



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

***ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIDAD ZACATENCO***

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

TESIS

**COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE EDIFICIOS DE
CONCRETO REFORZADO CONSIDERANDO VARIABILIDAD
EN PROPIEDADES ESTRUCTURALES**

PRESENTADA POR:

NOE QUIJADA CAMACHO

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS EN ESTRUCTURAS

DIRIGIDA POR:

DR. JORGE LUIS ALAMILLA LÓPEZ



México D.F. Marzo 2010



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México D.F. siendo las 15:00 horas del día 30 del mes de octubre del 2009 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E.S.I.A.-U.Z. para examinar la tesis de grado titulada:
"COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE EDIFICIOS DE CONCRETO REFORZADO CONSIDERANDO VARIABILIDAD EN PROPIEDADES ESTRUCTURALES"

Presentada por el alumno:

| | | | | | | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <u>Quijada</u> Apellido paterno | <u>Camacho</u> Apellido materno | <u>Noe</u> Nombre(s) | | | | | | | |
| | | Con registro: <table border="1"> <tr> <td>B</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>6</td> </tr> </table> | B | 0 | 4 | 1 | 3 | 2 | 6 |
| B | 0 | 4 | 1 | 3 | 2 | 6 | | | |

aspirante de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN ESTRUCTURAS

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director de tesis

Dr. Jorge Luis Alamilla López

Dr. Esteban Flores Méndez

Dr. Norberto Domínguez Ramírez

Dr. Héctor Aureliano Sánchez Sánchez

Dr. Ramsés Rodríguez Rocha

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

M. en C. Pino Durán Escamilla



SECCIÓN DE ESTUDIOS DE
POSGRADO E INVESTIGACIÓN



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de México D.F. el día 26 del mes de enero del año 2010, el que suscribe Noe Quijada Camacho alumno del Programa de Maestría en Ciencias con especialidad en Estructuras con número de registro B041326, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación-ESIA Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Jorge Luis Alamilla López y cede los derechos del trabajo intitulado Comportamiento sísmico de edificios de concreto reforzado considerando variabilidad en propiedades estructurales, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: noe.quijada@ch2m.com ó noejaguar@hotmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Noe Quijada Camacho

CONTENIDO

| | |
|---|-----------|
| Resumen | IX |
| Abstract | X |
| Résumé | XI |
| | |
| CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN | 1 |
| I .1 Reseña teórico-histórica | 2 |
| I.1.1 Descripción del tema | |
| I.1.2 Antecedentes | |
| I .2 Objetivo general | 7 |
| I .3 Metas | 7 |
| I .4 Justificación | 8 |
| I .5 Alcances y limitaciones | 9 |
| | |
| CAPÍTULO II. METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN DE LA INFLUENCIA DE LA VARIABILIDAD | 10 |
| II.1 Análisis de incertidumbre sobre características del movimiento del terreno durante sismos | 11 |
| II.2 Cargas vivas en edificios | 12 |
| II.3 Cargas muertas en edificios | 13 |
| II.4 Incertidumbre en características geométricas de elementos estructurales | 13 |
| II.5 Incertidumbre en la resistencia a compresión del concreto en la estructura | 14 |
| II.6 Incertidumbre en la resistencia a tensión del concreto en la estructura | 14 |
| II.7 Incertidumbre en el módulo tangente del concreto | 15 |
| II.8 Incertidumbre en el comportamiento mecánico del acero estructural | 15 |
| II.9 Incertidumbre en el porcentaje de acero longitudinal | 15 |
| II.10 Propiedades de rigidez y comportamiento por carga cíclica de elementos de concreto reforzado | 16 |
| II.11 Índices para la evaluación de la diferencia entre respuestas | 17 |

| | |
|--|----|
| II.12. Diseño del tamaño de muestras | 18 |
| II.13 Valor esperado del periodo fundamental de un sistema estructural | 18 |
| CAPÍTULO III. OBTENCIÓN DE SIMULACIONES | 20 |
| III.1. Simulación de acelerogramas y espectros sintéticos | 21 |
| III.2. Descripción general de estructuras estudiadas | 21 |
| III.3. Simulación de familias de edificios con propiedades inciertas | 25 |
| CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE RESPUESTAS | 26 |
| IV.1. Análisis de respuesta | 27 |
| IV.2. Medición de la diferencia promedio entre respuestas | 34 |
| IV.3. Medición de la diferencia máxima entre respuestas | 36 |
| IV.4. Medición de la diferencia con intensidad sísmica variable | 39 |
| IV.5. Diseño del tamaño de muestras | 41 |
| IV.6. Construcción de las curvas PUSHOVER de los edificios | 42 |
| IV.7. Comparativa de los periodos de las estructuras | 43 |
| CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 44 |
| REFERENCIAS | 47 |
| APÉNDICE A | |
| Análisis de incertidumbre en el movimiento del terreno en diferentes sitios | 50 |
| APÉNDICE B | |
| Modelos Probabilísticos de las características estructurales que definen el comportamiento de edificios de múltiples niveles | 56 |
| APÉNDICE C | |
| Simulación de variables aleatorias correlacionadas a partir de distribuciones de | |

probabilidad marginales 76

APÉNDICE D

Estimación del coeficiente de correlación entre variables aleatorias con base en información subjetiva sobre la variabilidad de su cociente 79

APÉNDICE E

Estimación del coeficiente de correlación entre una variable aleatoria Y y la función aleatoria $Z = \sqrt{X}$ a partir de los primeros momentos estadísticos de sus distribuciones de probabilidad marginales 80

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO III. OBTENCIÓN DE SIMULACIONES

| | |
|---|----|
| Figura 3.1 Configuración geométrica de edificio de 5 niveles | 22 |
| Figura 3.2 Configuración geométrica de edificio de 10 | 23 |
| Figura 3.3 Configuración geométrica de edificio de 15 niveles | 24 |

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE RESPUESTAS

| | |
|---|----|
| Figura 4.1 Respuestas (desplazamientos y cortantes) de cada nivel del edificio n°43 de cinco niveles sometida a una excitación sísmica con periodo de retorno $T= 50$ años | 28 |
| Figura 4.2 Respuestas (desplazamientos y cortantes) de cada nivel del edificio n°64 de cinco niveles sometida a una excitación sísmica con periodo de retorno $T= 100$ año | 29 |
| Figura 4.3 Respuestas (desplazamientos y cortantes) de cada nivel del edificio n°34 de diez niveles sometida a una excitación sísmica con periodo de retorno $T= 50$ años | 31 |
| Figura 4.4 Respuestas (desplazamientos y cortantes) de cada nivel en el edificio n°5 de diez niveles sometida a un excitación sísmica con periodo de retorno $T= 100$ años | 32 |
| Figura 4.5 Respuestas (desplazamientos y cortantes) del nivel 15, en el edificio n°5 de quince niveles sometida a un excitación sísmica con periodo de retorno $T= 50$ años | 33 |
| Figura 4.6 Respuestas (desplazamientos y cortantes) del nivel 15, en el edificio n°92 de quince niveles sometida a un excitación sísmica con periodo de retorno $T= 100$ años | 33 |
| Figura 4.7 Diferencia promedio entre las respuestas de edificios de 5 niveles modelados con propiedades medias e inciertas | 34 |

| | | |
|-------------|---|----|
| Figura 4.8 | Diferencia promedio entre respuestas de los edificios de 10 niveles modelados con propiedades medias e inciertas | 35 |
| Figura 4.9 | Diferencia promedio entre respuestas de los edificios de 15 niveles modelados con propiedades medias e inciertas | 36 |
| Figura 4.10 | Diferencia máxima entre las respuestas de edificios de 5 niveles modelados con propiedades medias e inciertas | 37 |
| Figura 4.11 | Diferencia máxima entre respuestas de los edificios de 10 niveles modelados con propiedades medias e inciertas | 37 |
| Figura 4.12 | Diferencia máxima entre respuestas de los edificios de 15 niveles modelados con propiedades medias e inciertas | 38 |
| Figura 4.13 | Diferencia promedio contra aceleración espectral máxima de la familia de edificios de 5 niveles | 39 |
| Figura 4.14 | Diferencia promedio contra aceleración espectral máxima de la familia de edificios de 10 niveles | 40 |
| Figura 4.15 | Diferencia promedio contra aceleración espectral máxima de la familia de edificios de 15 niveles | 40 |
| Figura 4.16 | Diferencia promedio contra número de edificios para la familia de edificios de 5 y 10 niveles | 41 |
| Figura 4.17 | Curvas de cortante en la base contra desplazamiento en el extremo superior del edificio de 10 niveles, sometido a una excitación monótonicamente creciente en la base | 42 |

SÍMBOLOS UTILIZADOS

| | |
|---------------|--|
| f'_c | Resistencia nominal a compresión del concreto |
| f_t | Resistencia a tensión del concreto |
| i | Numero de entrepiso |
| k | Rigidez lateral del marco en estudio |
| k_T | Rigidez lateral total del edificio |
| N | Numero de edificios |
| M | Magnitud del sismo |
| m_i | Masa de cada entrepiso |
| m_{iT} | Masa total del entrepiso i del conjunto estructural |
| M_0 | Valor medio de carga viva |
| $m_{\hat{x}}$ | Vector de medias formado por las n variables aleatorias involucradas |
| R | Distancia del epicentro del sismo |
| T | Periodo fundamental de un sistema |
| T_r | Duración de la respuesta |
| \hat{X} | Vector de variables aleatorias |
| y_{inc} | Desplazamiento en el extremo superior del edificio con propiedades inciertas |
| y_{med} | Desplazamiento en el extremo superior del edificio con propiedades medias |



| | |
|----------------------|---|
| ε | Diferencia promedio |
| ε_{\max} | Diferencia máxima |
| $\bar{\varepsilon}$ | Cociente de la diferencia promedio entre el número de edificios |

RESUMEN

En general los requerimientos de diseño estructural se basan en un conjunto de reglas que deben satisfacerse. Estas reglas incluyen entre otros parámetros, factores de resistencia y de carga, así como valores nominales de resistencia y de carga. Una vez que el sistema estructural es construido y puesto en servicio, las características dinámicas como periodo, rigidez y resistencia (entre otras) serán diferentes a las proyectadas durante el diseño. Esta diferencia se debe a los factores mencionados, así como a la variabilidad en las propiedades geométricas y mecánicas de los elementos, durante el proceso constructivo y a la propia variabilidad en los materiales utilizados. Esto implica que las respuestas dinámicas, aún para edificios con características similares y desplantados en zonas sísmicas similares, será diferente uno del otro.

En este trabajo se presenta el estudio de la influencia de la variabilidad de las propiedades geométricas y mecánicas, así como la de cargas gravitacionales, sobre la respuesta dinámica no lineal de edificios de concreto reforzado. Esta influencia es caracterizada por medio de un índice que cuantifica la diferencia entre la respuesta asociada a edificios con características inciertas y la correspondiente a edificios con propiedades medias.

En el presente trabajo se analizan edificios de concreto reforzado a base de marcos rígidos de 5, 10 y 15 niveles, debido a que son el tipo de edificios mas representativos de la ciudad de México. La variabilidad en las características geométricas, mecánicas y en las acciones verticales se obtiene mediante la técnica de simulación de Monte Carlo. Se considera que los edificios están desplantados en la zona blanda del valle de México, debido a que se tomo para el análisis, el registro sísmico de la SCT de 1985 la cual esta ubicada en dicha zona. Cada historia sísmica se considera como un proceso estocástico gaussiano no estacionario con propiedades estadísticas dependientes de la magnitud y la distancia del sitio.

ABSTRAC

In general, the structural design requirements are based on a set of rules that must be complied with. These rules include, among other parameters, strength and load factors, as well as strength and load nominal values. Once the structural system is built and used, the dynamic characteristics such as period, rigidity and strength (among others) will be different to the ones projected during the design. This difference is due to the factors mentioned previously, as well as the variability in the geometric and mechanical quality of the items during the construction process, and the own variability of the materials used. This implies that the dynamic responses, even for buildings with similar characteristics and founded on similar seismic zones, will be different in each of them.

This work presents the influence study of the geometric and mechanical qualities variability, as well as the gravity loads on reinforced concrete buildings non-linear dynamic response. This influence is characterized by a rate that quantifies the difference between the response associated to buildings with uncertain characteristics and the response corresponding to the buildings with average qualities.

This work analyzes 5, 10 and 15-stories, reinforced concrete buildings made with rigid frames, since they are the most representative type of buildings in Mexico City. The variability in the geometric and mechanical characteristics and in the vertical actions is obtained by means of Monte Carlo simulation technique. It is considered that the buildings are founded on the soft area of Mexico's valley, since the 1985 seismic record of the Department of Communications and Transportation (SCT, acronym in Spanish), which is located in such zone, was used for the analysis. Each seismic record is considered an unsteady Gaussian stochastic process with statistical properties depending on the site magnitude and distance.

RÉSUMÉ

En général, les exigences de conceptions (design) structurelles sont basées sur un jeu des règles qui doivent être observées. Ces règles incluent, parmi d'autres paramètres, les facteurs de résistance et de charge, ainsi que les valeurs nominales de ces facteurs de résistance et de charge. Une fois que le système structurel est construit et utilisé, les caractéristiques dynamiques comme la période, la rigidité et la force (parmi d'autres) seront différentes à ceux projetés durant la conception. Cette différence est due aux facteurs mentionnés précédemment, ainsi que la variabilité de la qualité géométrique et mécanique des articles pendant le processus de construction, et la variabilité propre des matériaux utilisés. Cela implique que les réponses dynamiques, même pour des constructions avec des caractéristiques semblables et fondés sur des zones sismiques semblables, seront différentes pour chacune d'entre elles.

Ce travail expose l'étude de l'influence de la variabilité des propriétés géométriques et mécaniques, ainsi que les charges gravitationnelles, sur la réponse dynamique non-linéaire des bâtiments de béton armé. Cette influence est caractérisée par un taux qui quantifie la différence entre la réponse associé aux bâtiments avec des caractéristiques incertaines et la réponse correspondant aux constructions de qualités moyennes.

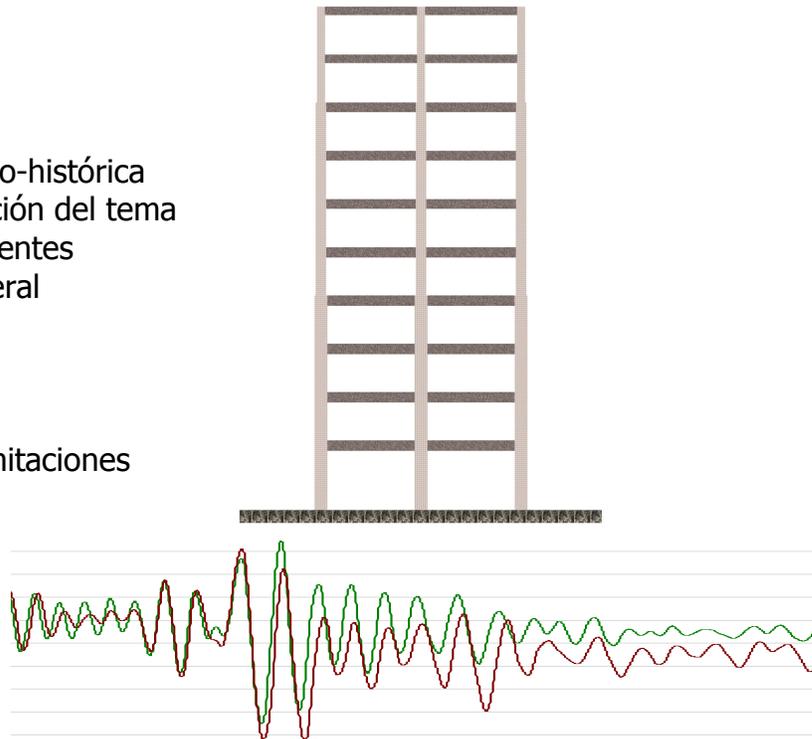
Ce travail analyse 5, 10 et à 15 histoires, de bâtiments construits en béton armé avec des cadres rigides, d'autant que ces types de constructions sont les plus représentatives dans la ville de Mexico. La variabilité dans les caractéristiques géométriques et mécaniques et dans les actions verticales est obtenue au moyen de la technique de simulation de Monte Carlo. On considère que les bâtiments sont construis sur la zone molle de la vallée de Mexico, puisque pour l'analyse on a utilisé le registre sismique de la Secrétaire de Communications et Transports (SCT) de 1985, laquelle est localisé en cette zone. Chaque registre sismique est considéré un processus stochastique Gaussienne non-stationnaire avec des propriétés statistiques dépendant de la magnitude et la distance de l'endroit.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Contenido

- I .1 Reseña teórico-histórica
 - I.1.1 Descripción del tema
 - I.1.2 Antecedentes
- I .2 Objetivo general
- I .3 Metas
- I .4 Justificación
- I .5 Alcances y limitaciones



Resumen

En el presente capítulo se expone una descripción general, así como algunos trabajos realizados por diferentes investigadores. Posteriormente se establece el objetivo, las metas y la justificación.

I.1 Reseña teórico-histórica

I.1.1 Descripción del tema

En este trabajo se presenta el estudio de la influencia de la variabilidad de las propiedades geométricas y mecánicas, así como de las cargas gravitacionales, sobre la respuesta dinámica no lineal de edificios de concreto reforzado de 5, 10 y 15 niveles a base de marcos rígidos de concreto reforzado sometidos a perturbaciones sísmicas sintéticas. La respuesta es evaluada en términos del desplazamiento en el extremo superior del edificio. Dicha influencia es medida con la aplicación de dos variables, diferencia promedio y diferencia máxima, la cual se genera al realizar la comparativa entre las respuestas de los edificios con propiedades medias y su correspondiente con propiedades inciertas.

I.1.2 Antecedentes

En la actualidad, las normas de diseño sísmico en México (NTC para el DF) caracterizan el movimiento del terreno mediante un espectro que relaciona aceleraciones máximas efectivas con periodos naturales de estructuras de un grado de libertad. Este espectro se define a través de una serie de coeficientes sísmicos y parámetros que caracterizan su forma, de acuerdo con el tipo de terreno y el lugar en el que será proyectada la estructura. Además, las normas de diseño proveen fórmulas simples que determinan una distribución lateral de fuerzas y toman en cuenta la disipación de energía, asociada con la posible incursión de la estructura en el intervalo inelástico mediante la reducción de las fuerzas sísmicas utilizando distintos factores para tal efecto.

A pesar de su sencillez y facilidad en la aplicación de la práctica profesional, las normas mencionadas simplifican un problema muy complejo, ya que se basan en suposiciones y experiencias obtenidas del comportamiento de las estructuras durante sismos ocurridos a través del tiempo. Esto tiene como consecuencia que la probabilidad de supervivencia

de estructuras sometidas a excitaciones sísmicas no esté establecida con claridad en las normas de diseño.

De acuerdo con Esteva. (2001) el objetivo final de toda norma de diseño es lograr que las estructuras construidas tengan un óptimo desempeño durante su ciclo de vida; por lo tanto las propiedades mecánicas, rigidez y resistencia, de un sistema deben ser determinadas sobre las bases de un análisis de optimación como el propuesto por Rosenblueth (1976). De acuerdo con los autores mencionados, este análisis debe tomar en cuenta las incertidumbres en las acciones a las que se somete la estructura durante su ciclo de vida, así como la variabilidad en las propiedades geométricas y mecánicas de los elementos que integran dicha estructura. Dicho análisis requiere de un estudio de confiabilidad donde intervengan las incertidumbres mencionadas y un análisis de costo-beneficio donde se maximicen las utilidades esperadas. Así, el primer paso es efectuar un análisis de confiabilidad que de acuerdo con Esteva (1995) consiste en los siguientes puntos:

- 1) un estudio de análisis de daños para temblores de intensidades dadas, que tome en cuenta las incertidumbres en las propiedades estructurales como son, las características geométricas de los elementos, propiedades mecánicas, e incertidumbres en las acciones verticales y acciones sísmicas, entre otros efectos.

- 2) un análisis de peligro sísmico a fin de evaluar las probabilidades de ocurrencia de temblores para intervalos dados de tiempo.

En México se han dedicado pocos esfuerzos a estudiar varios de los conceptos mencionados; entre ellos destacan los trabajos siguientes: Esteva y col. (1973) representan aceleraciones y velocidades máximas de las excitaciones sísmicas mediante funciones de atenuación; Ordaz (1994) caracteriza el espectro de amplitudes de Fourier de las aceleraciones sísmicas del terreno por medio de funciones de atenuación; Ordaz

(1995) obtiene historias sísmicas mediante funciones de Green empíricas; Grigoriu. (1988) representan las características detalladas del movimiento del terreno por medio de procesos estocásticos modulados en amplitud y frecuencia; Ordaz (1988) estiman ordenadas espectrales máximas mediante la técnica de vibraciones aleatorias; Esteva (1969, 1970, 1976) desarrolla un método probabilista para evaluar la sismicidad de las fuentes cercanas; Ruiz y Soriano (1997) estiman cargas vivas sobre edificios de oficinas; Mendoza (1984, 1991), Meli y Mendoza (1991) y Rodríguez y Botero (1996) mediante estudios experimentales caracterizan las propiedades estadísticas del concreto y del acero estructural. Sin embargo, poco se ha hecho por unificar estos conceptos e integrarlos en un formato de análisis de confiabilidad con el fin de evaluar el desempeño estructural de manera que incorpore las principales fuentes de incertidumbres que intervienen en la seguridad estructural. Dentro de los pocos trabajos que van en esta dirección es posible mencionar los trabajos de Esteva (1989, 2000a, 2000b 2001), Heredia-Zavoni (2000) y Montes-Iturrizaga (2001). En Estados Unidos destacan los trabajos de Sewell y col. (1987), Bazurro y col. (1994) y Collins (1996). En lo que sigue se discuten algunas de las aportaciones y limitaciones de estos últimos trabajos.

Esteva y col. (1989) calculan tasas esperadas de falla de estructuras de concreto reforzado sujetas a acciones sísmicas inciertas. Las características geométricas y mecánicas, así como las acciones verticales, son simuladas aplicando el método de Monte Carlo. En dicho trabajo, el mecanismo de falla estructural se evalúa en términos del mínimo factor de seguridad en los entrepisos que integran el conjunto estructural. Este factor es estimado a partir de la ductilidad demandada por las acciones sísmicas, y la ductilidad disponible. Para esta última ductilidad se adopta una función de distribución logarítmico normal.

