reduzca el riesgo de variación cambiaria e incertidumbre a los costos de los insumos al determinar el costo de equilibrio de los contratos de futuros y de opciones sobre tipo de cambio que en este caso el activo subyacente es el dólar americano y los instrumentos son los que operan en el mercado mexicano de derivados (MexDer).

El MexDer inicio operaciones el 15 de diciembre de 1998 al listar contratos de futuros sobre subyacentes financieros y poco a poco a penetrado en la actividad financiera y utilizado por las empresas, por tal motivo es de esperarse que existe un gran potencial de desarrollo y aplicación de los instrumentos al establecer complejas estructuras de cobertura y satisfacer las expectativas de

los agentes económicos que participan, a nivel mundial se encontró que existe gran interés por introducir coberturas de tipo de cambio en las empresas, lo que hace pensar que la investigación puede coadyuvar al crecimiento de este mercado.

La tesis propone que por medio de los modelos estudiados una buena estrategia de cobertura reduce el riesgo cambiario y permite optimizar el proceso de producción, por lo tanto, el aumento en la rentabilidad de la empresa debe ser superior al costo de la cobertura del tipo de cambio.

En la investigación se parte del marco teórico desarrollado por Black y Scholes y las extensiones de incorporación del pago de dividendos que refiere Merton para establecer el costo de las acciones sobre los futuros de tipo de cambio, se incorporan el efecto del comportamiento estocástico con la ecuación del modelo geométrico browniano ajustado con la información histórica de un año, la prueba empírica se realiza en forma retrospectiva con la información del tipo de cambio registrada día a día.

La exposición se presenta en tres capítulos a los que precede una introducción que establece la justificación del tema, el objetivo, la hipótesis, el marco teórico que da sustento al trabajo y los resultados. Se incluye un apartado de conclusiones donde se destacan los resultados de las observaciones realizadas y se sugieren posibilidades para extender la investigación.

En el capítulo I se analiza la relación del riesgo de tipo de cambio y la operación del mercado de futuros y su valuación, se hace la revisión teórica de los conceptos y la metodología para determinar el precio de las opciones sobre el tipo de cambio. También se presentan los elementos fundamentales de las estrategias de cobertura por medio de contratos de futuros y la distribución del riesgo, se analiza la operación y funcionamiento del mercado de derivados y los instrumentos que se operan en México.

El capítulo II se dedica al desarrollo y análisis del marco teórico que representa el modelo de Black y Scholes para la valuación de opciones, con un análisis detallado de los supuestos que se consideran para proseguir con el análisis de la extensión del modelo que propuso Merton y es esencial para la determinación del precio de las opciones sobre el tipo de cambio, se dedica el capítulo III para analizar el proceso de cobertura utilizando los coeficientes delta, gama, theta, vega y rho, para lo que se utiliza la información real del periodo enero de 2007 a diciembre de 2008, por último se incorpora el apartado donde se detallan las conclusiones del trabajo.

Un punto relevante de esta investigación es corroborar que conforme crece la incertidumbre en la variación del tipo de cambio el beneficio de la cobertura se observa con mayor claridad, también es importante destacar que los procesos de cobertura no son mágicos y una inadecuada interpretación de los instrumentos puede conducir a pérdidas catastróficas como las observadas en algunas empresas a finales del 2008, lo que muestra con mayor claridad la importancia de la función del director financiero y la necesidad de la capacitación de los recursos humanos.

## **Capítulo I. Las empresas y el riesgo cambiario**

Para las empresas modernas que compiten en un mundo global las operaciones con divisas son fundamentales para el desempeño económico y su sobrevivencia, por esta razón la volatilidad del tipo de cambio representa uno de los mayores riesgos de las operaciones comerciales y de ahí la relevancia del adecuado tratamiento de los instrumentos financieros para reducir o mitigar este riesgo y maximizar las posibilidades de la sobrevivencia de la empresa y la maximización de su valor, objetivo fundamental de las finanzas de las empresas.

Una razón importante del aumento en la volatilidad de los tipos de cambio, fue la conclusión del acuerdo de Bretton Woods de acuerdo a Noemí Levy Orlik (2001) y la relación de paridad cambiaria de las divisas con respecto al oro, condición que permitía una estabilidad relativa de los tipos de cambio durante la vigencia del acuerdo Bretton Woods y rara vez ocurrían variaciones significativas, en esta situación los importadores y los exportadores podían predecir con cierta precisión, cuales serían los tipos de cambio en el futuro con un alto grado de certeza.

En la actualidad, los tipos de cambio se mueven de forma independiente siguiendo las fuerzas del mercado las cuales determinan el tipo cambio para cada divisa en forma independiente y sin correlación, condición que presentan múltiples escenarios, adicionalmente existe el problema de las fricciones y el poder de mercado provoca grandes variaciones en el tipo de

cambio y distorsiona la oferta y la demanda entre los agentes, por lo que es muy difícil pronosticar con precisión el tipos de cambio futuro debido a la alta volatilidad que presenta su comportamiento, una alternativa que se vislumbra para solucionar este problema es la utilización de contratos futuros sobre el tipo de divisa.

Aunque una empresa no realice transacciones en moneda extranjera, también se ve expuesta al riesgo cambiario cuando existen relaciones indirectas de transferencia del riesgo tipo de cambio por la compra de insumos en moneda extranjera con contenidos de importación.

La teoría financiera moderna asume que la administración de riesgo es la actividad encargada de identificar, cuantificar y controlar los distintos riesgos financieros que afectan las decisiones de gasto, inversión y financiamiento en moneda extranjera, para establecer medidas preventivas que contrarresten los efectos negativos y los movimientos adversos en las variables económicas y financieras. Un enfoque erróneo puede ampliar los efectos de las crisis financieras y económicas, como lo que sucedió por las acciones de muchas empresas que llevaron a la recesión económica de Estados Unidos y al resto de mundo a finales del año 2008.

De acuerdo a Díaz Tinoco y Hernández Trillo (2003), los mercados de futuros se crearon en la edad media para satisfacer las necesidades de los agricultores y comerciantes. Actualmente la estructura de los mercados de futuros es organizada y operan en todo el mundo no solo para productos como granos, semillas, ganado, carne, metales y productos petroleros, sino también para instrumentos financieros como divisas, bonos e índices de mercados de valores. El objetivo de los contratos de futuros que se negocian en estos mercados permite a las empresas cubrirse contra el riesgo del cambio en el precio de los productos, del tipo de cambio, la variación del mercado de valores y de las tasas de interés.

Los contratos de futuros, al igual que los contratos forward, son acuerdos que obligan a las partes a comprar y a vender un activo financiero a un precio preestablecido en una fecha futura. Sin embargo, a diferencia de los contratos forward que se negocian de forma informal, los contratos de futuros se compran y se venden en una bolsa de derivados financieros donde cotizan y operan, en este caso el precio lo rige el mercado.

Los contratos de futuros tienen características estandarizadas, sobre todo en el tamaño y la fecha de vencimiento, esto significa que los términos del contrato futuro son los mismos para todos los contratos de futuro, también los contratos son impersonalizados, es decir, las dos partes que intervienen en el acuerdo no se conocen entre sí. Una diferencia adicional es que los contratos de futuros se liquidan a diario, esto es, se ajustan las condiciones de acuerdo al mercado mientras que los contratos forward se liquidan hasta su vencimiento, por lo tanto un contrato futuro que vence dentro de N días se puede ver con la suma de N contratos forward, con vigencia de un día.

La cámara de compensación es la encargada de liquidar diariamente los contratos de futuro, maneja el concepto de margen para establecer la reserva necesaria y administra el riesgo de incumplimiento por lo que cobra una comisión. Se denomina margen a la cantidad de dinero que cada una de las partes entrega como garantía de cumplimiento del acuerdo.

La ventaja de operar en un mercado organizado es que los instrumentos tienen gran liquidez, es decir, un vendedor casi siempre encuentra un comprador y viceversa, También es posible operar con un alto nivel de apalancamiento, esto es, la inversión inicial es pequeña comparada con el valor de los instrumentos disponibles en el mercado, por lo tanto los contratos de futuros financieros permiten a los agentes económicos administrar el riesgo de mercado con costos bajos de transacción.

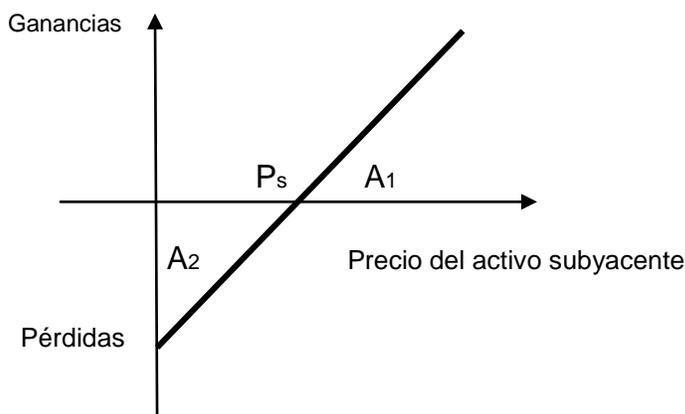
La gran aceptación de los mercados de futuros financieros se debe en gran medida a la flexibilidad de operación que estos instrumentos proporcionan a sus usuarios para entrar y salir rápidamente del mercado de derivados lo que ha propiciado su crecimiento.

### **1.1.1 Funcionamiento del mercado de futuros**

Los flujos de efectivo que se generan en las operaciones con futuros en forma diaria es igual a cero ya que si pierde un participante al mismo tiempo el otro gana, por lo tanto las pérdidas y ganancias que obtienen cada una de las partes participantes en el mercado, como consecuencia de los movimientos del precio del activo subyacente, se reflejan en el precio del futuro.

El comportamiento de las pérdidas y ganancias que es posible obtener en el mercado de futuros se ilustra en la gráfica 1.1. Cuando un agente compra un contrato se dice que adquiere una posición larga que aumenta de valor conforme aumenta el precio del activo subyacente lo que se ilustra en la región  $A_1$ , en un mundo con equilibrio existe una contraparte que es quien vendió el contrato, se dice que asumió una posición corta, quiere decir que cuando aumenta el precio del subyacente, quien vendió tiene una pérdida que es igual a la ganancia de quien compre para mantener el equilibrio y no hay límite tanto para la pérdida como para la ganancia. Por otro lado, cuando el precio del subyacente decrece se llega al área sombreada  $A_2$ , en donde el que compro el contrato pierde y quien lo vendió gana manteniendo el equilibrio entre quien pierde y quien gana, en este sentido la pérdida tiene un límite que corresponde a un precio nulo para el activo subyacente ya que no es posible admitir precios negativos, esta condición denota la no normalidad de la función de pérdidas y ganancias.

### Gráfica 1.1. Pérdidas y ganancias en el mercado de futuros

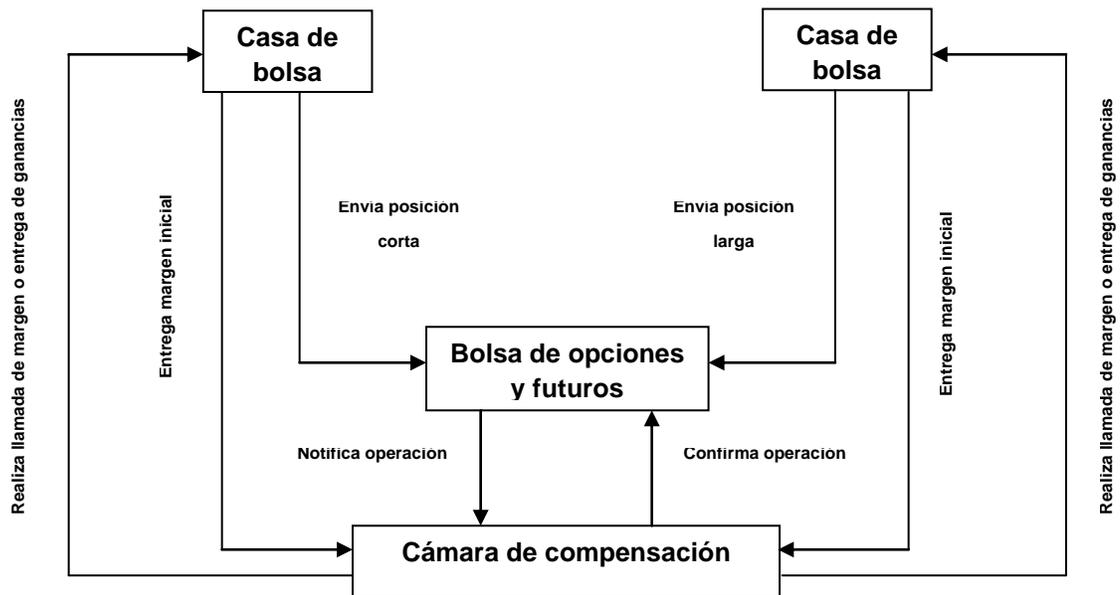


Fuente: Elaboración propia.

En un mercado organizado cualquiera que sea el sistema de negociación una vez realizada la transacción, esta pasa a la cámara de compensación, quien asume la contraparte de cada una de las posiciones y es la responsable de que se cumplan los compromisos adquiridos en la operación de los instrumentos negociados, en forma diaria cubre las posiciones de riesgo solicitando mayores garantías conforme la pérdida crece.

En la gráfica 1.2, se observa de manera general como se lleva a cabo la operación de los futuros; las casas de bolsa son las que acuden al mercado con su respectiva posición, en él, pactan el volumen y el precio y posteriormente, es la cámara de compensación la que se encarga de valorar la posición de cada una de las contrapartes, así como la encargada de llevar a cabo la compensación y administración de los recursos constituidos como margen.

Gráfica 1.2. Diagrama de operación del mercado de futuros



Fuente: Elaboración propia.

### 1.1.2 Determinación del precio de los futuros

En el mercado de futuros casi siempre la especulación y el arbitraje están presentes. El especulador espera obtener un beneficio, que se deriva de las variaciones de los precios, no le importan los bienes subyacentes de los contratos futuros, no produce, ni consume estos bienes, únicamente le interesa beneficiarse del movimiento de los precios.

El arbitraje surge de imperfecciones en los mercados spot, de futuros y de crédito, y se reduce al aumentar su eficiencia, se pueden mencionar diferentes operaciones donde se realizan estrategias de arbitraje, pero la única operación donde no se permite realizar ningún arbitraje es en el precio de equilibrio al que llega el mercado. Ya que el precio del futuro ( $F_t$ ) debe ser el que mantenga el mercado en equilibrio en todo momento, por lo que el precio del futuro lo guía el precio *spot* ( $S_t$ ) del activo subyacente y los costos

de transacción, por lo tanto el precio de equilibrio de un contrato de futuro se expresa de la siguiente forma:

$$F_t = S_t(1+r) \quad (1.1)$$

Donde:

$r$  ► Es la tasa de interés

En el caso más común, donde el precio del contrato de futuro solo considera como costo de ejercicio a la tasa de interés, se asume que el activo no tiene costo de mantenimiento y de almacenamiento que corresponde a un activo financiero. Entonces, el precio del contrato de futuro es únicamente el precio de mercado del activo subyacente llevado al futuro compuesto a la tasa de interés libre de riesgo del mercado durante el periodo de vigencia del contrato. La tasa de interés es continuamente capitalizable y el precio del contrato de futuro corresponde:

$$F_t = S_t e^{r(T-t)} \quad (1.2)$$

Donde:

$S_t$  ► Precio en el mercado del bien subyacente.

$r$  ► Tasa de interés medida en términos continuamente capitalizables.

$T$  ► Tiempo que resta para vencer el contrato, medido en fracciones de año.

$t$  ► Tiempo en que se pacta el contrato medido en fracciones de año.

En el caso de los activos que generan gastos durante el período de comercialización como almacenaje, transporte, seguros, mermas, el precio del futuro se expresa como:

$$F_t = (S_t + \varphi_t) e^{r(T-t)} \quad (1.3)$$

Donde:

$\varphi_t$  ► Gastos intermedios de comercialización entre t y T, medidos en términos de valor presente para t.

También se puede considerar a los costos de ejercicio como una proporción del precio del subyacente ( $\mu$ ), entonces el precio del contrato de futuro se determina por:

$$F_t = (S_t + \varphi_t) e^{(r+\mu)(T-t)} \quad (1.4)$$

En todos los casos corresponde al precio teórico al que se podría pactar el activo a futuro, pero en realidad el precio de mercado estará definido en gran medida por la oferta y la demanda que se tenga sobre dichos contratos conformando el precio del futuro.

### **1.1.3 Futuros y opciones sobre tipo de cambio**

Los futuros de tipo de cambio iniciaron sus operaciones en el Chicago Mercantil Exchange en 1972. Después de que el tipo de cambio dejara de ser fijo y pasara a un tipo de cambio flotante limitado, en marzo de 1973, se permitió que las monedas locales flotaran libremente de acuerdo a la oferta y a la demanda del mercado, a partir de esta fecha las fuerzas del mercado son las que determinan el tipo de cambio de la moneda local.

Con la fluctuación de los precios sobre monedas extranjeras, los inversionistas enfrentan el riesgo de una pérdida potencial en su riqueza, para poder cubrirse de estos riesgos en mayo de 1972, con los tipos de cambio flotante se crearon los futuros de tipo de cambio. Los principales contratos de futuros sobre tipo de cambio que existen en la actualidad y son negociados en los mercados más grandes de Estados Unidos son para

realizar compra o venta de dólares estadounidenses contra dólares canadienses, libras esterlinas, yenes, francos suizos y franceses.

Uno de los instrumentos financieros que actúan como seguros ante cambios en el precio del subyacente que en este caso es el tipo de cambio y protege contra contingencias financieras son las opciones financieras, que son instrumentos financieros que se conocen como un productos derivados porque su precio se determina a partir del precio de otro activo que se denota subyacente, este producto a cambio de una prima da a su tenedor el derecho, más no la obligación, de comprar o vender el activo subyacente a un precio determinado, llamado precio de ejercicio en la fecha de vencimiento del contrato. La contraparte, el emisor de la opción a cambio del cobro de la prima adquiere el riesgo de variación del precio del activo subyacente con respecto al precio pactado al término del contrato.

Las opciones financieras en un ambiente normal o de extrema volatilidad proporcionan a los inversionistas una reducción del riesgo de la variación del precio del activo subyacente en el mercado. Su utilidad consiste en asegurar un bien o servicio a través del pago de una prima cuyo monto dependerá de las probabilidades de que el bien o servicio experimente un cambio desfavorable en el precio, si esto ocurre, quien adquiera la opción pierde únicamente el valor de la prima.

