



**PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS
EN SISTEMAS DE MANIPULADORES
ROBÓTICOS MÚLTIPLES**



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS
EN SISTEMAS DE MANIPULADORES
ROBÓTICOS MÚLTIPLES**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**DOCTOR EN CIENCIAS
CON ESPECIALIDAD EN
INGENIERÍA MECÁNICA**

PRESENTA:

JAVIER RAMÍREZ GORDILLO



DIRECTOR DE TESIS:

DR. EMMANUEL ALEJANDRO MERCHÁN CRUZ
DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA CALDERÓN



CONTENIDO

DEDICATORIAS	1
AGRADECIMIENTOS	1
RESUMEN	2
ABSTRACT	4
NOMENCLATURA	5
JUSTIFICACIÓN	8
OBJETIVO	7
ÍNDICE GENERAL	9
ÍNDICE DE FIGURAS	18
ÍNDICE DE TABLAS	19

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN	21
1.1. ESTADO DEL ARTE	22
1.1.1. ALGORITMO	22
1.1.2. PLANEACIÓN DE MOVIMIENTO	26
1.1.3. ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES	28
1.1.4. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL	32
1.1.4.1. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL CON FUNCIONES ARMÓNICAS	34
1.1.5. SISTEMA DE MANIPULADORES ROBÓTICOS MÚLTIPLES	36
1.2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	38
1.3. CONTRIBUCIONES DE LA INVESTIGACIÓN	40
2. GENERALIDADES	43
2.1. MOVIMIENTO DEL ROBOT	43
2.1.1. CINEMÁTICA DEL ROBOT	43
2.1.1.1. CINEMÁTICA DIRECTA DEL ROBOT	44
2.1.1.1.1. CINEMÁTICA DIRECTA CON TRANSFORMACIONES HOMOGÉNEAS	45
2.1.1.1.2. CINEMÁTICA DIRECTA CON CUATERNIONES DUALES	47
2.1.1.2. CINEMÁTICA INVERSA DEL ROBOT	51
2.1.1.2.1. CINEMÁTICA INVERSA DEL ROBOT, MÉTODO ITERATIVO	52
2.1.2. DINÁMICA DEL ROBOT	54
2.1.2.1. FORMULACIÓN DE LAGRANGE	55
2.2. ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES	58
2.2.1. CARACTERIZACIÓN DEL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES	58
2.3. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL	59
2.3.1. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL PARA LA CARACTERIZACIÓN DE OBSTÁCULOS	60
2.3.2. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIA LAPLACIANO	62
2.4. TÉCNICAS DE COMPUTACIÓN INTELIGENTE	62
2.4.1. LÓGICA DIFUSA	64
2.4.2. REDES NEURONALES	66
2.4.2.1. TOPOLOGÍA DE REDES NEURONALES	67
2.4.3. ALGORITMOS GENÉTICOS	69
2.5 DISCUSIÓN	71



3. PLANEACIÓN GLOBAL DE TRAYECTORIAS PARA MANIPULADORES ROBÓTICOS	74
3.1. ESPECIFICACIONES DEL PROBLEMA	75
3.1.1. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL MÍNIMOS LOCALES	75
3.1.2. ALGORITMOS DE BÚSQUEDA	76
3.2. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO	84
3.2. IMPLEMENTACIÓN DEL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL CASO BIDIMENSIONAL	77
3.3. DISCUSIÓN	94
3.3.1. IMPLEMENTACIÓN DEL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO: CASO BIDIMENSIONAL	86
3.3.2. IMPLEMENTACIÓN DEL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL: CASO TRIDIMENSIONAL	90
4. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS PARA MANIPULADORES ROBÓTICOS EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES	96
4.1. CARACTERIZACIÓN DEL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES	97
4.1.1. IMPLEMENTACIÓN DEL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES Y EL CAMPO DE POTENCIAL CASO BIDIMENSIONAL MANIPULADOR NO REDUNDANTE	98
4.1.2. IMPLEMENTACIÓN DEL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES Y EL CAMPO DE POTENCIAL CASO TRIDIMENSIONAL MANIPULADOR REDUNDANTE	106
4.2. DISCUSIÓN	109
5. ALGORITMO GENÉTICO	111
5.1. CONVERGENCIA PREMATURA	112
5.2. ALGORITMO GENÉTICO	112
5.2.1. TAMAÑO DE LA POBLACIÓN	112
5.2.2. CODIFICACIÓN	113
5.2.3. FUNCIÓN APTITUD	114
5.2.4. REPRODUCCIÓN	115
5.2.4.1. PROCESO DE SELECCIÓN	115
5.2.4.2. OPERADOR DE CRUCE	116
5.2.4.3. OPERADOR DE MUTACIÓN	117
5.2.5. MECANISMO DE REGENERACIÓN	117
5.2.6. MECANISMO DE HERENCIA FORZADA	118
5.3. CONTROL DE PARÁMETROS	118
5.4. RESTRICCIONES	118
5.5. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO EVOLUTIVO A FUNCIONES DE PRUEBA	119
5.5.1. FUNCIÓN DE PRUEBA DE EASOM	120
5.5.2. FUNCIÓN DE PRUEBA SCHAFFER F6	122
5.5.3. FUNCIÓN SCHAFFER F7	123
5.5.4. FUNCIÓN BRANINS'S RCOS	125
5.6. DISCUSIÓN	127
6. DESARROLLO DE UNA SOLUCIÓN COMPACTA A LA CINEMÁTICA DE MANIPULADORES BASADO EN CUATERNIONES DUALES	109
6.1. ESPECIFICACIONES DEL PROBLEMA CINEMÁTICA DE MANIPULADORES BASADO EN CUATERNIONES DUALES	110