Por otra parte, Sewell y col. (1987) y Bazurro y col. (1994) calculan espectros de peligro uniforme para varios estados de daño en estructuras de múltiples niveles. El nivel de daño en estos trabajos está dado en términos de ductilidades globales que se

obtienen a partir del desplazamiento experimentado en el extremo superior del edificio. De acuerdo con esto, para alcanzar un estado de daño específico, la estructura se somete a una excitación sísmica multiplicada por un factor adecuado que se obtiene mediante un procedimiento iterativo de análisis de respuesta. La principal aportación de estos trabajos consiste en que el nivel de daño esperado se relaciona con la configuración estructural desplazada impuesta por las características del movimiento en cuestión. Sin embargo, dichos trabajos tienen el inconveniente de que las propiedades de la estructura se suponen conocidas en forma determinista; además, no se estima el nivel de daño en la estructura en relación con el estado del daño asociado con el colapso de la estructura.

Collins (1996) propone un procedimiento probabilista para evaluar el desempeño de estructuras sujetas a excitaciones sísmicas. Dicho procedimiento consiste en evaluar la respuesta de la estructura por medio de un sistema equivalente de un grado de libertad, de manera que la historia de la respuesta del sistema equivalente represente de manera simple y confiable la historia de desplazamientos en el extremo superior del edificio. En dicho trabajo, el desempeño de la estructura se representa por medio del desplazamiento máximo de la historia de desplazamientos previamente obtenida, y es afectado por factores que toman en cuenta la influencia de las características del sitio en cuestión y la incertidumbre entre el sistema equivalente y el sistema de múltiples niveles. Dicha metodología tiene la virtud de ser simple, además tiene la ventaja de que la respuesta del sistema equivalente se puede relacionar directamente con espectros de peligro uniforme. Sin embargo, igual que en los trabajos descritos en el párrafo anterior, no es posible evaluar cuantitativamente el nivel de daño de la estructura con respecto al estado del daño de colapso de la estructura; además no se toma en cuenta la contribución de todo el posible intervalo de intensidades sísmicas que pueden afectar el comportamiento de la estructura y por lo tanto, no se tiene idea de la probabilidad de falla del sistema.

Alamilla (1997) desarrolla un modelo para obtener acelerogramas artificiales. Cada historia de tiempo es considerada un proceso estocástico gaussiano no estacionario con propiedades estadísticas dependientes de la magnitud y la distancia al sitio. Alamilla (2001) plantea un modelo para el análisis de confiabilidad de estructuras en zonas sísmicas. La confiabilidad se evalúa en términos de índices de confiabilidad para intensidades dadas, tasas de falla por unidad de tiempo y probabilidades de falla para lapsos de tiempo dados. El modelo considera las fuentes de incertidumbre que pueden ser significativas en la respuesta estructural; entre ellas están las referidas al movimiento del terreno, las propiedades geométricas y mecánicas de los elementos estructurales, así como las asociadas con la masa estructural, caracterizada por cargas vivas y muertas actuantes. Las características detalladas del movimiento del terreno se representan mediante un proceso estocástico modulado en amplitud y frecuencia, en el que sus propiedades evolutivas, tales como duración, amplitud y contenido de frecuencias, se tratan como variables inciertas dependientes de la distancia al foco sísmico y de la magnitud. Estas últimas cantidades también son inciertas para niveles de intensidades dadas, por lo que dicha incertidumbre se trata por medio del teorema de Bayes en términos de atenuación y de la sismicidad de las fuentes cercanas.

I .2 Objetivo general

Evaluar la influencia de la variabilidad en las propiedades mecánicas de los elementos estructurales, así como la variabilidad de las cargas gravitacionales sobre el desempeño de edificios de concreto reforzado, sometidos a perturbaciones sísmicas.

I .3 Metas

- Identificación y análisis de las principales fuentes de incertidumbre y variabilidad en las propiedades geométricas, mecánicas y en cargas gravitacionales.
- Análisis dinámico para estimar el comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado.
- Proponer índices simples, para evaluar la diferencia generada entre las respuestas; en este caso se toman los desplazamientos en el extremo superior de cada edificio.
- Evaluación de la capacidad resistente de estructuras de concreto reforzado por medio de análisis de empuje lateral (Push-over).

I .4 Justificación

Los requerimientos de diseño estructural en México, se basan en un conjunto de reglas que deben satisfacerse. Estas reglas se basan en la aplicación de valores nominales de resistencia y de carga, así como la aplicación de factores de carga. Una vez que el sistema estructural es construido y puesto en servicio, los valores de resistencia de los materiales, las dimensiones de los elementos, así como las cargas gravitacionales actuantes serán diferentes de elemento estructural a elemento estructural de piso a piso y de crujía a crujía. Los valores que toman estas cantidades variarán alrededor de la media estadística de la cantidad en cuestión. En general dichos valores serán inciertos y serán diferentes de los valores nominales con los que fueron proyectados. Esto significa que las características de masa y rigidez del sistema, y por lo tanto su desempeño sísmico estará influenciado fuertemente por los valores y variaciones de las propiedades geométricas, mecánicas y de las cargas gravitacionales.

En la práctica profesional, como en algunas investigaciones, las rigideces de los elementos se estiman a partir de las secciones netas de los elementos, que en general son mayores que las que resultan de considerar las secciones agrietadas de los mismos. A esto se añade, para el caso específico de concretos típicos de la ciudad de México, los valores bajos que se tienen en los módulos tangentes del concreto, comparados con los que se emplean en el diseño de los elementos estructurales. Esto trae como consecuencia que los periodos fundamentales de las estructuras diseñadas sean mayores que los calculados, lo que implica que se subestimen las fuerzas laterales de diseño y que las estimaciones en las respuestas dinámicas no lineales que resultan de aplicar programas de análisis posean un sesgo considerable.

En muchos trabajos no se considera la variabilidad en las propiedades mecánicas, ya que se supone que estas no influyen significativamente en el comportamiento dinámico de la estructura. Sin embargo, hasta ahora dicha suposición no ha sido verificada en ningún estudio.

I .5 Alcances y limitaciones

- Las aplicaciones de este estudio se limitan a sistemas estructurales de concreto reforzado a base de trabes y columnas de 5, 10 y 15 niveles, esto considerando que son el tipo de edificios mas representativos de la ciudad de México, de los cuales se analizará un conjunto de cien edificios por cada tipo de edificación, que son la cantidad necesaria para poder realizar estudios estadísticos, de acuerdo al diseño de muestra.
- Estas aplicaciones se efectuarán para la zona del valle de México. El sitio de la estación acelerográfica de la que se tomo un registro, esta localizado en el sótano del edificio de la Secretaria de Comunicaciones y Transportes ubicado sobre la avenida Eje Central.
- Se obtendrá una muestra de cien acelerogramas artificiales, utilizando el modelo de Alamilla (1997). Cada historia de tiempo es considerada un proceso estocástico gaussiano no estacionario con propiedades estadísticas dependientes de la magnitud y la distancia del sitio.
- Se considera que los elementos no estructurales, como son muros divisorios, puertas, ventanas, instalaciones y barandales entre otros están suficientemente desligados de la estructura principal, por lo que no contribuyen a la rigidez y resistencia total de la estructura.
- Con base en las normas de diseño, se considera que la falla por flexión es más probable de ocurrir que la falla por cortante o carga axial.

CAPÍTULO II

METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN DE LA INFLUENCIA DE LA VARIABILIDAD

Contenido

- II. 1 Análisis de incertidumbre sobre características del movimiento del terreno durante sismos
- II. 2 Cargas vivas en edificios
- II. 3 Cargas muertas en edificios
- II. 4 Incertidumbre en características geométricas de elementos estructurales
- II. 5 Incertidumbre en la resistencia a compresión del concreto en la estructura
- II. 6 Incertidumbre en la resistencia a tensión del concreto en la estructura
- II. 7 Incertidumbre en el módulo tangente del concreto
- II. 8 Incertidumbre en el comportamiento mecánico del acero estructural
- II. 9 Incertidumbre en el porcentaje de acero longitudinal
- II. 10 Propiedades de rigidez y comportamiento por carga cíclica de elementos de concreto reforzado
- II. 11 Índices para la evaluación de la diferencia entre respuestas

Resumen

En este capítulo se exponen las metodologías empleadas para obtener la variabilidad en los edificios, así como las diferentes propiedades consideradas para el estudio y la obtención estadística de la variabilidad.

II.1 Análisis de incertidumbre sobre características del movimiento del terreno durante sismos

Para obtener adecuadamente la respuesta estructural de un edificio es necesario contar con registros de movimientos del terreno durante sismos (acelerogramas o espectros de sismo que se hayan presentado en el lugar donde se piensa construir el edificio); lamentablemente en la actualidad no se cuenta con un número suficiente de registros para llevar a cabo un análisis de confiabilidad; por lo que se han realizado distintas investigaciones, destinadas a desarrollar modelos matemáticos de procesos estocásticos para representar las características detalladas del movimiento del terreno que se pudieran presentar en posibles eventos futuros.

En este trabajo se adopta el modelo de simulación de registros sísmicos desarrollado por Alamilla (2001). Este modelo es definido por un conjunto de funciones que describen la evolución de las amplitudes y contenido de frecuencias durante un temblor. La forma de dichas funciones, así como sus correspondientes parámetros, se determinan a partir de la información de registros de aceleración sísmicos ocurridos con diferentes fuentes sísmicas. Estos parámetros se relacionan directamente con la magnitud M y la distancia del epicentro del sismo R , a los que se ajustan funciones semi-empíricas de atenuación con el fin de caracterizar las propiedades estadísticas de las funciones que controlan la evolución del movimiento del terreno durante un sismo. Una descripción detallada de la metodología seguida para la obtención de simulaciones de registros sísmicos, se muestra en el apéndice A.

II.2 Cargas vivas en edificios

En la actualidad para fines de diseño las cargas vivas son consideradas de acuerdo a los reglamentos de construcción que se apliquen, como valores constantes distribuidos uniformemente sobre los distintos pisos o cubiertas, pero en la realidad no lo son, la intensidad de la carga viva sostenida varía de un punto a otro alrededor de una media aplicada a la población de edificios con el mismo tipo de ocupación (en nuestro caso oficinas) y que a su vez varían de piso en piso y de un edificio a otro .

Para la obtención de las cargas vivas se tomaron los estudios estadísticos sobre edificios de oficinas desplantados en la ciudad de México, realizado por Ruiz y Soriano (1997). En este estudio el valor medio de la carga viva de cuatro edificios resultó igual a $m_0=75.1 \text{ kg/m}^2$ la cual es distinta a la considerada por el reglamento de construcciones del Departamento del Distrito Federal.

Actualmente, para describir las cargas que actúan sobre los diferentes niveles de un edificio se emplean modelos probabilistas, ya que dichas cargas son inciertas. Por ello en este trabajo se adoptan métodos de Monte Carlo para obtener cargas gravitacionales sobre edificios. Para realizar esto se emplea el modelo de cargas propuesto por Pier y Cornell (1973), con parámetros estadísticos representativos de cargas vivas sobre edificios de la ciudad de México. La metodología empleada para la obtención de las cargas vivas en los distintos edificios se muestra en el apéndice B.

II.3 Cargas muertas en edificios

El reglamento de construcciones del Departamento del Distrito Federal establece, para fines de diseño, un valor nominal de carga muerta, pero en la realidad las estimaciones de cargas muertas actuantes en edificios son afectadas cuantitativamente por las variaciones en las dimensiones de los elementos, así como por las variaciones en los pesos específicos de los materiales empleados. Actualmente no se cuenta con datos estadísticos que describan la variabilidad espacial de la carga muerta en los edificios; la única información disponible es la que se refiere a la variabilidad en los pesos específicos de los materiales, de la que es posible inferir en forma aproximada la cargas muertas actuantes sobre las estructuras. La metodología empleada para la obtención de las cargas muertas se muestra en el apéndice B.

II.4 Incertidumbre en características geométricas de elementos

Una etapa importante durante el diseño de una estructura es la que tiene que ver con el dimensionamiento de los elementos de concreto; es decir, con las propiedades geométricas de los elementos, como son, altura, ancho, área de acero, espesor de losa, peraltes efectivos, etc. Sin embargo, estas propiedades difieren cuantitativamente de las que resultan después de haberse construido el edificio, lo que implica que en el análisis de confiabilidad deban tomarse en cuenta estas variaciones, ya que influyen en las estimaciones de rigidez, resistencia y deformación de los elementos estructurales. En el apéndice B se muestra la metodología empleada para la obtención de la variabilidad de las propiedades geométricas en los edificios estudiados.

II.5 Incertidumbre en la resistencia a compresión del concreto en la estructura

Convencionalmente la resistencia a compresión del concreto se estima a partir de cilindros de concreto ensayados en laboratorio a los 28 días después de haberse realizado el colado. En esta fabricación y ensaye, intervienen muchas variables que afectan en cierta forma la resistencia final del cilindro, de tal forma que dicha resistencia varía una cierta cantidad con respecto a la resistencia a compresión especificada, f'_c , que en lo que sigue se denominará resistencia nominal a compresión del concreto.

Por otra parte, la resistencia del concreto en una estructura difiere de la de los cilindros; en general, tiende a ser menor por diversas condiciones, como son procedimientos de curado, cantidad de agua en ciertas zonas debido a la altura del elemento, tamaño y forma de los elementos, temperatura, humedad y efecto de los diferentes regímenes de esfuerzo a los que es sometida la estructura. En el apéndice B se muestra la metodología empleada para la obtención de la resistencia a compresión.

II.6 Incertidumbre en la resistencia a tensión del concreto en la estructura

Otra característica mecánica, no menos importante, es la resistencia a tensión del concreto, f'_t , que se relaciona con el agrietamiento de los elementos de concreto, cuando estos se someten a momentos flexionantes, la cual al igual que la resistencia en compresión varía debido a las distintas condiciones mencionadas, con lo cual podemos concluir que existe una correlación entre ambas. La metodología empleada se muestra en el apéndice B.

II.7 Incertidumbre en el módulo tangente del concreto

El módulo tangente caracteriza el comportamiento material de elementos estructurales de concreto sometidos a esfuerzos axiales y cortantes. Esta propiedad, igual que la resistencia a tensión del concreto, se relaciona con su resistencia nominal a compresión, debido a las condiciones ambientales y de trabajo que sufre el concreto a lo largo de su vida. La metodología empleada para la obtención del modulo tangente se muestra en el apéndice B.

II.8 Incertidumbre en el comportamiento mecánico del acero estructural

El comportamiento de elementos de concreto reforzado y por consiguiente, el de la estructura en su conjunto, depende esencialmente de la resistencia y de la capacidad de disipar energía de deformación en los distintos elementos de concreto reforzado. De aquí la importancia de estimar los parámetros estadísticos de las funciones que definen las relaciones constitutivas del acero estructural. Para la obtención de la incertidumbre en el comportamiento del acero se tomaron como base las pruebas experimentales de probetas de acero ensayadas a tensión por Rodríguez y Botero (1996) como se muestra en el apéndice B.

II.9 Incertidumbre en el porcentaje de acero longitudinal

El área de acero de refuerzo longitudinal en elementos de concreto es una combinación de barras de acero de diámetros dados, por lo que la suma de las áreas de las barras de acero será diferente a la cantidad de área de acero que se obtiene de los cálculos en el diseño, esto trae como consecuencia que la resistencia de los elementos sean distintas

a las consideradas en el diseño. En el apéndice B se muestra la metodología empleada para la obtención de la incertidumbre en el porcentaje de acero longitudinal.

II.10 Propiedades de rigidez y comportamiento por carga cíclica de elementos de concreto reforzado

En la práctica profesional, como en algunas investigaciones, las rigideces de los elementos se estiman a partir de las secciones brutas de los elementos, que en general son mayores que las que resultan de considerar las secciones agrietadas de los mismos. A esto añadimos, para el caso específico de concretos típicos de la ciudad de México, los valores bajos que se tienen en los módulos tangentes del concreto, comparados con los que se emplean en el diseño de los elementos estructurales. Esto trae como consecuencia que los periodos fundamentales de las estructuras diseñadas sean mayores que los calculados, lo que implica que se subestimen las fuerzas laterales de diseño y que las estimaciones en las respuestas dinámicas no lineales que resultan de aplicar programas de análisis no lineal posean un sesgo considerable.

Con base en el comportamiento de elementos sujetos a cargas cíclicas se sabe que el comportamiento no lineal de elementos de concreto reforzado ocurre en los extremos, en una zona contigua a estos. Los modelos matemáticos de las relaciones constitutivas actuales representan dicha zona por medio de una articulación plástica en cada extremo del miembro. Desde esta perspectiva, se asume que el comportamiento por carga cíclica de las articulaciones plásticas de los elementos se representa adecuadamente por medio del modelo de Campos y Esteva (1997), que toma en cuenta la degradación de rigidez y resistencia del elemento. Este modelo se basa en el concepto de daño acumulado, y toma en cuenta la rotación máxima experimentada en cada ciclo. En el apéndice B se muestra la metodología utilizada para tomar en cuenta las propiedades de rigidez y comportamiento por carga cíclica.

II.11 Índices para la evaluación de la diferencia entre respuestas

Diferencia promedio

La influencia de la variabilidad de las estructuras es medida con la aplicación de dos variables que se proponen, la primera es por medio de la variable \mathcal{E} , que se define como la diferencia promedio de la respuesta asociada a edificios con características inciertas y la correspondiente al edificio con propiedades medias. En forma matemática dicha variable se expresa por medio de la ecuación 2.1. Donde y_{inc} es el desplazamiento en el extremo superior del edificio con propiedades inciertas, y_{med} el desplazamiento en el extremo superior del edificio con propiedades medias y T_r es la duración de las respuestas.

$$\mathcal{E} = \frac{1}{T_r} \int_0^t |y_{inc}(x) - y_{med}(x)| dx \quad (2.1)$$

Diferencia Máxima

La segunda variable que se propone es \mathcal{E}_{max} , que se define como el valor absoluto de la diferencia máxima que se genera durante la duración de la respuesta asociada a edificios con características inciertas y la correspondiente al edificio con propiedades medias. En forma matemática dicha variable se expresa por medio de la ecuación 2.2. Donde $y_{max_{inc}}$ es el desplazamiento máximo en el extremo superior del edificio con propiedades inciertas y $y_{max_{med}}$ el desplazamiento máximo en el extremo superior del edificio con propiedades medias

$$\mathcal{E}_{max} = |y_{max_{inc}} - y_{max_{med}}| \quad (2.2)$$

II.12. Diseño del tamaño de muestras

El tamaño de las muestras se consideró inicialmente de cien edificios, una vez realizados los análisis y las mediciones de las diferencias, con el empleo de la variable $\bar{\varepsilon}$, que se define como el cociente de la suma de la diferencia promedio entre la cantidad de edificios, se reviso que el tamaño de muestra fuese suficiente para poder obtener una normalización de la muestra. En forma matemática dicha variable se expresa por medio de la ecuación 2.3, donde ε es la diferencia promedio de la respuesta asociada a edificios con características inciertas y la correspondiente al edificio con propiedades medias y N es el numero de edificios.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_N}{N} \quad (2.3)$$

II.13. Valor esperado del periodo fundamental de un sistema estructural

Otro medio para evaluar la variabilidad en los edificios fue con la comparativa de los periodos de las estructuras con propiedades inciertas y su correspondiente con propiedades medias en las que el periodo fundamental de un sistema estructural puede representarse mediante una variable aleatoria T .

Cuando las características mecánicas de un sistema estructural son inciertas, se representan mediante el vector de variables aleatorias \hat{X} . De aquí, el periodo fundamental de los edificios con propiedades inciertas, puede representarse mediante una función expresada en serie de Taylor, como sigue:

$$T(\hat{X}) = T(m_{\hat{X}}) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_{X_i}) \frac{dT(\hat{x})}{d\hat{x}_i} \Big|_{m_{X_i}} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\hat{X}_i - m_{X_i}) (\hat{X}_j - m_{X_j}) \frac{d^2T(\hat{x})}{d\hat{x}_i d\hat{x}_j} \Big|_{m_{X_i}} + \dots \quad (2.4)$$

Aquí, $\hat{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$, el vector de medias $m_{\hat{X}} = \{m_{X_1}, \dots, m_{X_n}\}$ esta formado por los valores medios m_{X_i} , $i = 1, \dots, n$, de las n , variables aleatorias involucradas.

Interesa el valor esperado de T , el cual puede obtenerse mediante una aproximación de primer orden como sigue:

$$E[T(\hat{X})] \approx T(m_{\hat{X}}) \quad (2.5)$$

Si se considera una aproximación de segundo orden en serie de Taylor, dicha esperanza se obtiene como:

$$E[T(\hat{X})] \approx T(m_{\hat{X}}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{cov}[X_i, X_j] \left. \frac{d^2 T(\hat{x})}{d\hat{x}_i d\hat{x}_j} \right|_{m_{X_i}} + \dots \quad (2.6)$$

Nótese que el periodo estructural obtenido mediante una aproximación de primer orden, que es el obtenido en estructuras con propiedades medias, subestima el periodo medio obtenido mediante simulación de Monte Carlo en estructuras con propiedades inciertas.

CAPÍTULO III

OBTENCIÓN DE SIMULACIONES

Contenido

III.1. Simulación de acelerogramas y espectros sintéticos

III.2. Descripción general de estructuras estudiadas

III.3. Simulación de familias de edificios con propiedades inciertas

Resumen

En el presente capítulo, se describe como se obtuvieron las simulaciones de las distintas muestras de sismos y edificios con propiedades inciertas, además se muestra gráficamente la geometría de los edificios en estudio.

III.1. Simulación de acelerogramas y espectros sintéticos

En el presente trabajo se simularon dos familias de cien registros sísmicos, la primera con un periodo de retorno $T= 50$ años y una intensidad sísmica máxima $y=798\text{cm/s}^2$ y la segunda con un periodo de retorno $T= 100$ años y una intensidad sísmica máxima $y=1040\text{cm/s}^2$. Las dos familias de registros sísmicos se simularon para el sitio de terreno blando del Valle de México que puede considerarse ubicado en las cercanías del edificio de la Secretaria de Comunicaciones y Transportes (SCT) que se encuentra ubicado en Av. Eje Central Lázaro Cárdenas.

III.2. Descripción general de estructuras estudiadas

Se diseñaron tres familias de edificios integrados por marcos estructurales de concreto reforzado a base de trabes y columnas de 5, 10 y 15 niveles. Cada estructura se modeló tridimensionalmente como se muestra en las figuras 3.1, 3.2 y 3.3, en forma simétrica en geometría, masa y rigidez, de modo que los efectos de torsión fueran minimizados. La configuración geométrica, así como las dimensiones de las secciones transversales de los elementos estructurales se tomó del trabajo de Alamilla (2001).