Un contrato de opción tiene los siguientes elementos: tipo de opción, activo subyacente, cantidad del activo negociado, fecha de vencimiento y el precio de ejercicio. Otro elemento que no figura estipulado en el contrato, es el precio a pagar por la opción, precio que se fija en el mercado siguiendo la ley de la oferta y la demanda.

En los contratos de opciones solo se obliga al vendedor, mientras que el comprador tiene el derecho de ejercer o de no ejercerlo que es la condición de una opción. El poseedor de una opción se cubre ante posibles pérdidas y tiene la posibilidad de obtener un beneficio adicional en caso de que el precio

del activo subyacente ofrezca una oportunidad de arbitraje al ejercer la opción con una ganancia.

Las opciones al igual que los futuros son contratos estandarizados, lo que permite que las transacciones se efectúen en mercados organizados y con garantías de su cumplimiento, característica que genera liquidez para llevar a cabo distintas combinaciones y estrategias para ampliar y diversificar las carteras de inversión. A diferencia de los mercados de futuros, en las opciones, el comprador del contrato sólo está obligado al pago de una prima que corresponde al precio de la opción que recibe el vendedor del activo, para garantizar la opción el vendedor aportará el margen inicial y de mantenimiento según la evolución del precio del activo subyacente en el mercado.

La inversión en opciones también es una alternativa para especular sobre los precios de ejercicio y realizar operaciones de arbitraje aprovechando desequilibrios temporales en la prima de las opciones.

Las opciones financieras más comunes son las que tienen como subyacente a los títulos de capital, acciones, las divisas, títulos de deuda pública y futuros. Se distinguen entre sí con base en tres criterios; tipo, clase y serie. El tipo nos indica si la opción es de compra o de venta, todas las opciones que sean del mismo tipo y que tengan una fecha de vencimiento común determinan una clase. Las opciones que pertenecen a una clase y que tienen el mismo precio forman una serie. En las opciones se presentan dos posiciones, las cuales indican la postura que presenta cada una con respecto al contrato que son la posición larga y posición corta.

Una vez firmado un contrato de opciones, existen tres formas de cerrarlo, el comprador ejerce su derecho, el comprador permite que pase la fecha de vencimiento sin ejercer su derecho, y se da por terminado el contrato. El comprador puede vender la opción a un tercero, o el emisor puede recomprar la opción al comprador, es decir, la opción se liquida.

Una opción de compra otorga al comprador el derecho, más no la obligación, de comprar al emisor el activo subyacente a un precio predeterminado en la fecha de terminación del contrato. El comprador tiene que pagar una prima al emisor en el momento de la realización del contrato. Este tipo de opciones presentan para el comprador ganancias ilimitadas, al mismo tiempo que sus pérdidas se ven reducidas al valor de la prima que paga al firmar el contrato. En cambio el emisor presenta como ganancia máxima el valor de la prima y sus pérdidas son ilimitadas.

Una opción de venta otorga al comprador el derecho, más no la obligación, de vender el activo subyacente a un precio predeterminado en una fecha preestablecida. El contrato especifica los mismos puntos que el de opciones de compra. En estos contratos, al igual que en los de compra, el emisor tiene una ganancia reducida a la prima y pérdidas ilimitadas, la situación del comprador es la contraria, es decir, presenta pérdidas reducidas a la prima y ganancias ilimitadas.

Las opciones pueden clasificarse, dependiendo de la relación que exista entre el precio pactado de ejercicio y el precio de mercado de forma tal que se dice que están dentro del dinero cuando el precio de mercado excede el precio de ejercicio en una opción de compra; y cuando el precio de mercado es menor al precio de ejercicio para una de venta. También se dice que la opción está fuera del dinero cuando el precio de mercado es menor al precio de ejercicio en una opción de compra, y cuando el precio de mercado es mayor al precio de ejercicio en una de venta. Por último, una opción está en el dinero cuando el precio de mercado y el precio de ejercicio son el mismo, se cumple tanto para opciones de compra, como para las de venta.

Esta clasificación determina el precio a pagar por comprar la opción, ya que las opciones que se encuentran dentro del dinero van a implicar necesariamente primas más altas, puesto que con estos contratos es muy probable que se logren ganancias si se ejercen al vencimiento, en cambio las

opciones que se encuentran fuera del dinero implican primas muy bajas, ya que seguramente terminen sin ser ejercidas.

Es conveniente destacar que existen cuatro combinaciones básicas para un inversionista que está interesado en la negociación de opciones, la posición larga en una opción de compra es una posición que se beneficia con movimientos a la alza en los precios, porque sus ganancias aumentan en relación a lo que aumente el mercado, la posición larga en una opción de venta considera movimientos a la baja en los precios, en esta posición las ganancias van en relación a una contracción en los precios del mercado, la posición corta en una opción de compra se obtienen beneficios cuando ocurren movimientos moderados a la baja y movimientos neutrales, la posición corta en una opción de venta en ella se encuentran los inversionistas que consideran movimientos moderados a la alza y movimientos neutrales.

La fijación del precio de las opciones se realiza en los mercados de acuerdo a la oferta y la demanda; varios factores intervienen en dicho proceso. La dinámica del precio depende del tiempo y de las variaciones del precio del subyacente en el mercado, es por ello que las opciones tienen un valor intrínseco y un valor en el tiempo.

Para las opciones de compra el precio intrínseco es la diferencia entre el precio de mercado del subyacente y el precio de ejercicio, si la diferencia es positiva, o de lo contrario es simplemente cero, pues al no estar dentro del dinero la opción no tiene ningún valor para el comprador. Por lo tanto, su valor se expresa por:

$$c = \text{Max} (S_T - K, 0) \quad (1.5)$$

Donde:

c ▶ Precio de la opción de compra

$S_T$  ▶ Precio del activo subyacente

K ▶ Precio de ejercicio

Para las opciones de venta es la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio de mercado del subyacente, si la diferencia es positiva, o simplemente cero la opción no tiene valor para el comprador porque no se ejerce. Por lo tanto, su valor es:

$$p = \text{Max} (K - S_T, 0) \quad (1.6)$$

Donde:

- P ▶ Precio de la opción de venta
- $S_T$  ▶ Precio del activo subyacente
- K ▶ Precio de ejercicio

El valor en el tiempo existe porque el precio del subyacente puede cambiar entre el presente y el vencimiento de la opción, existiendo por tanto el potencial de posibles beneficios. Esto es, el valor en el tiempo es la prima que los inversionistas están dispuestos a pagar por dicho potencial. De ahí que el valor en el tiempo sea igual a cero al vencimiento de la opción y el valor máximo de la opción que es ejercida es igual al valor intrínseco. En general, el valor en el tiempo se encuentra en su máximo cuando el precio del subyacente es igual al precio de ejercicio.

La paridad entre opciones de compra y opciones de venta es una relación que debe mantenerse para que no exista arbitraje. En el caso de una opción europea cuando vence, esta condición puede ser extendida para incluir el precio de ejercicio en la relación de equilibrio existente entre las opciones y su subyacente. A esta relación de equilibrio se le conoce como paridad de los precios entre opción de compra y opción de venta.

Sin tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo, el principio de la paridad de los precios de opciones de compra y de venta, señala que en el caso de una opción europea que no paga dividendos, para que no exista arbitraje entre la compra del subyacente y las opciones de compra y las opciones de venta, al momento de su liquidación se debe cumplir que el precio del activo

subyacente menos el precio del ejercicio debe de ser igual al precio de la opción de compra menos el precio de la opción de venta, es decir:

$$S_T - K = c(T, S_T) - p(T, S_T) \quad (1.7)$$

Los factores de los cuales depende el valor de una opción son el precio actual del activo subyacente, el precio de ejercicio de la opción, la tasa de interés libre de riesgo, el pago de dividendos, el tiempo remanente de vigencia y la volatilidad del precio del activo subyacente. Los cuatro primeros factores están relacionados con el valor intrínseco de la opción, en tanto que los dos últimos con el valor en el tiempo de la opción. Estas variables interactúan entre sí para determinar el valor de las opciones en cada instante.

El valor de una opción de compra aumenta cuando el precio de mercado de las acciones, su vencimiento, su volatilidad o el tipo de interés libre de riesgo aumentan; de forma análoga el precio de la opción disminuye cuando aumenta el precio de ejercicio y el pago esperado de dividendos.

Las opciones sobre divisas pueden transferir el riesgo cambiario entre los participantes del mercado ofreciéndoles una amplia gama de posibilidades de rendimiento, además de permitirles crear una cobertura contra el riesgo de variación del tipo de cambio.

Una opción sobre divisas proporciona una especie de seguro cambiario, mientras que una cobertura con un contrato forward cierra la operación futura a un tipo de cambio fijado el día de la adquisición del contrato. Por supuesto, el seguro no es gratuito y se tiene que pagar una prima por la opción, mientras que en el forward no existe tal prima pero tampoco la cobertura sobre la variación que ocasiona pérdidas cambiarias.

#### **1.1.4. Valuación de futuros y opciones de tipo de cambio**

Para desarrollar la valuación de un futuro sobre tipo de cambio, se plantea la condición de no existencia de arbitraje para determinar el precio de futuro del tipo de cambio. Para determinar el precio, supongamos que un inversionista

compra cierto monto de una moneda extranjera, en el tiempo  $t$  para posteriormente revenderlos en el periodo  $T$ . Ahora, supongamos que realiza la siguiente estrategia de arbitraje:

En el periodo  $t$ , con  $Q_t^p$  pesos se compran  $Q_t^{us}$  dólares a un tipo de cambio  $S_t$ , es decir, en el periodo  $t$ , se adquiere la siguiente cantidad de dólares:

$$Q_t^{us} = Q_t^p (1/S_t) \quad (1.8)$$

Esta cantidad de dólares se invierte en un instrumento libre de riesgo denominado en dólares durante el periodo de  $t$  a  $T$ , a una tasa de interés anual pagada por esa moneda  $r^{us}$ . Al vencimiento de la inversión el inversionista recibe  $Q_T^{us}$  dólares, se expresa como:

$$Q_T^{us} = Q_t^{us} \left( 1 + R^{us} * \frac{T-t}{360} \right) \quad (1.9)$$

En el tiempo  $t$ , se entra con una posición corta en un futuro sobre dólares, con vencimiento en  $T$  por un monto de  $Q_T^{us}$  dólares. En esta situación, el tipo de cambio que se estaría pactando es  $F_{t,T}$ , con lo cual al vencimiento del contrato se recibirán  $Q_t^p$  pesos ya que:

$$Q_t^p = Q_T^{us} F_{t,T} \quad (1.10)$$

De lo anterior está claro que el tipo de cambio pactado para liquidar el futuro en el tiempo  $T$ , es  $F_{t,T}$ , esto significa que este tipo de cambio peso-dólar, para nuestro caso es el precio del futuro, por lo que es precisamente este es el que deseamos conocer. Para ello, realizando algunas sustituciones de las expresiones anteriores, obtenemos lo siguiente:

$$Q_T^p = Q_t^{us} \left( 1 + R^{us} * \frac{T-t}{360} \right) F_{t,T} \quad (1.11)$$

$$Q_T^p = Q_t^p (F_{t,T} / S_t) \left( 1 + R^{us} * \frac{T-t}{360} \right) \quad (1.12)$$

El rendimiento de la inversión original en pesos es:

$$Q_T^p / Q_t^p = (F_{t,T} / S_t) \left( 1 + R^{us} * \frac{T-t}{360} \right) \quad (1.13)$$

En equilibrio, es decir, en condiciones en que no existe la posibilidad de realizar una estrategia de arbitraje libre de riesgo, el rendimiento de una inversión realizada en pesos:

$$1 + R^p * \frac{T-t}{360} \quad (1.14)$$

Debe ser igual al rendimiento libre de riesgo que se tendría con una inversión equivalente realizada en dólares. Esto significa que el rendimiento anterior, debe ser igual a la expresión que representa el rendimiento de la inversión original en pesos. Esta igualdad de rendimiento quedaría representada de la siguiente forma:

$$\left( 1 + R^p * \frac{T-t}{360} \right) = (F_{t,T} / S_t) \left( 1 + R^{us} * \frac{T-t}{360} \right) \quad (1.15)$$

La condición 1.15 representa que no hay arbitraje entre dos mercados. De esta manera se puede obtener una expresión  $F_{t,T}$  a saber:

$$F_{t,T} = S_t \left[ \frac{1 + R^p * \frac{T-t}{360}}{1 + R^{us} * \frac{T-t}{360}} \right] \quad (1.16)$$

La expresión 1.16 se deriva de la condición de equilibrio, que representa el precio teórico de un futuro sobre tipo de cambio y demuestra que el precio teórico de un futuro sobre tipo de cambio es una función del precio spot de la moneda en cuestión y la tasa de interés relativa entre la moneda nacional y la extranjera en la operación de intercambio.

### **1.1.5. Cobertura de riesgo cambiario con contratos de futuros**

El riesgo al que se enfrentan las empresas que operan con monedas extranjeras es la volatilidad del tipo de cambio y la cobertura que se utiliza para reducir este riesgo se tiene que determinar de acuerdo a la exposición que se tiene a este riesgo con el objetivo de tomar las medidas necesarias. Para mitigarlo la cobertura es útil al inversionista para que cumpla con sus obligaciones futuras, por ejemplo, si una inversión se realiza en moneda extranjera con dinero prestado, la cobertura permitirá asegurar que la deuda será pagada. Los mercados financieros ofrecen gran variedad de mecanismos para cubrir el riesgo de variación del tipo de cambio.

Se analiza como puede ser cubierto el riesgo asociado a los movimientos del tipo de cambio, por ejemplo se utiliza un futuro sobre el tipo de cambio para que una empresa exportadora reciba al cabo de tres meses una cantidad  $X$  de dólares por concepto de pago de lo que ha exportado, cuando deja descubierta su posición larga en dólares, corre el riesgo de que el dólar se deprecie frente al peso en este periodo cuando recibe los dólares se origina una pérdida del tipo de cambio.

Para establecer un modelo del problema de definen las siguientes variables.

$S_t$  Tipo de cambio peso-dólar existente en la actualidad.

$S_T$  Tipo de cambio existente en la fecha de entrega de los dólares (tres meses).

$X$  Cantidad de dólares a recibir.

Si  $S_T > S_t$ , es decir si el peso se deprecia con respecto al dólar, el exportador tendrá una ganancia de:

$$X(S_T - S_t) \quad (1.17)$$

Si por el contrario,  $S_T < S_t$ , esto es, el peso se aprecia con respecto al dólar entonces el exportador tendrá una pérdida igual a:

$$X(S_t - S_T) \quad (1.18)$$

Se observa que la posición es simétrica al cambiar de moneda. En una forma práctica, ambos agentes podrán determinar el riesgo al que están expuestos mediante la compra o venta de futuros ya que al conocer por anticipado la diferencia entre el tipo de cambio actual y el de una fecha futura que fija el mercado, el exportador puede eliminar el riesgo al que se enfrenta utilizando una cobertura corta, es decir, entrando con una posición de venta en el mercado de futuros; el importador, por su parte lograría cubrir su riesgo utilizando una cobertura larga esto significa comprando dólares a través del mercado de futuros.

Tanto el importador como el exportador pueden conocer de antemano el importe de la pérdida o la ganancia segura que tendrían entrando al mercado de futuros con la eliminación total de algún riesgo adicional. De esta forma si dos agentes, el exportador y el importador, el primero de ellos que entra corto a un futuro para vender  $X$  cantidad de dólares a un precio  $F_T$  especificado al momento de entrar al mercado en el tiempo  $T$ , tendrá los siguientes flujos de efectivo que se describen en la tabla 1.

**Tabla 1. Flujo de efectivo de la posición corta**

Diferencia entre el tipo de cambio vigente en t y el observado en T	$X ( S_T - S_t )$	( > 0 ó < 0 )
Resultado del futuro	$X ( F_T - S_T )$	
Resultado global	$X ( F_T - S_t )$	

**Fuente: Elaboración propia.**

Nótese que el importe de la pérdida o de la ganancia dependerá de la apreciación o depreciación del peso, sin embargo, la magnitud de ella es conocida de antemano, es decir, en el momento t. Esto significa, que el beneficio cuando  $F_T > S_t$  o la pérdida ( $F_T < S_t$ ) son conocidas a priori.

El importador, por su parte, quien para descubrir su riesgo entró con una posición larga sobre un futuro, es decir comprando dólares, también a un precio  $F_t$  tendrá el siguiente flujo que se expresa en la tabla 2.

**Tabla 2. Flujo de efectivo para la posición larga**

Resultado de un deslizamiento del tipo de cambio	$-X ( S_T - S_t )$	( > 0 ó < 0 )
Resultado del futuro	$X ( S_T - F_T )$	
Resultado global	$X ( S_t - F_T )$	

**Fuente: Elaboración propia.**

El importador podrá conocer de antemano cual será su pérdida o ganancia, originada por el pago de sus importaciones, sin tener que correr riesgos adicionales. Ambos agentes aseguran de antemano el importe de sus ganancias mediante la compra de un futuro que cancele toda la exposición al riesgo de tipo de cambio de la moneda extranjera.

En el mercado de futuros en la posición de venta los flujos de efectivo se pueden ver como el inverso al caso del agente que utiliza la cobertura larga o de compra.

## **1.2. Mercado mexicano de derivados (MexDer)**

MexDer es la bolsa de derivados de México, la cual ofrece contratos de futuros y contratos de opción, estos instrumentos permiten fijar hoy el precio de compra o venta de un activo financiero, dólar, euros, bonos, acciones, índices y tasas de interés, para ser pagado o entregado en una fecha futura. Esto da la posibilidad de planear, cubrir y administrar riesgos financieros, así como optimizar el rendimiento de los portafolios.

El MexDer inició operaciones el 15 de diciembre de 1998 al listar contratos de futuros sobre subyacentes financieros, siendo constituida como una sociedad anónima de capital variable, autorizada por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. MexDer y su cámara de compensación son entidades autorreguladas que funcionan bajo la supervisión de las autoridades financieras como la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, Banxico y la Comisión Nacional Bancaria y de Valores.

A partir de 1978 se comenzaron a cotizar contratos a futuro sobre el tipo de cambio peso/dólar, los cuales se suspendieron a raíz del control de cambios decretado en 1982. En 1983 la Bolsa Mexicana de Valores listó futuros sobre acciones individuales y petrobonos, los cuales registraron operaciones hasta 1986. Fue en 1987 que se suspendió esta negociación debido a problemas de índole prudencial.

A principios de 1987 se reinició la operación de contratos diferidos sobre el tipo de cambio entre el peso y el dólar, por medio de contratos de cobertura cambiaria de corto plazo, registrados ante el Banco de México. Los bonos Brady, resultantes de la renegociación de la deuda externa del sector

público, en 1989, incorporan una cláusula de recompra, que es una opción ligada al promedio de precio del petróleo istmo.