6.1.1. CINEMÁTICA DE MANIPULADORES BASADO EN CUATERNIONES DUALES	111
6.2 CUATERNIONES DUALES Y MATRICES DE TRASFORMACIÓN HOMOGÉNEA	116
6.3. DISCUSIÓN	135
7. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS BASADO EN ALGORITMOS GENÉTICOS Y CUATERNIONES DUALES	138
7.1. PLANEADOR LOCAL BASADO EN ALGORITMOS GENÉTICOS Y CUATERNIONES DUALES PARA UN ROBOT MANIPULADOR EN UN ESPACIO LIBRE DE OBSTÁCULOS	139
7.1.1. PLANEADOR GLOBAL BASADO EN ALGORITMO GENÉTICO	139
7.1.2. IMPLEMENTACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN SISTEMA LIBRE DE RESTRICCIONES	144
7.1.3. IMPLEMENTACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR DE DOS GRADOS DE LIBERTAD BIDIMENSIONAL LIBRE DE OBSTÁCULOS	148
7.1.3. IMPLEMENTACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD BIDIMENSIONAL LIBRE DE OBSTÁCULOS	160
7.1.4. IMPLEMENTACIÓN PARA EL SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR ESPACIAL	172
7.2. DISCUSIÓN	182
8. PLANEADOR DE TRAYECTORIAS PARA UN ROBOT MANIPULADOR CON OBSTÁCULOS ESTÁTICOS	185
8.1. MONOTONÍA EN LAS TRAYECTORIAS	186
8.2. PLANEADOR DE TRAYECTORIAS LOCAL PARA MANIPULADORES ROBÓTICOS CON OBSTÁCULOS ESTÁTICOS	187
8.2.1. IMPLEMENTACIÓN PARA LA PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR DE DOS GRADOS DE LIBERTAD BIDIMENSIONAL CON OBSTÁCULOS	191
8.2.2. IMPLEMENTACIÓN PARA LA PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD BIDIMENSIONAL CON OBSTÁCULOS	196
8.2.3. IMPLEMENTACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR ESPACIAL DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD CON OBSTÁCULOS EN SU ESPACIO DE TRABAJO	201
8.2.3.1. CASO I	202
8.2.3.2. CASO II	208
8.3.1. PERFIL XZ.	211
8.3. DISCUSIÓN	214
9. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS EN SISTEMAS DE MANIPULADORES ROBÓTICOS MÚLTIPLES	218
9.1. SINAPSIS Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	218
9.2. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIA EN UN SISTEMAS MULTIROBÓTICO LIBRE DE OBSTÁCULOS	220
9.3. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIA EN SISTEMAS DE MANIPULADORES ROBÓTICOS BIDIMENSIONALES MÚLTIPLE	231
9.4. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIA EN SISTEMAS DE DOS MANIPULADORES ROBÓTICOS ESPACIALES	242
9.5. DISCUSIÓN	253
10. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	255
10.1. CONCLUSIONES GENERALES	259
10.1.1 EN LA PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS GLOBALES	260
10.1.2 ENFOQUE LOCAL PARA LA PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS DE MANIPULADORES ROBÓTICOS	260
10.1.3 ANÁLISIS PRÁCTICO DE LAS TRAYECTORIAS GENERADAS	263
10.1.4 IMPLEMENTACIÓN EN UN SISTEMA INDUSTRIAL	263
10.2 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS	264
10.2.1 EVALUACIÓN DE OTRA TÉCNICAS DE COMPUTACIÓN INTELIGENTE	264



IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS	125
REFERENCIAS	266
PRODUCTOS DERIVADOS DE LA INVESTIGACIÓN	281

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1. TAXONOMÍA DE TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN.	25
FIGURA 2.1. PARAMETROS DE DENAVIT-HARTENBERG.	45
FIGURA 3.1. IZQUIERDA: CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL DE ATRACCIÓN. DERECHA: TRAYECTORIA SIN OBSTÁCULOS.	79
FIGURA 3.2. POTENCIAL ATRACCIÓN CON $M=1/5$.	79
FIGURA 3.3. CARACTERIZACIÓN DEL OBSTÁCULO EN EL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL DE REPULSIÓN.	81
FIGURA 3.4. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL DE REPULSIÓN.	81
FIGURA 3.5. GENERACIÓN DE TRAYECTORIA CON UN OBSTÁCULO EN EL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL.	82
FIGURA 3.6. OBSTÁCULO EN EL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL Y MÍNIMO LOCAL.	82
FIGURA 3.7. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL CLÁSICO.	83
FIGURA 3.8. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO.	87
FIGURA 3.9. GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS EN CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO.	88
FIGURA 3.10. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO MÍNIMO LOCAL.	89
FIGURA 3.11. GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS EN CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO SIN MÍNIMO LOCAL.	89
FIGURA 3.12. GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS EN CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO.	90
FIGURA 3.13. PARTÍCULAS SIN CARGA.	91
FIGURA 3.14. PARTÍCULAS CON CARGA E INTENSIDAD DE CAMPO MAGNÉTICO.	92
FIGURA 3.15. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO.	93
FIGURA 4.1. MANIPULADOR ROBÓTICO Y OBSTÁCULO PUNTUAL.	98
FIGURA 4.2. CONFIGURACIONES DEL OBSTÁCULO EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	99
FIGURA 4.3. IZQUIERDA: MANIPULADOR ROBÓTICO NO REDUNDANTE Y OBSTÁCULOS. DERECHA: CARACTERIZACIÓN DEL OBSTÁCULO EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	100
FIGURA 4.4. IZQUIERDA: MANIPULADOR ROBÓTICO. DERECHA: CARACTERIZACIÓN DEL OBSTÁCULO EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	100
FIGURA 4.5. CARACTERIZACIÓN DE LOS OBSTÁCULOS EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	101
FIGURA 4.5. IZQUIERDA: CAMPO DE POTENCIAL DE REPULSIÓN SOBRE EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES. DERECHA: CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO.	101
FIGURA 4.6. IZQUIERDA: CONDICIONES DE FRONTERA. DERECHA: GENERACIÓN DE TRAYECTORIA CON DISTANCIA DE SEGURIDAD.	102
FIGURA 4.7. CONFIGURACIONES DEL ROBOT DE NO REDUNDANTE EVADIENDO LOS OBSTÁCULOS.	102
FIGURA 4.8. CONFIGURACIÓN DEL ROBOT DE NO REDUNDANTE EN EL POTENCIAL DE ATRACCIÓN.	103
FIGURA 4.9. ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	103
FIGURA 4.10. CARACTERÍSTICAS DEL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	104
FIGURA 4.11. GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	105
FIGURA 4.12. TRAYECTORIAS DE LOS ESLABONES EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES	105
FIGURA 4.13. PLANEACIÓN DE MOVIMIENTO DE UN MANIPULADOR ROBÓTICO NO REDUNDANTE.	106
FIGURA 4.14. IZQUIERDA: MANIPULADOR ROBÓTICO. DERECHA: CARACTERIZACIÓN DE LOS OBSTÁCULOS EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	107
FIGURA 4.16. CARACTERIZACIÓN DEL OBSTÁCULO EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	108
FIGURA 4.17. IZQUIERDA: MANIPULADOR ROBÓTICO. DERECHA: CARACTERIZACIÓN DEL OBSTÁCULO EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES.	108
FIGURA 5.1. POBLACIÓN PARA UN ALGORITMO GENÉTICO Y SU VALOR REAL.	113