Las estructuras descritas fueron analizadas y diseñadas de acuerdo con los procedimientos del reglamento de construcciones del Departamento del Distrito Federal, (1998), y sus normas técnicas complementarias para diseño por sismo (1993) y concreto (1996). Con base en estas normas se aplicaron los procedimientos de diseño por marco dúctil, por lo que el factor de comportamiento sísmico de diseño fue de 4. Para la distorsión máxima tolerable se consideró un valor de 0.012. Además, para el diseño se consideró una resistencia nominal del concreto de 250 kg/cm^2 y para el acero estructural, de 4200 kg/cm^2 .

Por otra parte, debido a que el nivel de fuerzas sísmicas sobre la estructura, que es función de las aceleraciones y la masa estructural, es equilibrado principalmente por las aportaciones de rigidez de cada marco a la rigidez del conjunto, se considera que la masa tributaria de cada marco es función de la rigidez de dicho marco con respecto a la dada por $m_i = (k/k_T)m_{iT}$, donde k es la rigidez lateral del marco de estudio, k_T es correspondiente del conjunto. De acuerdo con esto, la masa m_i , de cada entrepiso i para cada marco específico esta la rigidez lateral total del conjunto que resulta de sumar la rigidez lateral de los marcos en cuestión, y m_{iT} es la masa total del entrepiso i del conjunto estructural.

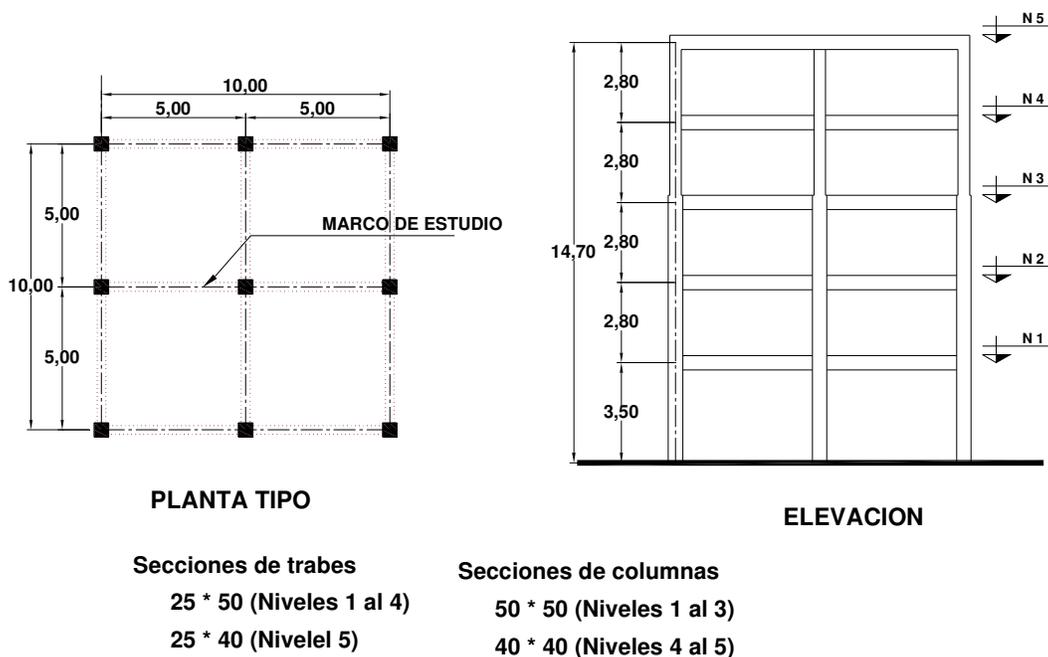
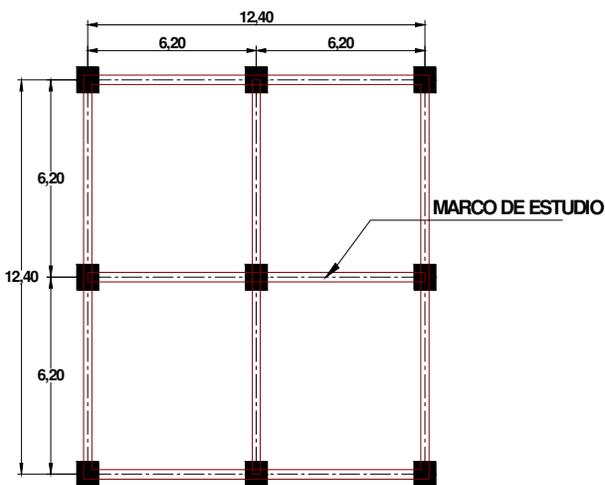


Figura 3.1 Configuración geométrica de edificio de 5 niveles.



PLANTA TIPO

Secciones de traves

30 * 65 (Niveles 1 al 5)

30 * 60 (Niveles 6 al 8)

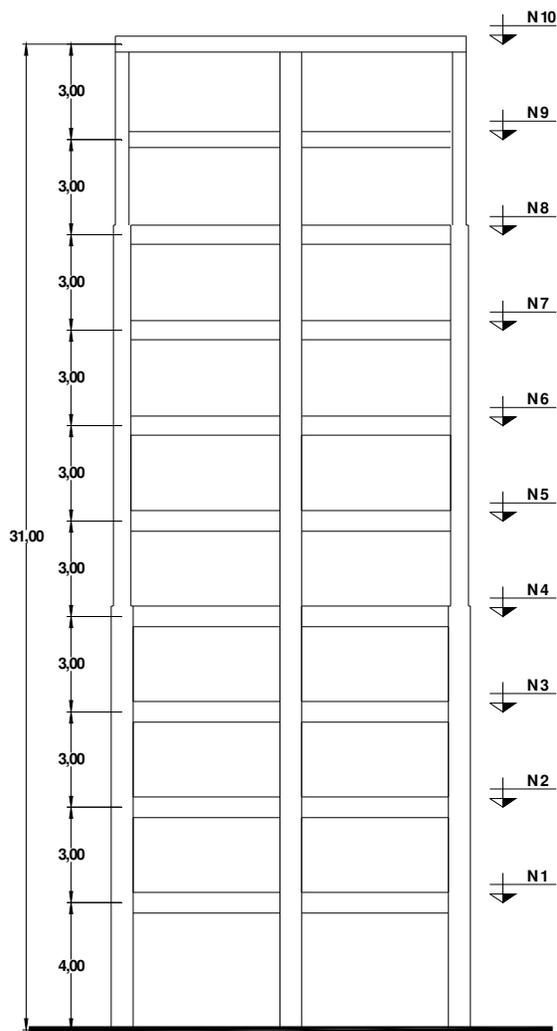
25 * 50 (Niveles 9 y 10)

Secciones de columnas

80 * 80 (Niveles 1 al 4)

65 * 65 (Niveles 5 al 7)

50 * 50 (Niveles 8 al 10)



ELEVACION

Figura 3.2 Configuración geométrica de edificio de 10.

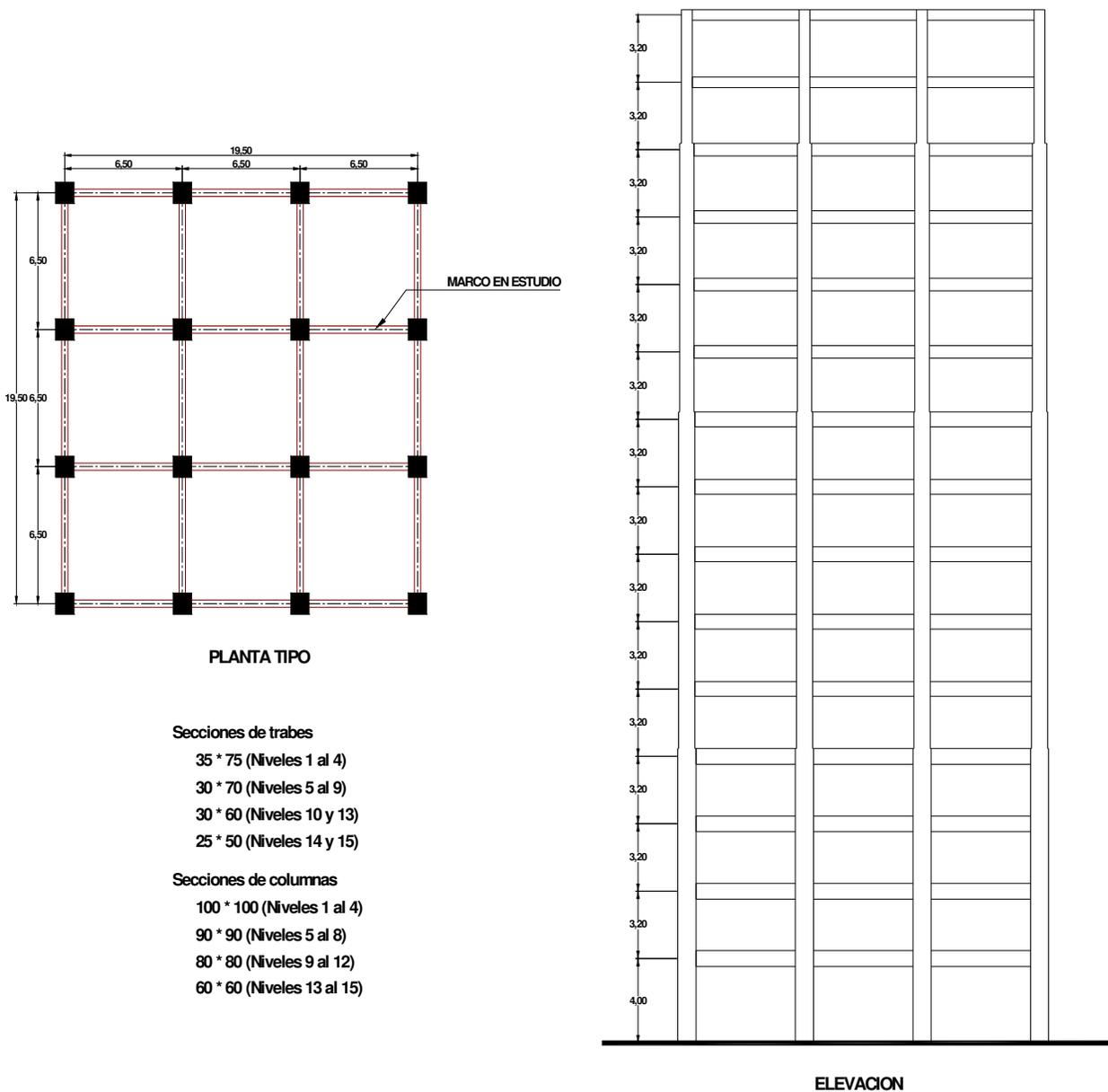


Figura 3.3 Configuración geométrica de edificio de 15 niveles.

III.3. Simulación de familias de edificios

En el presente trabajo se simularon tres familias de cien edificios, de 5, 10 y 15 niveles, tomando en cuenta todos los factores mencionados en el capítulo II, los cuales introducen la variabilidad en los edificios, por lo cual cada edificio es distinto uno de otro, tomando valores alrededor de la media que se tomó para cada factor y afectados por los coeficientes de variación determinados de acuerdo a la metodología que se aplicó, la cual se encuentra en el apéndice B. A todos estos edificios se les denomina como edificios con propiedades inciertas.

Adicionalmente a las tres familias de edificios, también se diseñaron los tres tipos de edificios con la metodología utilizada actualmente por el reglamento de Construcciones de departamento del Distrito Federal, sin tomar en cuenta los factores que introducen la variabilidad en las estructuras, por lo que las cargas, dimensiones de secciones y resistencias de materiales se consideraron como valores medios, esto con el fin de poder realizar una comparativa entre edificios. A estos tres edificios se les denomina como edificios con propiedades medias.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE RESPUESTAS

Contenido

- IV.1. Análisis de respuesta
- IV.2. Medición de la diferencia promedio entre respuestas
- IV.3. Medición de la diferencia máxima entre respuestas
- IV.4. Medición de la diferencia con intensidad sísmica variable
- IV.5. Diseño del tamaño de muestras
- IV.6. Construcción de las curvas PUSHOVER de los edificios
- IV..7 Comparativa de los periodos de las estructuras

Resumen

En el presente capítulo se presenta el análisis no lineal de los diferentes conjuntos de edificios, en los que se puede observar la diferencia entre las respuestas, así como la medición de la diferencia entre ellas.

IV.1. Análisis de respuesta.

La respuesta dinámica no lineal se determinó con base en un marco plano típico del conjunto estructural, que es señalado en las figuras 3.3, 3.4 y 3.5. Dicha respuesta es evaluada por medio del programa de computadora Drain 2D, desarrollado por Powell (1973) y modificado por Campos y Esteva (1997). En los análisis de respuesta se consideraron efectos de segundo orden, llamados comúnmente efectos P- Δ .

De cada tipo de edificio se tomó uno con propiedades inciertas y su correspondiente con propiedades medias, de los cuales se determinaron sus respuestas dinámicas no lineales, sometiéndolas a aceleraciones sísmicas sintéticas. Este procedimiento se realizó con las tres familias de edificios y las dos familias de sismos sintéticos.

En las figuras 4.1 y 4.2 se muestran de manera gráfica dos historias de repuestas dinámicas en términos de desplazamientos y cortantes de cada nivel del edificio de 5 niveles, la primera con una excitación sísmica con periodo de retorno $T=50$ años y la segunda con periodo de retorno $T=100$ años en el edificio de 5 niveles.

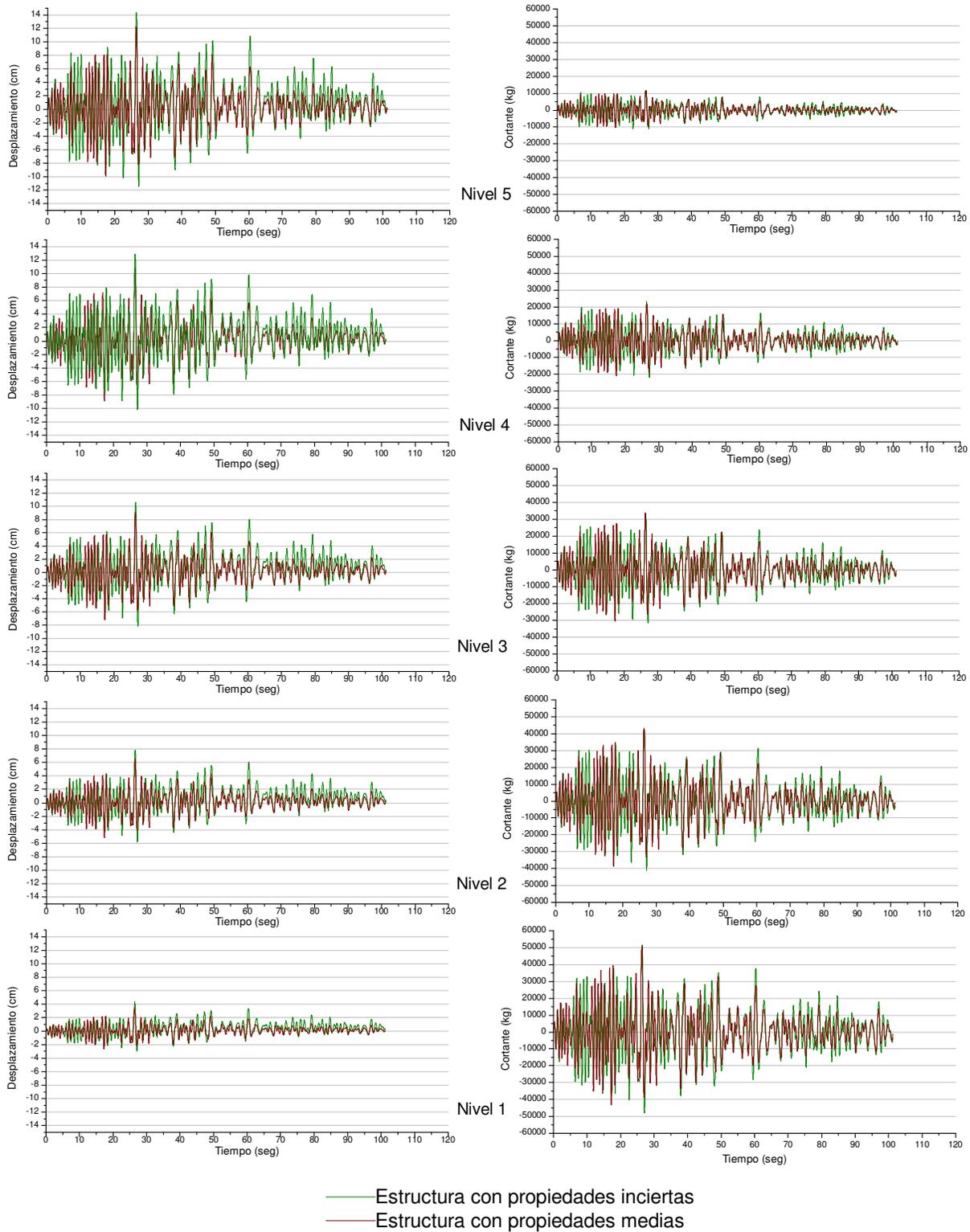


Figura 4.1. Respuestas (desplazamientos y cortantes) de cada nivel del edificio n°43 de cinco niveles sometida a una excitación sísmica con periodo de retorno $T= 50$ años

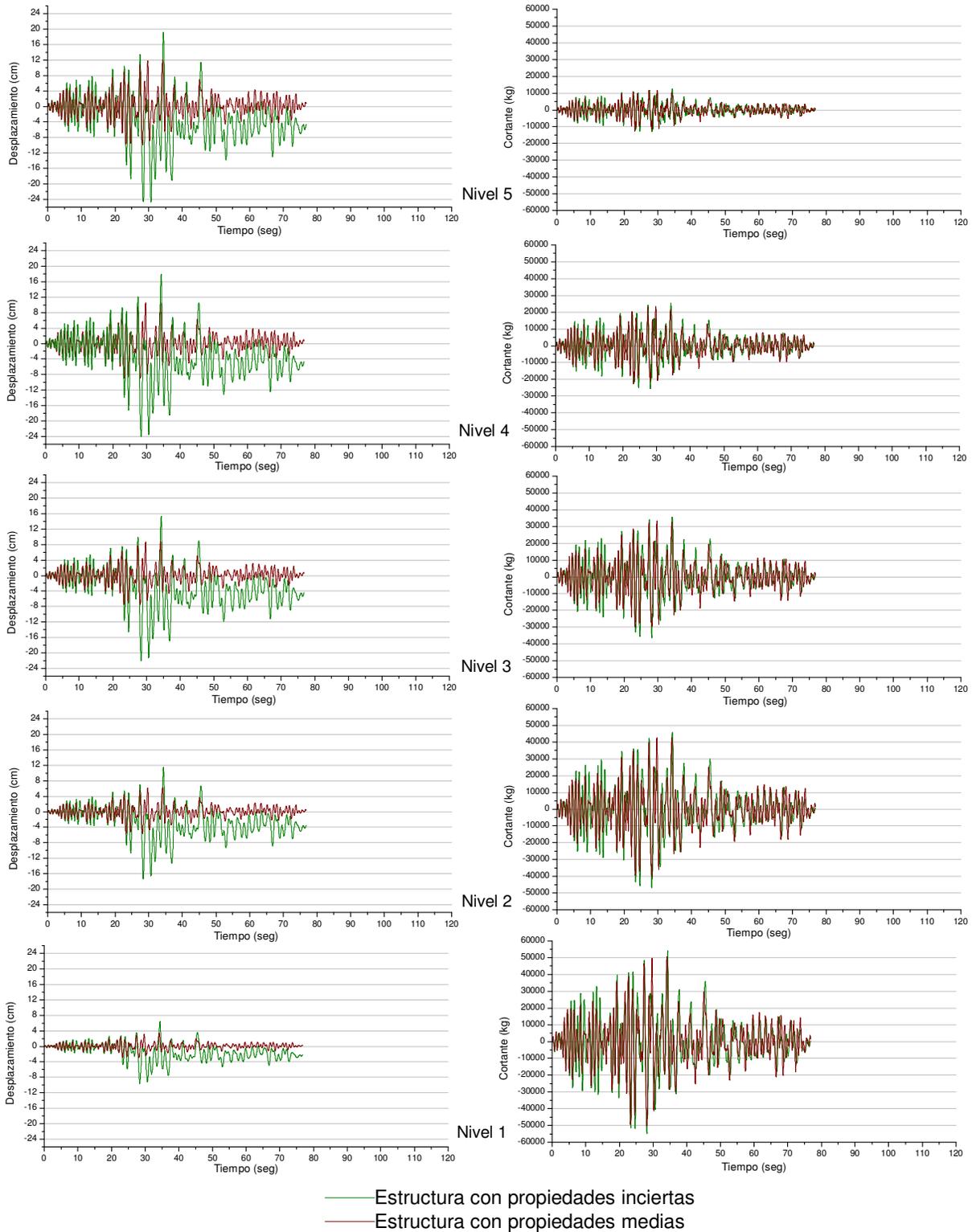


Figura 4.2. Respuestas (desplazamientos y cortantes) de cada nivel del edificio n°64 de cinco niveles sometida a una excitación sísmica con periodo de retorno $T=100$ años

En la figura 4.2 se puede observar que en el intervalo lineal las respuestas son aproximadamente iguales en ambos edificios, pero una vez que la estructura comienza a incursionar en el intervalo no lineal, las respuestas tienden a ser distintas una de otra, esto se debe a que la formación de articulaciones plásticas es distinta en cada edificio, con lo cual hay una redistribución de rigideces, con esto se puede verificar que el comportamiento del edificio con propiedades inciertas es distinto al edificio con propiedades medias, ya que la variabilidad en las propiedades repercute en la formación de las articulaciones plásticas y esto a su vez en los desplazamientos registrados.

En las figuras 4.3 y 4.4 se muestran de manera gráfica dos historias de repuestas dinámicas en términos de desplazamientos y cortantes de cada nivel del edificio de 10 niveles, la primera con una excitación sísmica con periodo de retorno $T=50$ años y la segunda con periodo de retorno $T=100$ años en el edificio de 10 niveles.

En este edificio, la diferencia de las respuestas en términos de desplazamientos es más notable, ya que ambos edificios experimentan un comportamiento no lineal, esto se debe en parte a que el periodo de las estructuras de diez niveles esta cerca de coincidir con el periodo de los sismos, esto genera una amplificación en las respuestas de las estructuras. Por otro lado, la formación de articulaciones plásticas es distinta en el edificio con propiedades medias y el correspondiente con propiedades inciertas, es por esto que los desplazamientos tienden a tener mayor diferencia a medida que se va generando una mayor cantidad de articulaciones plásticas en las estructuras.