### **1.2.1. Organización del MexDer**

La organización del MexDer está conformada por sus instituciones y sus participantes en el mercado. La bolsa de derivados (MexDer) y su cámara de compensación conforman las instituciones básicas del mercado de derivados, las que tienen la característica de autorregulación, control de riesgos, factores de competitividad y sus principales obligaciones.

Los participantes en MexDer son los operadores o socios liquidadores y los formadores del mercado. Los participantes requieren ser autorizados como operadores o socios liquidadores, respecto a una o más clases de contratos. Las solicitudes de autorización son analizadas por el comité de admisión y nuevos productos, cuya evaluación pasa al consejo de administración para que dictamine la autorización como intermediario.

### **1.2.2 Riesgos en el MexDer**

Dada la naturaleza que los mercados de productos derivados tienen en todo el mundo, aquí se presentan los riesgos más significativos asociados con la participación en el mercado de futuros.

Todos los contratos que se negocian están estandarizados, tienen la misma fecha de vencimiento, tamaño, valor de la puja, calidad y demás características excepto el precio, contenidas en las condiciones generales de contratación para cada clase y serie.

La base del precio de los futuros, es la diferencia de precios entre el activo subyacente en el mercado de contado y el mercado de futuros, ello no implica que se muevan sistemáticamente en la misma proporción o aún en la misma dirección.

Las posiciones en moneda extranjera pueden ser extremadamente volátiles porque en estas condiciones, la utilidad o pérdida generada por transacciones con contratos de futuros denominados en moneda extranjera están expuestas a variaciones en la paridad cambiaria respecto al peso mexicano o a otra divisa, en momentos de extrema volatilidad de la paridad cambiaria.

El riesgo sistémico se presenta cuando el sistema financiero cae en insuficiencias estructurales y/o incapacidad para soportar grandes magnitudes de riesgo de mercado, de crédito o de liquidación. En estas condiciones, se podrían generar quebrantos, reducir la liquidez o llevar a la suspensión temporal o al cierre de operaciones.

El riesgo de operación se da porque aunque los sistemas utilizados por MexDer, asigna y los socios cumplen altos estándares de desempeño y de seguridad, los sistemas podrían sufrir fallas o interrupciones temporales, lo que puede dificultar o imposibilitar momentáneamente que el cliente realice operaciones, reciba reportes y confirmaciones, o reciba los recursos propios de la liquidación por sus posiciones o por las transacciones realizadas.

Las posiciones establecidas por los clientes no cuentan con la garantía del gobierno federal o con el apoyo de ningún fondo respaldado por el gobierno federal, por ello, en México el patrimonio íntegro de todos los socios liquidadores y de asigna respaldan el cumplimiento de los derechos individuales de los clientes.

Ocasionalmente, se podrán presentar condiciones especiales de mercado de liquidez o de emergencia en la operación de los activos subyacentes, suspensiones a la negociación por rompimiento de parámetros de precios establecidos para los títulos accionarios por la Bolsa Mexicana de Valores o en otros mercados en que operen los valores subyacentes. Estas condiciones especiales podrían aumentar el riesgo de pérdidas, debido a que

dificultan o imposibilitan al cliente a realizar transacciones o liquidar/compensar posiciones; también podrían alterar las relaciones que normalmente prevalecen entre los precios del activo subyacente y los precios del contrato de futuro. La ausencia de un precio de referencia para el activo subyacente podría dificultar la valuación de los contratos de futuros, incrementar la brecha entre las posturas de compra y venta, y reducir la liquidez del mercado de derivados.

### **1.2.3. Futuros y opciones de dólar en el MexDer**

Los términos y condiciones generales de contratación de un contrato de futuro de dólar de los Estados Unidos de América se entrega en especie en el MexDer, se describen a continuación:

El objeto del contrato de futuro es el activo subyacente en este caso, el dólar, el número de unidades del activo subyacente que ampara un contrato de futuro es de \$10,000.00 (Diez mil dólares 00/100).

Las series en términos de sus respectivos reglamentos interiores, MexDer y asigna podrán listar y mantener disponibles para su negociación distintas series del contrato de futuro sobre el dólar sobre una base de vencimientos diarios, mensuales o trimestrales hasta por diez años. En caso de que el mercado demande la disponibilidad de contratos de futuro sobre el dólar con fechas de vencimiento distintas a las señaladas en el párrafo anterior, MexDer podrá listar nuevas series para su negociación.

La mecánica de negociación de los futuros del dólar en el MexDer, se emplea el símbolo o clave de pizarra. Las distintas series del contrato de futuro del dólar serán identificadas con un símbolo o clave de pizarra que se integrará por la expresión: DA a la que se agregarán dos números para identificar el día específico del mes en que ocurre su vencimiento y la primera letra más la siguiente consonante del mes de vencimiento y los

últimos dos dígitos del año de vencimiento. En la tabla 3 se señalan algunos ejemplos:

**Tabla 3. Pizarra de contratos futuros de dólar en el MexDer.**

Símbolo o clave de pizarra del contrato de futuro	Clave del activo subyacente	Día de vencimiento	Mes de vencimiento	Año de vencimiento
DA15 EN07	DA	15 = Día 15	EN = Enero	07 = 2007
DA25 EN07	DA	25 = Día 25	EN = Enero	07 = 2007
DA12 MR07	DA	12 = Día 12	MR = Marzo	07 = 2007
DA29 AG08	DA	29 = Día 29	AG = Agosto	08 = 2008

**Fuente: MexDer.**

Para efectos de difusión, los contratos que se listarán con series mensuales aparecerán con la clave DEUA y aquellos contratos con series diarias aparecerán como DA.

En la celebración de contratos en MexDer, la unidad de cotización del precio futuro estará expresada en moneda de curso legal en los Estados Unidos Mexicanos denominada pesos, hasta en diezmilésimas (\$0.0001) por dólar, para los contratos con vencimiento mensual o trimestral el último día de negociación y la fecha de vencimiento será el lunes en la semana correspondiente al tercer miércoles del mes de vencimiento y si dicho lunes fuera inhábil, el último día de negociación y la fecha de vencimiento será el día hábil inmediato anterior. La negociación de nuevas series del ciclo del contrato de futuro, se iniciarán el día hábil siguiente al último día de negociación de la serie anterior.

El cliente efectuará la liquidación al vencimiento de las obligaciones relativas a los contratos que mantengan abiertos, el segundo día hábil siguiente a la fecha de vencimiento. Finalizada una sesión de negociación, MexDer

calculará los precios de liquidación diaria para cada serie, de acuerdo con el orden de preferencia y la metodología siguiente:

El cálculo del precio de liquidación diaria, en primera instancia, será el precio que resulte del promedio ponderado de los precios pactados en las operaciones de los contratos de futuro celebradas durante los últimos cinco minutos de la sesión de negociación por serie y ajustado a la puja más cercana, conforme a la fórmula siguiente:

$$PL_t = \frac{\sum_{i=1}^n P_i V_i}{\sum_{i=1}^n V_i} \quad (1.19)$$

Donde:

$PL_t$  ► Precio de liquidación del contrato de futuro sobre el dólar en el día  $t$ , redondeada a la puja más cercana.

$n$  ► Número de operaciones celebradas en los últimos cinco minutos de la sesión de negociación.

$P_i$  ► Precio pactado en la  $i$ -ésima operación.

$V_i$  ► Volumen pactado en la  $i$ -ésima operación.

En caso de que no se hayan concertado operaciones durante el periodo que se establece, el precio de liquidación diaria para cada serie será el precio promedio ponderado por volumen de las posturas y cotizaciones en firme vigentes al final de la sesión de negociación; conforme a la fórmula siguiente:

$$PL_t = \frac{P_c V_v + P_v V_c}{V_c + V_v} \quad (1.20)$$

Donde:

$PL_t$  ► Precio de liquidación del contrato de futuro sobre el dólar en el día  $t$ , redondeado a la puja más cercana.

$P_C$  ► Precio de las mayores posturas y cotizaciones en firme de compra vigentes al cierre.

$P_V$  ► Precio de las menores posturas y cotizaciones en firme de venta vigentes al cierre.

$V_C$  ► Volumen de las mayores posturas y cotizaciones en firme de compra vigentes al cierre.

$V_V$  ► Volumen de las menores posturas y cotizaciones en firme de venta vigentes al cierre.

Si al cierre de la sesión no existe al menos una postura de compra y una de venta para un contrato de futuro con misma fecha de vencimiento, el precio de liquidación diaria será el precio futuro pactado en la última operación celebrada durante la sesión de remate.

Si durante la sesión de remate no se hubiese celebrado operación alguna para una fecha de vencimiento de un contrato de futuro, el precio de liquidación diaria será el que resulte de la subasta convocada por MexDer en términos de su reglamento.

Si en la subasta el mayor precio de compra resulta inferior al menor precio de venta, el precio de liquidación diaria será el precio promedio ponderado por volumen de las posturas y cotizaciones en firme vigentes al final de la sesión de negociación.

En caso de que no se hayan recibido posturas de compra y venta en firme para la realización de la subasta, el precio de liquidación diaria será el que resulte conforme a la fórmula siguiente:

$$PL_t = S_t \left( \frac{1 + i_{t,M}^{DI} \left( \frac{M}{360} \right)}{1 + i_{t,M}^{LI} \left( \frac{M}{360} \right)} \right) \quad (1.21)$$

Donde:

$PL_t$  ► Precio de liquidación del contrato de futuro sobre el dólar en el día t, redondeado a la puja más cercana.

$S_t$  ► Tipo de cambio spot determinado en el día t, ajustado por la diferencia en días naturales de la fecha valor de dicho tipo de cambio y la fecha valor de operaciones a 48 hrs, publicado por el proveedor de precios contratado por MexDer.

$i_{t,M}^{DI}$  ► Tasa de rendimiento doméstico implícita observada el día t, para el plazo de vigencia del futuro, publicada por el proveedor de precios contratado por MexDer.

$i_{t,M}^{LI}$  ► Tasa de rendimiento libor observada el día t para el plazo de vigencia del futuro, publicada por el proveedor de precios contratados por MexDer.

$M$  ► Número de días por vencer de contrato futuro.

$t$  ► Precio de liquidación del contrato de futuro sobre el dólar en el día t, redondeado a la puja más cercana.

En caso de que más de una tercera parte de los formadores de mercado consideren que el precio de liquidación no refleja el precio que prevalecía al cierre de la sesión, podrán solicitar al director de operaciones que convoque a una subasta para determinar el precio de liquidación, quién resolverá si dicha solicitud es fundada o no.

El precio de liquidación al vencimiento para un contrato de futuro en la fecha de vencimiento, será calculado por MexDer conforme a la metodología empleada para el cálculo del precio de liquidación diaria.

Las posiciones límite establecidas para el contrato de futuro del dólar es el número máximo de contratos abiertos de una misma clase que podrá tener un cliente; las posiciones límite serán establecidas conjuntamente por MexDer y la cámara de compensación y serán dadas a conocer a través del boletín.

En las posiciones límite para las posiciones de cobertura, los clientes podrán abrir posiciones largas y posiciones cortas que excedan las posiciones límite establecidas, con el único fin de crear una posición de cobertura de riesgo.

Las opciones sobre el dólar en el MexDer, sus términos y condiciones generales de contratación de los contratos de opción sobre el dólar de los Estados Unidos de América se liquidan en especie, en primera instancia está el objeto, que es el activo subyacente: dólar. El número de unidades del activo subyacente que ampara un contrato de opción, tamaño del contrato, es de \$10,000.00 (diez mil dólares 00/100). Los tipos de contrato de opción que el MexDer mantendrá la posibilidad de cotizar son los contratos de opción de compra y de venta.

El estilo del contrato es de una opción europea y se ejerce únicamente en la fecha de vencimiento. Las series en términos de su reglamento interior, MexDer listará y mantendrá disponibles para su negociación contratos de opción sobre el dólar, tanto de compra como de venta en los precios de ejercicio especificados y sobre una base trimestral, lo que significa que de manera permanente estarán disponibles para su negociación contratos de opción con fechas de vencimiento en los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre.

En el caso que el mercado demande la disponibilidad de contratos de opción sobre el dólar con fechas de vencimiento distintas a las señaladas en el párrafo anterior, MexDer podrá listar nuevas series para su negociación.

Los precios de ejercicio para cada vencimiento, el MexDer listará las series a un precio de ejercicio equivalente a precio de cierre del dólar fecha valor spot del día hábil inmediato anterior redondeado al múltiplo de 0.05 pesos más próximo, adicionalmente se listarán al menos dos precios de ejercicio superiores y otros dos inferiores al anteriormente descrito.

Los precios de ejercicio se expresarán en pesos de acuerdo al precio del dólar fecha valor spot y serán múltiplos de 0.05 pesos. Se podrán listar nuevos precios de ejercicio en cada vencimiento durante la vida de los contratos de opción cuando el precio del dólar fecha valor spot al final de una sesión haya sido superior al segundo precio de ejercicio más alto, o inferior al segundo precio de ejercicio más bajo. Los nuevos precios de ejercicio se listarán al siguiente día hábil en el que se observe la situación antes descrita. Cuando las condiciones de mercado lo requieran, MexDer podrá listar una mayor cantidad de precios de ejercicio para proveer los contratos adecuados en esas condiciones.

En la mecánica de negociación de las opciones en el MexDer se describe el símbolo o clave de pizarra de las distintas series de los contratos de opción sobre el dólar, serán identificadas con un símbolo o clave de pizarra que el MexDer publicará en el boletín de Indicadores de Mercado de Productos Derivados de la siguiente forma:

Los primeros dos dígitos serán letras y/o números características del nombre del activo subyacente, a las que se agregarán hasta 5 dígitos para especificar el precio de ejercicio, dos enteros y tres decimales y por último un dígito más que especifica el tipo de contrato de opción y el mes de vencimiento.

El último dígito empleado para definir el mes de vencimiento y el tipo de contrato de opción corresponderá a cualquiera de los siguientes, expresado en la tabla 4.

**Tabla 4. Mes de vencimiento de los contratos de opción**

Vencimiento	Call	Put	Vencimiento	Call	Put
Enero	A	M	Julio	G	S
Febrero	B	N	Agosto	H	T
Marzo	C	O	Septiembre	I	U
Abril	D	P	Octubre	J	V
Mayo	E	Q	Noviembre	K	W
Junio	F	R	Diciembre	L	X

Fuente: MexDer.

En la tabla 5 se muestra un ejemplo de los contratos de opción en la pizarra del MexDer.

**Tabla 5. Pizarra de contratos de opción en el MexDer**

Instrumento	Descripción
DA 11250C	Opción CALL con vencimiento en marzo con precio de ejercicio 11.250
DA 11250F	Opción CALL con vencimiento en junio con precio de ejercicio 11.250
DA 11200U	Opción PUT con vencimiento en septiembre con precio de ejercicio 11.200
DA 11200X	Opción PUT con vencimiento en diciembre con precio de ejercicio 11.200

Fuente: MexDer.

La unidad de cotización de la prima del contrato de opción estará expresada en pesos y centavos de peso por unidad de activo subyacente, la puja en la presentación de posturas para la celebración de contratos de opción se

reflejará en fluctuaciones mínimas de la prima de \$0.001 (una milésima de peso).

La celebración de contratos de opción sobre el dólar se realizará mediante procedimientos electrónicos a través del sistema electrónico de negociación de MexDer, de acuerdo a las normas y procedimientos establecidos en su reglamento interior, sin perjuicio de la facultad de MexDer para establecer alguna mecánica distinta.

Para la fluctuación diaria máxima de las primas, no habrá fluctuación máxima de la prima del contrato de opción durante una misma sesión de remate y el horario de negociación de los contratos de opción sobre el dólar, será en días hábiles de las 7:30 horas a las 14:00 horas tiempo de la ciudad de México, Distrito Federal, el MexDer puede establecer algún horario distinto, mismo que será publicado en el boletín con tres días hábiles de anticipación a su entrada en vigor. El último día de negociación y la fecha de vencimiento de una serie del contrato de opción sobre el dólar será el día de vencimiento del contrato de futuro mensual sobre el dólar de los Estados Unidos de América listado en MexDer para el mes de vencimiento de dicha serie.

La negociación de series con vencimiento distinto al establecido, se iniciará el día hábil siguiente al de la fecha de su anuncio a través de boletín. Las nuevas series del ciclo del contrato de opción comenzarán su negociación el día hábil siguiente del último día de negociación de la serie anterior.

La fecha de liquidación al vencimiento que se da para efectos del cumplimiento de las obligaciones a cargo de la cámara de compensación y del socio liquidador con respecto al cliente, será el segundo día hábil siguiente a la fecha de vencimiento y es requisito indispensable que sea día hábil en los Estados Unidos de América y en los Estados Unidos Mexicanos. En la fecha de vencimiento, al cierre de la sesión de negociación, los operadores, clientes y socios liquidadores que mantengan posiciones cortas

en contratos de opción sobre el dólar adquieren la obligación de realizar la liquidación de las obligaciones relativas a los contratos que mantengan abiertos.

La liquidación al vencimiento de los contratos de opción sobre el dólar, se realizará mediante el ejercicio automático de todas las posiciones que tengan valor intrínseco positivo igual o mayor al umbral de autoejercicio que establezca la cámara de compensación en su reglamento interior y manual operativo.

La entrega de los dólares amparados por los contratos de opción, se realizará de acuerdo al procedimiento y horarios establecidos en el reglamento interior y manual operativo de la cámara de compensación. Todos aquellos contratos de opción que no hayan sido ejercidos en la fecha de vencimiento expirarán sin valor.

Fecha de liquidación del precio o prima para efectos del cumplimiento de las obligaciones a cargo de la cámara de compensación y del socio liquidador con respecto al cliente, es el primer día hábil siguiente a la fecha en que se celebre la operación en el MexDer.

Un contrato de opción de compra tendrá valor intrínseco cuando el precio de ejercicio sea inferior al precio del dólar fecha valor spot que dé a conocer el MexDer. El valor spot mencionado se obtendrá del proveedor de precios contratado por el MexDer, un contrato de opción de venta tendrá valor intrínseco cuando el precio de ejercicio sea superior al precio del dólar fecha valor spot que dé a conocer el MexDer, el valor spot mencionado se obtendrá del proveedor de precios contratado por el MexDer. En los casos contrarios el valor intrínseco será de cero.