FIGURA 5.2. FUNCIÓN EASOM.	121
FIGURA 5.3. APTITUD VS GENERACIONES DE LA FUNCIÓN EASOM.	121
FIGURA 5.5. APTITUD VS GENERACIONES DE LA FUNCIÓN SCHAFFER F6.	122
FIGURA 5.6. VALORES MÁXIMOS DE APTITUD VS TÉCNICAS DE ALGORITMOS GENÉTICOS PARA LA FUNCIÓN SCHAFFER F6.	123
FIGURA 5.7. FUNCIÓN SCHAFFER7.	124
FIGURA 5.8. APTITUD VS GENERACIONES DE LA FUNCIÓN SCHAFFER F7	124
FIGURA 5.9. FUNCIÓN BRANINS'S RCOS.	125
FIGURA 5.10. APTITUD VS GENERACIONES DE LA FUNCIÓN BRANINS'S RCOS.	126
FIGURA 5.11. ANÁLISIS INDIVIDUAL DEL PROCESO DE BÚSQUEDA EN PARALELO.	127
FIGURA 6.1. PLANO HIPERCOMPLEJO.	111
FIGURA 6.2. ROTACIÓN DE I SOBRE EL EJE PRINCIPAL X .	112
FIGURA 6.3. TRASLACIÓN DEL SISTEMA SOBRE LOS EJES PRINCIPAL X, Y, Z .	112
FIGURA 6.4. PRODUCTO DEL CUATERNIÓN	114
FIGURA 6.5. ELEMENTOS COMPLEMENTARIOS	114
FIGURA 6.6. ELEMENTOS COMPLEMENTARIOS	115
FIGURA 6.8. MATRIZ RESULTANTE OBTENIDA POR SAHUL <i>ET AL.</i> (2008).	127
FIGURA 6.9. MATRIZ RESULTANTE OBTENIDA EN HUSTY <i>ET AL</i> (2007).	130
FIGURA 6.10. POSICIÓN/ORIENTACIÓN DEL SISTEMA DE COORDENADAS FINAL.	131
FIGURA 6.11. SISTEMA DE COORDENADAS PARA EL ROBOT PUMA.	131
FIGURA 7.1. ESTRUCTURA DEL CROMOSOMA	139
FIGURA 7.2. SELECCIÓN POR RULETA.	141
FIGURA 7.3. MECANISMO DE REPRODUCCIÓN.	141
FIGURA 7.4. ESTRUCTURA DEL CROMOSOMA.	142
FIGURA 7.5. PLANEADOR GENERAL FUERA DE LÍNEA.	143
FIGURA 7.6. MECANISMO DE HERENCIA FORZADA.	143
FIGURA 7.7. SISTEMA DE COORDENADAS FORMADA POR CUERPOS RÍGIDOS.	145
FIGURA 7.8. TRAYECTORIA CON CUATERNIONES DUALES.	146
FIGURA 7.9. CONFIGURACIONES DE LOS CUERPOS.	146
FIGURA 7.10. RESULTADOS EN MATRICES DE TRANSFORMACIÓN HOMOGÉNEA.	146
FIGURA 7.11. SEGMENTOS VS ERROR.	147
FIGURA 7.12. SEGMENTOS VS APTITUD.	147
FIGURA 7.13. SEGMENTOS VS RAD.	148
FIGURA 7.14. MANIPULADOR DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.	149
FIGURA 7.14. SEGMENTOS VS RAD.	148
FIGURA 7.15. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PLANEADOR CON ALGORITMO GENÉTICO.	153
FIGURA 7.16. CONFIGURACIONES.	155
FIGURA 7.17. TRAYECTORIA.	156
FIGURA 7.18. ERROR VS SEGMENTOS.	156
FIGURA 7.19. APTITUD VS SEGMENTOS.	156
FIGURA 7.20. POSICIÓN EN LAS ARTICULACIONES.	156
FIGURA 7.21. VELOCIDAD ANGULAR.	156
FIGURA 7.22. ACELERACIÓN ANGULAR.	156
FIGURA 7.23. TORQUE.	156
FIGURA 7.24. TRAYECTORIA.	157
FIGURA 7.25. CONFIGURACIONES.	157
FIGURA 7.26. ERROR VS SEGMENTOS.	157
FIGURA 7.27. APTITUD VS SEGMENTOS.	157
FIGURA 7.28. POSICIÓN EN LAS ARTICULACIONES.	158
FIGURA 7.29. VELOCIDAD ANGULAR.	158
FIGURA 7.30. ACELERACIÓN ANGULAR.	158



FIGURA 7.31. TORQUE.	158
FIGURA 7.32. MANIPULADOR DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	160
FIGURA 7.33. CONFIGURACIONES.	163
FIGURA 7.34. ERROR VS SEGMENTOS.	163
FIGURA 7.34. TRAYECTORIA.	163
FIGURA 7.35. APTITUD VS SEGMENTOS.	163
FIGURA 7.36. POSICIÓN EN LAS ARTICULACIONES	164
FIGURA 7.37. VELOCIDAD ANGULAR.	164
FIGURA 7.38. ACELERACIÓN ANGULAR.	164
FIGURA 7.39. TORQUE.	164
FIGURA 7.40. MANIPULADOR DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD IRB1600_145_7.	166
FIGURA 7.41. TRAYECTORIA.	170
FIGURA 7.42. CONFIGURACIONES.	170
FIGURA 7.43. ERROR VS SEGMENTOS.	170
FIGURA 7.44. APTITUD VS SEGMENTOS.	170
FIGURA 7.45. POSICIÓN EN LAS ARTICULACIONES	170
FIGURA 7.46. VELOCIDAD ANGULAR.	171
FIGURA 7.47. ACELERACIÓN ANGULAR.	171
FIGURA 7.48. TORQUE.	171
FIGURA 7.49. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PLANEADOR SEGUIDOR DE TRAYECTORIAS CON ALGORITMO GENÉTICO.	174
FIGURA 7.50. TRAYECTORIA.	176
FIGURA 7.51. CONFIGURACIONES.	176
FIGURA 7.52. APTITUD VS SEGMENTOS.	177
FIGURA 7.53. POSICIÓN EN LAS ARTICULACIONES	177
FIGURA 7.54. VELOCIDAD ANGULAR.	177
FIGURA 7.55. ACELERACIÓN ANGULAR.	177
FIGURA 7.56. TORQUE.	177
FIGURA 7.57. TRAYECTORIA CASO I.	180
FIGURA 7.58. TRAYECTORIA CASO II.	180
FIGURA 7.60. APTITUD VS SEGMENTOS.	181
FIGURA 7.61. POSICIÓN EN LAS ARTICULACIONES	181
FIGURA 7.62. VELOCIDAD ANGULAR.	181
FIGURA 7.63. ACELERACIÓN ANGULAR.	181
FIGURA 7.64. TORQUE.	181
FIGURA 7.65. ERROR VS SEGMENTOS.	181
FIGURA 7.66. APTITUD VS SEGMENTOS.	181
FIGURA 7.67. POSICIÓN EN LAS ARTICULACIONES	181
FIGURA 7.68. VELOCIDAD ANGULAR.	181
FIGURA 7.69. ACELERACIÓN ANGULAR.	181
FIGURA 7.70. TORQUE.	181
FIGURA 7.51. ERROR VS SEGMENTOS.	177
FIGURA 7.59. ERROR VS SEGMENTOS.	181
FIGURA 8.1. PLANEADOR LOCAL FUERA DE LÍNEA.	189
FIGURA 8.2. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PLANEADOR LOCAL.	190
FIGURA 8.2. MECANISMO DE HERENCIA FORZADA.	189
FIGURA 8.3. MANIPULADOR DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.	192
FIGURA 8.4. TRAYECTORIA.	194
FIGURA 8.5. CONFIGURACIONES.	194
FIGURA 8.6. ERROR VS SEGMENTOS.	194
FIGURA 8.7. APTITUD VS SEGMENTOS.	194
FIGURA 8.8. POSICIÓN EN LAS ARTICULACIONES.	195