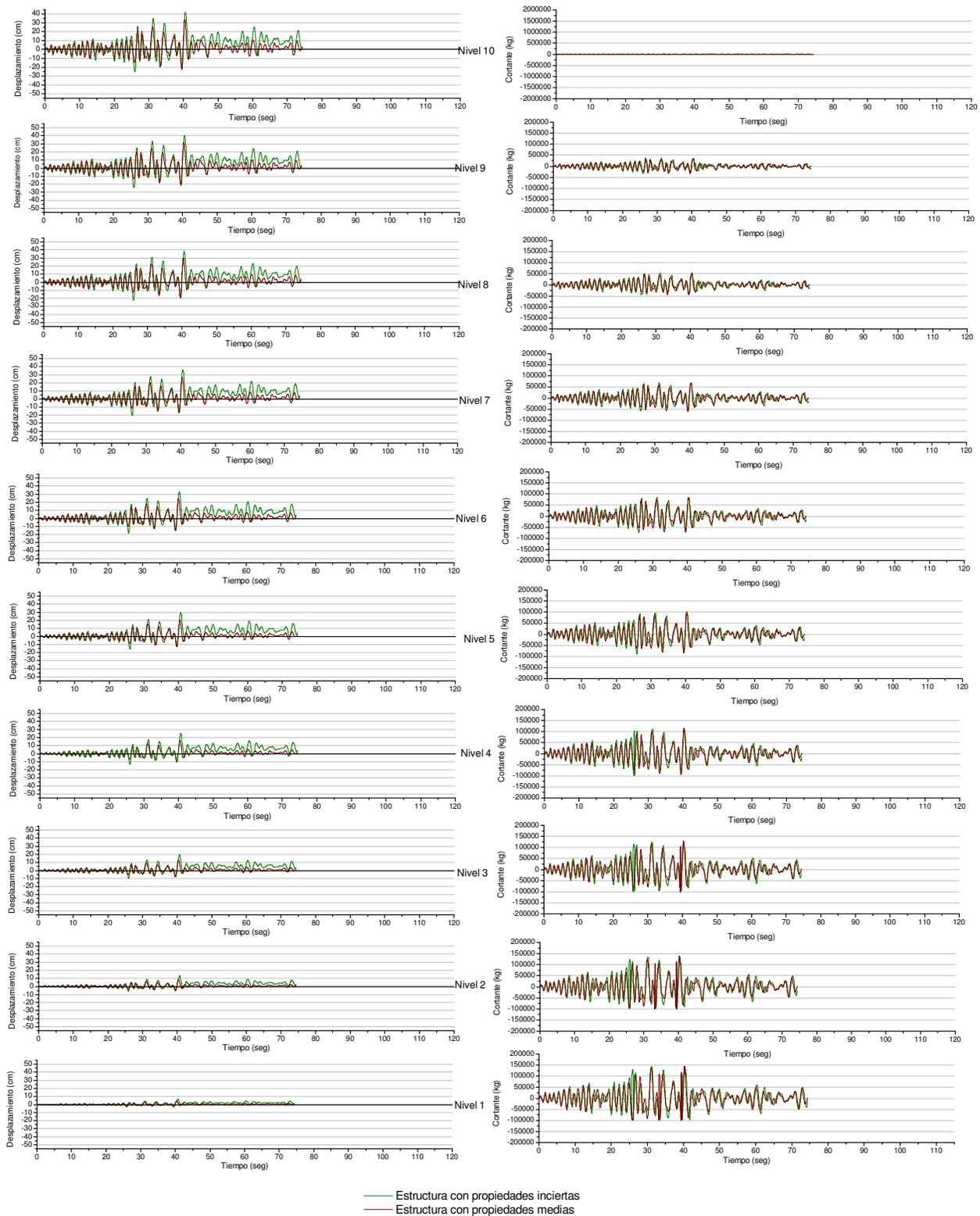


Figura 4.3. Respuestas (desplazamientos y cortantes) de cada nivel del edificio n°34 de diez niveles sometida a una excitación sísmica con periodo de retorno $T=50$ años

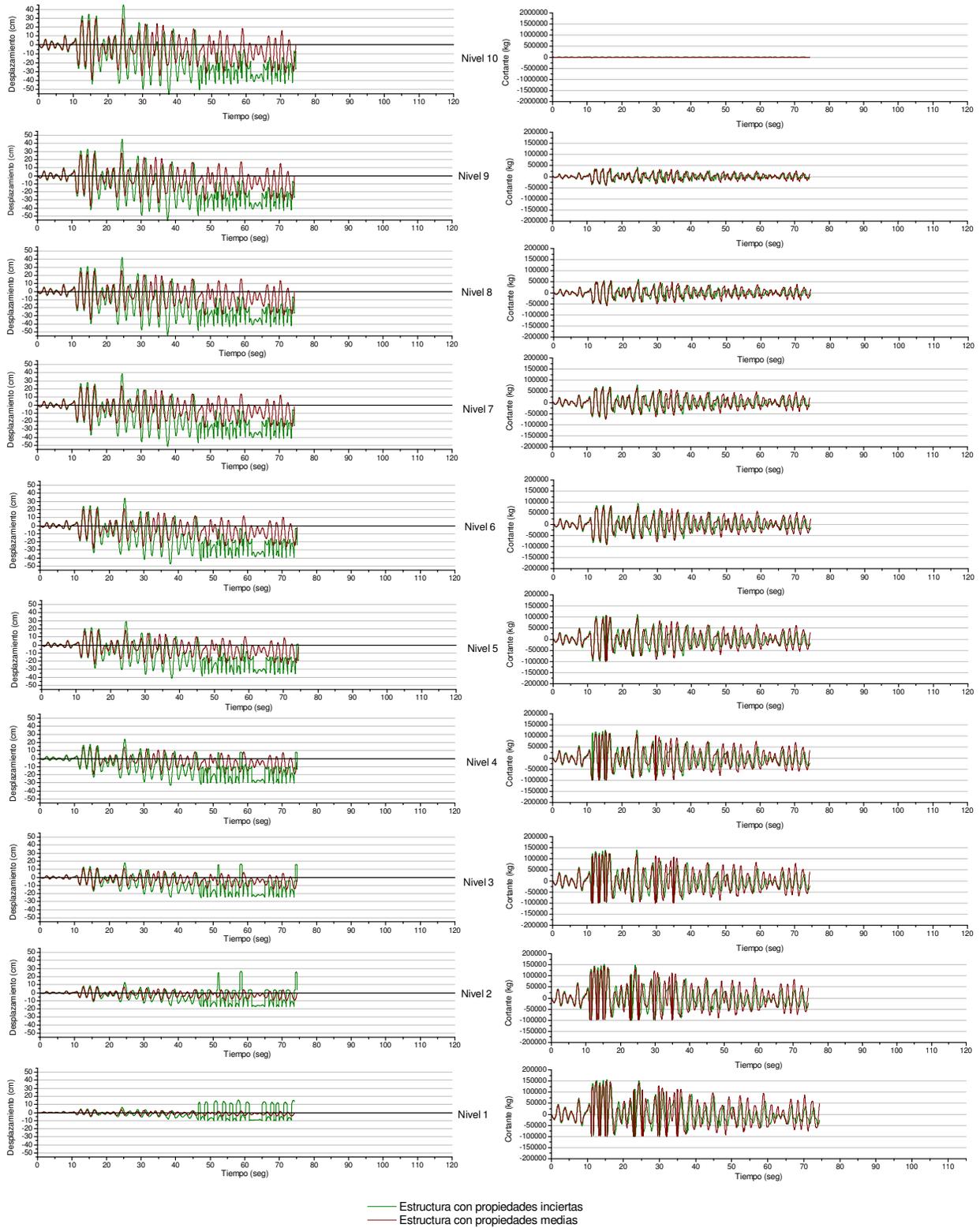


Figura 4.4. Respuestas (desplazamientos y cortantes) de cada nivel en el edificio n°5 de diez niveles sometida a un excitación sísmica con periodo de retorno $T= 100$ años

En las figuras 4.5 y 4.6 se muestran de manera gráfica dos historias de repuestas dinámicas en términos de desplazamientos y cortantes en el ultimo nivel, del edificio de 15 niveles, la primera con una excitación sísmica con periodo de retorno $T=50$ años y la segunda con periodo de retorno $T=100$.

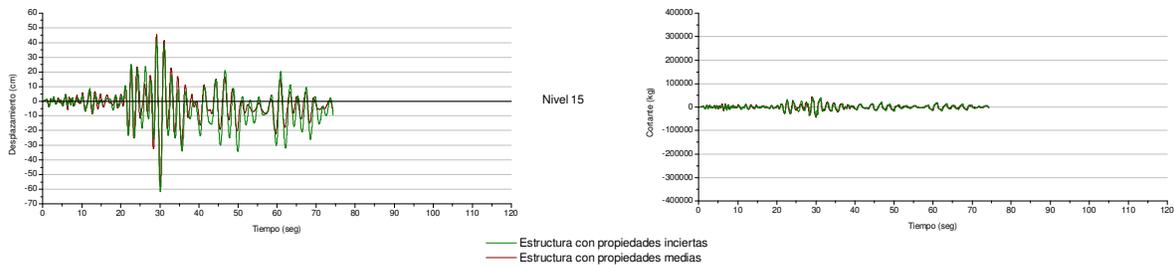


Figura 4.5. Respuestas (desplazamientos y cortantes) del nivel 15, en el edificio n°5 de quince niveles sometida a un excitación sísmica con periodo de retorno $T= 50$ años

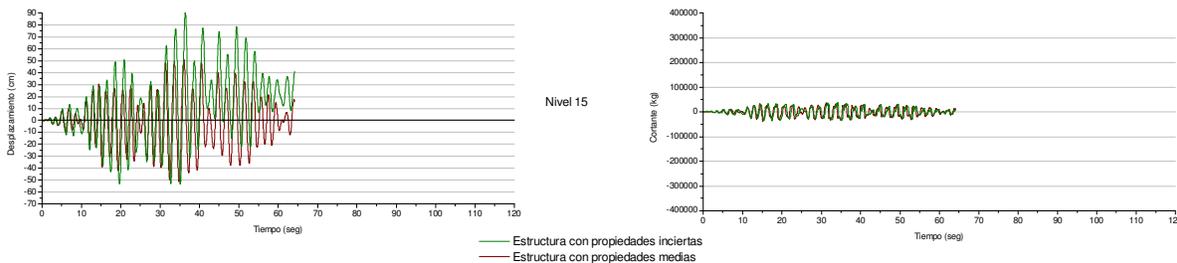


Figura 4.6. Respuestas (desplazamientos y cortantes) del nivel 15, en el edificio n°92 de quince niveles sometida a un excitación sísmica con periodo de retorno $T= 100$ años

En este edificio, la diferencia de las respuestas en términos de desplazamientos es menor cuando es sometido a los sismos con periodo de retorno $T=50$ años y en general que los registrados en el edificio de diez niveles, esto se debe en parte a que hay una mayor diferencia entre el periodo del edificio y el periodo del sismo. Aun así, podemos observar que la diferencia entre las respuestas es a partir de la incursión de la estructura en el rango no lineal, debido a que la formación de articulaciones plásticas son distintas de un edificio a otro.

IV.2. Medición de la diferencia promedio entre respuestas

Con la aplicación de la formula 2.1 se realizo la evaluación de la diferencia promedio entre las respuestas, las gráficas de las figuras 4.7 muestran la diferencia promedio entre las respuestas de la familia de edificios con propiedades medias e inciertas del edificio de cinco niveles sometidas a las dos familias de sismos con periodos de retorno $T=50$ y $T=100$ años. En estas gráficas se puede observar que la diferencia de las respuestas en el edificio al aplicar las aceleraciones sísmicas con periodo de retorno $T=50$ años son muy pequeñas, debido a que la estructura presenta principalmente un comportamiento lineal, como se muestra en la figura 4.1, pero al aplicarles las aceleraciones sísmicas con periodo de retorno $T=100$ años, la diferencia entre las respuestas de algunos edificios que son mas afectados por los sismos y que además incursionan en el rango no lineal, toma valores mayores.

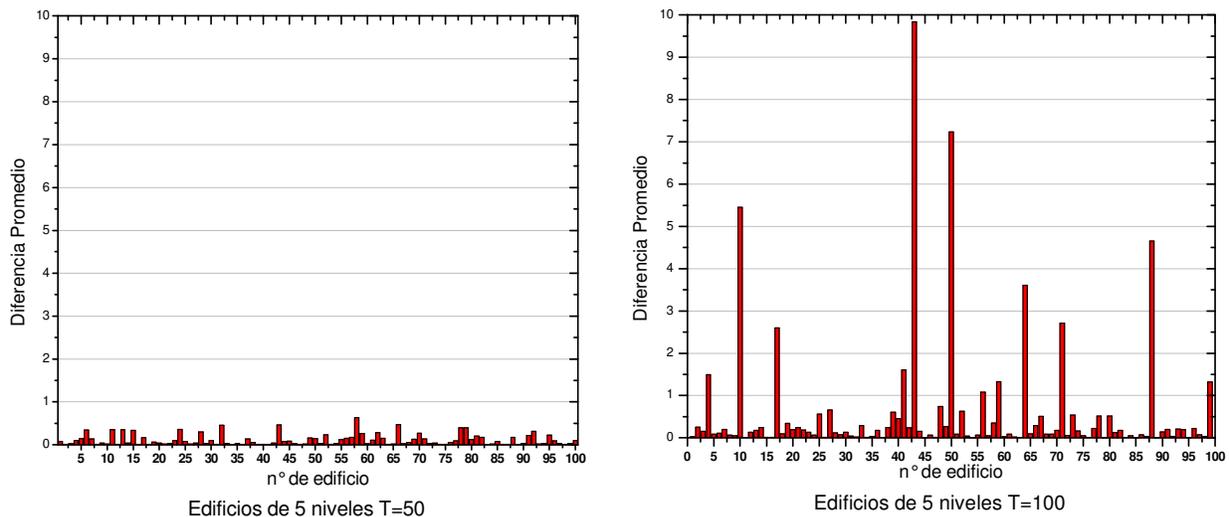


Figura 4.7. Diferencia promedio entre las respuestas de edificios de 5 niveles modelados con propiedades medias e inciertas

En las gráficas de la figuras 4.8 se muestra la diferencia promedio entre las respuestas de la familia de edificios con propiedades medias e inciertas del edificio de diez niveles sometidas a las dos familias de sismos con periodo de retorno $T=50$ y $T=100$ años. En estas gráficas se puede observar como la diferencia entre las respuestas toma valores

más altos, debido al comportamiento no lineal y la formación de articulaciones plásticas que presentan las estructuras como se muestra en las figuras 4.3 y 4.4. También se puede notar que el periodo de las estructuras es muy parecido al periodo del sismo por lo que la afectación a las estructuras es mayor, generándose un comportamiento no lineal y por consecuencia mayor diferencia entre las respuestas.

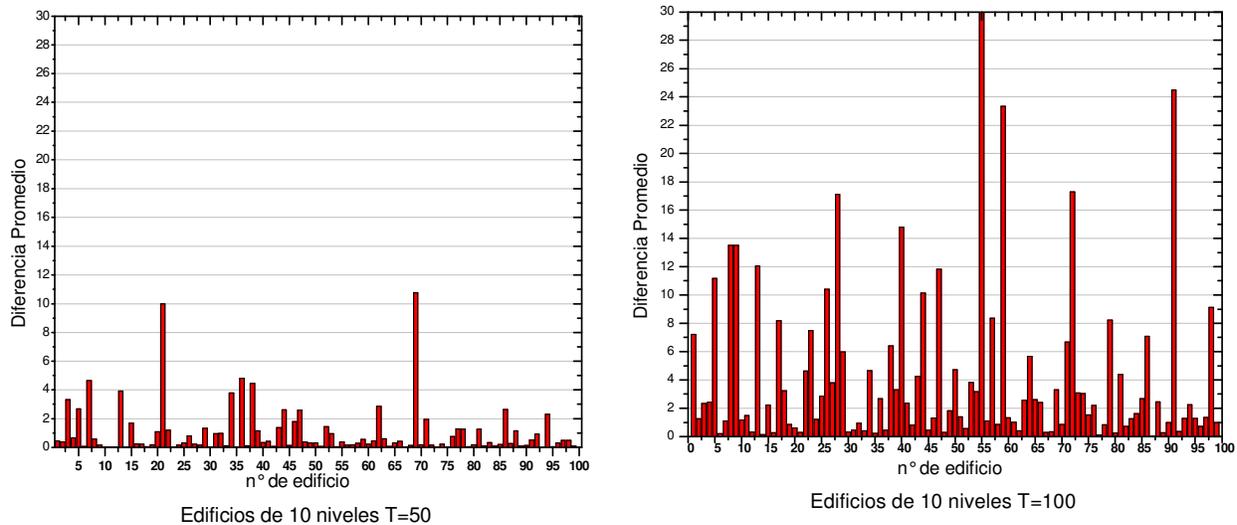


Figura 4.8 Diferencia promedio entre respuestas de los edificios de 10 niveles modelados con propiedades medias e inciertas

Las gráficas de las figuras 4.9 muestran la diferencia promedio entre las respuestas de la familia de edificios con propiedades medias e inciertas del edificio de quince niveles sometidas a las dos familias de sismos con periodo de retorno T=50 y T=100 años. En estas gráficas se puede observar una diferencia entre las respuestas un poco menor que en el edificio de 10 niveles, debido a que el periodo del edificio tiene mayor diferencia con respecto al periodo del sismo, por lo cual la afectación a las estructuras es menor, esto hace que el comportamiento no lineal sea menor que en los edificios de diez niveles y por consecuencia la diferencia entre las respuestas de los edificios de quince niveles sea menor.

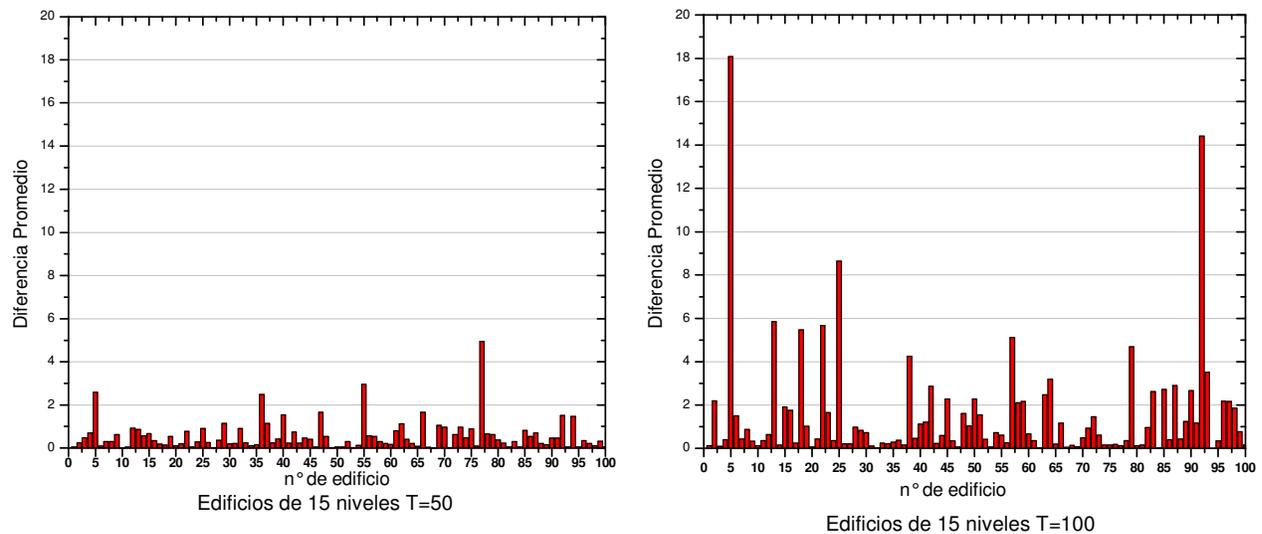


Figura 4.9. *Diferencia promedio entre respuestas de los edificios de 15 niveles modelados con propiedades medias e inciertas*

IV.3. Medición de la diferencia máxima entre respuestas

Con la aplicación de la formula 2.2 se realizó la evaluación de la diferencia máxima entre las respuestas, las graficas de las figuras 4.10 muestran la diferencia máxima entre las respuestas de la familia de edificios con propiedades medias e inciertas del edificio de cinco niveles sometidas a las dos familias de sismos con periodo de retorno T=50 y T=100 años.

En estas graficas se puede observar que los desplazamientos máximos que se generan en la parte superior de los edificios modelados con propiedades inciertas es mayor que el generado en estructuras con propiedades medias y este tiende a aumentar cuando la estructura es mas afectada por los sismos, es decir cuando la estructura comienza a incursionar en el rango no lineal.

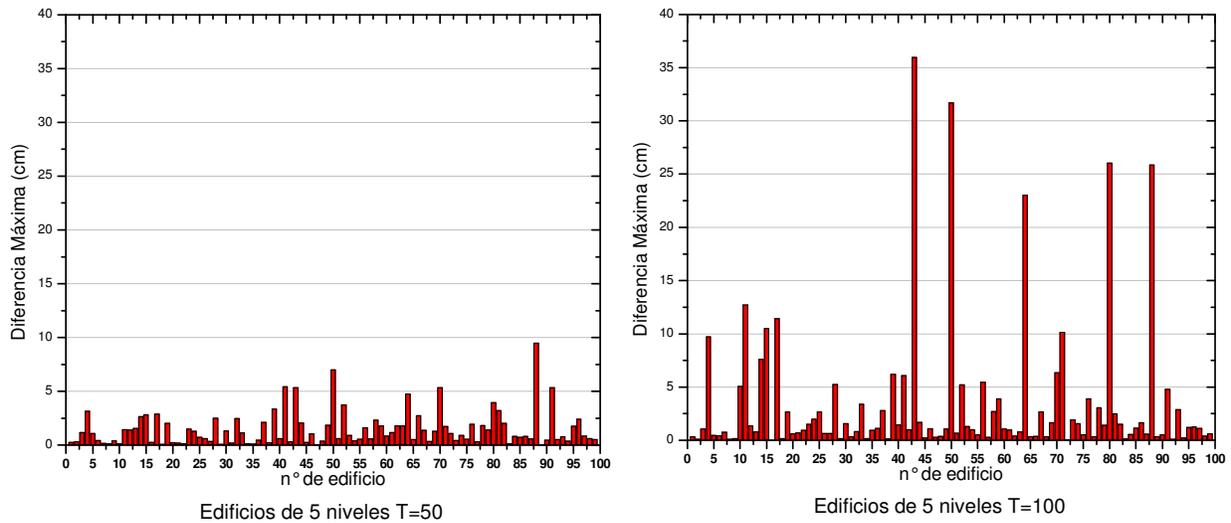


Figura 4.10. Diferencia máxima entre las respuestas de edificios de 5 niveles modelados con propiedades medias e inciertas

En las gráficas de la figuras 4.11 se muestra la diferencia máxima entre las respuestas de la familia de edificios con propiedades medias e inciertas del edificio de diez niveles sometidas a las dos familias de sismos con periodo de retorno $T=50$ y $T=100$ años. En estas gráficas se tienen valores mayores de diferencia entre las respuestas, debido al comportamiento no lineal que presentan las estructuras como se muestra en las figuras 4.3 y 4.4.