La liquidación diaria, los clientes y socios liquidadores realizarán la liquidación de sus obligaciones conforme lo hayan establecido en el contrato

de intermediación. Los socios liquidadores y la cámara de compensación realizarán diariamente la liquidación de sus obligaciones conforme lo establece el reglamento interior de la cámara de compensación, quedando incorporados en la misma, las primas pactadas en la negociación, la actualización de las aportaciones iniciales mínimas, la actualización del fondo de compensación, los intereses devengados y las cuotas correspondientes. El precio o prima de liquidación diaria será calculado por el MexDer al cierre de la sesión de negociación mediante el modelo de valuación que publique en el boletín, obteniendo información de mercado para las variables que puedan afectar el precio o prima.

Las posiciones límite establecidas para el contrato de opción sobre el dólar, es el número máximo de contratos abiertos de una misma clase que podrá tener un cliente. Las posiciones límite serán establecidas conjuntamente por el MexDer y la cámara de compensación y serán dadas a conocer a través del boletín.

Será responsabilidad del socio liquidador verificar la existencia de las condiciones necesarias para la realización de las operaciones y acreditar por cuenta de sus clientes ante la cámara de compensación, la existencia de posiciones objeto de cobertura de riesgos a más tardar el día hábil siguiente en que excedan las posiciones límite, de conformidad con el procedimiento establecido en el manual operativo de la cámara de compensación.

La cámara de compensación aceptará o negará discrecionalmente que un cliente mantenga una posición de cobertura y, en caso de rechazo, el socio liquidador deberá asegurarse que su cliente cierre el número de contratos necesarios para cumplir con las posiciones límite establecidas, bajo el entendido que de no realizar el cierre de los contratos que excedan la posición límite, el socio liquidador se hará acreedor a la imposición de las medidas disciplinarias previstas en el reglamento interior de la cámara de compensación.

Por evento extraordinario se entenderá el que se suspenda la cotización en el MexDer de alguno de los activos subyacentes objeto de los contratos de opción. Si ocurriera un evento extraordinario en un activo subyacente, se suspenderá la negociación del contrato de opción correspondiente.

Cuando por caso fortuito o causas de fuerza mayor, resulte imposible continuar negociando el activo subyacente, el MexDer y la cámara de compensación podrán suspender o cancelar la negociación y la compensación y liquidación, respectivamente, de los contratos de opción, y podrán en términos de sus respectivos reglamentos interiores determinar la forma de liquidación de los contratos vigentes hasta ese momento, procurando en todo caso salvaguardar los derechos adquiridos por los clientes.

Cuando a juicio de la cámara de compensación las condiciones económicas de mercado hagan inconveniente la liquidación en especie de los contratos de opción que sean exigibles en la fecha de liquidación, ésta podrá ordenar que la liquidación de los contratos se realice en efectivo. En este caso, los socios liquidadores y los clientes estarán obligados a aceptar y, en su caso, a pagar, el monto en efectivo correspondiente a dicha liquidación.

En el caso que el MexDer declare una situación de contingencia, podrán ser modificados tanto el horario de remate como el mecanismo de operación de acuerdo con lo establecido en el manual de contingencias de MexDer y de la cámara de compensación.

## **Capítulo II. El modelo de Black y Scholes y la extensión del modelo de Merton**

La teoría financiera moderna reconoce el importante avance que representaron los trabajos de Fisher Black, Myron Scholes y Robert Merton en la década de los años 70, estos autores lograron abstraer un modelo cerrado para conocer el precio de una opción tanto de compra como de venta, la importancia del reconocimiento es que el modelo es un referente universal que a pesar de la idealización de algunos parámetros es válido y los resultados son próximos a la realidad a pesar de relajarse los supuestos que sirvieron de base para su formulación. El modelo asume que se conoce los parámetros del precio de mercado del activo subyacente, el precio pactado al término del contrato, el periodo de duración del contrato, una tasa de interés libre de riesgo para la vida del contrato y, por último, la volatilidad del precio del activo subyacente, un punto importante es entonces analizar a detalle cada uno de estos parámetros.

### **2.1.1. Precio de mercado del activo subyacente**

Desde el punto de vista de Black, Scholes y Merton el precio de cualquier activo financiero no permanece estático a lo largo del tiempo, se asume que sigue un proceso de difusión estocástico, en todos los casos el comportamiento corresponde a un proceso generalizado de Wiener o un movimiento geométrico browniano; esta generalización corresponde al primer sustento de su formulación. El proceso estocástico permite conocer o estimar el precio del activo subyacente en el tiempo  $t$  y en cualquier punto del intervalo de análisis. El movimiento geométrico browniano se describe por medio de una línea de tendencia y un factor que modela la presencia de incertidumbre como muestra la ecuación 2.1, en donde el parámetro  $\mu$  representa la tendencia o velocidad del crecimiento del precio  $S_t$  y la

volatilidad  $\sigma$  indica que tanto varia el precio de acuerdo al parámetro aleatorio.

$W=N(1,t)$ , en el periodo T-t.

$$S_t = S_0 e^{\mu(T-t) + W\sigma\sqrt{T-t}} \quad (2.1)$$

Por lo tanto, una tasa de rendimiento constante es inapropiada y necesita reemplazarse por el supuesto que el rendimiento esperado, esto es, que el cambio esperado dividido por el precio de la divisa es constante. Así, si  $S$  es el precio de la divisa en el tiempo  $t$ , la tasa de cambio esperada en  $S$  debería ser  $\mu S$ , para  $\mu$  constante. Esto significa que para un pequeño intervalo de tiempo,  $\Delta t$ , el aumento esperado en  $S$  es  $\mu S \Delta t$ . El parámetro  $\mu$ , es la tasa esperada de rendimiento de la divisa, expresada en forma decimal.

Si la volatilidad del precio de la divisa es cero, este modelo implica que:

$$\Delta S = \mu S \Delta t \quad (2.2)$$

En el límite, conforme  $\Delta t \rightarrow 0$  es de acuerdo a las fórmulas 2.3 y 2.4.

$$dS = \mu S dt \quad (2.3)$$

$$dS/S = \mu dt \quad (2.4)$$

Estas ecuaciones se expresan en la fórmula 2.5.

$$S_T = S_0 e^{\mu T} \quad (2.5)$$

Donde  $S_0$  y  $S_T$  son el precio de la divisa en el tiempo cero y  $T$ , respectivamente. La ecuación 2.5 muestra que cuando la varianza es cero, el precio de la divisa crece a una tasa  $\mu$  compuesta de forma continua.

En la práctica, el precio de la divisa exhibe volatilidad. Un supuesto razonable es que la variabilidad del rendimiento porcentual en un periodo corto,  $\Delta t$ , es el mismo sin importar el precio de la divisa.

El comportamiento del precio se expresa por:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (2.6)$$

Una forma alternativa corresponde a:

$$dS/S = \mu dt + \sigma dz \quad (2.7)$$

La ecuación 2.7 es el modelo más empleado del comportamiento del precio de una divisa. La variable  $\sigma$  es la volatilidad del precio de la divisa; mientras que la variable  $\mu$  es la tasa esperada de rendimiento.

El modelo se conoce como movimiento geométrico browniano, que en forma discreta se expresa por 2.8 ó 2.9.

$$\Delta S/S = \mu \Delta t + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t} \quad (2.8)$$

o

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \epsilon \sqrt{\Delta t} \quad (2.9)$$

Donde la variable  $\Delta S$  es el cambio en el precio de la divisa,  $S$ , en un intervalo pequeño,  $\Delta t$ ; y  $\epsilon$  es un movimiento aleatorio con una distribución normal estandarizada, es decir, una distribución normal con media cero y desviación estándar unitaria. El parámetro,  $\mu$ , es la tasa esperada de rendimiento por unidad de tiempo derivada del precio de la divisa y el parámetro,  $\sigma$ , corresponde a la volatilidad del precio de la divisa y se asume que ambos parámetros son constantes.

En la ecuación 2.8, el término  $\mu \Delta t$  es el valor esperado del rendimiento y el término  $\sigma \epsilon \sqrt{\Delta t}$  es el componente estocástico del riesgo que es la varianza. Esto es consistente con la definición de la volatilidad en la que  $\sigma$  es tal que  $\sigma \sqrt{\Delta t}$  es la desviación estándar del rendimiento en un pequeño periodo de tiempo,  $\Delta t$ .

La ecuación 2.9 muestra que  $\Delta S/S$  es normalmente distribuido cuando la media  $\mu \Delta t$  y la desviación estándar  $\sigma \sqrt{\Delta t}$ . En otras palabras,

$$\Delta S/S \sim \mathcal{N}(\mu \Delta t, \sigma \sqrt{\Delta t}) \quad (2.10)$$

En los años setenta, Fischer Black, Myron Scholes y Robert Merton realizaron una contribución fundamental en la valuación de las opciones al desarrollar el modelo Black y Scholes.

Aquí se desarrolla el modelo Black y Scholes para la valuación de opciones europeas de compra y venta para una divisa que no paga dividendos, se asume que la distribución de los precios tiene una distribución lognormal y si el logaritmo natural de esta variable está normalmente distribuido, se puede mostrar que:

$$dG = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz \quad (2.11)$$

Dado que el precio de la divisa,  $S$ , sigue un movimiento geométrico browniano,

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (2.12)$$

entonces,

$$d \ln S = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz \quad (2.13)$$

De esta ecuación se encuentra que la variable  $\ln S$  sigue un proceso generalizado de Wiener. El cambio en el  $\ln S$  entre el periodo 0 y  $T$  está normalmente distribuido por lo que:

$$\ln S_T - \ln S_0 \approx \mathcal{N} \left[ \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma \sqrt{T} \right] \quad (2.14)$$

Que se expresa por:

$$\ln \frac{S_T}{S_0} \approx \mathcal{N} \left[ \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma \sqrt{T} \right] \quad (2.15)$$

Y si el valor inicial de la divisa es cero se tiene:

$$\ln S_T \approx \phi \left[ \ln S_0 + \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma \sqrt{T} \right] \quad (2.16)$$

Donde:

$S_T$  ▶ Es el precio de la divisa en el tiempo futuro  $T$ .

$S_0$  ▶ Es el precio de la divisa en el tiempo 0.

$\phi(m, s)$  ▶ Denota una distribución normal con media  $m$  y desviación estándar  $S$ .

La ecuación 2.16 muestra que  $\ln S_T$  está normalmente distribuida por lo que  $S_T$  tiene una distribución lognormal.

El modelo desarrollado implica que el precio de la divisa en el tiempo  $T$ , dado su precio hoy, corresponde a una distribución lognormal. La desviación estándar del logaritmo del precio de la divisa es  $\sigma\sqrt{T}$  y es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo.

Una variable que tiene una distribución lognormal puede tomar cualquier valor entre cero e infinito. A pesar de la distribución normal, está de tal forma que la media, mediana y moda son todas diferentes. De la ecuación 2.16 y las propiedades de la distribución lognormal se puede observar que el valor esperado de  $S_T$ ,  $E(S_T)$  está dado por:

$$E(S_T) = S_0 e^{\mu T} \quad (2.17)$$

Esto se ajusta a la definición de  $\mu$  como la tasa esperada de rendimiento. Puede mostrarse que la varianza de  $S_T$ ,  $\text{var}(S_T)$ , está dada por:

$$\text{var}(S_T) = S_0^2 e^{2\mu T} \left[ e^{\sigma^2 T} - 1 \right] \quad (2.18)$$

### 2.1.2. Distribución de la tasa de rendimiento

La propiedad lognormal de los precios de la divisa puede usarse para proporcionar información en la distribución de probabilidad de la tasa continuamente compuesta de rendimiento ganado por una divisa entre el

tiempo 0 y  $T$ . Definiendo la tasa continuamente compuesta de rendimiento ganado por una divisa entre el tiempo 0 y  $T$  como  $\eta$ . Esto implica:

$$S_T = S_0 e^{\eta T} \quad (2.19)$$

y

$$\eta = \frac{1}{T} \ln \frac{S_T}{S_0} \quad (2.20)$$

De la ecuación 2.16 obteneos la ecuación 2.21.

$$\eta \approx \phi \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2}, \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \right) \quad (2.21)$$

Entonces, la tasa de rendimiento compuesta en forma continua por año está normalmente distribuida con una media  $\mu - \sigma^2/2$  y una desviación estándar  $\sigma/\sqrt{T}$ .

Por lo tanto, la ecuación 2.10 muestra que  $\mu \Delta t$  es la tasa esperada de rendimiento proporcionada por  $S$  en un periodo pequeño de tiempo,  $\Delta t$ . Se asume que  $\mu$  es el rendimiento esperado de la divisa en un periodo de tiempo más largo cuando el rendimiento se compone de forma continua. Sin embargo, la ecuación 2.21 muestra que el rendimiento es  $\mu - \sigma^2/2$  por año compuesto de forma continua.

Para entender esto, defínase:

$U$  ► Rendimiento esperado de un activo por año en un periodo  $\Delta t$ .

$V$  ► Rendimiento esperado de un activo por año realizado sobre un periodo de tiempo mayor, expresado con una frecuencia compuesta de  $\Delta t$ .

Un resultado importante es que cuando existe incertidumbre acerca del rendimiento,  $U > V$ , en la medida que  $\Delta t$  tienda a cero,  $U$  llega a ser  $\mu$  y  $V$  llega a ser el rendimiento esperado compuesto de forma continua. De esta manera

se muestra que el término de rendimiento esperado es ambiguo. Puede referirse a  $\mu$  o a  $\mu - \sigma^2/2$ . A menos que se establezca lo contrario, este término se empleará para referirse a  $\mu$ .

### 2.1.3. Volatilidad

La volatilidad de una divisa,  $\sigma$ , es una medida de la incertidumbre acerca de los rendimientos proporcionados por la divisa.

Si se parte de la ecuación 2.21, se dice que la volatilidad del precio de la divisa se define como la desviación estándar del rendimiento de la divisa en un año cuando el rendimiento se compone de forma continua. La ecuación 2.15 muestra que la volatilidad también es la desviación estándar del logaritmo natural del precio de la divisa al final de un año.

La estimación de la volatilidad se calcula a partir de datos históricos de los precios de la divisa en intervalos de tiempo fijos, pueden ser, cada día, semana o mes, se define:

$n+1$  ▶ Número de observaciones

$S_i$  ▶ Precio de la divisa al final del intervalo  $i$ -ésimo ( $i=0,1,2,\dots,n$ )

$T$  ▶ Longitud del intervalo de tiempo en años

El rendimiento logarítmico se expresa por:

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \quad (2.22)$$

Donde:

$i$  ▶ Asume los valores  $0,1,2,\dots,n$ .

Dado que  $S_i = S_{i-1} e^{u_i}$ ,  $u_i$  es el rendimiento compuesto de forma continua no anualizado en el intervalo  $i$ -ésimo. La estimación usual,  $S$ , de la desviación estándar de las  $u_i$ 's está dada por:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} \quad (2.23)$$

o

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left( \sum_{i=1}^n u_i \right)^2} \quad (2.24)$$

Donde:

$\bar{u}$  ► Es la media de las  $u_i$ .

La variable,  $S$ , es, por tanto una estimación de  $\sigma\sqrt{\tau}$ . Se sigue que  $\sigma$  por sí misma puede ser estimada como  $\sigma^*$ , donde:

$$\sigma^* = \frac{S}{\sqrt{\tau}} \quad (2.25)$$

Puede mostrarse que el error estándar de esta estimación es  $\sigma^*/\sqrt{2n}$ . La elección de un valor apropiado de  $n$  no es fácil. Ceteris paribus, más datos generalmente llevan a una mayor precisión. Sin embargo,  $\sigma$  cambia en el tiempo y los datos que son muy viejos pueden no ser relevantes para predecir el futuro. Una forma que parece funcionar razonablemente bien es usar los precios cercanos de datos diarios dentro de los 90 a 180 días más recientes. Una regla empírica empleada con frecuencia es fijar el periodo de tiempo sobre el que la volatilidad es medida igual al periodo de tiempo sobre el que se aplicará. Entonces, si se emplea la volatilidad para valuar una opción de dos años, se usarán datos históricos de dos años.

Un aspecto importante, cuando los parámetros de volatilidad son estimados y empleados, es si el tiempo debería medirse en días hábiles o inhábiles. Investigaciones empíricas indican que los días hábiles deben emplearse. En otras palabras, se deben ignorar los días cuando el mercado de cambio no opere para propósitos del cálculo de la volatilidad.

Este análisis supone que la divisa no paga dividendos, pero que puede adaptarse para considerar acciones que pagan dividendos. El rendimiento,  $u_i$ , durante un intervalo de tiempo que incluye un día exdividendo está dado por:

$$u_i = \ln \frac{S_i + D}{S_{i-1}} \quad (2.26)$$

Donde:

$D$  ► Es la cantidad del dividendo.

El rendimiento en cualquier intervalo de tiempo se expresa por:

$$u_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}} \quad (2.27)$$

#### **2.1.4. Ecuación diferencial**

La ecuación diferencial Black, Scholes y Merton es una ecuación que debe satisfacerse por el precio,  $f$ , de cualquier derivado dependiente de una divisa que no paga dividendos. Aquí se considera la naturaleza de los argumentos empleados para derivar la ecuación diferencial.

El análisis de Black, Scholes y Merton es análogo al análisis de ausencia de arbitraje que se emplea para valorar opciones, cuando los cambios en los precios de la divisa son binomiales. Un portafolio sin riesgo se obtiene al adoptar una posición en una opción que es contraparte de una posición en el activo subyacente. En ausencia de oportunidades de arbitraje, el rendimiento del portafolio debe ser la tasa de interés libre de riesgo,  $r$ .

La razón por la que se crea un portafolio sin riesgo es que el precio de la divisa y el precio de la opción son afectados por la misma fuente de incertidumbre, que es el movimiento del precio de la divisa. En cualquier periodo de tiempo, el precio de una opción de compra tiene correlación positivamente perfecta con el precio del activo subyacente. En ambos casos,

cuando se constituye un portafolio de cobertura con el activo y la opción, la ganancia o pérdida derivada de la posición del activo siempre compensa la ganancia o pérdida derivada de la posición de la opción de tal forma que el valor del portafolio al final del periodo se conoce con certidumbre.

Los supuestos empleados para derivar la ecuación diferencial Black, Scholes y Merton son los siguientes:

1. El precio de la divisa sigue el proceso con  $\mu$  y  $\sigma$  constantes.
2. Se permite la venta corta de valores con uso completo de lo recaudado.
3. No existen costos de transacción, todos los valores son divisibles.
4. No hay dividendos durante la vida del derivado.
5. No hay oportunidades de arbitraje sin riesgo.
6. Los valores son continuos.
7. La tasa de interés libre de riesgo,  $r$ , es constante para todos los vencimientos.