FIGURA 8.9. VELOCIDAD ANGULAR.	195
FIGURA 8.10. ACELERACIÓN ANGULAR.	195
FIGURA 8.11. TORQUE.	195
FIGURA 8.12. MANIPULADOR DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	196
FIGURA 8.13. TRAYECTORIA.	199
FIGURA 8.14. CONFIGURACIONES.	199
FIGURA 8.15. ERROR VS SEGMENTOS.	199
FIGURA 8.16. APTITUD VS SEGMENTOS.	199
FIGURA 8.17. POSICIÓN ANGULAR	199
FIGURA 8.18. VELOCIDAD ANGULAR.	199
FIGURA 8.19. ACELERACIÓN ANGULAR.	199
FIGURA 8.20. TORQUE.	199
FIGURA 8.21. MANIPULADOR DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD IRB1600_145_7.	201
FIGURA 8.22. TRAYECTORIA.	206
FIGURA 8.23. CONFIGURACIONES.	206
FIGURA 8.24. APTITUD VS SEGMENTOS.	206
FIGURA 8.24. ERROR VS SEGMENTOS.	206
FIGURA 8.25. POSICIÓN ANGULAR	206
FIGURA 8.26. PERFIL DE CONFIGURACIONES DEL MANIPULADOR.	206
FIGURA 8.27. PERFIL DE VELOCIDADES, ACELERACIONES Y TORQUE EN LA TRAYECTORIA.	207
FIGURA 8.28. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PLANEADOR LOCAL.	210
FIGURA 8.29. TRAYECTORIA.	211
FIGURA 8.30. PERFIL XY.	211
FIGURA 8.32. PERFIL XZ.	211
FIGURA 8.33. ERROR VS SEGMENTOS.	212
FIGURA 8.34. APTITUD VS SEGMENTOS.	212
FIGURA 8.35. POSICIÓN ANGULAR.	212
FIGURA 9.1. MANIPULADOR A Y B DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD IRB1600_145_7.	222
FIGURA 9.2. PLANEADOR LOCAL FUERA DE LÍNEA.	223
FIGURA 9.3. MECANISMO DE HERENCIA FORZADA.	223
FIGURA 9.4. TRAYECTORIAS DE LOS MANIPULADORES A Y B.	226
FIGURA 9.5. PERFIL XY.	226
FIGURA 9.6. PERFIL XZ.	226
FIGURA 9.7. PERFIL YZ.	226
FIGURA 9.8. SEGMENTOS VS ERROR.	227
FIGURA 9.9. SEGMENTOS VS APTITUD.	227
FIGURA 9.10. TIEMPO VS POSICIÓN DEL MANIPULADOR A	227
FIGURA 9.11. PERFIL DE CONFIGURACIONES DEL MANIPULADOR A Y B.	227
FIGURA 9.11. TIEMPO VS POSICIÓN DEL MANIPULADOR B	227
FIGURA 9.12. PERFIL DE VELOCIDADES, ACELERACIONES Y TORQUES EN LA TRAYECTORIA PARA EL MANIPULADOR A.	228
FIGURA 9.13. PERFIL DE VELOCIDADES, ACELERACIONES Y TORQUES EN LA TRAYECTORIA PARA EL MANIPULADOR B.	229
FIGURA 9.14. DOS MANIPULADOR DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	231
FIGURA 9.15. PLANEADOR LOCAL FUERA DE LÍNEA EN PARALELO.	233
FIGURA 9.16. TRAYECTORIAS DE LOS MANIPULADORES A Y B.	236
FIGURA 9.17. PERFIL DE CONFIGURACIONES DE LOS MANIPULADORES A Y B.	236
FIGURA 9.18. ERROR VS SEGMENTOS EN MANIPULADOR 1.	236
FIGURA 9.19. ERROR VS SEGMENTOS EN MANIPULADOR 2.	236
FIGURA 9.20. APTITUD VS SEGMENTOS EN MANIPULADOR 1.	236
FIGURA 9.21. APTITUD VS SEGMENTOS EN MANIPULADOR 2.	236



FIGURA 9.22. PERFIL DE POSICIÓN EN MANIPULADOR 1.	236
FIGURA 9.23. PERFIL DE POSICIÓN EN MANIPULADOR 2.	236
FIGURA 9.24. PERFIL DE CONFIGURACIONES DEL MANIPULADOR A Y B.	237
FIGURA 9.25. PERFIL DE VELOCIDADES, ACELERACIONES Y TORQUES EN LA TRAYECTORIA PARA EL MANIPULADOR A.	238
FIGURA 9.26. PERFIL DE VELOCIDADES, ACELERACIONES Y TORQUES EN LA TRAYECTORIA PARA EL MANIPULADOR B.	239
FIGURA 9.27. PERFIL DEL ADMINISTRADOR Y LA DISTRIBUCIÓN DE TAREAS EN LOS PROCESADORES INICIAL Y FINAL.	240
FIGURA 9.28. PERFIL DEL ADMINISTRADOR DE MATLAB® Y LA DISTRIBUCIÓN DE TAREAS EN PMODE® (INTERACTIVE PARALLEL COMMAND WINDOW).	241
FIGURA 9.29. MANIPULADOR A Y B DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD IRB1600_145_7.	242
FIGURA 9.30. PLANEADOR LOCAL FUERA DE LÍNEA EN PARALELO.	244
FIGURA 9.31. TRAYECTORIAS DE LOS MANIPULADORES A Y B.	247
FIGURA 9.32. PERFIL XY.	247
FIGURA 9.33. PERFIL XY.	247
FIGURA 9.34. PERFIL XY.	247
FIGURA 9.35. ERROR VS SEGMENTOS EN MANIPULADOR A.	247
FIGURA 9.36. ERROR VS SEGMENTOS EN MANIPULADOR B.	247
FIGURA 9.37. APTITUD VS SEGMENTOS EN MANIPULADOR A.	247
FIGURA 9.38. APTITUD VS SEGMENTOS EN MANIPULADOR B.	247
FIGURA 9.39. PERFIL DE POSICIÓN EN MANIPULADOR A.	247
FIGURA 9.40. PERFIL DE CONFIGURACIONES DEL MANIPULADOR A Y B.	248
FIGURA 9.40. PERFIL DE POSICIÓN EN MANIPULADOR B.	247
FIGURA 9.41. PERFIL DE VELOCIDADES, ACELERACIONES Y TORQUES EN LA TRAYECTORIA PARA EL MANIPULADOR A.	249
FIGURA 9.42. PERFIL DE VELOCIDADES, ACELERACIONES Y TORQUES EN LA TRAYECTORIA PARA EL MANIPULADOR B.	250
FIGURA 9.43. PERFIL DEL ADMINISTRADOR DE MATLAB® Y LA DISTRIBUCIÓN DE TAREAS EN PMODE® (INTERACTIVE PARALLEL COMMAND WINDOW).	252