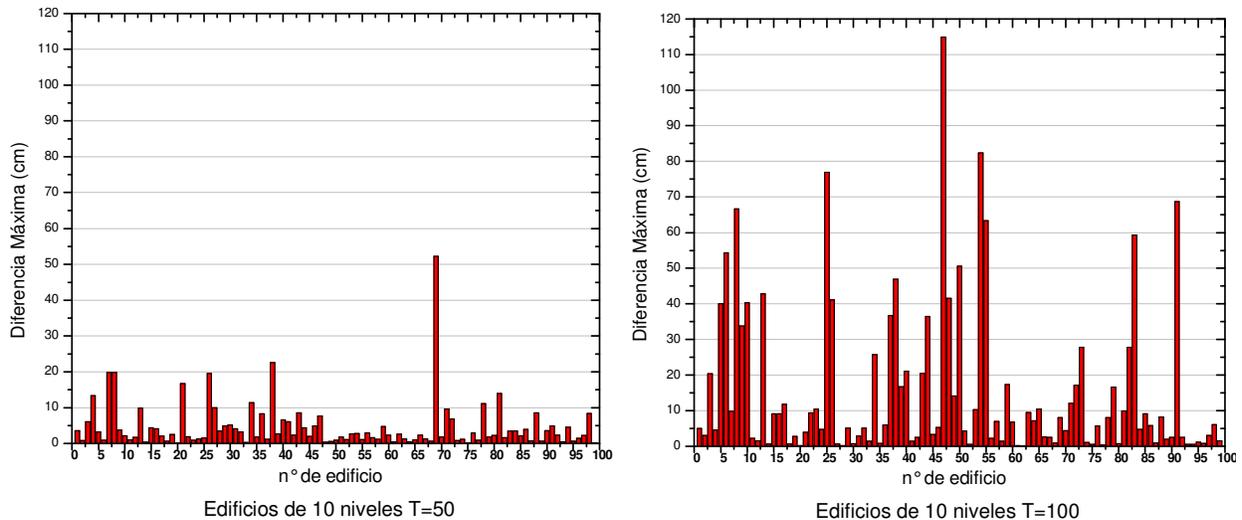


Figura 4.11. Diferencia máxima entre respuestas de los edificios de 10 niveles modelados con propiedades medias e inciertas

Las gráficas de las figuras 4.12 muestran la diferencia máxima entre las respuestas de la familia de edificios con propiedades medias e inciertas del edificio de quince niveles sometidas a las dos familias de sismos con periodo de retorno $T=50$ y $T=100$ años. En estas gráficas se puede observar una diferencia entre las respuestas un poco menor que en el edificio de 10 niveles, debido a que el periodo del edificio tiene mayor diferencia con respecto al periodo del sismo, por lo cual la afectación a las estructuras es menor, esto hace que el comportamiento no lineal sea menor que en los edificios de diez niveles y por consecuencia la diferencia entre las respuestas de los edificios de quince niveles sea menor.

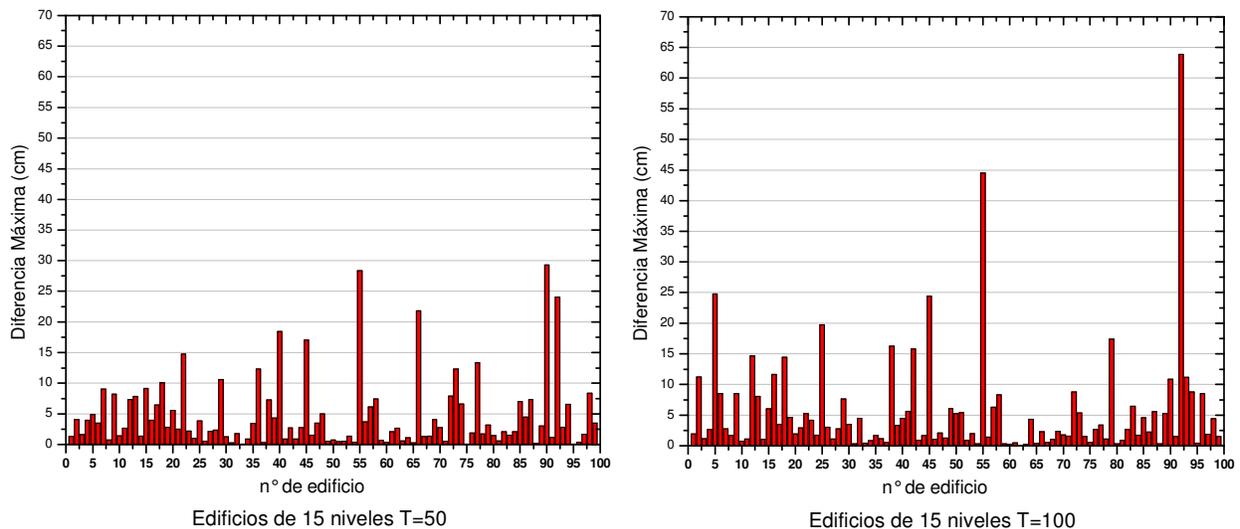


Figura 4.12. Diferencia máxima entre respuestas de los edificios de 15 niveles modelados con propiedades medias e inciertas

Con esto nos podemos dar cuenta que la diferencia entre las respuestas de los edificios con propiedades inciertas y la correspondiente con propiedades medias, evaluada ya sea como diferencia promedio o como diferencia máxima, tiende a ser mayor cuando los edificios presentan un comportamiento no lineal y se produce un mayor numero de articulaciones plásticas.

IV.4. Medición de la diferencia con intensidad sísmica variable

En las gráficas anteriores se observa que la diferencia entre las respuestas es mayor a medida que aumenta el comportamiento no lineal de las estructuras, para ilustrarlo de una mejor manera se simuló una nueva familia de sismos con intensidades distintas en los que la aceleración espectral máxima oscila entre 600 y 1500 cm/seg^2 . La nueva familia de sismos se usó para someter a las 3 familias de edificios a dichas aceleraciones, en las figuras 4.13, 4.14 y 4.15 se muestran las diferencias promedio contra la aceleración espectral máxima de cada familia de edificios en las cuales podemos observar que a medida que la intensidad espectral es mayor la diferencia entre las respuestas toma un sesgo mayor.

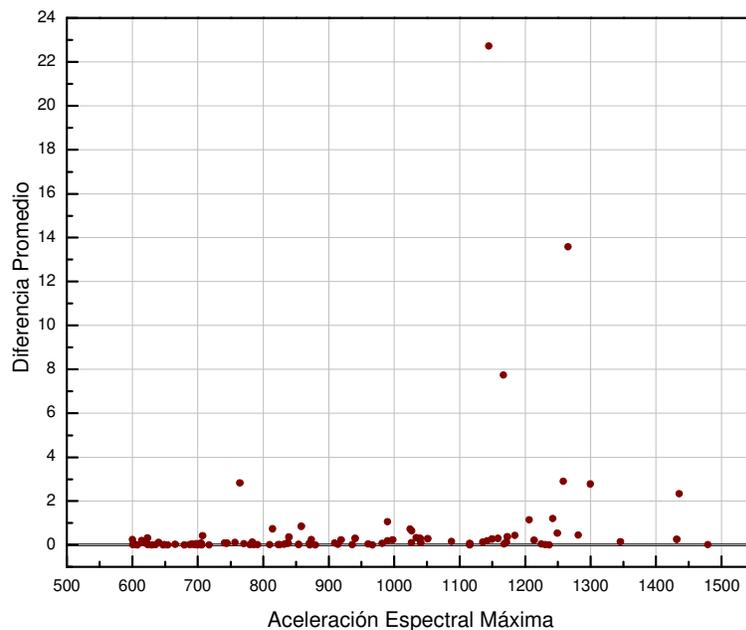


Figura 4.13. Diferencia promedio contra aceleración espectral máxima de la familia de edificios de 5 niveles

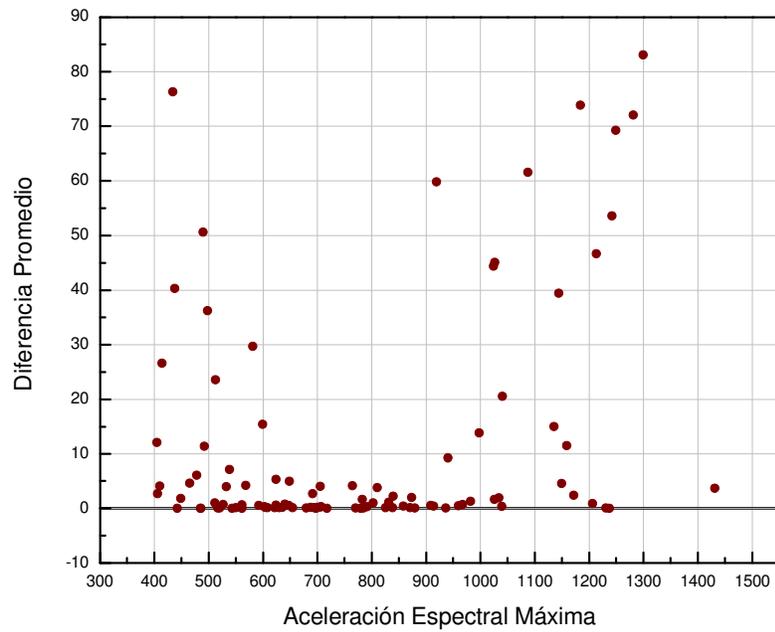


Figura 4.14. Diferencia promedio contra aceleración espectral máxima de la familia de edificios de 10 niveles

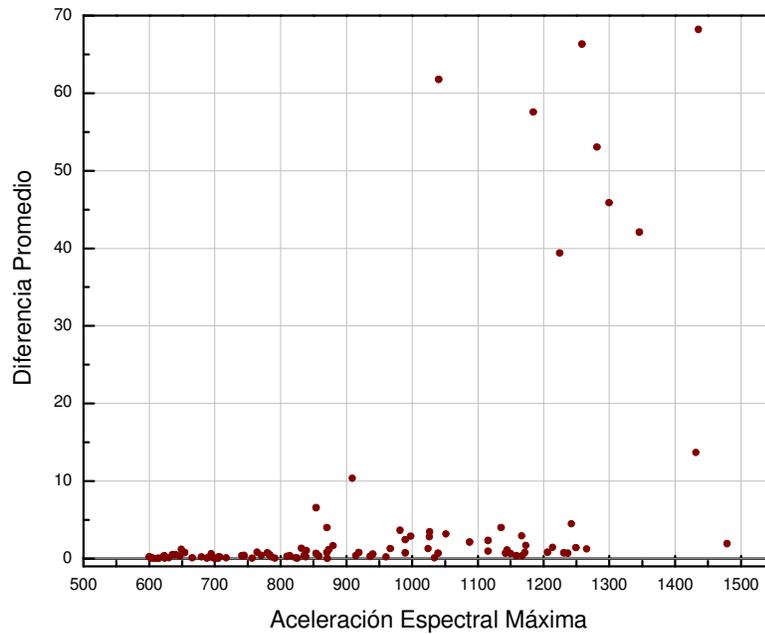


Figura 4.15. Diferencia promedio contra aceleración espectral máxima de la familia de edificios de 15 niveles

IV.5. Diseño del tamaño de muestras

Una vez realizados los análisis y las mediciones de las diferencias entre las respuestas se realizó la comprobación del tamaño de las muestras con la aplicación de la fórmula 2.3, tomando en cuenta que cada familia está conformada por 100 edificios. Al aplicar dicha fórmula se obtuvieron las gráficas de las figuras 4.16 en las cuales se puede observar para el edificio de 5 niveles que a partir de 30 edificios los resultados se normalizan y comienzan a tener poca variación, con esto se demuestra que para el edificio de 5 niveles la muestra hubiera sido suficiente con el uso de 30 edificios, pero en el edificio de 10 niveles se necesitan 60 edificios para que los resultados comiencen a normalizarse. Esto depende de la incursión de las estructuras en el intervalo no lineal, así como de que tanta diferencia existe entre las respuestas del edificio con propiedades medias y su correspondiente con propiedades inciertas.

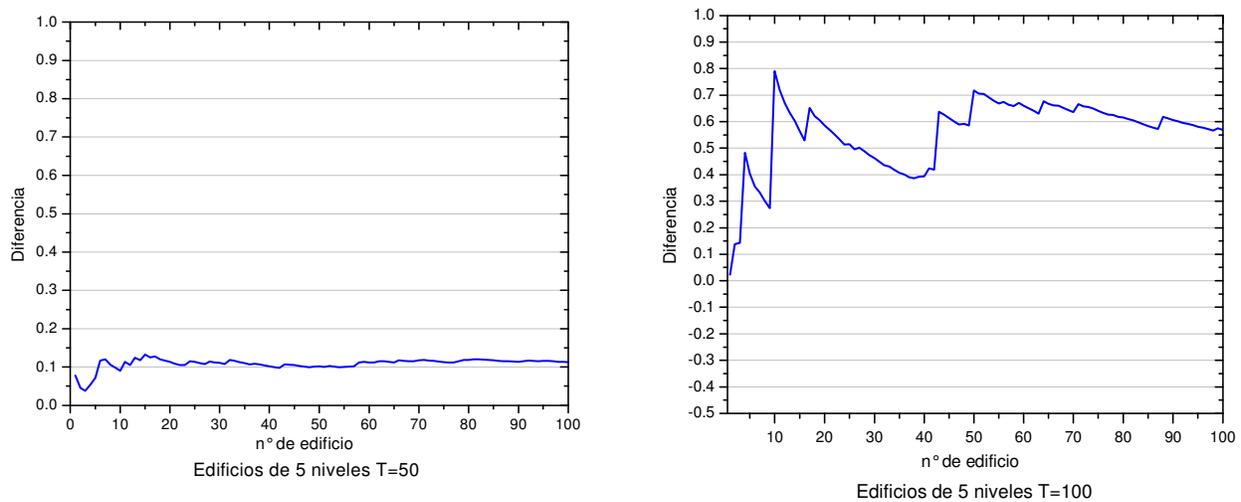


Figura 4.16. Diferencia promedio contra número de edificios para la familia de edificios de 5 y 10 niveles

Con esto podemos concluir que el tamaño elegido de las muestras es suficiente ya que en ningún caso se necesitaron más de 100 edificios para obtener una normalización de los resultados.

IV.6. Construcción de las curvas PUSHOVER de los edificios

Otra forma de mostrar la diferencia entre los edificios con propiedades medias e inciertas, fue con la obtención de las curvas de cortante en la base contra desplazamiento en el extremo superior de los edificios, sometidos a una excitación monótonicamente creciente en la base. En la figura 3.10 se aprecia que en el intervalo lineal, las características de rigidez y resistencia del edificio modelado con propiedades medias e inciertas son prácticamente iguales, pero a medida que las estructuras experimentan comportamiento no lineal, las diferencias entre las características de rigidez y resistencia aumentan. En la figura 4.17 se muestra la curva del edificio de diez niveles con propiedades medias con una línea mas gruesa, y varios de los edificios con propiedades inciertas con líneas mas delgadas, aquí se puede observar que a medida que se pierde la linealidad en la estructura hay una diferencia mayor, también se observa que la falla o colapso de la estructura es distinto en cada edificio, esto debido a la formación de articulaciones plásticas.

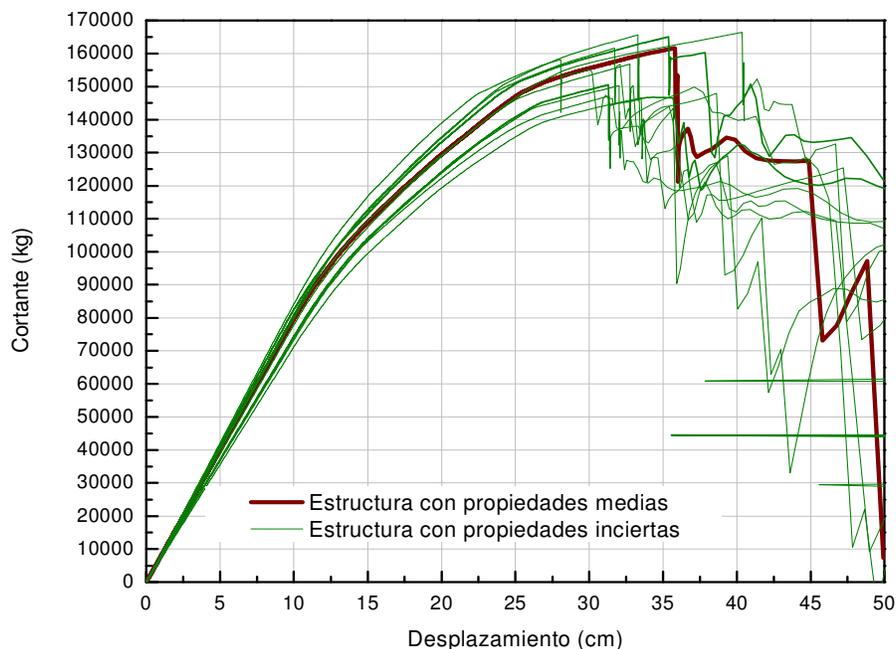


Figura 4.17. Curvas de cortante en la base contra desplazamiento en el extremo superior del edificio de 10 niveles, sometido a una excitación monótonicamente creciente en la base

IV.7. Comparativa de los periodos de las estructuras

Otra característica importante para mostrar la diferencia entre los edificios es realizando una comparativa de los periodos de las estructura con propiedades medias y la media de los periodos de las estructuras con propiedades inciertas. En la siguiente tabla se muestra los valores de los periodos de las tres familias de edificios con propiedades medias e inciertas.

| Comparativa de periodos | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|---|
| Tipo de edificio | Periodo con propiedades medias (seg) | Periodo con propiedades inciertas (seg) |
| 5 niveles | 0.87 | 1.04 |
| 10 niveles | 1.29 | 1.57 |
| 15 niveles | 1.57 | 1.95 |

Con esta comparativa se puede observar que los periodos considerados al realizar análisis sísmicos en estructuras con propiedades medias es menor al periodo de las estructuras cuando se considera la variabilidad, esto de debe a que el periodo es obtenido con el valor medio, mas los valores medios de las n variables aleatorias involucradas, como se muestra en la formula 2.6.

Esto nos conduce a que los periodos de las estructuras con propiedades medias sea subestimado, por lo que cuando se realiza un análisis sísmico, al considerar el valor de un espectro de acuerdo al periodo de la estructura, se tome un valor distinto.

CONCLUSIONES

En la actualidad las normas de diseño en México se basan en un conjunto de reglas que deben satisfacerse, pero en estas no se toma en cuenta la variabilidad en las propiedades geométricas y mecánicas que se generan en el proceso de diseño y de construcción de los edificios.

En el presente trabajo se simularon las propiedades mecánicas de tres familia de edificios de 5 10 y 15 niveles de concreto reforzado, integrados por trabes y columnas en los cuales se consideraron, distintas fuentes de incertidumbre que pueden ser significativas en la respuesta estructural; entre ellas están las referidas al movimiento del terreno, las que tienen que ver con las propiedades geométricas y mecánicas de los elementos estructurales, así como las asociadas con la masa estructural, caracterizada por cargas vivas y muertas actuantes. También se simularon dos familias de sismos con periodos de retorno $T=50$ años y $T=200$ años los cuales se utilizaron para realizar los análisis dinámicos no lineales de las distintas familias de edificios. Dichos sismos se simularon tomando como base el registro sísmico obtenido en el año de 1985 en el edificio de la SCT localizado en la Av. Eje Central Lázaro Cárdenas de la ciudad de México.

Se obtuvieron las respuestas de todos los edificios de las cuales se tomaron como fuente de evaluación los desplazamientos en el extremo superior de la estructura con respecto a su base. Para la evaluación de la diferencia entre las respuestas de los edificios simulados con propiedades inciertas y su correspondiente analizado con propiedades inciertas, se propusieron dos índices, el primero mide la diferencia promedio de las respuestas a lo largo de la historia y el segundo la diferencia máxima de la respuesta en un punto dado. Una tercera forma de evaluar la diferencia entre los edificio fue con la construcción de las curvas de cortante en la base contra

desplazamiento en el extremo superior de un edificio, sometido a una excitación monótonicamente creciente en la base.

De aplicar la metodología a las diferentes familias de edificios se concluye lo siguiente:

- a. Las respuestas de las estructuras modeladas con propiedades inciertas presentaron una diferencia considerable en comparación con el edificio modelado con propiedades medias a partir de su incursión en el rango no lineal, ya que en el rango lineal, las respuestas son prácticamente iguales.
- b. La diferencia entre las respuestas aumenta con la intensidad sísmica ya que éstas varían en función de las peculiaridades del movimiento del terreno, así como de la intensidad. Estas variaciones probablemente, se deban a la relación que guarda el periodo fundamental de la estructura y la de los modos superiores con respecto a los periodos dominantes del sitio. Esto merece atención detallada en estudios futuros.
- c. Con las distintas formas de evaluación, se muestra como la variabilidad en las propiedades mecánicas influye significativamente en las respuestas de los edificios cuando este comienza a incursionar en el rango no-lineal. Lo anterior implica que en análisis y diseño de edificios con ductilidad alta, la incertidumbre generada por los distintos factores que introducen la variabilidad en las estructuras no debe despreciarse. Además, en análisis de confiabilidad dicha incertidumbre debe considerarse ya que su influencia sobre el comportamiento del edificio no es constante.

Por otra parte, los estudios realizados, pueden servir como referencia al grupo encargado de proyectar las normas para obtener estimaciones de los niveles de seguridad relativos de estructuras diseñadas, y con base en ello mejorar la toma de decisiones basada en la intuición que acompaña a toda norma de diseño.

El principal objetivo de todo trabajo de ingeniería sísmica es lograr que las estructuras tengan un óptimo desempeño durante las historias sísmicas a las que puede ser sometida durante su ciclo de vida. Aquí, cuando se habla de desempeño óptimo se hace referencia al comportamiento esperado de la estructura durante sismos de intensidades dadas. En este trabajo se ha dado un pequeño paso para lograr este objetivo; sin embargo, es necesario calibrar algoritmos y proponer alternativas prácticas para alcanzar dicho objetivo de manera satisfactoria. En lo que sigue se mencionan algunos tópicos que merecen tratarse y discutirse en futuros trabajos.