Para derivar de la ecuación diferencial Black, Scholes y Merton el proceso del precio de la divisa que se asume es:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (2.28)$$

Suponiendo que  $f$  es el precio de una opción de compra o de cualquier otro derivado contingente en  $S$ . La variable  $f$  debe ser alguna función de  $S$  y  $t$ . Del lema de Itô se tiene la ecuación diferencial:

$$df = \left( \frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz \quad (2.29)$$

Las versiones discretas de las ecuaciones (2.28) y (2.29) son:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z \quad (2.30)$$

$$\Delta f = \left( \frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z \quad (2.31)$$

Donde  $\Delta S$  y  $\Delta f$  son los cambios en  $S$  y  $f$  en un intervalo pequeño de tiempo,  $\Delta t$ . Recuérdese del lema de Itô que los procesos Wiener del subyacente a  $f$  y  $S$  son los mismos. En otras palabras, los  $\Delta z = (\varepsilon \sqrt{\Delta t})$  en las ecuaciones 2.30 y 2.31 son iguales. De lo anterior se sigue que para elegir un portafolio del activo y el derivado el proceso de Wiener puede ser eliminado.

El portafolio apropiado es:

$$\begin{aligned} & -1: \text{derivado} \\ & \frac{\partial f}{\partial S}: \text{acciones} \end{aligned}$$

El tenedor de este portafolio es corto con un derivado y largo con una cantidad de  $\partial f / \partial S$  acciones. Definiendo  $\Pi$  como el valor del portafolio. Por definición:

$$\Pi = -f + \frac{\partial f}{\partial S} S \quad (2.32)$$

El cambio  $\Delta \Pi$  en el valor del portafolio en el intervalo de tiempo  $\Delta t$  está dado por:

$$\Delta \Pi = -\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S \quad (2.33)$$

Al sustituir las ecuaciones (2.30) y (2.31) en la ecuación (2.33) se produce:

$$\Delta \Pi = \left( -\frac{\partial f}{\partial S} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t \quad (2.34)$$

Debido a que esta ecuación no considera  $\Delta z$ , el portafolio no debe ser riesgoso durante el tiempo  $\Delta t$ . Los supuestos considerados arriba implican

que el portafolio gana instantáneamente la misma tasa de rendimiento como otros valores libres de riesgo de corto plazo. Si éste gana más que ese rendimiento, quien realiza arbitraje puede hacer una ganancia libre de riesgo al reducir los valores libre de riesgo y usar lo recaudado para comprar el portafolio; si éste gana menos, el que realiza arbitraje puede hacer una ganancia sin riesgo al acortar el portafolio y comprar valores libres de riesgo. De esto se sigue que:

$$\Delta\Pi = r\Pi\Delta t \quad (2.35)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.29) y (2.30) se tiene:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \right) = rf \quad (2.36)$$

La ecuación 2.36 es la ecuación diferencial Black, Scholes y Merton, la cual tiene varias soluciones, que se corresponden con todos los diferentes derivados que pueden ser definidos con  $S$  como la variable subyacente. El derivado particular que se obtiene cuando se resuelve la ecuación depende de las condiciones de frontera que se emplearán. Éstas especifican el valor de los derivados en las fronteras de posibles valores de  $S$  y  $t$ . En el caso de la opción de compra europea, las condiciones de frontera son:

$$f = \max(S - X, 0), \text{ cuando } t=T \quad (2.37)$$

En el caso de una opción de venta europea, se tiene:

$$f = \max(X - S, 0), \text{ cuando } t=T \quad (2.38)$$

Un aspecto que debe enfatizarse acerca del portafolio usado en la derivación de la ecuación 2.36, es que ésta no está permanentemente libre de riesgo. Sólo estará libre de riesgo para periodos de tiempo infinitesimalmente pequeños. En la medida que  $S$  y  $t$  cambien,  $\partial f / \partial S$  también cambiará. Para mantener el portafolio sin riesgo, es necesario cambiar frecuentemente las proporciones de los componentes del portafolio.

El precio de derivados comerciables, cualquier función  $f(S, t)$  que sea una solución de la ecuación diferencial 2.36 es el precio teórico de un derivado que puede ser comercializado. Si existiera un derivado con ese precio no crearía ninguna oportunidad de arbitraje. Por el contrario, si una función  $f(S, t)$  no satisface la ecuación diferencial 2.36, ésta no puede ser el precio de un derivado sin crear alguna oportunidad de arbitraje para los comerciantes.

### **2.1.5. Tasa de interés libre de riesgo**

La valuación neutral al riesgo es una herramienta esencial para quien trabaja con derivados, el concepto refiere que en proceso de valuación ningún agente económico es capaz de incorporar su nivel de aversión al riesgo dentro de los parámetros del modelo. Por lo tanto, una propiedad importante de la ecuación diferencial de Black, Scholes y Merton es que el resultado no incorpora el nivel de aversión al riesgo de la gente que lo calcula y ninguna variable es afectada por las preferencias de riesgo de los inversionistas.

Hull (2007:289) refiere que la ecuación diferencial Black, Scholes y Merton no sería independiente si las preferencias de riesgo que envuelve el rendimiento esperado de la divisa,  $\mu$ , se incorporase en el cálculo. Esto se debe a que un agente racional debe establecer que el valor de  $\mu$  depende de las preferencias de riesgo y a mayor nivel de aversión al riesgo por el inversionista, mayor será el nivel de rendimiento  $\mu$  requerido a la divisa.

A partir de esto se dice que si la ecuación diferencial de Black, Scholes y Merton es independiente de las preferencias de riesgo del inversionista, entonces las preferencias del inversionista no afectan la solución para conocer el valor de la opción, por lo tanto cualquier conjunto de preferencias pueden ser usadas para evaluar la opción y se establece el supuesto de que todos los inversionistas son neutrales al riesgo. Por lo tanto, en un mundo donde los inversionistas son neutrales al riesgo, el rendimiento esperado

para todos los valores de la tasa de interés libre de riesgo es igual porque los inversionistas no requieren un premio para inducirlos a tomar riesgos. De modo que el valor presente de cualquier flujo de efectivo en un mundo neutral al riesgo se obtiene al descontar su valor a la tasa libre de riesgo, este supuesto simplifica considerablemente el análisis de derivados.

Uno de los puntos importantes a destacar en este análisis es que por un lado la idealización permite encontrar una fórmula cerrada y siempre utilizar a partir de los cinco parámetros fundamentales lleva a obtener un precio de la opción independiente del nivel de aversión al riesgo, sin embargo cuando el modelo se utiliza acercándose a la realidad al contar con una tasa de crecimiento variable los resultados son válidos si se utiliza también una tasa de descuento variable y ambas se compensan.

La fórmula de Black y Scholes determina el precio de la opción de compra tipo europea en valor presente cuando el activo no paga dividendos como lo presenta la ecuación 2.39, para el caso de la opción de venta tipo europea se cambia el signo de la ecuación como lo presenta la ecuación 2.40 y se utiliza el complemento de la función de distribución normal.

$$c = S_0 N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2) \quad (2.39)$$

Para una opción de venta se tiene:

$$p = X e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad (2.40)$$

Donde:

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (2.41)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (2.42)$$

$N(x)$  es la función de distribución de probabilidad acumulada de una variable que no es normalmente distribuida con media cero y una desviación estándar de 1, es decir, ésta es la probabilidad que tal variable sea menor que  $x$ . Como es usual,  $S_0$  es el precio de la divisa en el tiempo cero,  $X$  es el precio de ejercicio,  $r$  es la tasa libre de riesgo continuamente compuesta,  $\sigma$  es la volatilidad del precio de la divisa y  $T$  es el tiempo de vencimiento de la opción.

Una forma de derivar las fórmulas de Black y Scholes es al resolver la ecuación diferencial 2.36 sujeta a las condiciones de frontera. Para ver que las ecuaciones 2.39 y 2.40 tienen propiedades consistentes con las condiciones de frontera, obsérvese lo que pasa con  $d_1$  y  $d_2$  cuando  $T \rightarrow 0$ . Si  $S_0 > X$ , ambos tienden a  $+\infty$  por lo que  $N(d_1) = N(d_2) = 1$  y  $N(-d_1) = N(-d_2) = 0$ . Esto significa que las ecuaciones 2.39 y 2.40 generan:

$$c = S_0 - X, \quad p = 0 \quad (2.43)$$

$$c = 0, \quad p = X - S_0 \quad (2.44)$$

Si  $S_0 < X$ , tanto  $d_1$  como  $d_2$  tienden a  $-\infty$  por lo que  $N(d_1) = N(d_2) = 0$  y  $N(-d_1) = N(-d_2) = 1$ .

La fórmula de Black y Scholes en las ecuaciones 2.39 y 2.40 también pueden derivarse usando la valuación de riesgo neutral. Considérese una opción de compra europea. El valor esperado de la opción en su vencimiento en un mundo de riesgo neutral es:

$$\hat{E}[\max(S_T - X, 0)] \quad (2.45)$$

Donde:

$\hat{E}$  ► Denota el valor esperado en un mundo de riesgo neutral.

Del argumento de la valuación neutral al riesgo, el precio de la opción *call* europea,  $c$ , es el valor esperado descontado de la tasa de interés libre de riesgo, es decir:

$$c = e^{-rT} \hat{E}[\max(S_T - X, 0)] \quad (2.46)$$

La ecuación anterior puede reescribirse como:

$$c = e^{-rT} [S_0 N(d_1) e^{rT} - X N(d_2)] \quad (2.47)$$

La expresión  $N(d_2)$  es la probabilidad que la opción sea ejercida en un mundo neutral al riesgo, por lo que  $XN(d_2)$  es el precio de la prima veces la probabilidad que el precio de la prima sea pagado. La expresión  $S_0 N(d_1) e^{rT}$  es el valor esperado de una variable que iguala  $S_T$  si  $S_T > X$  y es cero de cualquier otra forma en un mundo riesgo-neutral.

Dado que  $c=C$  cuando no hay dividendos. Desafortunadamente, no se ha producido una fórmula analítica exacta para el valor de la opción *put* americana en un activo que no paga dividendos.

Hasta aquí se ha supuesto que  $r$  es constante. Cuando la tasa de interés es estocástica, la práctica usual es fijar  $r$  igual a la tasa de interés libre de riesgo de un cupón cero para un vencimiento  $T$  en la fórmula de Black y Scholes.

A continuación se muestra que la fórmula de Black y Scholes tiene las propiedades generales correctas, al considerar lo que pasa cuando alguno de los parámetros adquiere valores extremos.

Cuando el precio del activo,  $S_0$ , llega a ser muy grande, una opción de compra es casi seguro que sea ejercida. Así, se espera que el precio de la opción de compra sea:

$$S_0 - X e^{-rT} \quad (2.48)$$

Esto es el precio de compra cuando  $S_0$  es muy grande, tanto  $d_1$  como  $d_2$  llegan a ser muy grandes y  $N(d_1)$  y  $N(d_2)$  son ambos cercanos a 1. Cuando el precio del activo es muy grande, el precio de la opción de venta europea,  $p$ ,

se aproxima a cero. Esto es consistente con la ecuación 2.40 ya que  $N(-d_1)$  y  $N(-d_2)$  son ambas cercanas a cero.

Considérese ahora lo que pasa cuando la volatilidad  $\sigma$  se aproxima a cero. Puesto que el activo es virtualmente libre de riesgo, su precio crecerá a la tasa  $r$  hacia  $S_0 e^{rT}$  al tiempo  $T$  y la recompensa de la opción de compra es:

$$\max[S_0 e^{rT} - X, 0] \quad (2.49)$$

Descontado a la tasa  $r$ , el valor de la opción de compra hoy es:

$$e^{-rT} \max[S_0 e^{rT} - X, 0] = \max[S_0 - X e^{-rT}, 0] \quad (2.50)$$

Para mostrar que esto es consistente con la ecuación 2.39, considérese primero el caso donde  $S_0 > X e^{-rT}$ . Esto implica que  $\ln(S_0/X) + rT > 0$ . En la medida que  $\sigma$  tienda a cero,  $d_1$  y  $d_2$  tienden a  $+\infty$  de tal forma que  $N(d_1)$  y  $N(d_2)$  tienden a 1 y la ecuación 2.39 se convierte en:

$$c = S_0 - X e^{-rT} \quad (2.51)$$

Cuando  $S_0 < X e^{-rT}$ , se sigue que  $\ln(S_0/X) + rT < 0$ . Así, en la medida que  $\sigma$  tienda a cero,  $d_1$  y  $d_2$  tienden a  $-\infty$  de tal forma que  $N(d_1)$  y  $N(d_2)$  tienden a 0 y la ecuación 2.39 genera un precio de la opción de compra de cero. El precio de la opción de compra es, por tanto, siempre  $\max[S_0 - X e^{-rT}, 0]$  mientras  $\sigma$  tienda a cero. De forma similar, se puede mostrar que el precio de la opción de venta es siempre  $\max[X e^{-rT} - S_0, 0]$  mientras  $\sigma$  tienda a cero.

## 2.2. El modelo de valuación de Merton

Robert Merton realiza una contribución al campo de los productos derivados al incorporar a la formula original de Black y Scholes el efecto del pago de dividendos del activo subyacente.

Un ejemplo de una opción de compra europea es un contrato que da al poseedor la compra correcta de un millón de euros con dólares EUA en un tipo de cambio de 1,2000 dólares EUA por euro. Si el actual tipo de cambio al vencimiento de la opción es de 1,2500 el pago es de  $1000,000 \times (1.2500 - 1.2000) = \$50,000$ . Para una opción de venta europea en un contrato que da al poseedor la correcta venta de 10, 000,000 de dólares australianos por dólares EUA en un tipo de cambio de 0.7000 dólares EUA por dólares australianos. Si el actual tipo de cambio en el vencimiento de la opción es 0.6700, el pago es de  $10, 000,000 \times (0.7000 - 0.6700) = 300,000$ .

Para cubrirse de la exposición del tipo de cambio extranjero, las opciones con divisas extranjeras son una alternativa interesante. Si una compañía espera recibir libras en el futuro, puede cubrir este riesgo por comprar opciones de venta en la fecha de vencimiento de las libras. La garantía de la estrategia de cobertura del tipo de cambio aplicado a la libra no es menos que el precio de ejercicio, mientras permita la compañía beneficiarse desde algunos movimientos favorables del tipo de cambio. Algo similar, la compañía debe pagar libras para saber el tiempo futuro y poder cubrirse por comprar opciones de compra en libras a una fecha de vencimiento. La garantía de la estrategia de cobertura es el costo de la libra dispuesta no es mas grande que una cantidad segura mientras permita la compañía beneficiarse desde los movimientos del tipo de cambio favorable. Una opción da un tipo de seguro para no tener riesgo sobre el tipo de cambio y estas necesitan una prima para ser pagadas por adelantado.

En las opciones que conocen el rendimiento del dividendo, el pago de este rendimiento en la tasa de interés  $q$ , causa el crecimiento de la tasa de interés en el precio de la divisa, si con el rendimiento del dividendo de  $q$  el precio de la divisa crece desde  $S_0$  a  $S_T$  en el tiempo T, entonces en la

ausencia de dividendos crecerá desde  $S_0$  a  $S_T e^{qT}$  en el tiempo T, otra forma de ausencia de dividendos crecerá desde  $S_T e^{qT}$  a  $S_T$  en el tiempo T.

Se obtiene la misma distribución de probabilidad para el precio de la divisa en el tiempo T en los casos donde la divisa comienza con un precio  $S_0$  proporcionando un rendimiento del dividendo a una tasa de interés  $q$  y el caso donde la divisa comienza con un precio  $S_T e^{qT}$  y no paga dividendos, de estos dos casos se deriva una regla la cual nos dice que, cuando se hace una valuación de una opción en el tiempo T en una divisa pagada que conoce el rendimiento del dividendo a una tasa de interés  $q$ , se reduce el precio de la divisa actual desde  $S_0$  a  $S_T e^{-qT}$  y el valor de la opción aunque la divisa no pague dividendos.

La primera aplicación de esta regla, se considera el problema de un límite determinado para el precio de una opción en una divisa que paga el rendimiento del dividendo en una tasa de interés  $q$ . se sustituye  $S_T e^{-qT}$  por  $S_0$ , se ve el limite inferior para una opción de compra donde el precio es C, se da por.

$$c \geq S_0 e^{-qT} - K e^{-rT} \quad (2.52)$$

Para obtener el límite inferior para una opción de venta, se reemplaza  $S_0$  por  $S_T e^{-qT}$  y se obtiene:

$$p \geq K e^{-rT} - S_0 e^{-qT} \quad (2.53)$$

Al sustituir  $S_0$  por  $S_0 e^{-qT}$  se obtiene la paridad de compra-venta para una opción en una divisa que paga el rendimiento de dividendo a una tasa de interés  $q$ :

$$c + K e^{-rT} = p + S_0 e^{-qT} \quad (2.54)$$

Si sustituimos  $S_0$  por  $S_0 e^{-qT}$  en las fórmulas de Black y Scholes, se obtiene el precio  $c$ , de una compra y el precio  $p$ , de una venta en una divisa que paga dividendos en la tasa de interés  $q$  cuando:

$$c = S_0 e^{-qT} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2) \quad (2.55)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-qT} N(-d_1) \quad (2.56)$$

Por lo tanto

$$\ln \frac{S_0 e^{-qT}}{K} = \ln \frac{S_0}{K} - qT \quad (2.57)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (2.58)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (2.59)$$

Cuando se incluye el rendimiento del dividendo de  $q$ , se conoce la ecuación diferencial

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (r - q)S \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf \quad (2.60)$$

En el mundo del riesgo neutral, el rendimiento total desde la divisa debe ser  $r$ , los dividendos proporcionan un rendimiento de  $q$ , el aumento esperado de la tasa de interés en el precio de la divisa es  $r - q$ . Si seguimos el proceso del riesgo neutral para el precio de una divisa es:

$$dS = (r - q)Sdt + \sigma Sdz \quad (2.61)$$

El valor del derivado depende de una divisa, eso da un rendimiento del dividendo igual a  $q$ . Se coloca el crecimiento esperado del índice del precio de la divisa igual a  $r - q$  y se descuenta el pago esperado en el índice  $r$  cuando el crecimiento esperado del índice en el precio de la divisa es  $r - q$ , el precio

esperado de la divisa en el tiempo T  $S_0 e^{-qT}$ . El pago esperado para una opción de compra en el mundo de riesgo neutral es:

$$e^{(r-q)T} S_0 N(d_1) - KN(d_2) \quad (2.62)$$

Para estimar el rendimiento del dividendo se necesita, las opciones de compra y venta con el mismo precio de la divisa y el mismo tiempo de vencimiento pueden usarse desde la ecuación:

$$q = -\frac{1}{T} \ln \frac{c - p + Ke^{-rT}}{S_0} \quad (2.63)$$

Para un precio de ejercicio y una fecha de vencimiento, la estimación de q calculada desde esta ecuación es responsable de la variable. Pero cuando se combinan los resultados de compra y venta, es claro el panorama del rendimiento del dividendo y se asume por el mercado emergente.