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 3.1. PARÁMETROS DEL POTENCIAL DE ATRACCIÓN.	78
TABLA 3.2. PARÁMETROS DEL POTENCIAL DE REPULSIÓN.	81
TABLA 3.3. PARÁMETROS PARA EL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO.	87
TABLA 5.1. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	120
TABLA 5.2. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO PARA LA FUNCIÓN EASOM.	121
TABLA 5.3. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	122
TABLA 5.4. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	124
TABLA 5.5. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	126
TABLA 6.2. PARÁMETROS $D-H$ DE UN MECANISMO ARTICULADO DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.	126
TABLA 6.3. PARÁMETROS $D-H$ DE SAHUL <i>ET AL.</i> (2008A) PARA UN MECANISMO ARTICULADO DE TRES GRADOS DE LIBERTAD.	127
TABLA 6.4. CUATERNIÓN DUAL PARA CADA ARTICULACIÓN.	128
TABLA 6.5. PARÁMETROS $D-H$ DE HUSTY <i>ET AL.</i> (2007) PARA UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	129
TABLA 6.6. CUATERNIÓN DUAL PARA CADA ARTICULACIÓN.	130
TABLA 6.7. PARÁMETROS $D-H$ DEL ROBOT PUMA DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD	132



TABLA 7.1. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	144
TABLA 7.3. PARÁMETROS $D-H$ DE UN MECANISMO ARTICULADO DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.	150
TABLA 7.4. PARÁMETROS DINÁMICOS DE UN MECANISMO ARTICULADO DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.	150
TABLA 7.5. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	154
TABLA 7.6. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	159
TABLA 7.7. PARÁMETROS $D-H$ DE UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	160
TABLA 7.8. PARÁMETROS DINÁMICOS DE UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	161
TABLA 7.9. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	162
TABLA 7.10. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	165
TABLA 7.11. PARÁMETROS $D-H$ DE UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	167
TABLA 7.12. POSICIÓN Y ORIENTACIÓN DE CADA ARTICULACIÓN Y DEL EFECTOR FINAL.	168
TABLA 7.13. PARÁMETROS DINÁMICOS DE UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	168
TABLA 7.14. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	169
TABLA 7.15. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	172
TABLA 7.16. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	175
TABLA 7.17. CONFIGURACIONES DEL ROBOT EN CUATERNIONES DUALES.	178
TABLA 7.18. CONFIGURACIONES DEL ROBOT EN MATRICES DE TRANSFORMACIÓN HOMOGÉNEA.	179
TABLA 7.19. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	180
TABLA 7.2. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	147
TABLA 7.20. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	181
TABLA 8.1. PARÁMETROS $D-H$ DE UN MECANISMO ARTICULADO DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.	192
TABLA 8.2. PARÁMETROS DINÁMICOS DE UN MECANISMO ARTICULADO DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.	192
TABLA 8.3. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	193
TABLA 8.5. PARÁMETROS $D-H$ DE UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	197
TABLA 8.6. PARÁMETROS DINÁMICOS DE UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	197
TABLA 8.7. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	197
TABLA 8.8. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	200
TABLA 8.9. PARÁMETROS $D-H$ DE UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	201
TABLA 8.10. PARÁMETROS DINÁMICOS DE UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	202
TABLA 8.11. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	202
TABLA 8.12. LIMITES DE MOVIMIENTO PARA LAS ARTICULACIONES.	205
TABLA 8.13. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	208
TABLA 8.14. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	208
TABLA 8.15. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	214
TABLA 9.1. PARÁMETROS $D-H$ DE AMBOS MECANISMO ARTICULADOS ESPACIALES	222
TABLA 9.2. PARÁMETROS DINÁMICOS DE AMBOS MECANISMO ARTICULADO ESPACIALES.	222
TABLA 9.3. PARÁMETROS DE INICIO.	223
TABLA 9.4. PARÁMETROS PARA ALGORITMO GENÉTICO.	225
TABLA 9.5. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO PARA EL SISTEMA DE MANIPULADORES MÚLTIPLE.	230
TABLA 9.6. PARÁMETROS $D-H$ DE DOS MECANISMOS ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	232
TABLA 9.7. PARÁMETROS DINÁMICOS PARA UN MECANISMO ARTICULADO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.	232
TABLA 9.8. PARÁMETROS DE INICIO.	235
TABLA 9.9. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	235
TABLA 9.10. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO PARA EL SISTEMA DE MANIPULADORES MÚLTIPLE.	240
TABLA 9.11. PARÁMETROS $D-H$ DE AMBOS MECANISMO ARTICULADOS ESPACIALES	242
TABLA 9.12. PARÁMETROS DINÁMICOS DE AMBOS MECANISMO ARTICULADO ESPACIALES.	243
TABLA 9.13. PARÁMETROS DE INICIO.	243
TABLA 9.14. LIMITES DE MOVIMIENTO PARA LAS ARTICULACIONES.	245
TABLA 9.15. PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	246
TABLA 9.16. RESULTADOS DEL ALGORITMO GENÉTICO PARA EL SISTEMA DE MANIPULADORES MÚLTIPLE.	251



DEDICATORIAS

a MI AMADA ESPOSA E HIJOS

a MIS AMADOS PADRES

a MIS QUERIDOS HERMANOS

AGRADECIMIENTOS

a MI DIRECTOR DE TESIS

a MIS PROFESORES DE LA S.E.P.J.

a LA E.S.J.M.E.

al INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



RESUMEN

Este trabajo presenta un contenido amplio acerca de la planeación de trayectorias en sistemas de manipuladores robóticos múltiples, el cual su análisis se basa en la problemática de generar trayectoria seguida de una secuencia de movimientos coordinados capaces de mover al manipulador o manipuladores que realizan tareas en el espacio de trabajo y los cuales comparten una zona en común. La problemática no sólo es generar estos movimientos, sino también implementar estrategia que definan la trayectoria con herramientas fáciles de implementar y que tengan la capacidad para evadir obstáculos de manera autónoma. En base a este planteamiento, se realiza un estudio sobre los orígenes de la problemática, la trascendencia en su evolución y la tendencia que define nuevas directrices enfocadas al aprovechamiento máximo de la sinergia en los sistemas industriales, los análisis en la simulación, las expectativas experimentales y su implementación como consecuencia del estudio detallado que conlleva a un enfoque de implementación en tiempo real. Por consiguiente, el trabajo contempla la necesidad de evolucionar conforme la problemática lo requiere desde el establecimiento de la meta y sus objetivos los cuales son cubiertos en su totalidad después de analizar la revisión literaria y plantear los fundamentos teóricos para la propuesta de nuevas hipótesis, hasta la finalización del trabajo con la presentación de resultados analíticos y experimentales de casos comunes y que de alguna forma son elementos de estudio.