1. Incorporar métodos de análisis dinámico no lineal que modelen a la estructura tridimensionalmente a fin de tomar en cuenta otros efectos que tienen que ver con el desempeño estructural.
2. Realizar el mismo análisis pero con edificios a base de marcos de acero o la combinación de ambos.
3. Efectuar el análisis con el uso de sismos simulados en otro sitio con características distintas.
4. Considerar la influencia de la interacción suelo-estructura.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

1. Alamilla J. (2001) “Criterios de diseño sísmico basados en confiabilidad para estructuras aporticadas”, Tesis presentada en la DEPFI, UNAM, como requisito para obtener el grado de Doctor en Ingeniería., pp. 50-69
2. Alamilla J. (1997) “Simulación de temblores en el valle de México mediante procesos estocásticos modulados en amplitud y frecuencia”, Tesis presentada en la DEPFI, UNAM, como requisito para obtener el grado de Maestro en Ingeniería.
3. Alamilla J., Esteva L., García-Perez J., Diaz-Lopez O. (2001a) “Evolutionary properties of stochastic models of earthquake accelerograms: Their dependence on magnitude and distance”, *Journal of Seismology* 5: 1-21.
4. Alamilla J., Esteva L., García-Perez J., Diaz-Lopez O. (2001b) “Simulating earthquake ground motion at a site, for given intensity and uncertain source location”, aceptado para su publicación en *Journal of Seismology*.
5. Bazurro P. y Cornell A. C. (1994) “Seismic hazard analysis of nonlinear structures, I: Methodology”, *Journal of Structural Engineering*, Vol 120, No. 11, Noviembre, 3320-3344.
6. Campos-Arias D. y Esteva L. (1997) “Modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado”, Memoria del XI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Veracruz, Ver. México. Vol. 1. 567-573.
7. Collins K. R., Wen y. K., Foutch D.A. (1996) “An alternative seismic design procedure for standard buildings”, 11th World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, México.
8. Departamento del Distrito Federal (1998) “Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal”, Diario Oficial de la Federación, agosto 2.
9. Departamento del Distrito Federal (1993) “Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, febrero 27.
10. Departamento del Distrito Federal (1996) “Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, marzo 27.
11. Esteva L. (1969) “Seismicity prediction: a bayesian approach”, Congreso mundial de ingeniería sísmica, Santiago, Chile, A-1, 172-184.
12. Esteva L. (1970) “Consideraciones prácticas en la estimación bayesiana de riesgo sísmico”, Serie azul del Instituto de Ingeniería, No. 248.

13. Esteva L., Villaverde R. (1973) "Seismic risk, design spectra and structural reliability", Proc. Fifth World Conference on Earthquake Engineering, Roma, Italia, 2586-2597.
14. Esteva L. (1976) "Seismicity", Cap. 6 del libro: Seismic Risk and Engineering Decisions, Editado por C. Lomnitz y E. Rosenblueth, Elsevier, 179-224.
15. Esteva L. y Ruiz S. (1989) "Seismic failure rates of multistory frames", Journal of Structural Engineering (ASCE). Vol. 115, No. 2, Febrero, 268-284.
16. Esteva L. (1995) "Towards consist reliability structural design for earthquakes", Reliability and optimization of structural systems, Editado por R. Rackwitz, G. Augusti y A. Borri, Chapman & Hall, Londres.
17. Esteva L., Díaz-López O, García-Pérez J. Pérez-Gómez D. (2000a) "Seismic reliability of structural systems: a model based on the reduction of stiffness and deformation capacity", IFIP, Working conference on realibility and optimization of structural systems, Ann Arbor, Michigan, Estados Unidos.
18. Esteva L., Díaz-López O., Mendoza E. (2000b) "Reliability indexes in earthquake resistant design of muti-story frame buildings", 12th World Conference on Earthquake Enginnering, No 1662.
19. Esteva L. (2001) "Diseño sísmico basado en desempeño: tendencias y retos", Revista de Ingeniería Sísmica, México DF, No. 63, 36-54
20. Esteva L., Díaz-López O., García-Pérez J. (2001) "Reliability functions for earthquakes resistant design", aceptado para su publicación en Journal of Reliability Engineering and Safety, Especial issue.
21. Grigoriu M., Ruiz S. E. y Rosenblueth E. (1988) "The México earthquake of september 19, 1985- nonstationary models of seismic ground acceleration", Earthquake Spectra, Vol. 4, No.3, 551-568.
22. Hartzell S. H. (1978) "Earthquake aftershocks as Green's functions, Geophys. Res. Lett. 5, 1-4.
23. Heredia-Zavoni E., Zeballos A. y Esteva L. (2000) " Theoretical models and recorded response in the estimation of cumulative seismic damage on non-linear structures", Earthquake Enginnering and Structural Dynamics, 29: 1779-1796.
24. Mander J. B., Priestley M. J. N. y Park R. (1988) "Theoretical stress-strain model for confined concrete", Journal of Structural Engineering (ASCE). Vol. 114, No. 8, Agosto, 1804-1825.

25. Mendoza C. J. (1991) "Evaluación de la resistencia del concreto en la estructura por medio del ensaye de corazones", Revista de Construcción y Tecnología, IMCYC, Vol. III, No. 34, Marzo, 6-11.
26. Mirza S. A. y MacGregor J. G. (1979) "Variations in dimensions of reinforced concrete members", Journal of the Structural Division (ASCE), Vol. 105, No. ST4, Abril, 751-766.
27. Mirza S. A. y MacGregor J. G. (1979) "Variability of mechanical properties of reinforcing bars", Journal of the Structural Division (ASCE), Vol. 105, No. ST5, Mayo, 921-937.
28. Montes-Iturrizaga R., Heredia-Zavoni E. y Esteva L. (2001) "Optimal maintenance strategies for structures in seismic zones", enviado para su publicación en Earthquake Engineering and Structural Dynamics.
29. Ordaz M., Singh S. K., Reinoso E., Lermo J., Espinosa J. M., Domínguez T. (1988) "The Mexico Earthquake of september 19, 1985- estimation of response spectra in the lake bed zone of the valley of Mexico", Earthquake Spectra, Vol. 4, No. 4, 815-834.
30. Ordaz M., Singh S. K., Arciniega A. (1994) "Bayesian attenuation regressions: an application to Mexico City", Geophys. J. Int., 117, 335-344.
31. Ordaz M., Arboleda J., Singh S. K. (1995) "A scheme of random summation of an empirical Green's function to estimate ground motions from future large earthquakes", Bull. Seism. Soc. Am. 85.
32. Paulay T. Y Priestley M. J. N. (1992) "Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings", John Wiley & Sons. Inc.
33. Peir J. and Cornell A. (1973) "Spatial and temporal variability of live loads", Journal of the Structural Division (ASCE), Vol. 99, No. ST5, Mayo, 903-922.
34. Powell G. H. (1973) "DRAIN 2D User's Guide " Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
35. Rodríguez M. y Botero J. C. (1996) "Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo producidos en México", Serie azul del Instituto de Ingeniería, UNAM. No. 575, Enero.
36. Rosenblueth E. (1976) "Optimum design for Infrequent disturbances", Journal of Structural Division (ASCE), Vol. 102, No. ST9, Septiembre, 1807-1825.
37. Rosenblueth E. (1983) "Estimaciones bipuntuales en probabilidades", Serie azul del Instituto de Ingeniería, No 464, marzo.



38. Ruiz S. E. y Soriano A. (1997) “Design live loads for office buildings in Mexico and the United States”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, No. 6, Junio.

APÉNDICE A

Análisis de incertidumbre en el movimiento del terreno en diferentes sitios

Para caracterizar acertadamente la respuesta estructural es necesario contar con historias detalladas del movimiento del terreno durante sismos; sin embargo, con frecuencia las muestras disponibles de acelerogramas registrados durante sismos no son suficientes para llevar a cabo un análisis de confiabilidad; por ello se han destinado esfuerzos a desarrollar modelos matemáticos de procesos estocásticos para representar las características detalladas del movimiento del terreno durante posibles eventos futuros. Entre estos modelos es posible mencionar el método de las funciones de Green propuesto por Hartzell (1978), y mejorado por Ordaz y col. (1995). Dicho método utiliza un acelerograma pequeño como función de Green y parámetros sismológicos de dicha función y del sismo objetivo. La historia del movimiento del terreno durante un temblor de magnitud elevada se obtiene como la superposición en el tiempo de un conjunto de movimientos de temblores de menor magnitud, generados en la misma fuente, y cuyos tiempos de inicio están desfasados. Una de las desventajas de dicho método es que necesita previamente una historia de aceleraciones sísmicas para poder obtener un registro simulado, además de que el número de superposiciones de la función de Green aumenta y el factor de escala disminuye a medida que el temblor objetivo crece con respecto a la función de Green, lo que trae como consecuencia un aumento en la varianza y por lo tanto, la verosimilitud del registro simulado decrece. Otro método en el que es posible involucrar parámetros de fuente con las características del movimiento del terreno en el sitio, es el método de las funciones de atenuación generalizadas que relaciona las propiedades evolutivas del movimiento, amplitud y frecuencia, en términos de magnitud y distancia, entre otros. Este método tiene la ventaja de ser aplicable a cualquier combinación de parámetros de fuente que se requiera; sin embargo, para definir las propiedades estadísticas de los parámetros que controlan el movimiento se requiere de una muestra de acelerogramas registrados en el sitio de interés.

Aquí, el acelerograma de un sismo es considerado como un proceso gaussiano no estacionario con propiedades estadísticas dependientes de M y R , y con el fin de representar adecuadamente las características de las funciones que controlan las características evolutivas del movimiento del terreno, se define un conjunto de parámetros que posteriormente se transforman en los originales para la etapa de simulación.

De acuerdo con Grigoriu y col.(1988) y Yeh y Wen (1989) es posible considerar un acelerograma como una realización de un proceso gaussiano modulado en amplitud y frecuencia:

$$\xi(t) = I(t)\zeta(\phi(t)) \quad (A.1)$$

Aquí, $\xi(t)$ es la aceleración del movimiento del terreno como función del tiempo, t . $I(t)$ es una función determinista que constituye la envolvente que controla la amplitud de $\xi(t)$; $\zeta(\phi(t))$ es un ruido blanco filtrado en ϕ ; $\phi(t)$ transforma la escala de tiempos, es la función de modulación de frecuencias que determina la tasa de cambios de las frecuencias dominantes de $\xi(t)$. El procedimiento para obtener simulaciones del movimiento del terreno se desarrolla en forma detallada en un trabajo realizado por Alamilla (1997).

Si se adopta una forma adecuada para cada una de las funciones que aparecen en el segundo miembro de la ec A.1, los parámetros correspondientes permitirán estimar en función de M y R las funciones moduladoras siguientes:

- Función de energía acumulada, $W(t)$, cuya derivada con respecto al tiempo es la función $I^2(t)$, y que aquí se representa por cinco segmentos, en correspondencia con los intervalos de la escala del tiempo mostrados en la fig

A.1. En esta figura, los instantes $t_{.025}$, $t_{.25}$, $t_{.75}$ y $t_{.975}$ corresponden a valores de $W(t)$ iguales a 0.025, 0.25, 0.75 y 0.975 de W_0 . Aquí, W_0 representa la energía total acumulada al final de la excitación. Analíticamente los segmentos mostrados en la fig A.1 se representan mediante las siguientes funciones

$$\begin{aligned}
 W(t) = & \begin{aligned} & b_1 t & 0 \leq t \leq t_{.025} & \text{(A.2a)} \\ & b_1 t + b_2 (t - t_a)^n & t_{.025} \leq t \leq t_{.25} & \text{(A.2b)} \\ & b_3 + b_4 t + b_5 t^2 & t_{.25} \leq t \leq t_{.75} & \text{(A.2c)} \\ & b_6 + b_7 t + b_8 t^2 & t_{.75} \leq t \leq t_{.975} & \text{(A.2d)} \\ & W_0 (1 - e^{-\epsilon t}) & t \geq t_{.975} & \text{(A.2e)} \end{aligned}
 \end{aligned}$$

En estas ecuaciones, b_1 a b_8 , n y ϵ son parámetros que se estiman a través de condiciones de continuidad del valor de la energía y pendiente, en los puntos de unión.

- Función de modulación de frecuencias. Depende del número medio de cruces por cero y de acuerdo con Yeh y Wen (1989) está dada por $\phi(t) = \mu_0(t) / \mu_0'(t_0)$. $\mu_0(t)$ es la función que describe el número de veces que las aceleraciones sísmicas cruzan por cero, la prima denota la primera derivada y $t_0 = \frac{t_{.75} + t_{.25}}{2}$ corresponde a un tiempo de referencia para el que se obtiene la densidad espectral del proceso. En este estudio se supone que $\mu_0(t)$ está dada por

$$\mu_0(t) = p[2 - \exp(-qt) - \exp(-rt^3)] \quad \text{(A.3)}$$

donde p , q y r , son parámetros por determinar. Además de estas funciones, para describir el movimiento del terreno se requiere la densidad espectral en un instante dado. De acuerdo con Yeh y Wen (1989) esta adopta la forma de la

función de Clough-Penzien, definida por los parámetros S_0 , ω_g , ζ_g , ω_f , ζ_f , donde S_0 representa un factor de escala y los demás la forma de la densidad espectral del proceso modulado.

Con el fin de estimar los parámetros que definen las características del proceso no estacionario del movimiento del terreno en términos de M y R , se adopta el siguiente conjunto de parámetros que se toman como base para la simulación de la excitación sísmica.

a) para representar la función de modulación de amplitudes del movimiento

$$\Delta = t_{.75} - t_{.25} \quad (\text{A.4a})$$

$$\alpha = \frac{t_{.25} - t_{.025}}{\Delta} \quad (\text{A.4b})$$

$$\beta = \frac{t_{.975} - t_{.75}}{\Delta} \quad (\text{A.4c})$$

Aquí, cada parámetro corresponde a cierta fase de tiempo de la distribución de la energía del movimiento del terreno. Δ está relacionada con la duración de la parte más intensa del movimiento en el sitio, durante el cual $W(t)$ varía entre el 25 y 75% de W_0 . α define en forma normalizada con respecto a Δ el intervalo que corresponde a valores de $W(t)$ comprendidas entre el 2.5 y el 25% de W_0 . β define, también en forma normalizada la parte del movimiento que corresponde a energías acumuladas entre el 75 y el 97.5% de W_0 . En este trabajo, el movimiento se representa hasta el tiempo $t_{.975}$, que corresponde al 97.5 % de la energía total. Se considera que la parte final del movimiento no influye en los análisis de respuesta. Por no ser un valor crucial en los parámetros que caracterizan al movimiento, el tiempo $t_{.025}$, que corresponde al 2.5% de la energía total que representa la fase inicial del movimiento, se toma como el valor promedio de la muestra de acelerogramas que se tienen.

La varianza instantánea de la aceleración se caracteriza por un parámetro global z , definido por la ec A.5. Este parámetro representa el 50% de la energía total W_0 , normalizada por la duración de la fase intensa del movimiento, Δ .

$$z^2 = \frac{W_0}{2\Delta} \quad (\text{A.5})$$

b) La evolución del contenido de frecuencias en el tiempo se estima a través de la esperanza del número de veces que el proceso cruza el eje del tiempo; tal esperanza está dada por la ec A.3. y se representa en la fig A.2. Es conveniente caracterizar esta función a través de los parámetros de las ecs A.6a-A.6e. Estos parámetros representan el número esperado de cruces que corresponde a un segmento de tiempo, normalizado por la duración de dicho segmento. Estos segmentos de tiempos están asociados a los instantes definidos arriba

$$\eta_{.025} = \frac{\mu_{.025}}{t_{.025}} \quad (\text{A.6a})$$

$$\eta_{.25} = \frac{\mu_{.25} - \mu_{.025}}{t_{.25} - t_{.025}} \quad (\text{A.6b})$$

$$\eta_o = \frac{\mu_o - \mu_{.25}}{t_o - t_{.25}} \quad (\text{A.6c})$$

$$\eta_{.75} = \frac{\mu_{.75} - \mu_o}{t_{.75} - t_o} \quad (\text{A.6d})$$

$$\eta_{.975} = \frac{\mu_{.975} - \mu_{.75}}{t_{.975} - t_{.75}} \quad (\text{A.6e})$$

Aquí, μ_n es el número de cruces acumulado hasta el tiempo t_n ; t_o es el tiempo que corresponde en forma aproximada al 50% de la energía total del movimiento.

c) La densidad espectral evolutiva se obtiene aplicando las funciones moduladoras de amplitud y de frecuencias a la densidad espectral para el instante de referencia t_0 . Dicha densidad se representa por la función de Clough-Penzien (1975) y su estimación para valores dados de M y R se logra a partir de leyes semi-empíricas de atenuación de los parámetros ω_g , ζ_g , ω_f y ζ_f , que definen la forma del filtro. Estimados los parámetros anteriores, S_0 resulta de la condición de varianza unitaria del proceso modulado que de acuerdo con Yeh y Wen (1989) se define como

$$S_0 = \frac{1}{\pi} \frac{2\zeta_g \zeta_f \left[(\omega_g^2 - \omega_f^2)^2 + 4\omega_g^2 \omega_f^2 (\zeta_g^2 + \zeta_f^2) + 4\zeta_g \zeta_f \omega_g \omega_f (\omega_g^2 + \omega_f^2) \right]}{\omega_g^4 (\zeta_g \omega_f + \zeta_f \omega_g) + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 [\zeta_g \omega_f^3 + \zeta_f \omega_g^3 + 4\zeta_g \zeta_f \omega_g \omega_f (\zeta_g \omega_f + \zeta_f \omega_g)]} \quad (A.7)$$

Actualmente no se cuenta con soluciones analíticas al problema de predecir las propiedades estadísticas evolutivas del movimiento del terreno durante un temblor, incorporando las incertidumbres inherentes de dichas propiedades. Debido al gran número de variables involucradas, se utiliza el método de Monte Carlo, que es la única opción disponible hasta ahora. Para aplicar dicho método es necesario evaluar a partir de acelerogramas registrados en el sitio de estudio, el vector de medias y la matriz de covarianzas de los parámetros: z , Δ , α , β , $\eta_{.025}$, $\eta_{.25}$, η_0 , $\eta_{.75}$, $\eta_{.975}$, ω_g , ζ_g , ω_f y ζ_f , todos en función de M y R . Aquí, la matriz de covarianzas se asume independiente de M y R . Por simplicidad, se supone que la función de distribución conjunta de estos parámetros es logaritmico normal. De acuerdo con lo anterior, para simular un acelerograma se necesita realizar los siguientes pasos:

- Dados M y R , simular los parámetros de la función de atenuación que describen el movimiento del terreno en el sitio
- Estimar los parámetros de las funciones moduladoras a partir de los parámetros simulados del paso anterior.
- Simular el acelerograma condicionado a los parámetros anteriores.

APÉNDICE B

Modelos Probabilísticos de las características estructurales que definen el comportamiento de edificios de múltiples niveles

B.1. Cargas vivas en edificios

De acuerdo con Pier y Cornell (1973) la intensidad de la carga viva sostenida $w(x,y)$, en un punto con coordenadas horizontales x, y , sobre un piso dado, se puede representar por medio del modelo probabilista definido por la ec B.2. En este modelo, el coeficiente m representa la carga viva media para la población de estructuras con el mismo tipo de ocupación: oficinas, departamentos, etc. γ_b y γ_f son variables aleatorias independientes con media cero, la primera toma en cuenta la variabilidad de la intensidad de la carga de un edificio a otro, y la segunda, de un piso a otro, en un mismo edificio. $\varepsilon(x,y)$ es una variable aleatoria independiente, con media cero, que representa la variación espacial de la intensidad de la carga sobre un piso, en un mismo edificio; esta variable es función de las coordenadas horizontales x y y , lo que implica que esté correlacionada espacialmente.

$$w(x,y) = m + \gamma_b + \gamma_f + \varepsilon(x,y) \quad (\text{B.2})$$

Las propiedades estadísticas: esperanza, $E[\cdot]$, y covarianza, $\text{cov}[\cdot]$, de w en dos sitios (x_0,y_0) y (x_1,y_1) , sobre un mismo piso, están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$E[w(x,y)] = m \quad (\text{B.3})$$

$$\text{cov}[w(x_0,y_0), w(x_1,y_1)] = \sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \text{cov}[\varepsilon(x_0,y_0), \varepsilon(x_1,y_1)] \quad (\text{B.4})$$

donde σ_b^2 y σ_f^2 son las varianzas de γ_b y γ_f , respectivamente. De acuerdo con lo autores, el último término de la ec B.4 se representa adecuadamente por medio de la función $\text{cov}[\varepsilon(x_0, y_0), \varepsilon(x_1, y_1)] = \sigma_{sp}^2 e^{-r^2/d}$; donde σ_{sp}^2 es la varianza de ε , r es la distancia horizontal entre (x_0, y_0) y (x_1, y_1) y d es una constante estimada. No obstante, cuando dos puntos (x_0, y_0) y (x_2, y_2) , están localizados en diferentes pisos, la ecuación anterior adopta la forma, $\text{cov}[\varepsilon(x_0, y_0), \varepsilon(x_2, y_2)] = \rho_c \sigma_{sp}^2 e^{-r^2/d}$; donde, ρ_c representa la correlación espacial de la intensidad de las cargas en dos pisos diferentes. Esta correlación se da cuando los inquilinos que habitan un edificio tienden a cargar de la misma manera los pisos, y en general, depende del número de pisos; sin embargo, por simplicidad se toma como constante.