En la valuación de una opción con divisas, se define  $S_0$  como el valor de una unidad de divisa extranjera en dólares que es el precio spot que cambia el índice, cuando el propietario de la divisa extranjera recibe el rendimiento igual a la tasa de interés libre de riesgo  $r_f$ , en la divisa extranjera se reemplaza q por  $r_f$ , proporcionado un límite para el precio de compra c, y el precio de venta p:

$$c \geq S_0 e^{-r_f T} - Ke^{-rT} \quad (2.64)$$

$$p \geq Ke^{-rT} - S_0 e^{-r_f T} \quad (2.65)$$

Para la paridad de compra venta de opciones con divisas extranjeras reemplazamos q por  $r_f$ :

$$c + Ke^{-rT} = p + S_0 e^{-r_f T} \quad (2.66)$$

El precio de las opciones con divisas de da cuando  $q$  es remplazada por  $r_f$  :

$$c = S_0 e^{-r_f T} N(d_1) - K e^{-r T} N(d_2) \quad (2.67)$$

$$p = K e^{-r T} N(-d_2) - S_0 e^{-r_f T} N(-d_1) \quad (2.68)$$

Donde:

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - r_f + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (2.69)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - r_f - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (2.70)$$

La tasa de interés domestica,  $r$ , y la tasa de interés extranjera,  $r_f$ , son los índices para el vencimiento  $T$ . Las opciones de compra y venta en divisas son simétricas en una opción de venta al vender la divisa A para la divisa B a un precio de ejercicio de  $K$  es el mismo cuando una opción de compra, compra la divisa B con A en un precio de ejercicio de  $1/K$ .

## **Capítulo III. Evaluación de los beneficios de la cobertura de tipo de cambio con contratos de opciones y futuros**

Las empresas que realizan operaciones en una moneda distinta a la de su operación normal están expuestas al riesgo cambiario, lo que ocurre desde el momento en que se formaliza la operación hasta el momento en que concluye, en este periodo la divisa sufre continuas fluctuaciones, que dan como resultado beneficios o pérdidas inesperadas en la operación financiera, para reducir el riesgo de este tipo de operación se crearon las coberturas cambiarias con el objetivo de proteger los beneficios de la transacción al eliminar el riesgo que ocasionan las fluctuaciones del tipo de cambio.

En la investigación se utilizan los contratos de futuros sobre tipo de cambio como alternativa para cubrir el riesgo; se analiza y evalúan las ventajas y desventajas cuando se fija el precio al que se realizará una operación en el futuro, también se incluye la alternativa de cobertura con opciones sobre tipo de cambio, para aprovechar los beneficios favorables en el tipo de cambio, una alternativa adicional es la utilización de seguros el cual ofrece el derecho de ejercer o no la opción en función del beneficio que se obtiene del mercado.

### **3.1. Estrategias de cobertura de tipo de cambio**

La estrategia de cobertura de tipo de cambio por medio de un seguro de tipo de cambio es una operación de compra o venta de divisas a plazo, mediante la cual se elimina la incertidumbre que surge en cualquier pago o cobro futuro que se tenga que realizar en moneda extranjera, corresponde a un contrato entre una entidad financiera y un exportador o importador, donde se crea un vínculo entre dos obligaciones principales, por una parte el exportador o importador se obliga a vender o comprar a la institución

financiera la divisa en una fecha determinada, por otra parte la institución financiera se compromete a comprar o vender al exportador o importador la divisa al tipo de cambio prefijado al suscribir el contrato, lo que corresponde a un forward, adicionalmente el seguro puede suscribirse por el total de la operación o por una parte de ella, en cualquier momento entre la realización del acuerdo y el vencimiento de la operación. En el seguro no existe plazo máximo para realizar una cobertura, en la práctica el tiempo máximo es un año, y la cotización de equilibrio equivale a la diferencia de tasas de interés entre las monedas.

La ventaja de adquirir un seguro de tipo de cambio es la eliminación del riesgo de tipo de cambio al fijar los precios futuros en las transacciones en divisas, adicionalmente no existe desembolso inicial porque se paga al vencimiento. Existen seguros de tipo de cambio fijo y tradicional, la diferencia estriba en que en el seguro de tipo de cambio tradicional el precio se fija para un día determinado, mientras que en el seguro de tipo de cambio fijo el precio se fija para un periodo desde quince días hasta dos meses.

La estrategia de cobertura de tipo de cambio con opciones sobre divisas a diferencia de la estrategia de seguro de tipo de cambio es que se adquiere el derecho pero no la obligación de realizar la operación a cambio del pago de una prima. El comprador de la opción es quien fija el precio de ejercicio de la divisa que corresponde al que quiere realizar el contrato.

A la estrategia de cobertura de tipo de cambio mediante opciones con costo cero se le denomina cobertura de túnel o cilindro que se realiza a partir de una opción de compra y una opción de venta simultáneas del mismo importe e igual vencimiento, de manera que las primas se cancelan. Se crea así un túnel de cotizaciones asegurándose el tipo de cambio en torno a los valores fijados de los precios de ejercicio, y queda limitada la posibilidad tanto de ganar como de perder.

La estrategia de cobertura de pérdida máxima se realiza con un forward que asegura el precio máximo de compra o barrera, si se alcanza la barrera o la sobrepasa durante un plazo determinado, la transacción se realiza a precio máximo. En el caso de exportación la estrategia asegura el precio mínimo de venta y se beneficia de la evolución favorable.

### 3.2. Estrategia de cobertura con opciones

Es importante destacar que el comportamiento de las pérdidas y ganancias de la estrategia corresponden a la relación de paridad compra-venta que describe la ecuación 3.1.

$$p + S_0 = c + Ke^{-rT} + D \quad (3.1)$$

Donde:

- $p$  ▶ Precio de la opción de venta
- $S_0$  ▶ Precio de mercado de la divisa
- $c$  ▶ Precio de la opción de compra
- $K$  ▶ Precio pactado a la fecha de vencimiento
- $r$  ▶ Tasa de interés libre de riesgo
- $T$  ▶ Período de vencimiento de la opción
- $D$  ▶ Valor presente del dividendo en el periodo

Por medio de la ecuación 3.1 es posible construir todas las combinaciones que se presentan por ejemplo, cuando se analiza una posición corta en la opción de compra con una posición larga en la divisa es equivalente a una posición corta en la opción de venta más una cantidad de efectivo que satisface la expresión 3.2.

$$U = Ke^{rT} + D \quad (3.2)$$

Con solo reacomodar la expresión de pérdidas y ganancias 3.1 se logra modelar todas las alternativas posibles donde U representa las pérdidas o ganancias, por lo tanto, para expresar un patrón de comportamiento de una

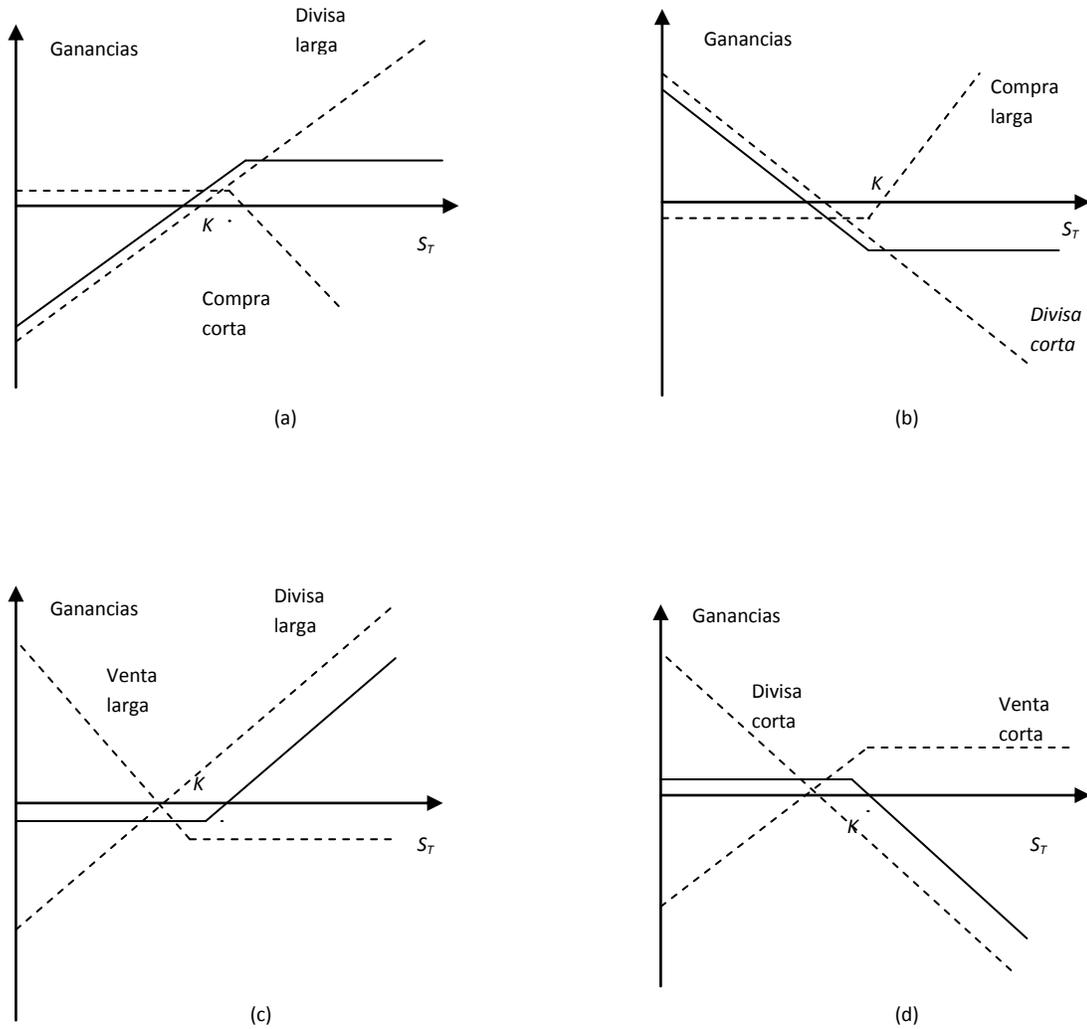
posición corta en una opción de venta y una posición corta en la divisa la expresión se presenta por 3.3.

$$S_0 - c = Ke^{-rT} + D - p \quad (3.3)$$

La estrategia de cobertura por medio de un portafolio conformado por opciones y el activo subyacente que corresponde a la opción presenta cuatro alternativas de acuerdo a la posición que se toma en los instrumentos, la función de pérdidas y ganancias de la estrategia tiene cuatro posibilidades que se presentan en la figura 3.1, en donde se utilizan líneas punteadas para representar las pérdidas y ganancias del activo individual y de su opción, la función de pérdidas y ganancias del portafolio se representa por la línea continua.

El caso (a) de la gráfica 3.1 presenta el patrón de comportamiento al tomar una posición larga en la divisa y una posición corta en la opción de compra que se conoce como una opción de compra cubierta. En el caso (b) se presenta una posición corta en la divisa combinada con una posición larga en una opción de compra. En el caso (c) corresponde a la compra de la divisa de venta y la compra de la divisa subyacente que corresponde a una posición de venta cubierta. En el caso (d) muestra el comportamiento de una posición corta en la opción de venta combinada con una posición corta en la divisa.

**Gráfica 3.1. Ganancias de las opciones**



Fuente: Hull, 7ª Ed. Página 219.

### 3.3. Efecto de la cobertura con opciones sobre el tipo de cambio

El caso de cobertura de opciones sobre tipo de cambio se tiene que cuando una empresa adquiere una opción de compra sobre divisas se protege del incremento del subyacente cuando es mayor que el precio de ejercicio, como ejemplo, si una empresa que importa mercancía con un valor de \$100,000

dólares a crédito a 90 días al 10% de interés anual en dólares, con un valor de \$100,000.00 dólares, dentro de 90 días tendrá que pagar capital más intereses, lo que equivale a \$102,500 dólares, que es la cantidad que está sujeta al riesgo cambiario.

$$100,000 * \left[ 1 + \frac{0.10 * 90}{360} \right] = 102,500$$

La empresa supone una probable depreciación del peso con respecto al dólar, por lo que está interesada en cubrir su riesgo cambiario. Por lo tanto, compra cobertura cambiaria a 88 días. El banco cotiza al cliente un precio unitario de \$0.475 pesos por dólar cubierto, con un tipo de cambio base de \$12.1830, por lo que tiene que pagar \$102,500.00 dólares \* 0.475 = \$48,687.50 pesos.

Para efectuar este pago y no perder liquidez, la empresa obtiene un préstamo en moneda nacional al 30% por el plazo de la cobertura. Por lo tanto, tendrá que pagar:

$$\$48,687.50 * \left[ 1 + \frac{0.30 * 88}{360} \right] = \$52,257.92 \text{ pesos}$$

Esta cantidad es el costo por cubrir las importaciones de una posible devaluación. Implícitamente está adquiriendo un tipo de cambio de \$12.6928 pesos por dólar; que se obtiene de la suma del tipo de cambio base más el costo de financiamiento de la prima:

$$12.1830 + \left[ \frac{52,257.92}{102,500} \right] = \$12.6928 \text{ pesos por dólar}$$

Al vencimiento del contrato, el tipo de cambio se depreció como se esperaba, cotizando en \$13.00 pesos por dólar, por lo que el importador tendrá que

pagar la mercancía en estas nuevas condiciones de mercado, pero recibirá una compensación por la devaluación. Así, la empresa importadora tiene el derecho a recibir del banco, el monto de la depreciación observada del peso es de  $13 - 12.1830 = 0.817$ , por la cantidad de dólares objeto de la cobertura  $\$102,500.00 \text{ dólares} * 0.817 = \$83,742.5 \text{ pesos}$ .

La compensación neta por el contrato de coberturas se obtiene de la diferencia entre la compensación al vencimiento por el contrato de coberturas y el costo por cubrir las importaciones:

Compensación al vencimiento:	\$83,742.50
(-) Costo por cubrir las importaciones:	\$52,257.92
(=) Compensación neta:	\$31,484.58

Al comprar la cobertura cambiaria, la empresa estableció por adelantado el costo total de las importaciones, sin importar a qué nivel estuviera el dólar en el futuro. Es decir, fijó el costo de sus importaciones con un tipo de cambio de \$12.6928 pesos por dólar.

Liquidación de la mercancía: dólares 102,500 * \$13 =	\$ 1,332,500.00
(-) Compensación neta por contrato de cobertura cambiaria=	\$ 31,484.58
(=) Pago fijado por adelantado: dólares 102,500 * 12.6928 =	\$ 1,301,012.00

Como se puede comprobar en el caso anterior, el importador aseguró por adelantado el costo de las importaciones a \$12.6928 pesos por dólar y no le afectó en sus costos que el tipo de cambio se ubicara al final de la operación en un mayor nivel, facilitando así su planeación financiera.

### 3.4. Cobertura delta con opciones

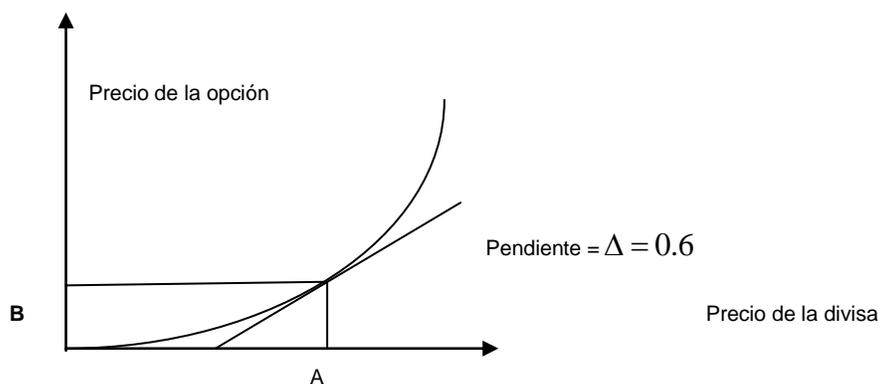
La cobertura con opciones se realiza con ayuda del coeficiente delta, que se fundamenta en un hecho sustantivo que es la relación entre el comportamiento del precio del activo subyacente y el precio de la opción, el coeficiente asume que la relación es constante en el periodo, a partir de este hecho se define que la posición delta neutral es aquella posición en donde las ganancias que se obtienen al aumentar el precio del activo subyacente son iguales a las pérdidas ocurridas cuando se ejerce la opción de compra.

La cobertura delta opera adecuadamente cuando la variación del precio del activo subyacente no rompe con la premisa de linealidad y se mantiene la relación de cambio entre el precio de la divisa y el precio del activo subyacente, en el caso que la relación no se cumpla es necesario ajustar la cobertura a esta divisa y se le conoce como cobertura delta dinámica.

El coeficiente delta ( $\Delta$ ) representa la relación entre la variación del tipo de cambio y el valor de la opción de compra de la divisa que es el activo subyacente, el rango de valor del coeficiente delta está entre 0 y 1 para opciones de compra y entre 0 y  $-1$  para opciones de venta. En la figura 4 se muestra el comportamiento de la relación entre el precio del activo subyacente y el precio de la opción de compra. El coeficiente delta se calcula a partir de la ecuación de Black y Scholes, donde  $c$  es el precio de la opción de compra y  $S$  corresponde al precio del activo subyacente que, para el caso de estudio, es el tipo de cambio.

$$\Delta = \frac{\partial c}{\partial S} \quad (3.4)$$

**Gráfica 3.2. Cálculo del coeficiente delta**



Fuente: Hull, 7ª Ed. Pág. 361

El objetivo de la cobertura delta es disminuir la posibilidad de pérdidas, en el caso que se vende una opción de compra sobre el tipo de cambio, si al término del periodo si el valor del subyacente es superior al pactado quien vende la opción asumirá una pérdida, si cuenta con el activo subyacente la pérdida se limita, en caso contrario deberá recurrir al mercado y la pérdida es igual al diferencial entre el precio de mercado y el precio de ejercicio. Como el precio del activo subyacente siempre cambia, una cobertura estática es aquella en que la cobertura se realiza una sola vez y permanece fija, al cambiar el precio siempre existirá una pérdida, para evitar esto cada vez que cambia el precio de mercado se obtiene una nueva delta que se debe ajustar momento a momento, a esta actividad se le denomina delta dinámica. El coeficiente delta se obtiene de la ecuación de Black, Scholes y Merton, para reducir el riesgo de un portafolio compuesto por opciones de compra el resultado indica cuantas opciones y cuantos activos se deben poseer para evitar incurrir en una pérdida.