Así, la estructura de este trabajo queda definida de la siguiente manera:

En el **capítulo 1** presenta una revisión literaria cuidadosamente seleccionada con respecto a las necesidades del trabajo desarrollado y el cual deriva en los objetivos particulares que dirigen esta línea de investigación a proponer buenos resultados que cumplan con los objetivos establecidos.

En el **capítulo 2** presenta un contexto general en relación con este trabajo sobre los aspectos básicos necesarios para entender el problema de la planeación de movimientos en sistemas de manipuladores robóticos múltiples, así como una descripción general de las herramientas empleadas para solucionar la cinemática de mecanismos articulados de cadena abierta con una breve descripción de la estrategia del campo de potencial artificial, además, aplicaciones del espacio de las configuraciones sobre una planeación local definen la complejidad del problema y justifica finalmente las técnicas de computación inteligente como estrategias de solución potencialmente sencillas de implementar.



En el **capítulo 3** se contempla la planeación de trayectorias en manipuladores robóticos como una solución de búsqueda global realizada fuera de línea y su comparación con una planificación local calculada en forma iterativa. Esta representación simple proporciona información suficiente para guiar a través de un algoritmo de búsqueda a un manipulador para que alcance un punto deseado y observar los diversos problemas que se presentan cuando el tiempo de convergencia en el algoritmo planeador es un factor importante cuando la inhibición de los mínimos locales provocados por el campo de potencial son considerados.

En el **capítulo 4** se describe el espacio de las configuraciones en mecanismos articulados como una forma de planear trayectorias locales en combinación con el campo de potencial artificial y su solución numérica a la ecuación de Laplace aplicados a robots manipuladores no redundantes en relación con la evasión de obstáculos y su caracterización a través de la exploración del mapeo sobre el espacio de trabajo del manipulador.

En el **capítulo 5** se desarrollo un algoritmo evolutivo basado en una estrategia de algoritmos genéticos, el mecanismo de regeneración y de herencia forzada son propuestas que se someten a prueba en funciones que comúnmente son resueltos por algoritmos heurísticos para evaluar su desempeño. Las funciones básicas de prueba elegidas por su simplicidad visual son las funciones de Easom's, Schaffer F6, Schaffer F7 y Branins's rcos.

En el **capítulo 6** se presenta el desarrollo de una solución compacta al problema cinemático de manipuladores robóticos a través del uso del algebra del cuaternión dual como una herramienta de uso sistemático y simplificación de operaciones de cálculo, restricciones y compatibilidad con los parámetros Denavit-Hartenberg.

En el **capítulo 7** se presenta la planeación de trayectorias en manipuladores robóticos basado en algoritmos genéticos y cuaterniones duales en conjunto con el campo de potencial para el diseño de funciones que permitan planear trayectorias en un espacio libre de obstáculos para manipuladores robóticos, así como la facilidad que esta estrategia tienen para la realización de un seguidor de trayectorias, las cuales satisfacen las condiciones de posición y orientación.

En el **capítulo 8** se presenta la planeación de trayectorias en manipuladores robóticos redundantes y no redundantes con evasión de obstáculos y satisfaciendo las condiciones de posición y orientación para un sistema múltiples de dos manipuladores robóticos espaciales.



En el **capítulo 9** se presenta la planeación de trayectorias en sistemas de manipuladores robóticos múltiples, donde los manipuladores robóticos redundantes y no redundantes evaden los obstáculos y satisfacen las condiciones de posición/orientación tomando en cuenta que el sistema de manipuladores comparten un espacio en común y los robots se identifican como obstáculos móviles en un sistema interactuado, solucionándose el problema a través de un análisis de procesamiento en paralelo y ofreciendo exitosos resultados.

En la **sección 10** se presenta el estudio de resultados a través de conclusiones que revelan el éxito análisis experimental realizado en una plataforma industrial robótica.

Finalmente, las referencias de la literatura consultada que sirvieron de base en la realización de este trabajo y anexan como complementos de la investigación realizada, así como los productos derivados expuestos en congresos, simposiums y publicaciones en el transcurso del mismo trabajo referido.

ABSTRACT

This paper presents a comprehensive content about the path planning of robotic manipulators in multiple systems, which based its analysis on the problem of generating trajectory followed by a sequence of coordinated movements capable of moving the manipulator or manipulators to perform tasks in the workspace, which share a common area. The problem is not only generated these movements, but also implement strategies that define the path with tools that are easy to implement and have the ability to avoid obstacles autonomously. Based on this approach, a study on the origins of the problem, the importance in their evolution and new guidelines defining trend focused on making the best use of synergy in industrial systems in the simulation analysis, experimental expectations and its implementation as a result of detailed study leading to a focus on real time implementation. Consequently, the work addresses the need to evolve as the problem required since the establishment of the goal and its objectives, which are covered in full after analyzing the literature review and propose the theoretical foundations for the proposed new hypothesis, completion of work with the presentation of analytical results and experimental common case that somehow are elements of study.



NOMENCLATURA

NOMENCLATURA

m_i	Masa del i -ésimo eslabón (Kg)
l_i	Longitud del i -ésimo eslabón (m)
l_{ci}	Distancia del centro de masas al eje de giro (m)
I_i	Momento de inercia del i -ésimo eslabón (Kg m ²)
θ_i	Ángulo de giro de la i -ésima articulación (rad)
d_i	Parámetro de DH para el desplazamiento sobre el eje Z (m)
a_i	Parámetro de DH para el desplazamiento sobre el eje X (m)
α_i	Parámetro de DH para el giro alrededor del eje X (m)
C_i	Coseno del ángulo de desplazamiento de la i -ésima articulación (adimensional)
S_i	Senos del ángulo de desplazamiento de la i -ésima articulación (adimensional)
${}^{i-1}A_i$	Matriz de transformación del i -ésimo eslabón (adimensional)
T	Matriz de transformación de la cadena cinemática completa (adimensional)
p_x	Coordenada sobre el eje X de la ubicación del efector final (m)
p_y	Coordenada sobre el eje Y de la ubicación del efector final (m)
p_z	Coordenada sobre el eje Z de la ubicación del efector final (m)
r	Proyección del segundo y tercer eslabón sobre el plano XY (m)
$\dot{\theta}_i$	i -ésima velocidad articular (rad/s)
$K_i(\dot{\theta}, \theta)$	Energía cinética del i -ésimo eslabón (J)
$U_i(\theta)$	Energía potencial del i -ésimo eslabón (J)
$L(\dot{\theta}, \theta)$	Lagrangiano del robot manipulador (J)
τ	Vector de pares de entrada (N m)
$\ddot{\theta}_i$	i -ésima aceleración articular (rad/s ²)
θ	Vector de coordenadas articulares (adimensional)
$\dot{\theta}$	Vector de velocidades articulares (adimensional)
$\ddot{\theta}$	Vector de aceleraciones articulares (adimensional)
$M(\theta)$	Matriz de elementos de inercia del robot manipulador (adimensional)
$C(\theta, \dot{\theta})$	Matriz de elementos de fuerzas centrífugas y de coriolis del robot manipulador (adimensional)
$g(\theta)$	Vector de pares gravitacionales del robot manipulador (adimensional)