Para fines de aplicaciones prácticas, el modelo de cargas se representa en términos de cargas unitarias por unidad de área, $U(A)$. Para ello, $w(x, y)$ se integra sobre un área dada y posteriormente se divide entre el área de integración. Así, para un área rectangular de un piso dado, la esperanza y la varianza de $U(A)$ están dadas por las siguientes ecuaciones

$$E[U(A)] = m \tag{B.5}$$

$$\text{var}[U(A)] = \sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_U^2 \frac{K(A)}{A} \tag{B.6}$$

donde

$$\sigma_U^2 = \pi d \sigma_{sp}^2 \tag{B.7}$$

$$K(A) = \left[\text{erf}\left(\sqrt{\frac{A}{d}}\right) - \sqrt{\frac{d}{A\pi}} \left(1 - e^{-A/d}\right) \right]^2 \tag{B.8}$$

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (\text{B.9})$$

Para n pisos con área rectangular común de un edificio dado, las propiedades estadísticas del modelo están dadas por

$$E[U(A_n)] = m \quad (\text{B.10})$$

$$\operatorname{var}[U(A_n)] = \sigma_b^2 + \frac{\sigma_f^2}{n} + \frac{\sigma_U^2 K(A)}{nA} + \rho_c \left(\frac{n-1}{n} \right) \frac{\sigma_{sp}^2 K(A)}{A} \quad (\text{B.11})$$

Pier y Cornell (1973) calibraron el modelo descrito mediante el ajuste a casos reales de los coeficientes de variación $\sqrt{\operatorname{var}[U(A)]}/m$ contra A , y $\sqrt{\operatorname{var}[U(A_n)]}/m$ contra n . El valor de la media en el ajuste del modelo resultó igual a $m = 57.6 \text{ kg/m}^2$ (11.8 psf) y los valores de los parámetros estimados fueron los siguientes: $\sigma_b^2 + \sigma_f^2 = 482.7 \text{ (kg/m}^2)^2$ (20.25 (psf)²); $\sigma_b^2 = 71.5 \text{ (kg/m}^2)^2$ (3 (psf)²); $\sigma_{sp}^2 = 6197.9 \text{ (kg/m}^2)^2$ (260 (psf)²); $\rho_c = 0.7$; $d = 0.836 \text{ m}^2$ (9 (ft)²). De acuerdo con los autores mencionados, basados en un trabajo de Mitchel y Woodgate, $U(A)$ se distribuye de acuerdo con una función de densidad de probabilidad gamma $G(k, \lambda)$, con parámetros k y λ , definidos por las siguientes ecuaciones

$$k = \frac{E[U(A)]^2}{\operatorname{var}[U(A)]} = \frac{m^2}{\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_U^2 \frac{K(A)}{A}} \quad (\text{B.12})$$

$$\lambda = \frac{E[U(A)]}{\text{var}[U(A)]} = \frac{m}{\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_u^2} \frac{K(A)}{A} \quad (\text{B.13})$$

Los parámetros del modelo de cargas vivas descrito arriba se ajustaron con datos de cargas vivas de edificios desplantados en Inglaterra y Estados Unidos, donde las cargas sobre las áreas de influencia son menores comparadas con las cargas sobre los edificios desplantados en la ciudad de México. Este hecho obedece a una mayor demanda de espacios y consecuentemente, indica que el valor medio de cargas vivas en la ciudad de México es mayor que la media empleada en el ajuste de los parámetros del modelo descrito arriba. Esto puede observarse en un estudio estadístico de cargas vivas sobre edificios de oficinas desplantados en la ciudad de México, realizado por Ruiz y Soriano (1997), donde el valor medio de la carga viva de cuatro edificios resultó igual a $m_0=75.1 \text{ kg/m}^2$.

El utilizar el modelo con los parámetros estadísticos obtenidos por Pier y Cornell (1973) y aplicarlo directamente a casos de edificios en la ciudad de México, conduciría a una modelación errónea de las cargas, dado que la media empleada no es la representativa para edificios construidos en la ciudad de México. Una solución a este problema, es utilizar el valor medio de la carga viva dada por Ruiz y Soriano (1997) y expresar la incertidumbre en el modelo citado en términos de coeficientes de variación para calcular los parámetros que definen al modelo de cargas vivas para edificios construidos en la ciudad de México. Esta suposición se justifica, ya que los datos estadísticos expresados en términos de coeficientes de variación de cargas vivas de edificios desplantados en la ciudad de México se ajustan adecuadamente al modelo ajustado por Pier y Cornell (1973) como se muestra en la fig B.1. De acuerdo con lo anterior, dados los valores de las varianzas σ_b^2 , σ_f^2 , σ_u^2 del modelo ajustado y la media de las cargas m y m_0 , los nuevos valores ($\sigma_{b_0}^2$, $\sigma_{f_0}^2$ y $\sigma_{u_0}^2$) que toman dichas varianzas se obtienen como sigue:

$$\sigma_{f_0}^2 = (m_0/m)^2 \sigma_f^2 = 698.72 \text{ (kg/m}^2\text{)}^2, \quad \sigma_{b_0}^2 = (m_0/m)^2 (\sigma_b^2 + \sigma_f^2) - \sigma_{f_0}^2 = 121.52 \text{ (kg/m}^2\text{)}^2 \quad \text{y}$$

$\sigma_{u_0}^2 = (m_0/m)^2 \sigma_u^2 = 27664 \text{ (kg/m}^2\text{)}^2$. Los valores de los parámetros ρ_c y d permanecen sin cambios.

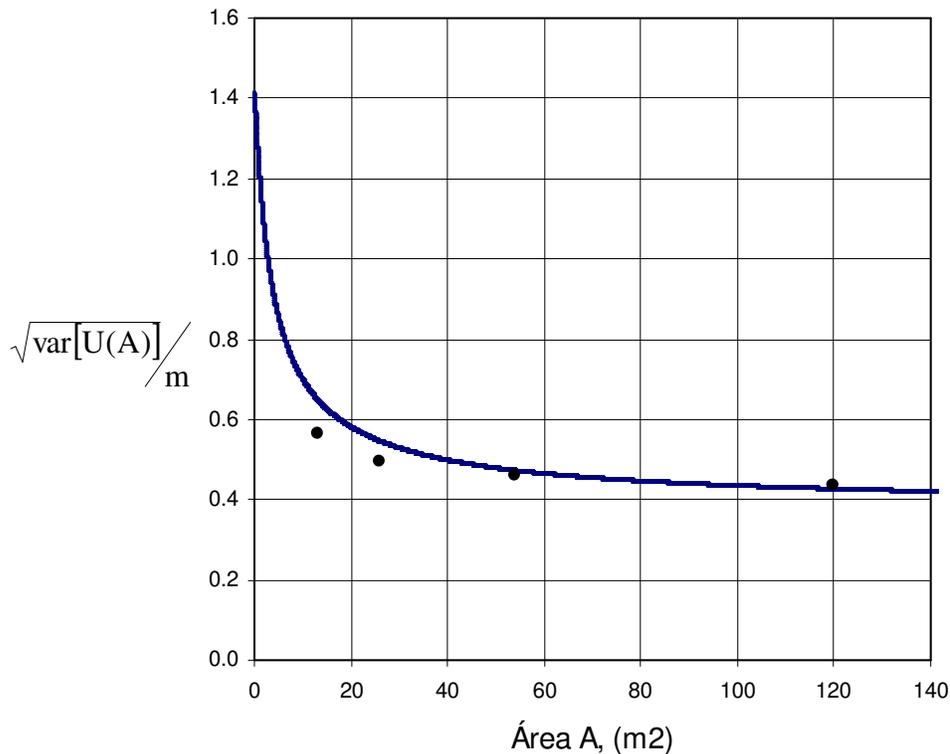


Fig. B.1. Coeficientes de variación de cargas vivas en México, medidas por Ruiz y Soriano (1997). Con línea continua el modelo ajustado de Pier y Cornell.

Actualmente, para describir las cargas que actúan sobre los diferentes niveles de un edificio se emplean modelos probabilistas, ya que dichas cargas son inciertas. Por ello en este trabajo se adoptan métodos de Monte Carlo para obtener cargas gravitacionales sobre edificios. Para realizar esto se emplea el modelo cargas propuesto por Pier y Cornell (1973), con parámetros estadísticos representativos de cargas vivas sobre edificios de la ciudad de México. Para aplicar dicho método y obtener cargas unitarias utilizando el modelo mencionado, es necesario contar con la distribución marginal de probabilidades de las variables involucradas γ_b , γ_f , y ε , de manera que $U(A)$ se comporte

de acuerdo con una función de distribución de probabilidad gamma, con propiedades estadísticas definidas por las ecs B.4 y B.5. Además, ε debe tener la característica de ser multivariada debido a que esta variable toma en cuenta la correlación espacial entre dos pisos diferentes. Sin embargo, no se cuenta con las distribuciones marginales de probabilidad que intervienen en el modelo. Con base en el modelo de cargas descrito, la única información disponible es que $U(A)$ posee función de distribución gamma con propiedades estadísticas dadas por las ecs B.4 y B.5; y las variables involucradas, γ_b , γ_f , y ε , son independientes, con esperanzas nulas, varianzas conocidas y con funciones de distribución de probabilidad no definidas. Para satisfacer las condiciones del modelo, se evalúan los coeficientes de correlación entre diferentes pisos, de manera que se considere el efecto de todas las variables aleatorias involucradas. En lo que sigue se determinan dichas correlaciones a partir del modelo de cargas vivas unitarias actuantes en dos pisos diferentes.

Sean las variables $U_{ij}(A_j)$, y $U_{kl}(A_l)$, definidas en las ecs B.14 y B.15, cargas vivas unitarias en dos entrepisos diferentes, donde el primer sub-índice indica el entrepiso, y el segundo la columna asociada a un área de influencia, A .

$$U_{ij}(A_j) = m + \gamma_b + \gamma_{fi} + \varepsilon_{ij}(A_j) \quad (\text{B.14})$$

$$U_{kl}(A_l) = m + \gamma_b + \gamma_{fk} + \varepsilon_{kl}(A_l) \quad (\text{B.15})$$

En estas ecuaciones, m es el valor medio de la carga viva unitaria y las variables aleatorias γ_b , γ_f , y $\varepsilon(A)$ están definidas en el modelo descrito arriba. De acuerdo con esto, la covarianza entre estas variables está dada en forma general por la siguiente ecuación

$$\text{cov}[U_{ij}(A_j), U_{kl}(A_l)] = E[\gamma_b^2] + E[\varepsilon_{ij}(A_j)\varepsilon_{kl}(A_l)] \quad (\text{B.16})$$

para el caso en que las variables aleatorias U_{ij} y U_{kl} correspondan a la misma área de influencia, es decir, si $j=l$, la ec B.16 adopta la siguiente forma

$$\text{cov}[U_i(A), U_k(A)] = \sigma_b^2 + \rho_c \sigma_U^2 \frac{K(A)}{A} \quad (\text{B.17})$$

por lo tanto, el coeficiente de correlación entre estas variables aleatorias se define como sigue

$$\rho_{U_i U_k} = \frac{\sigma_b^2 + \rho_c \sigma_U^2 \frac{K(A)}{A}}{\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_U^2 \frac{K(A)}{A}} \quad (\text{B.18})$$

Para el caso en que las variables aleatorias U_{ij} y U_{kl} de la ec B.16 correspondan a diferentes áreas de influencia, es decir si $j \neq l$, es aceptable considerar la hipótesis de independencia entre los términos ε_{ij} y ε_{kl} debido a que la correlación espacial decrece con la distancia, por lo que la ec A.16 adopta la siguiente forma

$$\text{cov}[U_{ij}, U_{kl}] = \sigma_b^2 \quad (\text{B.19})$$

por lo tanto, bajo esta hipótesis el coeficiente de correlación entre las variables U se obtiene como sigue

$$\rho_{U_{ij} U_{kl}} = \frac{\sigma_b^2}{\sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_U^2 \frac{K(A_j)}{A_j}} \sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_U^2 \frac{K(A_l)}{A_l}}} \quad (\text{B.20})$$

Dadas las propiedades estadísticas anteriores y la función de distribución conjunta de las variables gamma, es posible obtener estimaciones de cargas vivas sobre edificios; sin embargo, esta función conjunta no está definida en la literatura, ni se cuenta con procedimientos para obtener simulaciones de estas variables. En este trabajo se desarrolla una metodología, que se muestra en el apéndice C para obtener estimaciones de variables multivariadas, cuando únicamente se conoce la distribución marginal de las variables involucradas, así como las correlaciones entre ellas. De esta manera se satisfacen las condiciones necesarias para aplicar el método de Monte Carlo y obtener estimaciones de cargas vivas en edificios.

B.2. Cargas muertas en edificios

El reglamento de construcciones del Departamento del Distrito Federal establece, para fines de diseño, un valor nominal de carga muerta. Dicho valor corresponde a una probabilidad de ser excedida que en general varía entre 2 y 5%. De acuerdo con Meli (1976) la relación entre el valor nominal de carga muerta w_n , y la media de la carga, m_{cm} , se expresa adecuadamente mediante la siguiente expresión

$$m_{cm} = \frac{w_n}{1 + 2C_v} \quad (B.21)$$

donde C_v es el coeficiente de variación de la carga muerta que puede tomarse igual a 0.08, como valor típico. Este coeficiente de variación resulta ser muy pequeño si se compara con el coeficiente de variación de carga viva para un área dada, que toma valores entre 0.6 y 0.4, para áreas grandes. Sin embargo, la media de la carga muerta puede tomar valores superiores a la correspondiente a carga viva, lo que significa que la variabilidad en la intensidad de la carga muerta puede ser mayor que la que corresponde a carga viva.

Debido a que no se cuenta con algún modelo que describa el comportamiento probabilístico de la carga muerta sobre las estructuras, en este estudio las magnitudes de las cargas se consideran como variables aleatorias correlacionadas de piso a piso. Por cada entrepiso se adopta una variable aleatoria, caracterizada por una función de distribución marginal tipo gamma, con media dada por la ec B.21 y coeficiente de variación igual a $Cv=0.08$. La correlación entre cargas que proviene de diferentes niveles se obtuvo en forma subjetiva a partir de la distribución del cociente entre cargas, como se muestra en el apéndice D. Esta correlación se evaluó de manera que la probabilidad de que dicho cociente tomara valores entre 0.8 y 1.25 fuera igual a 0.90. De ello resultó un coeficiente de correlación igual a 0.5. De acuerdo con lo anterior, es posible aplicar la metodología descrita en el apéndice C para obtener simulaciones de valores de cargas muertas en edificios, aplicando el método de Monte Carlo.

B.3. Incertidumbre en características geométricas de elementos

Mediante una recopilación de trabajos, de mediciones en edificios construidos en varios países, incluido México, Mirza y MacGregor (1979) evaluaron las propiedades estadísticas, media y desviación estándar, de las diferencias o errores entre las dimensiones reales de secciones transversales de elementos y las correspondientes dimensiones proyectadas. Con base en el trabajo mencionado, las propiedades geométricas de secciones transversales de elementos de concreto que se consideraron mas importantes y que se evalúan en este estudio son: altura, ancho, recubrimientos de concreto y espesores de losa. Aquí, los errores de dichas propiedades geométricas se consideran como variables aleatorias correlacionadas con distribución de probabilidad Normal. Estas correlaciones se estimaron a partir de la ec D.6 del apéndice D, empleando para ello los primeros momentos estadísticos de las variables en cuestión y bajo la suposición de que los valores de las propiedades estadísticas de las variables provienen de la misma muestra de secciones transversales. También, se considera que

las variabilidades de los errores son estadísticamente independientes entre secciones de diferentes elementos.

Para obtener valores representativos de las variaciones que experimentan las características geométricas de las secciones durante el proceso de construcción, se aplica el método de Monte Carlo. Para llevar a cabo esto, se obtienen simulaciones de los errores de las variables descritas y, posteriormente, estos valores simulados se suman a las dimensiones proyectadas de diseño.

B.4 Incertidumbre en la resistencia a compresión del concreto en la estructura

De acuerdo con Mendoza (1991) las propiedades estadísticas de la resistencia a compresión del concreto en la estructura, como función de la resistencia media obtenida de ensayos experimentales de cilindros de concreto, están dadas por las relaciones $\bar{f}_{co} = 0.95\bar{f}'_c$ y $V_{co} = 1.15V_c$, donde \bar{f}_{co} es la resistencia media del concreto a compresión en la estructura, \bar{f}'_c es la resistencia media de ensayos de cilindros de concreto sometidos a compresión, V_{co} es el coeficiente de variación de la resistencia a compresión de concreto en la estructura y V_c es el coeficiente de variación de la resistencia a compresión que proviene de ensayos de cilindros de concreto.

Con base en pruebas de cilindros de concreto de resistencias nominales especificadas, Meli y Mendoza (1991) estimaron los primeros momentos estadísticos de la resistencia a compresión de concretos, y determinaron que es posible representar dicha resistencia mediante una función de distribución de probabilidad Normal. De acuerdo con estos investigadores, para una resistencia nominal igual a $f'_c = 250$ kg/cm², que es la que se

utiliza en este trabajo, la resistencia a compresión del concreto en cilindros tiene media igual a $\bar{f}_c = 268 \text{ kg/cm}^2$ y coeficiente de variación, $V_c = 0.167$.

En la construcción de edificios de concreto es común que la resistencia de los elementos en un entrepiso dado provenga de una misma mezcla de concreto, fabricada y colocada bajo las mismas condiciones ambientales, lo que significa que las resistencias en un mismo elemento, así como la de diferentes elementos en un mismo entrepiso, estén fuertemente correlacionadas. También, es común que las mezclas de concreto que se utilicen en todo el edificio provengan de una misma planta mezcladora, lo que implica que exista una alta probabilidad de que se emplee el mismo tipo de agregado en toda la estructura, así como el mismo tipo de cemento y calidad de agua, entre otros factores que influyen en la resistencia final del concreto. Esto sugiere que las resistencias de los elementos de concreto en todo el edificio estén correlacionadas.

Actualmente, no existen estudios estadísticos que cuantifiquen este tipo de correlaciones en estructuras construidas. Por ello, en esta disertación se estiman en forma subjetiva los coeficientes de correlación de la resistencia a compresión del concreto entre elementos de un mismo nivel, y entre elementos de diferentes entrepisos. Estos coeficientes se calculan a partir de los cocientes de las resistencias de los elementos en cuestión y de aplicar la metodología dada en el apéndice D. El primer factor de correlación se evaluó de manera que la probabilidad de que el cociente de las resistencias en dos puntos distintos de la estructura se encontrara entre 0.9 y 1.11 fuese igual a 0.90, de lo que resultó un valor de correlación igual a 0.9. El segundo coeficiente que se calculó dió como valor 0.8. Para calcular dicho valor se consideró que la probabilidad de que el cociente de las resistencias en cuestión se encuentre entre 0.85 y 1.18, es igual a 0.9.

Para obtener valores simulados de la resistencia a compresión del concreto en elementos estructurales, se considera que dicha resistencia se comporta de acuerdo con

una función de distribución Lognormal, ya que los valores de las resistencias del concreto unicamente pueden tomar valores positivos.

B.6 Incertidumbre en la resistencia a tensión del concreto en la estructura

De acuerdo con Mendoza (1984) la resistencia a tensión del concreto, f_t , se representa adecuadamente, para concretos fabricados en el DF, en función de la raíz cuadrada de la resistencia nominal a compresión del concreto, f'_c , como se muestra en la siguiente ecuación

$$f_t = \phi_t \sqrt{f'_c} \quad (\text{B.22})$$

en donde ϕ_t es una variable aleatoria con media $\overline{\phi_t} = 1.935$, y coeficiente de variación $V_\phi = 0.20$. De acuerdo con la estructura de esta ecuación es fácil darse cuenta que la resistencia a tensión del concreto se correlaciona con su resistencia a compresión. Hasta ahora esta correlación no se ha podido evaluar de los ensayos de los cilindros de concreto, debido a que la resistencias a compresión y a tensión de dichos cilindros provienen de muestras distintas.

De acuerdo con esta metodología, se asume que la resistencia a tensión y compresión del concreto son variables aleatorias representadas por F_t y F_c , respectivamente, que se relacionan de la siguiente forma

$$F_t = \beta \sqrt{F_c} \quad (\text{B.23})$$

donde β es variable aleatoria independiente, con media $\bar{\beta}$, y coeficiente de variación V_β , dados por las ecs B.24 y B.25.

$$\bar{\beta} = E\left[\frac{F_t}{\sqrt{F_c}}\right] = \frac{\bar{\phi}_t \sqrt{f'_c}}{\sqrt{\bar{f}_c} (1 - V_c^2/8)} \quad (\text{B.24})$$

$$V_\beta^2 = \frac{V_{\phi_t}^2 (8 - V_c^2)^2 - 16V_c^2}{64 + V_c^4} \quad (\text{B.25})$$

donde $E[\cdot]$ denota al operador esperanza y V_c es el coeficiente de variación de la resistencia a compresión del concreto. La ec B.25 es valida para todo $V_{\phi_t}^2 > V_{\sqrt{F_c}}^2 = (16V_c^2 / (8 - V_c^2)^2)$.

Aquí, se considera que β y F_c se distribuyen logaritmicamente. Así, para obtener valores simulados de resistencias del concreto a tensión es posible aplicar el método de Monte Carlo en dos formas que son equivalentes; la primera consiste en calcular el coeficiente de correlación entre β y F_c , después se obtiene la matriz de covarianzas de las variables lognormales y se efectúa una simulación multivariada. La segunda forma, consiste en simular valores de β de manera independiente para valores dados de F_c . Esta opción es mucho mas práctica, debido a que no es necesario evaluar el coeficiente de correlación entre variables. Además, los valores de β se obtienen a partir de distribuciones marginales de probabilidad, que son mas fáciles de simular que las distribuciones conjuntas, y la dependencia estadística de las resistencias a compresión del concreto en diferentes elementos estará tomada en cuenta implícitamente en los valores de β que resulten. También, es posible considerar que

la resistencia a tensión en la estructura se ve afectada por las mismas condiciones que afectan a la resistencia a compresión del concreto en la estructura.

Por otra parte, el estimar el coeficiente de correlación entre f_t y F_c , intuitivamente, da una mejor idea acerca de la dependencia entre estas variables. Dicho coeficiente se calcula al sustituir los valores estadísticos de la resistencia a compresión del concreto y la variable ϕ . Así, para una resistencia nominal a compresión del concreto, $f'_c = 250$ kg/cm², el coeficiente de correlación evaluado es igual a 0.4, lo que muestra en términos cuantitativos la correlación que existe entre la resistencia a compresión y la resistencia a tensión del concreto.