En el análisis de Black, Scholes y Merton, el coeficiente delta para una opción de compra y una opción de venta en una divisa que no paga dividendos se obtiene con la expresión 3.5 para una opción de compra y 3.6 para una opción de venta.

$$\Delta(\text{call}) = N(d_1) \quad (3.5)$$

$$\Delta(\text{put}) = N(d_1) - 1 \quad (3.6)$$

La delta del portafolio de opciones solo depende del precio de mercado del activo subyacente que se representa por  $S$ .

$$\frac{\partial \Pi}{\partial S} \quad (3.7)$$

Donde:

$\Pi$  ► Representa el valor del portafolio.

En el caso de realizar la cobertura de un portafolio de múltiples activos si la delta del portafolio se calcula a partir de las deltas de las opciones de compra de los activos individuales que conforman el portafolio y la proporción de participación es la cantidad  $w_i$ , entonces la delta del portafolio se obtiene a partir de la expresión 3.8.

$$\Delta = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_i \quad (3.8)$$

Donde:

$\Delta_i$  ► Representa la delta de la opción.

El costo de transacción que ocasiona el coeficiente delta para los agentes que operan con derivados tiende a ser alto, porque los agentes tienen que balancear sus posiciones para mantener una delta neutral, lo que implica realizar diferentes operaciones las cuales ocasionan un costo por cada una de ellas, por lo que es conveniente realizar una sola operación en el activo subyacente y el resto del portafolio dejarlo en cero y así disminuir el costo por cada operación ya que la cobertura de costos de transacción se absorbe por la ganancia que se da en diferentes operaciones, como se muestra en la tabla 7 para el primer trimestre de 2008 y la tabla 8 para el cuarto trimestre de 2008.

**Tabla 6. Cálculo de la cobertura delta del primer trimestre del 2008**

Primer trimestre 2008							
Fecha	Precio spot	Delta		Número de acciones	Costo de las acciones compradas	Deuda	Interés
			0				
02/01/08	10.91	0.6204	62040	62040	\$ 676,670	\$ 676,670	\$ 269
03/01/08	10.88	0.5618	-5859	56181	-\$ 63,728	\$ 613,210	\$ 243
04/01/08	10.94	0.6591	9728	65909	\$ 106,390	\$ 719,844	\$ 286
07/01/08	10.91	0.6127	-4643	61266	-\$ 50,660	\$ 669,470	\$ 266
08/01/08	10.89	0.5690	-4366	56900	-\$ 47,546	\$ 622,190	\$ 247
09/01/08	10.97	0.6955	12652	69552	\$ 138,761	\$ 761,198	\$ 302
10/01/08	10.93	0.6295	-6604	62948	-\$ 72,178	\$ 689,321	\$ 274
11/01/08	10.94	0.6471	1759	64707	\$ 19,246	\$ 708,841	\$ 281
14/01/08	10.90	0.5719	-7516	57191	-\$ 81,943	\$ 627,179	\$ 249
15/01/08	10.93	0.6097	3783	60974	\$ 41,329	\$ 668,757	\$ 265
16/01/08	10.93	0.6166	687	61661	\$ 7,509	\$ 676,531	\$ 268
17/01/08	10.95	0.6508	3423	65084	\$ 37,482	\$ 714,282	\$ 283
18/01/08	10.92	0.5801	-7076	58008	-\$ 77,252	\$ 637,313	\$ 253
21/01/08	11.01	0.7445	16437	74445	\$ 180,988	\$ 818,554	\$ 325
22/01/08	10.93	0.5820	-16241	58204	-\$ 177,465	\$ 641,413	\$ 255
23/01/08	10.94	0.6075	2548	60752	\$ 27,878	\$ 669,545	\$ 266
24/01/08	10.90	0.5119	-9560	51192	-\$ 104,185	\$ 565,626	\$ 224
25/01/08	10.89	0.4961	-1582	49610	-\$ 17,234	\$ 548,616	\$ 218
28/01/08	10.87	0.4286	-6749	42861	-\$ 73,341	\$ 475,493	\$ 189
29/01/08	10.85	0.3741	-5450	37411	-\$ 59,108	\$ 416,573	\$ 165
30/01/08	10.82	0.3100	-6416	30995	-\$ 69,418	\$ 347,321	\$ 138
31/01/08	10.83	0.3266	1661	32656	\$ 17,992	\$ 365,450	\$ 145
01/02/08	10.81	0.2791	-4746	27910	-\$ 51,323	\$ 314,272	\$ 125
05/02/08	10.84	0.3157	3664	31574	\$ 39,705	\$ 354,102	\$ 141
06/02/08	10.82	0.2754	-4034	27540	-\$ 43,658	\$ 310,584	\$ 123
07/02/08	10.78	0.1858	-8957	18583	-\$ 96,556	\$ 214,151	\$ 85
08/02/08	10.76	0.1456	-4024	14559	-\$ 43,302	\$ 170,934	\$ 68
11/02/08	10.76	0.1347	-1092	13467	-\$ 11,752	\$ 159,250	\$ 63
12/02/08	10.76	0.1199	-1476	11991	-\$ 15,880	\$ 143,433	\$ 57
13/02/08	10.74	0.0892	-3070	8921	-\$ 32,978	\$ 110,512	\$ 44
14/02/08	10.75	0.0919	265	9186	\$ 2,849	\$ 113,406	\$ 45
15/02/08	10.76	0.0886	-326	8860	-\$ 3,507	\$ 109,943	\$ 44
18/02/08	10.73	0.0558	-3281	5579	-\$ 35,220	\$ 74,767	\$ 30
19/02/08	10.76	0.0719	1615	7194	\$ 17,377	\$ 92,174	\$ 37
20/02/08	10.79	0.0964	2441	9635	\$ 26,334	\$ 118,544	\$ 47
21/02/08	10.79	0.0912	-516	9119	-\$ 5,569	\$ 113,022	\$ 45
22/02/08	10.78	0.0611	-3007	6112	-\$ 32,412	\$ 80,655	\$ 32
25/02/08	10.78	0.0537	-738	5374	-\$ 7,957	\$ 72,729	\$ 29
26/02/08	10.73	0.0151	-3867	1507	-\$ 41,503	\$ 31,256	\$ 12
27/02/08	10.74	0.0126	-246	1261	-\$ 2,642	\$ 28,626	\$ 11
28/02/08	10.67	0.0011	-1154	107	-\$ 12,311	\$ 16,326	\$ 6
29/02/08	10.72	0.0031	205	312	\$ 2,197	\$ 18,530	\$ 7
03/03/08	10.71	0.0007	-247	65	-\$ 2,645	\$ 15,893	\$ 6
04/03/08	10.73	0.0006	-8	57	-\$ 86	\$ 15,813	\$ 6
05/03/08	10.70	0.0000	-53	4	-\$ 567	\$ 15,252	\$ 6
06/03/08	10.82	0.0082	814	818	\$ 8,810	\$ 24,068	\$ 10
07/03/08	10.84	0.0044	-381	437	-\$ 4,128	\$ 19,949	\$ 8
10/03/08	10.85	0.0014	-296	141	-\$ 3,211	\$ 16,746	\$ 7
11/03/08	10.78	0.0000	-141	0	-\$ 1,520	\$ 15,233	\$ 6

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 7. Cálculo de la cobertura delta del cuarto trimestre del 2008.**

Cuarto trimestre 2008							
Fecha	Precio Spot	Delta		Número de acciones	Costo de las acciones compradas	Deuda	Interés
			0				
01/10/2008	10,9775	0,6292	62924	62924	\$ 690.748	\$ 690748	274
02/10/2008	11,178	0,7694	14014	76938	\$ 156.648	\$ 847.671	336
03/10/2008	11,21	0,7906	2125	79063	\$ 23.821	\$ 871.828	346
06/10/2008	11,98	0,9477	15703	94766	\$ 188.122	\$ 1.060.296	421
07/10/2008	12,145	0,9670	1936	96702	\$ 23.513	\$ 1.084.230	430
08/10/2008	12,25	0,9767	968	97670	\$ 11.858	\$ 1.096.518	435
09/10/2008	12,544	0,9903	1361	99031	\$ 17.072	\$ 1.114.026	442
10/10/2008	13,12	0,9975	721	99752	\$ 9.460	\$ 1.123.927	446
13/10/2008	12,402	0,9609	-3664	96088	-\$ 45.441	\$ 1.078.932	428
14/10/2008	12,5	0,9699	898	96986	\$ 11.225	\$ 1.090.585	433
15/10/2008	12,74	0,9836	1373	98359	\$ 17.492	\$ 1.108.510	440
16/10/2008	13,06	0,9929	932	99291	\$ 12.172	\$ 1.121.122	445
17/10/2008	12,779	0,9843	-863	98428	-\$ 11.028	\$ 1.110.539	441
20/10/2008	12,95	0,9907	645	99073	\$ 8.353	\$ 1.119.332	444
21/10/2008	13,065	0,9938	305	99378	\$ 3.985	\$ 1.123.761	446
22/10/2008	13,6	0,9985	467	99845	\$ 6.351	\$ 1.130.558	449
23/10/2008	13,7	0,9990	58	99903	\$ 795	\$ 1.131.801	449
24/10/2008	13,5	0,9983	-78	99825	-\$ 1.053	\$ 1.131.198	449
27/10/2008	13,425	0,9980	-21	99804	-\$ 282	\$ 1.131.365	449
28/10/2008	13,23	0,9966	-148	99656	-\$ 1.958	\$ 1.129.855	448
29/10/2008	12,96	0,9923	-428	99228	-\$ 5.547	\$ 1.124.757	446
30/10/2008	12,64	0,9808	-1150	98078	-\$ 14.536	\$ 1.110.667	441
31/10/2008	12,86	0,9903	956	99034	\$ 12.294	\$ 1.123.402	446
03/11/2008	12,855	0,9913	96	99130	\$ 1.234	\$ 1.125.082	446
04/11/2008	12,54	0,9784	-1294	97836	-\$ 16.227	\$ 1.109.302	440
05/11/2008	12,649	0,9857	734	98570	\$ 9.284	\$ 1.119.026	444
06/11/2008	13,07	0,9962	1054	99624	\$ 13.776	\$ 1.133.246	450
07/11/2008	12,76	0,9902	-604	99020	-\$ 7.707	\$ 1.125.989	447
10/11/2008	12,82	0,9931	294	99314	\$ 3.769	\$ 1.130.205	448
11/11/2008	12,9425	0,9963	316	99630	\$ 4.090	\$ 1.134.743	450
12/11/2008	13,04	0,9980	168	99798	\$ 2.191	\$ 1.137.384	451
13/11/2008	13,119	0,9989	92	99890	\$ 1.207	\$ 1.139.042	452
14/11/2008	12,94	0,9982	-71	99819	-\$ 919	\$ 1.138.576	452
18/11/2008	13,1675	0,9995	135	99954	\$ 1.778	\$ 1.140.805	453
19/11/2008	13,2	0,9998	21	99975	\$ 277	\$ 1.141.535	453
20/11/2008	13,8	1,0000	24	99999	\$ 331	\$ 1.142.319	453
21/11/2008	13,835	1,0000	0	99999	\$ -	\$ 1.142.772	453
24/11/2008	13,47	1,0000	-1	99998	-\$ 13	\$ 1.143.212	454
25/11/2008	13,2745	1,0000	-1	99997	-\$ 13	\$ 1.143.653	454
26/11/2008	13,95	1,0000	2	99999	\$ 28	\$ 1.144.134	454
28/11/2008	13,42	1,0000	0	99999	\$ -	\$ 1.144.589	454
01/12/2008	13,59	1,0000	0	99999	\$ -	\$ 1.145.043	454
03/12/2008	13,654	1,0000	0	99999	\$ -	\$ 1.145.497	455
04/12/2008	13,534	1,0000	0	99999	\$ -	\$ 1.145.952	455
08/12/2008	13,44	1,0000	0	99999	\$ -	\$ 1.146.406	455
09/12/2008	13,582	1,0000	1	100000	\$ 14	\$ 1.146.875	455

Fuente: Elaboración propia.

### 3.5. Cobertura de opciones con los coeficientes theta, gama, vega y rho

Otro coeficiente que mide la sensibilidad de un portafolio es el coeficiente theta, este informa cual es la velocidad en la que varía el precio de una opción como consecuencia de la aproximación a la fecha de vencimiento de la misma, algunas veces a la theta de una opción también se le llama disminución temporal de la opción. Para la operación en los mercados financieros la theta se expresa como la pérdida en la prima de la opción por el transcurso de un día.

$$\text{Pérdida por día} = \frac{\text{Volatilidad anual}}{365} \quad (3.9)$$

La teta  $\Theta$  del portafolio de opciones es el índice del tipo de cambio del valor del portafolio con respecto a la fecha de vencimiento, también se le puede llamar como la decadencia del portafolio, para una opción de compra de una divisa que no paga dividendos, se expresa en la fórmula de Black y Scholes de la expresión 3.10 y para una opción de venta se presenta en la fórmula 3.11.

$$\Theta(\text{call}) = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT} N(d_2) \quad (3.10)$$

$$\Theta(\text{put}) = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT} N(-d_2) \quad (3.11)$$

La expresión 3.12 es la función de densidad de probabilidad para una distribución normal estándar del precio de una opción de venta sobre la divisa.

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \quad (3.12)$$

Cuando el coeficiente theta se mide en relación a días, theta es el cambio en el valor del portafolio cuando pasa un día, por lo tanto se puede medir la variación de theta con respecto a cualquier día del calendario o por día de operación del mercado, para obtener el coeficiente theta con respecto a días del calendario theta se divide entre 365 y cuando se calcula por días de operación se divide entre 252.

Theta es usualmente negativa para una opción<sup>1</sup>, esto se da porque el tiempo que pasa tiende a favorecer al valor menor, cuando el precio de la divisa es muy bajo, theta cierra en cero, theta no es igual que delta ya que hay mas incertidumbre en el precio futuro de la divisa que al paso del tiempo.

El coeficiente gama  $\Gamma$  de un portafolio de opciones representa la tasa de variación del coeficiente delta con respecto a la variación del precio del activo subyacente, el coeficiente gama de la opción asume la sensibilidad del coeficiente delta de la opción cuando se presentan cambios en el precio del activo subyacente, y se conoce como el coeficiente delta del coeficiente delta, como se expresa en 3.13.

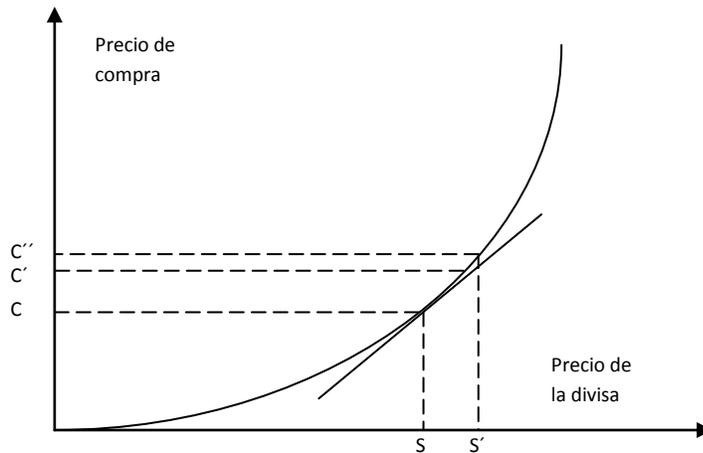
$$\Gamma = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial S^2} \quad (3.13)$$

Si hay una reducción en gama el cambio de delta es lento, si el valor de gama es largo la delta se vuelve sensible al precio del activo subyacente, en el caso de que el movimiento del precio de la divisa sea desde  $S$  a  $S'$ , la cobertura delta supone los movimientos del precio de la divisa desde  $C$  a  $C'$ , cuando el movimiento se da desde  $C$  a  $C''$ , la diferencia entre  $C'$  y  $C''$  lleva a un error en la cobertura. El tamaño del error depende de la curvatura de la relación entre el precio de la opción y el precio de la divisa, por lo tanto gama calculada nos lleva a esta curvatura.

---

<sup>1</sup> A excepción de poder ser una opción de venta en el dinero que no paga dividendos en la divisa o una opción de compra en el dinero con una tasa de interés muy alta en la moneda.

### Gráfica 3.3. Error de la cobertura



Fuente: Hull, 7ª Ed. Pág. 369.

Si  $\Delta S$  es el cambio del precio del activo subyacente durante un pequeño intervalo de tiempo,  $\Delta t$  y  $\Delta \Pi$  corresponden al precio del cambio en el portafolio como se expresa en 3.14.

$$\Delta \Pi = \Theta \Delta t + \frac{1}{2} \Gamma \Delta S^2 \quad (3.14)$$

La creación de un portafolio para gama, al suponer que el portafolio de delta neutral tiene a gama igual a  $\Gamma$ , y la opción que se negocia tiene una gama igual a  $\Gamma_T$ , si el número de opciones agregadas al portafolio es  $w_T$ , el portafolio de gama se expresa en la fórmula 3.15.

$$w_T \Gamma_T + \Gamma \quad (3.15)$$

Por lo tanto, la posición de una opción negociada necesita hacer un portafolio donde gama neutral es  $-\Gamma/\Gamma_T$ , la opción negociada puede cambiar la delta del portafolio, por lo tanto la posición en el activo subyacente tiene que cambiar para mantener delta neutralizada, se observa que el portafolio es gama neutral solamente para un periodo corto de tiempo, cuando el tiempo

pasa gama neutral puede mantenerse si la posición en la opción es ajustada para que siempre sea igual a  $-\Gamma/\Gamma_T$ .