$q(t)$	Vector de trayectorias deseadas (rad)
n	Número de grados de libertad (adimensional)
$M_{ij}(\theta)$	Elemento del i -ésimo renglón e i -ésima columna de la matriz de inercias (adimensional)
$C_{ij}(\theta, \dot{\theta})$	Elemento del i -ésimo renglón e i -ésima columna de la matriz de fuerzas centrífugas y de coriolis (adimensional)
$g_i(\theta)$	i -ésimo elemento del vector de pares gravitacionales (adimensional)



OBJETIVO

El objetivo principal del trabajo de investigación, es diseñar una estrategia a través de un algoritmo adecuado para la generación de trayectorias en sistemas de manipuladores robóticos múltiples. Estos algoritmos tienen que solucionar el problema del movimiento en los sistemas no redundantes y redundantes de manipuladores articulados.

Mediante una exhaustiva revisión literaria los siguientes objetivos necesitan ser resueltos para satisfacer el punto específico de este trabajo (producir los algoritmos de planeación de trayectorias adecuado para solucionar el problema de sistemas de manipuladores robóticos múltiples):

- Explorar el uso de los algoritmos genéticos (*AG*) como estrategia evolutiva de búsqueda para solucionar el problema de la generación de trayectorias y estudiar sus bondades basados en una planeación global.
- Desarrollar un *AG* en la planeación para generar trayectorias convenientes y solucionar los movimientos de sistemas múltiples de manipuladores redundantes.
- Ampliar el *AG* en combinación con estrategias de lógica difusa para la planeación de trayectorias convenientes y solucionar así los movimientos de manipuladores donde los movimientos de los manipuladores no es una prioridad.
- Investigar el problema de la planeación de movimiento del manipulador robótico y el algoritmo de planeación de la trayectoria para el funcionamiento en el proceso de planeación reduciendo el tiempo de ejecución total.



JUSTIFICACIÓN

Los robots que operan en entornos reales y son capaces de interactuar con un mundo dinámico o que están poblados de objetos, personas y en general, con otros agentes, ha mostrado impresionantes resultados, tanto en la mecánica, dinámica y el control de movimientos. Además, los últimos informes de la literatura resalta la capacidad que presentan tales robots al desarrollar tareas, asimismo, con respecto al mundo dinámico externo, la planificación de futuras acciones y las tareas resultantes a evaluar son características importantes para una nueva planeación.

Sin embargo, los sistemas múltiples de manipuladores robóticos en operación en conjunto, la coordinación y la comunicación presentan algunos problemas, debido a la influencia que tienen las acciones de un robot sobre el comportamiento del otro. El incremento de la potencia en el cálculo disponible para los sistemas de hoy en día, lo hacen factible, e incluso conveniente para organizar todo en torno a la distribución de tareas en el cómputo, con el fin de explotar la sinergia entre las diferentes entidades como un resultado de la aplicación de nuevas estrategias.

No obstante, tomando en cuenta criterios como el número de robots en el entorno colectivo, la distancia máxima entre robots, la forma de comunicación, su topología, la composición colectiva y el modelo computacional de cada uno de los robots. La investigación en sistemas multirobóticos, están basados en la bioinspiración, la comunicación, arquitecturas y tarea de planificación, la localización y cartografía, el transporte y la manipulación de objetos, el movimiento coordinado, su reconfiguración, su aprendizaje, el rendimiento y la tecnología empleada para hacer frente a la tarea de seguir de cerca la localización de objetos en movimiento en un ambiente variados.

Por lo tanto, el diseño de un sistema multirobótico auto-adaptativo no es una tarea trivial, ya que es difícil predecir el comportamiento de los resultados en un determinado conjunto de normas y reglas detrás de un comportamiento supervisado. Los sistemas multirobóticos son incorporados para actuar de manera autónoma en base a sus propias decisiones individuales a través de algoritmos de inteligencia computacional que se han ido proponiendo.



1

"Todos los hombres tienen por naturaleza el deseo de saber".

(Aristóteles, -384 a -322)

ESTADO DEL ARTE

Este capítulo contiene una breve introducción acerca del problema de la planeación de movimientos en sistemas de manipuladores robóticos múltiples. Una revisión literaria importante es analizada para satisfacer los objetivos planteados y determinar las aportaciones al área del conocimiento derivados de la investigación.



1. INTRODUCCIÓN

La planeación de trayectorias desempeña un papel muy importante en varios campos de la investigación. En su forma general, el objetivo es planear trayectorias para algún sistema robótico entre una configuración de inicio y una posición final sobre un entorno incierto. Por ejemplo en Waurzyniak *et al.* (2006), describe que Devol y Engelberger al instalar por primera vez un manipulador robótico industrial para la realización de operaciones en fundición de troquel sobre una línea de ensamble en una fábrica de *General Motors, New Jersey* en 1961, planearon cuidadosamente las operaciones a realizar por el manipulador, que consistían en una serie de movimientos específicos y ejecutados en secuencia con cierto grado de dificultad.

A partir de ese momento y hasta el día de hoy, la planeación de movimientos en manipuladores robóticos para la realización de tareas específicas ha dado lugar a líneas de investigación que buscan explotar y maximizar las capacidades de un sistema robotizado. La planeación de movimientos consiste en guiar automáticamente a un robot alrededor de un ambiente ocupado por obstáculos, ésta define trayectorias y rutas libres de colisión como un problema que se define de la siguiente manera:

*Dado un robot con (n) grados de libertad en un ambiente con un número de (k) obstáculos, busca una ruta libre de colisión que conecte la configuración actual (de inicio) del robot con una configuración final deseada (la meta), como es señalado en Canny (1987); Hwang *et al.* (1992).*

Planear trayectorias seguras implica identificar rutas y jerarquizarlas en un espacio abstracto para obtener modelos simples, caracterizar el espacio vacío, realizar esquemas sobre la planeación de movimientos con obstáculos y reducir la complejidad del problema como se destaca en Udupa (1977). Cualquiera que sea el panorama, la planeación considera el hecho de que el robot interactúa con sus componentes mecánicos y con elementos que obstaculizan la realización de tareas, ya sea que su desempeño esté en ambientes estáticos, dinámicos, colaborativos y/o geoméricamente restringidos por máquinas u otros robots, al mismo tiempo de considerar aspectos del tipo de movimiento ignorando o contemplando todas aquellas incertidumbres del sistema, como se menciona en Rosell (1998).