B.6. Incertidumbre en el módulo tangente del concreto

Esta propiedad, igual que la resistencia a tensión del concreto, se relaciona con su resistencia nominal a compresión, como se muestra en la ec B.26, donde ϕ_E es una variable aleatoria con propiedades estadísticas dadas.

$$E_c = \phi_E \sqrt{f'_c} \quad (\text{B.26})$$

A partir de gráficas esfuerzo-deformación de cilindros de concreto, fabricados con agregados típicos del valle de México, ensayados a compresión, Mendoza (1984) estimó que la variable ϕ_E tiene media igual a $\bar{\phi}_E = 8500$ y coeficiente de variación de $V_{\phi_E} = 0.12$. Estas propiedades estadísticas se calcularon a partir de mediciones de valores experimentales de E_c que resultaron de evaluar la pendiente de la recta que intersecta a la curva esfuerzo-deformación en cuestión, en el punto en que el esfuerzo asociado a dicha curva es igual a 40% del esfuerzo máximo de la resistencia a compresión del concreto. Esto implica que la resistencia a compresión y el modulo tangente estén correlacionados; sin embargo, en la literatura esta correlación no esta

reportada, por lo que en este estudio se evalúa en forma análoga a la correlación entre la resistencia a compresión y tensión del concreto, de acuerdo con la metodología dada en el apéndice E. Para llevar acabo esto, E_c y f'_c se consideran variables aleatorias representadas por M_E y F_c , respectivamente, y relacionadas mediante la siguiente expresión

$$M_E = \gamma \sqrt{F_c} \tag{B.27}$$

Aquí, γ es variable aleatoria independiente con media $\bar{\gamma}$ y coeficiente de variación V_γ , dados por las relaciones B.28 y B.29, obtenidas de acuerdo como se especifica en el apéndice E. En dichas relaciones el operador $E[\cdot]$ denota esperanza y la ec B.29 es valida para todo $V_{\phi_E}^2 > V_{\sqrt{F_c}}^2 = (16V_c^2 / (8 - V_c^2)^2)$.

$$\bar{\gamma} = E \left[\frac{M_E}{\sqrt{F_c}} \right] = \frac{\bar{\phi}_E \sqrt{f'_c}}{\sqrt{f'_c} (1 - V_c^2 / 8)} \tag{B.28}$$

$$V_\gamma^2 = \frac{V_{\phi_E}^2 (8 - V_c^2)^2 - 16V_c^2}{64 + V_c^4} \tag{B.29}$$

De acuerdo con la ec B.27, dada la resistencia a compresión del concreto y obteniendo por simulación un valor de la variable γ , es posible obtener el valor de E_c asociado con dicha resistencia.

B.7 Incertidumbre en el comportamiento mecánico del acero estructural

De pruebas experimentales de probetas de acero ensayadas a tensión, Rodríguez y Botero (1996) determinaron el comportamiento esfuerzo-deformación de varillas fabricadas en México y representaron dicho comportamiento por medio de una función caracterizada por tres zonas, que se definen a continuación: a) zona elástica: el esfuerzo está dado por la relación $f_s = E_s \varepsilon_s$ y ocurre en el intervalo $0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$, donde ε_s es la deformación de la varilla en cuestión, $\varepsilon_y = 0.002$ es la deformación de fluencia del acero y E_s es el modulo de elasticidad del acero, b) zona plástica: el esfuerzo esta dado por la relación $f_s = f_y$ y ocurre en el intervalo $\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$, donde ε_{su} es la deformación del acero correspondiente al inicio de la zona de endurecimiento por deformación, c) zona de endurecimiento por deformación: el esfuerzo está dado por la expresión dada por Mander (1984), que se representa por medio de la siguiente ecuación

$$f_s = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^P \quad \text{para } f_y \leq f_s \leq f_{su} \quad (\text{B.30})$$

donde f_{su} es el esfuerzo máximo que corresponde a la deformación ε_{su} , P es un parámetro adimensional que controla la forma de la ecuación anterior. Después de que esta función alcanza el esfuerzo máximo, se presenta una disminución gradual de esfuerzos, así como un aumento continuo de deformaciones hasta la ruptura del acero, la que ocurre a una deformación ε_{suu} .

Con base en los resultados experimentales obtenidos de las probetas ensayadas y con el fin de representar las características observadas por medio de las ecuaciones descritas

arriba, se evaluaron las propiedades estadísticas (media y desviación estándar) de los parámetros que controlan la curva esfuerzo-deformación del acero a partir del siguiente conjunto de variables

$$f_y = f_y \quad (B.31a)$$

$$\xi_0 = f_{su} - f_y \quad (B.31b)$$

$$\xi_1 = \epsilon_{sh} - \epsilon_y \quad (B.31c)$$

$$\xi_2 = \epsilon_{su} - \epsilon_{sh} \quad (B.31d)$$

$$\xi_3 = \epsilon_{suu} - \epsilon_{su} \quad (B.31e)$$

Estas variables se definieron con el fin de que tomen valores positivos y que se garantice que los valores simulados representen adecuadamente a la función constitutiva del acero. Se obtuvo la matriz de covarianzas de las variables anteriores, y a cada una de dichas variables, se ajustó una función de distribución de probabilidad logaritmico normal. En general, dicha distribución se ajustó adecuadamente, en el intervalo de interés, a los puntos experimentales dados de cada una de la variables; excepto la variable ξ_1 que muestra un comportamiento totalmente diferente; sin embargo, en este trabajo se asume con comportamiento lognormal. En la tabla B.1 se muestran los valores de los parámetros estadísticos de las variables anteriores, así como las correlaciones entre ellas.

De acuerdo con Mirza y MacGregor (1979), el coeficiente de variación de la resistencia de fluencia del acero es del orden de 4% a 7% sobre la población de varillas que provienen de una fuente en particular, mientras que cuando se consideran todas las fuentes, el coeficiente de variación se incrementa del orden de 8% a 12%. Por ello, en este trabajo se considera que la resistencia de fluencia de cada lecho de acero en la estructura proviene de la resistencia de un lote de varillas asociado a una determinada fuente, se considera que la resistencia de un lecho de acero es una variable aleatoria R ,

representada por medio de la ecuación $R = R_0 R_L$, donde R_0 es una variable aleatoria independiente que representa la variabilidad dentro del lote y R_L representa la variabilidad de lote a lote. Con base en el trabajo de los autores mencionados y con fines prácticos se considera que los coeficientes de variación V , de las variables R_0 y R_L son iguales, por lo que dichos coeficientes estarán dados por la ecuación $V = \sqrt{1 + V_{FY}^2} - 1$, donde V_{FY} es el coeficiente de variación de f_y , definida en la ec B.31a.

De acuerdo con lo anterior, el procedimiento para obtener valores simulados de la curva de comportamiento del acero para cada lecho de acero es el siguiente: a) se simula un valor de R_L , b) para cada lecho de acero en la estructura se simula un valor de R_0 , y c) dado un valor de la resistencia de fluencia del acero en cada lecho y con base en las ecs 44 se simulan los parámetros que definen a la curva esfuerzo-deformación del acero en cada lecho.

Tabla B.1 Parámetros estadísticos del logaritmo de las variables que describen el comportamiento del acero estructural

| Parámetro | Coef. Variación | media | Coeficientes de correlación | | | | | P |
|-----------|-----------------|-------|-----------------------------|---------|---------|---------|---------|------|
| | | | f_y | ξ_0 | ξ_1 | ξ_2 | ξ_3 | |
| f_y | 0.0069 | 8.43 | 1.00 | | | | | |
| ξ_0 | 0.0104 | 7.96 | -0.56 | 1.00 | | | | |
| ξ_1 | -0.2239 | -7.06 | -0.07 | -0.03 | 1.00 | | | |
| ξ_2 | -0.0842 | -2.13 | -0.20 | 0.03 | -0.32 | 1.00 | | |
| ξ_3 | -0.3500 | -4.00 | 0.02 | 0.01 | 0.38 | 0.07 | 1.00 | |
| P | 0.0905 | 1.23 | -0.21 | 0.26 | -0.10 | 0.28 | -0.02 | 1.00 |

B.8 Incertidumbre en el porcentaje de acero longitudinal

De acuerdo con Mirza y MacGregor (1979) el área de acero real en cada sección transversal es posible representarla mediante la variable aleatoria $A_R = \phi A_D$, donde ϕ es una variable aleatoria independiente con media igual a 1.01 y coeficiente de variación de 0.04, A_D es el área de acero que resulta del diseño convencional, por lo que es una variable determinista. Aquí se obtienen valores de A_R , simulando independientemente valores de ϕ para cada lecho de acero, con base en la distribución lognormal propuesta por los autores mencionados.

B.9 Propiedades de rigidez y comportamiento por carga cíclica de elementos de concreto reforzado

Los coeficientes de rigidez de cada elemento se calculan, aplicando el método del trabajo virtual, a partir de las rigideces a flexión, $EI = M_y / \phi_y$, que se obtienen de los diagramas de momento-curvatura de las secciones transversales que integran al elemento. M_y y ϕ_y son, respectivamente, el momento y curvatura de fluencia. Aquí, para calcular los coeficientes de rigidez, la longitud del elemento se discretiza en siete segmentos contiguos; dos de ellos de rigidez infinita, cuyas longitudes dependen de las características geométricas de los elementos en los extremos, como se muestra en la fig B.2. La rigidez de cada segmento restante se considera invariable a lo largo del mismo y se obtiene del diagrama de momento-curvatura de una sección transversal típica en el segmento, cuyas propiedades geométricas y mecánicas se estiman por simulación de Monte Carlo.

Para calcular los diagramas de momento-curvatura de las secciones transversales de los elementos, se asume el modelo de Mander (1988) con el fin de representar el comportamiento esfuerzo-deformación del concreto, y el de Rodríguez y Botero (1996) para representar el comportamiento del acero de refuerzo. Se considera que cada lecho de acero posee una curva esfuerzo-deformación, la cual se obtiene por simulación.

En trabes, la influencia de la losa se toma en cuenta mediante un ancho equivalente que, de acuerdo con Priestley y Paulay (1992), es del orden de un cuarto de las longitudes de los claros adyacentes a la sección transversal de interés.

Con base en el comportamiento de elementos sujetos a cargas cíclicas se sabe que el comportamiento no lineal de elementos de concreto reforzado ocurre en los extremos, en una zona contigua a estos. Los modelos matemáticos de las relaciones constitutivas actuales representan dicha zona por medio de una articulación plástica en cada extremo del miembro. Desde esta perspectiva, se asume que el comportamiento por carga cíclica de las articulaciones plásticas de los elementos se representa adecuadamente por medio del modelo de Campos y Esteva (1997), que toma en cuenta la degradación de rigidez y resistencia del elemento. Este modelo se basa en el concepto de daño acumulado, y toma en cuenta la rotación máxima experimentada en cada ciclo. Este modelo necesita como datos un parámetro $\alpha = 0.0671$ cuyo valor es obtenido por los autores citados a partir de datos experimentales. También necesita la curva de momento-rotación del extremo del elemento, que se calcula dando giros en los extremos del elemento de interés e integrando las curvaturas asociadas sobre la longitud del miembro. Una descripción detallada del modelo se encuentra en el trabajo de los autores mencionados.

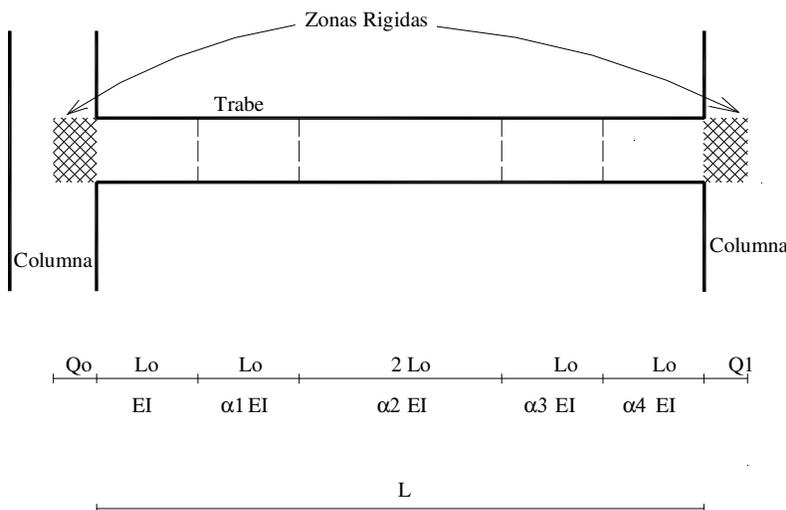


Fig. 2.2. Representación gráfica de elementos estructurales

APÉNDICE C

Simulación de variables aleatorias correlacionadas a partir de distribuciones de probabilidad marginales

Se desarrolla un método para obtener simulaciones de variables aleatorias correlacionadas, cuyas funciones de distribución marginal pueden ser de cualquier tipo. Este método consiste en transformar las distribuciones de probabilidad marginales de interés a distribuciones de probabilidad normal estándar, por medio de una función adecuada. Las covarianzas entre las variables de interés son transformadas a covarianzas equivalentes tipo normal estándar. Una vez realizadas las transformaciones mencionadas, es posible obtener valores simulados empleando el método de Monte Carlo para variables multivariadas gaussianas; posteriormente, estos valores son transformados a las variables originales. En lo que sigue, se describe en forma detallada el procedimiento anterior para obtener simulaciones de variables correlacionadas, asociadas a cualquier distribución de probabilidad.

Sea un conjunto de n variables aleatorias, X_1, X_2, \dots, X_n , con funciones de distribución de probabilidad $F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_n}(x_n)$, con covarianzas entre variables dadas por la ecuación $\text{cov}[X_i, X_j] = \rho_{ij} \sqrt{\text{var}[X_i]} \sqrt{\text{var}[X_j]}$, donde ρ es el coeficiente de correlación y $\text{var}[\cdot]$ es la varianza de la variable en cuestión.

1. Se considera que cada variable X_i está relacionada en forma determinística con una variable aleatoria U_i , mediante la ecuación $\Phi(u_i) = F_{X_i}(x_i)$. Se supone que U_i está caracterizada por una función de densidad de probabilidad normal estándar $N(0,1)$, cuya función de distribución acumulada es $\Phi[\cdot]$.
2. Para cada variable X , se obtiene un conjunto de puntos (x_i, u_i) de la curva $u = \Phi^{-1}(F_X(x))$.
3. Se aproxima la relación entre x y u por medio de la ecuación C.1. Los coeficientes α_i , ($i=1,2,3,4$), se obtienen mediante un ajuste de mínimos cuadrados.

$$x = \exp(\alpha_1 + \alpha_2 u_i + \alpha_3 u_i^2 + \alpha_4 u_i^3) \quad (\text{C.1})$$

4. Se define z como $\ln(x) - \alpha_1$, de donde

$$z = \alpha_2 u + \alpha_3 u^2 + \alpha_4 u^3 \quad (\text{C.2})$$

5. Se presenta la aproximación de Abramowitz para la función inversa $u(z)$, incluyendo los valores de los coeficientes α , como sigue

$$u \approx \frac{1}{\alpha_2} z - \frac{\alpha_3}{\alpha_2^3} z^2 + \frac{2\alpha_3^2 - \alpha_2 \alpha_4}{\alpha_2^5} z^3 \quad (\text{C.3})$$

6. Con el fin de estimar $\text{cov}[U_i, U_j]$, se supone que $\hat{U}_i = U_i$, de manera que para obtener dicha covarianza se aplica el método de estimaciones bipuntuales desarrollado por Rosenblueth (1983). Para el caso específico de dos variables aleatorias correlacionadas, X_1, X_2 , este método utiliza cuatro concentraciones de probabilidades P_{11}, P_{12}, P_{21} y P_{22} . La posición de estas concentraciones sobre los ejes que caracterizan a cada variable se muestran en la fig C, y están dadas por las siguientes expresiones

$$x_{k1} = \xi_{k1} \sigma_k + \bar{X}_k \tag{C.3.a}$$

$$x_{k2} = \bar{X}_k - \xi_{k2} \sigma_k \tag{C.3.b}$$

donde $\xi_{k1} = \frac{\gamma_k}{2} + \sqrt{1 + (\gamma_k/2)^2}$ y $\xi_{k2} = \xi_{k1} - \gamma_k$, el subíndice k denota a la variable en cuestión, \bar{X} su valor medio, $\sigma = \sqrt{\text{var}[\cdot]}$ y γ es el coeficiente de asimetría. Las magnitudes de las concentraciones de probabilidades se obtienen satisfaciendo el momento de orden cero que siempre es igual a uno, y tres momentos de segundo orden dados por $\text{var}[X_i], \text{var}[X_j]$ y $\text{cov}[X_i, X_j]$. Así, las covarianzas entre las variables U están dadas por la siguiente ec.

$$\text{cov}[U_i, U_j] = \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 G(x_{ik}) G(x_{jl}) P_{kl} \tag{C.4}$$

7. Dada la matriz de covarianzas para las U_i , se emplea el método de Monte Carlo para simular valores de dichas variables. Estos valores simulados son transformados a la variable asociada X_i por medio de la relación C.1.

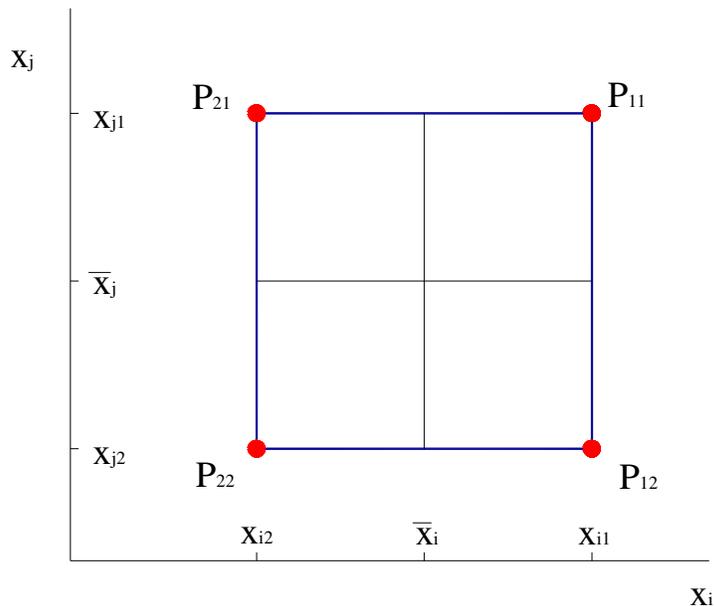


Fig C. Concentraciones de probabilidad para dos variables aleatorias simultaneas

APÉNDICE D

Estimación del coeficiente de correlación entre variables aleatorias con base en información subjetiva sobre la variabilidad de su cociente

Sean las variables aleatorias positivas Y_i , Y_j , ambas con media \bar{Y} , coeficiente de correlación, ρ . Estas variables pueden representarse de la siguiente forma

$$Y_i = X \tag{D.1}$$

$$Y_j = \beta X \tag{D.2}$$

donde X es una variable aleatoria independiente con media $\bar{X} = \bar{Y}$, y coeficiente de variación, V_X . $\beta = \frac{Y_j}{Y_i}$ se supone con media unitaria y coeficiente de variación V_β . De acuerdo con lo anterior, las varianzas $\text{var}[Y_i]$ y $\text{var}[Y_j]$ de Y_i y Y_j , respectivamente, así

como la covarianza entre dichas variables, $\text{cov}[Y_i, Y_j]$, están dadas por las siguientes ecuaciones

$$\text{var}[Y_i] = \text{var}[X] \quad (\text{D.3})$$

$$\text{var}[Y_j] = \bar{\beta}^2 \bar{X}^2 (V_\beta^2 + V_x^2 + V_\beta^2 V_x^2) \quad (\text{D.4})$$

$$\text{cov}[Y_i, Y_j] = \bar{\beta} \text{var}[X] \quad (\text{D.5})$$

de acuerdo con estas ecuaciones, el coeficiente de correlación se define como sigue

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{1 + V_\beta^2 \left(1 + \frac{1}{V_x^2}\right)}} \quad (\text{D.6})$$

La probabilidad de que β se encuentre entre los valores ε y $1/\varepsilon$, con $0 < \varepsilon < 1$, vale P_ε . Esto equivale a que la probabilidad de que $U = \ln \beta$ esté comprendida entre los valores $u_1 = \ln \varepsilon$ y $u_2 = -\ln \varepsilon$ sea igual a P_ε . La esperanza de U es igual a cero y su varianza, $\text{var}[U]$, se determina de la condición presentada en el renglón anterior. Dado $\text{var}[U]$ es posible obtener V_β a partir de la siguiente ecuación que es una propiedad de la distribución lognormal

$$V_\beta^2 = \exp[\text{var}[U] - 1] \quad (\text{D.7})$$

Una vez obtenido V_β y dado V_x se obtiene el coeficiente de correlación ρ por medio de la ec. D.6.

APÉNDICE E

Estimación del coeficiente de correlación entre una variable aleatoria Y y la función aleatoria $Z = \sqrt{X}$ a partir de los primeros momentos estadísticos de sus distribuciones de probabilidad marginales

Sean las variables Y y X , ambas con media \bar{Y} y \bar{X} , coeficiente de variación V_Y y V_X , respectivamente, relacionadas de la siguiente forma

$$Y = \beta Z(X) \quad (\text{E.1})$$

donde $Z(X) = \sqrt{X}$ y β es una variable aleatoria independiente con media $\bar{\beta}$, y coeficiente de variación V_β , dados por las siguientes relaciones

$$\bar{\beta} = \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} \quad (\text{E.2})$$

$$V_\beta^2 = \frac{V_Y^2 - V_Z^2}{1 + V_Z^2} \quad (\text{E.3})$$

Esta última ec es valida para $V_Y^2 > V_Z^2$. La media de Z se obtiene mediante una aproximación de segundo orden en serie de Taylor alrededor de \bar{X} y se define por medio de la siguiente ecuación

$$\bar{Z} \approx \sqrt{\bar{X}} \left(1 - \frac{V_X^2}{8} \right) \quad (\text{E.4})$$

La varianza de Z se calcula mediante una aproximación de primer orden por medio de la siguiente expresión

$$\text{var}[Z] \approx \frac{\bar{X}V_x^2}{4} \quad (\text{E.5})$$

por lo tanto $V_Z \approx \frac{4V_x}{8 - V_x^2}$. De acuerdo con esta ec, la ec C.3 se calcula aproximadamente por medio de la relación

$$V_\beta^2 \approx \frac{V_Y^2(8 - V_x^2)^2 - 16V_x^2}{64 + V_x^4} \quad (\text{E.6})$$

De acuerdo con lo anterior el coeficiente de correlación ρ_{XY} entre X y Y está dado por

$$\rho_{XY} \approx \frac{V_Z}{V_Y} \approx \frac{4V_x}{V_Y(8 - V_x^2)} \quad (\text{E.7})$$

Por otra parte, la ec E.1 no es válida cuando $V_Y^2 < V_Z^2$ y por tanto, tampoco la ec E.3. En este caso una posible solución al problema consiste en transformar la ec. E.1 en la siguiente

$$Y = \frac{Z(X)}{\gamma} \quad (\text{E.8})$$

donde Z ya ha sido definida en la ec. E.1, con propiedades estadísticas dadas por las ecs E.4 y E.5. γ es variable aleatoria independiente con media $\bar{\gamma}$, y coeficiente de variación V_γ , dados por las siguientes ecuaciones

$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{Z}}{\bar{Y}} \quad (\text{E.9})$$

$$V_\gamma^2 \approx \frac{16V_X^2 - V_Y^2(8 - V_X^2)^2}{(1 + V_Y^2)(8 - V_X^2)^2} \quad (\text{E.10})$$

De acuerdo con la ec. E.8 el coeficiente de correlación dado por la ec. E.7 adquiere la siguiente forma

$$\rho_{XY} \approx \frac{V_Y}{V_Z} \approx \frac{V_Y(8 - V_X^2)}{4V_X} \quad (\text{E.11})$$