El cálculo de gama para una compra en una opción de venta en una divisa que no paga dividendos, la gama se da por:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S_0 \sigma \sqrt{T}} \quad (3.16)$$

La relación entre los coeficientes delta, theta y gama se calcula a partir del precio de un derivado que depende de un activo subyacente que no paga dividendos y satisface la ecuación diferencial 3.17. Si el valor del portafolio es  $\Pi$  los derivados satisfacen la ecuación diferencial.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + rS \frac{\partial \Pi}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 \Pi}{\partial S^2} = r\Pi \quad (3.17)$$

Desde:  $\Theta = \frac{\partial \Pi}{\partial t}, \quad \Delta = \frac{\partial \Pi}{\partial S}, \quad \Gamma = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial S^2}$

Por lo tanto el resultado se muestra en la fórmula 3.18.

$$\Theta + rS\Delta + 1/2\sigma^2 S^2 \Gamma = r\Pi \quad (3.18)$$

Para el portafolio de delta neutral,  $\Delta = 0$  y  $r\Gamma$  igual a la expresión 3.19.

$$\Theta + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \Gamma = r\Pi \quad (3.19)$$

El coeficiente vega para una opción muestra la tasa de variación en el precio de la opción frente a pequeños cambios en la volatilidad del precio del activo subyacente. La vega del portafolio del derivado  $V$ , es la tasa de cambio del valor del portafolio con respecto a la volatilidad del activo subyacente.

$$V = \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} \quad (3.20)$$

En el caso de que el valor de vega sea alto, el valor del portafolio es muy sensible a pequeños cambios en la volatilidad y si el valor de vega es bajo, los cambios en la volatilidad tienen poco impacto en el valor del portafolio, por ejemplo, cuando hay un incremento en la volatilidad del activo subyacente habrá un aumento de la prima de la opción, mientras que una reducción en la volatilidad del precio del activo subyacente provocará una reducción de la prima de la opción.

Si  $V$  es la vega del portafolio y  $V_T$  es la vega de la opción entonces una posición de  $-V/V_T$  en la opción hace al portafolio vega neutral, pero si un portafolio es gama neutral no necesariamente tiene que ser vega neutral o viceversa.

**Tabla 8. Portafolio de opciones**

	Delta	Gama	Vega
Portafolio	0	-6,000	-8,000
Opción 1	0.7	0.6	2.0
Opción 2	0.6	0.8	1.2

**Fuente: Elaboración propia.**

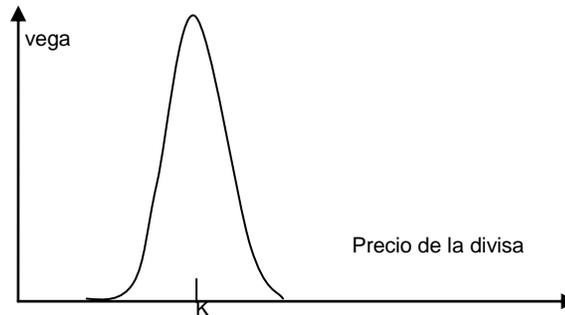
En un portafolio donde gama y vega son neutrales las opciones 1 y 2 de la figura 7, si  $w_1$  y  $w_2$  las cantidades de la opción 1 y opción 2 se agregan al portafolio, se necesitan  $-6,000 + 0.6w_1 + 0.8w_2 = 0$  y  $-8,000 + 2.0w_1 + 1.2w_2 = 0$ , en este caso  $w_1 = 400$  y  $w_2 = 6,000$ , por lo tanto el portafolio puede estar hecho de gama y vega neutral por incluir 500 de la opción 1 y 7000 de la opción 2. La delta del portafolio después de adicionar las posiciones de las dos opciones es  $500 \cdot 0.7 + 7,000 \cdot 0.6 = 4,550$ , por lo tanto 4,550 unidades del activo se tendrán que vender para mantener delta neutralizada.

Para una opción de compra o venta en una divisa que no paga dividendos, vega se obtiene con la ecuación 3.21.

$$V = S_0 \sqrt{T} N'(d_1) \quad (3.21)$$

La forma general en que vega varia con  $S_0$  como se observa en la gráfica 3.4.

**Gráfica 3.4. Variación del coeficiente vega**



Fuente: Elaboración propia.

Si se considera una opción de compra en una divisa que no paga dividendos donde el precio de la divisa es \$49, el precio de ejercicio \$50, la tasa libre de riesgo es 5%, la fecha de vencimiento es de 20 semanas (=0.3846 años) y la volatilidad es 20%. En este caso  $S_0 = 49$ ,  $K = 50$ ,  $r = 0.05$ ,  $\sigma = 0.2$  y  $T = 0.3846$ . La opción de vega es:

$$S_0 \sqrt{T} N'(d_1) = 12.1$$

El cálculo del coeficiente vega a partir del modelo de Black, Scholes y Merton en un principio se torna extraño porque el modelo asume que la volatilidad del activo subyacente es constante, en la realidad es mejor calcular el coeficiente vega a partir de un modelo en el que la volatilidad se asume estocástica.

Cuando se calcula la volatilidad implícita de opción de posición corta se encuentra que el cambio es mayor que cuando se calcula la volatilidad implícita de una opción de posición larga. Por simplicidad el coeficiente vega del portafolio se calcula a partir del cambio de la volatilidad de una opción de posición larga.

El coeficiente rho del portafolio de opciones es la tasa de cambio del valor del portafolio con respecto a la tasa de interés.

$$rho = \frac{\partial \Pi}{\partial r} \quad (3.22)$$

El coeficiente rho para una opción de compra que no paga dividendos se obtiene con la expresión 3.23 y para una opción de venta se obtiene con la ecuación 3.24.

$$rho(call) = KTe^{-rT} N(d_2) \quad (3.23)$$

$$rho(put) = -KTe^{-rT} N(d_2) \quad (3.24)$$

En el caso de una opción de compra en una divisa que no paga dividendos donde el precio de la divisa es \$49, el precio de ejercicio \$50, la tasa libre de riesgo es 5%, la fecha de vencimiento es de 20 semanas (=0.3846 años) y la volatilidad es 20%. En este caso  $S_0 = 49$ ,  $K = 50$ ,  $r = 0.05$ ,  $\sigma = 0.2$  y  $T = 0.3846$ . La opción de rho es:

$$KTe^{-rT} N(d_2) = 8.91,$$

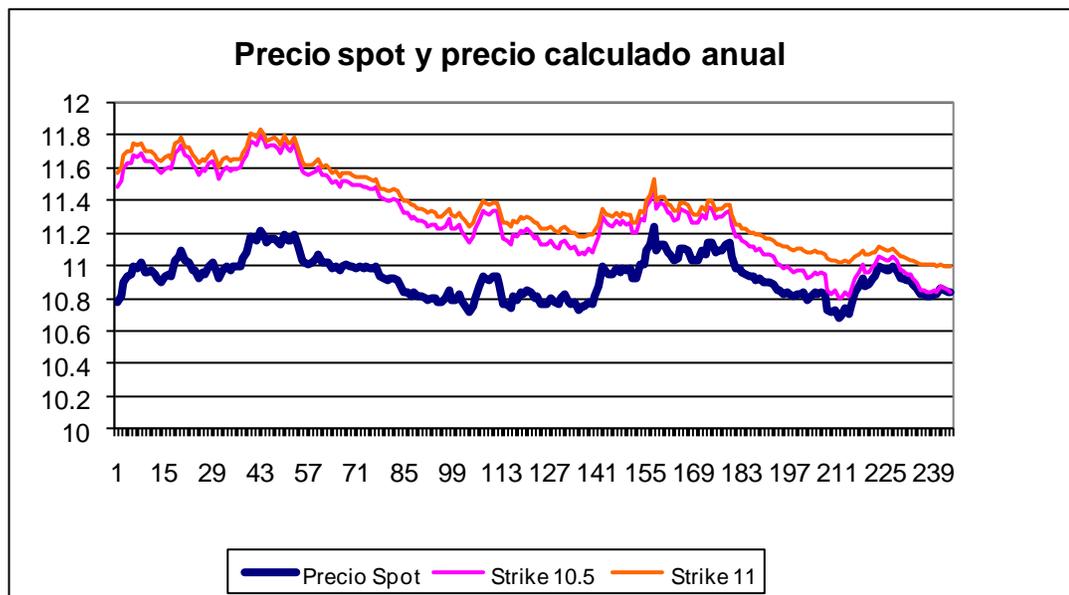
El resultado en este caso nos muestra que un incremento del 1% = 0.01 en la tasa libre de riesgo que va del 5% al 6%, incrementa el valor de la opción por aproximadamente  $0.01 * 8.91 = 0.0891$ .

### 3.6. Formación de precios en el mercado de derivados

La realidad de la cobertura es que en la práctica no es posible que los operadores de las instituciones financieras tengan el poder de reequilibrar sus portafolios y mantener los coeficientes iguales a cero, cuando un portafolio depende de un activo subyacente usualmente se negocian haciendo delta cero, o cierran a cero, en un mínimo una vez al día para negociar el activo subyacente, desafortunadamente una gama cero y una vega cero no es fácil lograrlas porque esto dificulta encontrar opciones u otros derivados no lineales se puede negociar en el volumen requerido en precios competitivos.

Una de las premisas del mercado de derivados es la formación de precios cuando se eliminan las condiciones de arbitraje, para comprobar este hecho se realizó una prueba del cálculo diario de un futuro y se repitió hasta llegar a la fecha de vencimiento al comparar los valores obtenidos en forma analítica con los precios de mercado que se reportan en el MexDer se encuentra que la aseveración se cumple y se muestra en la gráfica 3.5.

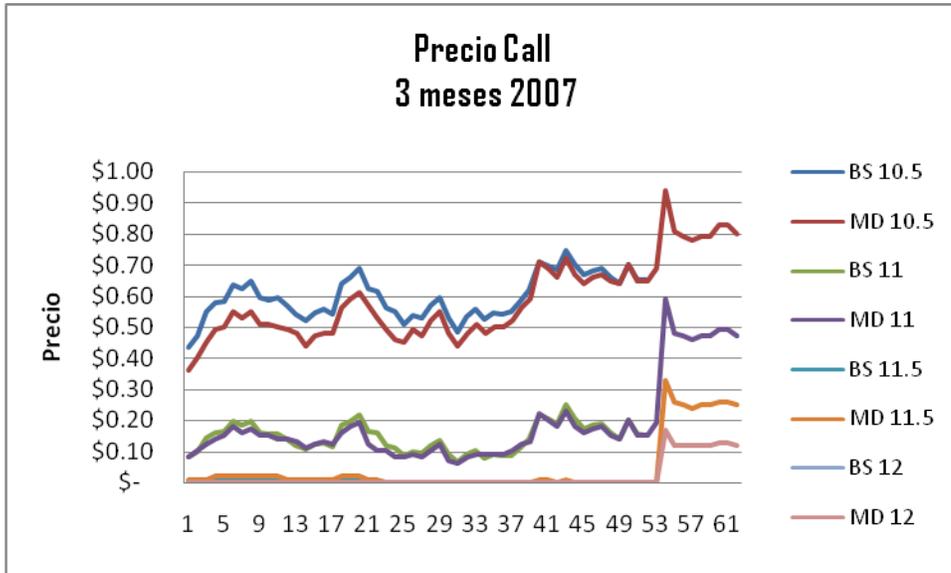
**Gráfica 3.5. Convergencia del precio de mercado y precio futuro de dólar**



**Fuente: Elaboración propia.**

Uno de los aspectos relevantes fue el ajuste de los parámetros del modelo para determinar el precio de las opciones sobre divisas, para calibrarlo se compararon los datos calculados con los datos reales para diferentes periodos de duración de las opciones de compra sobre divisas y estos resultados se presentan en la gráfica 3.6, donde se observa que los datos de mercados y los datos calculados son próximos, lo que da certidumbre y certeza a la investigación.

**Gráfica 3.6. Comparación entre datos calculados y datos de mercado**



Fuente: Elaboración propia.

Los resultados presentados muestran beneficios cuando el mercado de derivados se utiliza con el objetivo de realizar coberturas de tipo de cambio.

## CONCLUSIONES

En esta investigación se confirmó que cuando se utilizan los conceptos financieros adecuadamente en el mercado de derivados se logran beneficios importantes para quien los usa como un medio de cobertura, tanto en operaciones de compra como de venta de materias primas y productos terminados de las empresas que tienen transacciones internacionales.

Una experiencia importante en el desarrollo de la tesis fue que se ratificó la ausencia de arbitraje en el mediano plazo en la negociación del mercado de futuros sobre divisas, conclusión que se establece al observar la convergencia entre el precio calculado y el precio del mercado de los futuros sobre divisas negociados que se reportan en el mercado de derivados.

De forma empírica se comprobó el ajuste del modelo de Merton para determinar el precio de la opción de compra sobre el dólar en el mercado de divisas, en forma gráfica se verificó que las variaciones del precio real y el precio calculado son pequeñas en el horizonte de estudio.

Se encontró en el cálculo que es muy importante la adecuada determinación de la tasa de interés libre de riesgo tanto en México como en Estados Unidos, porque de ello depende la adecuación del cálculo del precio de la opción.

En el proceso de cobertura se analizaron las diferentes posibilidades por medio de portafolios de cobertura, se analizó el caso de futuros y el proceso de cobertura delta con una opción y su activo subyacente.

Un punto trascendente fue el análisis de la cobertura delta dinámica que trata de seguir las fluctuaciones del precio de mercado del activo subyacente buscando por medio del equilibrio entre las pérdidas y ganancias del

portafolio para reducir el riesgo de variación de la posición que se quiere cubrir.

En el análisis realizado el efecto y el costo de las coberturas se encontró que con la información relativa al periodo de estudio el costo de la cobertura oscila entre el 4% y 5 % del valor de la posición que es superada por los beneficios esperados ante los cambios normales de mercado se justifica la aplicación de la estrategia, ahora si se llegase a presentar una condición de alta volatilidad el beneficio crece en forma significativa, con información real se corrobora que una adecuada cobertura de tipo de cambio es benéfica para toda empresa que la utiliza.

Se comprobó que para cubrir el riesgo de tipo de cambio, el MexDer permite crear estrategias de cobertura utilizando opciones donde la pérdida máxima de las operaciones es el costo de la cobertura, también limita las pérdidas ante fluctuaciones cambiarias dando certidumbre a los flujos futuros por obligaciones o pagos que se tienen en dólares.

Es importante resaltar que el objetivo de aplicar una buena cobertura es el de disminuir la incertidumbre y evitar riesgos innecesarios al adquirir contratos de opciones sobre tipo de cambio, estos contratos eliminan el riesgo cambiario anticipando, los costos e ingresos derivados de transacciones comerciales y financieras, en plazos inferiores a 1 año.

En la investigación se comprobó que cuando una empresa adquiere una opción de compra sobre divisas, al comprar la cobertura cambiaria estableció por adelantado el costo total de las importaciones, sin importar a qué nivel estuviera el dólar en el futuro, es decir, fijó el costo de sus importaciones con un tipo de cambio, aseguró por adelantado el costo de las importaciones y no le afectó en sus costos que el tipo de cambio se moviera, facilitando así su planeación financiera.

## **Bibliografía**

- Boer, F. P. (2002). *The Real Options, Solution. Finding Total Value in a High-Risk World*. John Wiley & Sons, Inc.
- Brigham, Eugene F. y Ehrhardt, Michael C. (2006). *Finanzas corporativas (2ª. Ed)*. México; Cengage.
- Brigham, Eugene F y Houston, Joel F. (2001). *Fundamentos de administración financiera (10ª. Ed)*. México; Thomson.
- Díaz Tinoco, Jaime y Hernández Trillo, Fausto (2003). *Futuros y opciones financieras: Una introducción (3ª. Ed)*. México; Limusa.
- Fernández Izquierdo, M. Ángeles (1996). *Gestión de riesgos con activos derivados*. México; Universitat Jaume.
- García Santillan, A. (2007). *Sistema financiero mexicano y el mercado de derivados*. México.
- Gordon, J. Alexander (2003). *Fundamentos de inversiones: teoría y práctica*. México: Pearson Educación de México SA de CV.
- Hernández Muñoz, Lázaro (2003). *Los riesgos y su cobertura en el comercio internacional*. Madrid; Fundación confemetal.
- Hull, John C. (2008). *Fundamentals of futures and options markets (7ta ed.)*. New Jersey; Prentice-Hall, Inc.
- Hull, John C. (2000). *Options, Futures & other derivatives (4ta ed.)*. Upper Saddle River, Prentice-Hall, Inc.
- Jarrow Robert, Turnbull Stuart M. (2006). *Derivative Securites*. Editorial:South.
- Díaz, Carmen (2008). *Futuros y opciones sobre futures financieros. Teoría y práctica*. México; Parafino.
- Ketelhohn, Werner, Marín, J. Nicolás y Montiel, Eduardo Luis (2004). *Inversiones: análisis de inversiones estratégicas*. Bogotá, Colombia; Limusa.
- Lamothe Fernandez, Prosper (2001). *Opciones financieras, un enfoque fundamental*. México, DF; Mc Graw Hill.
- Lara, Alfonso (2008). *Productos derivados financieros. Instrumentos valuación y cobertura de riesgos*. México, DF; Limusa S.A. de C.V.

Larraga, Pablo y Elvira, Oscar (2008). *Mercado de productos derivados. Futuros, Forwards, opciones y productos estructurados*. Barcelona, España; Bresca Editorial S.L.

Levy Orlik, Noemi (2001). *Cambios Institucionales del sector financiero y sus efectos sobre el fondo de la inversión en México 1960-1994*. México, DF; Facultad de Economía de la UNAM, DEGAPA.

Madura, Jeff (2001). *Administración financiera internacional (6ª Ed)*. México; Thompson.

Madura, Jeff (2010). *Mercados e instituciones financieras (8ª Ed)*. México; Cengage.

Martínez Barbeito, Josefina y Villalón, Julio G. (2001). *Introducción al cálculo estocástico aplicado a la modelación económico-financiero-actuarial (1ª Ed)*. España; Netbiblo, S.L.

Merton, Robert C. y Bodie, Zwi (2003). *Finanzas*. México; Pearson Educación de México SA de CV.

Pérez Somalo Miguel, Lamothe Prosper (2007). *Opciones financieras y productos estructurados (3ra ed.)* España; Mc Graw Hill.

Piñeiro, Carlos, De Llano Monelos, Pablo y Álvarez García, Begoña (2007). *Dirección financiera: modelos avanzados de decisión con Excel (1ª Ed)*. México; Delta publicaciones.

Rodríguez de Castro, J. (1998). *Introducción al análisis de productos financieros derivados*. México, DF; Limusa.

Soldevilla, Emilio (1996). *Opciones y futuros sobre divisas: estrategias negociadoras del riesgo de cambio*. Madrid, España; Ediciones Díaz de Santos S.A.

Stephen A. Ross, Randolph W. Westerfield, Bradford D. Jordan (2001). *Fundamentos de finanzas corporativas (5ta ed.)* México, DF; Mc Graw Hill.

Van Horne, James C., Wachowicz, John M. (2002). *Fundamentos de administración financiera (11ª Ed.)*. México; Prentice Hall.

Warren, Edwards (2001). *Instrumentos financieros fundamentales*. Madrid, España; Pearson Educación, SA de CV.