1.1. ESTADO DEL ARTE

1.1.1. ALGORITMO

En matemáticas, ciencias de la computación y disciplinas relacionadas, la palabra *algoritmo* proviene del latín, *dixit algorithmus* y éste a su vez del matemático persa *Muhammad ibn Musa al-Jwarizmi*. Un algoritmo es una lista definida, ordenada y finita de operaciones que permite hallar la solución a un problema. Dado un estado inicial y una entrada, con pasos sucesivos y definidos, se llega a un estado final obteniendo una solución. Los algoritmos son objetos de estudio de la algoritmia y su definición queda formalizada por el modelo computacional de la máquina de Turing. En Brassard *et al.* (1997) señalan que la palabra *algorismo*, que originalmente hacía referencia a las reglas de uso de la aritmética utilizando dígitos árabes, evolucionó a la palabra latina, derivación de Al-Khwarizmi, *algoritmus*, que más tarde daría lugar a la palabra *algoritmo* en el siglo XVIII.

Su importancia radica en mostrar la manera de llevar a cabo procesos y resolver sistemáticamente problemas matemáticos o de otro aspecto. Sin embargo, para que un algoritmo pueda ser considerado como tal, éste requiere ser determinista, eficiente, tener un número finito de instrucciones y un criterio de término. Por determinista se entiende que al seguir el mismo proceso más de una vez, se llega siempre al mismo resultado; por eficiente se entiende que el consumo de tiempo debe estar cercano a cero y ocupar en lo menos posible los recursos de memoria. El concepto de algoritmo, no debe confundirse con el concepto de programa, mientras el primero es la especificación de un conjunto de pasos en operaciones, instrucciones, órdenes, etc., orientados a la resolución de un problema; el segundo es un conjunto de operaciones específicas de un determinado lenguaje de programación, susceptible de ser ejecutado. Un algoritmo, estrictamente hablando, no puede ejecutarse hasta que no se implementa y se decide un procedimiento de finalización.

En términos de la teoría de la complejidad computacional que estudia los recursos requeridos durante el cálculo para resolver un problema. Los recursos comúnmente estudiados son el tiempo (número de pasos de ejecución de un algoritmo) y el espacio (cantidad de memoria utilizada), estos problemas tienen una solución con orden de complejidad lineal y que se resuelven en un tiempo que se relaciona linealmente con su tamaño.



Hoy en día las máquinas resuelven problemas mediante algoritmos que tienen un máximo de complejidad o costo computacional relacionado entre el tamaño del problema y su tiempo de ejecución. Estos problemas como es analizado en Cortéz (2004), se agrupan en dos conjunto: P y NP ; Los problemas con un costo factorial o combinatorio están agrupados en NP y de los cuales no tienen una solución práctica en un tiempo razonable. La complejidad P es el conjunto de los problemas de decisión que pueden ser resueltos en una máquina determinista en tiempo polinómico, lo que corresponde intuitivamente a problemas que pueden ser resueltos aún en el peor de sus casos. La complejidad NP es el conjunto de los problemas de decisión que pueden ser resueltos por una máquina no determinista en tiempo polinómico, todos los problemas de esta clase tienen la propiedad de que su solución puede ser verificada efectivamente.

En Baeza (2002), se mencionan algunos tipos de algoritmos que pueden ser divididos según su función como algoritmos de ordenamiento ó algoritmos de búsqueda, que a su vez pueden implementarse en técnicas de diseño como:

Algoritmos voraces.- Seleccionan los elementos más prometedores de un conjunto de candidatos hasta encontrar una solución. En la mayoría de los casos la solución no es óptima.

Algoritmos paralelos.- Permiten la división de un problema en sub-problemas de forma que se puedan ejecutar de manera simultánea en varios procesadores.

Algoritmos probabilísticos.- Algunos de los pasos de este tipo de algoritmos están en función de valores pseudo-aleatorios.

Algoritmos determinísticos.- Sus pasos están definidos y aportan una solución exacta.

Algoritmos de programación dinámica.- Intenta resolver problemas disminuyendo su costo computacional pero aumentando el costo espacial.

Algoritmos Metaheurísticos.- Encuentran soluciones aproximadas a problemas basándose en un conocimiento anterior de los mismos.



El término metaheurístico deriva de la composición de la palabra heurística que proviene del griego *εὕρηκα* ("eureka"), cuyo significado está relacionado con el concepto "lo encontré" exclamado por Arquímedes, con el prefijo meta ("más allá de" ó "de nivel superior"). Aunque no existe una definición exacta de la palabra metaheurístico, algunos conceptos proporcionan una noción general del término, por ejemplo en Osman *et al.* (1980) se establece lo siguiente: Una metaheurística es un proceso iterativo que guía una heurística subordinada, combinando de forma inteligente diferentes conceptos para explorar y explotar el espacio de búsqueda de soluciones factibles. Por lo tanto, la metaheurística es definida por un proceso maestro iterativo que guía y modifica las operaciones de las heurísticas subordinadas para producir, de forma eficiente, soluciones de alta calidad. En cada iteración puede manipular una solución (completa o incompleta) o un conjunto de soluciones. Las heurísticas subordinadas pueden ser procedimientos de alto o bajo nivel ó simplemente una búsqueda local o un método constructivo.

La metaheurística ofrece propiedades como simplicidad, independencia, coherencia, efectividad, eficacia, eficiencia, generalidad, adaptabilidad, robustez, interactividad, diversidad y autonomía, la mayoría orientados a satisfacer decisiones y optimizarlas. En algunos problemas de optimización práctica y teórica, son caracterizados por espacios de búsqueda altamente multimodal. Estos problemas incluyen aquellos agrupados como *NP* de optimización combinatoria, la identificación de estructuras complejas y la optimización multimodal de la función.

El uso de métodos convencionales de la investigación de operaciones (*IO*) como la programación dinámica, el método simple o técnicas de gradiente, fallan a menudo para esta clase de problemas porque el costo de cómputo crece exponencialmente con la dimensión del mismo. Por lo tanto, los métodos metaheurísticos son mucho más bajos en costo de cómputo y se aplican con frecuencia, incluso si pueden asegurar el logro de una solución óptima global en la mayoría de los casos, como se refiere en Affenzeller *et al.* (2008).

Por ejemplo, técnicas de optimización que derivaron de la naturaleza al recocido simulado (*RS*), que dibuja una analogía entre el recocido del material a su estado energético más bajo y el problema de optimización, o los algoritmos evolutivos (*AE*), que se basan en la evolución biológica.



Otras técnicas como la búsqueda tabú (*BT*), la optimización por colonias de hormigas (*OCH*) ó la optimización por cúmulo de partículas (*OCP*) son también empleadas y mencionadas en el contexto de técnicas de optimización inspiradas biológicamente. La teoría de agentes, está también por alcanzar su mayor importancia en el campo de la optimización heurística. Algunas técnicas de optimización pueden plasmarse en una taxonomía que muestra la clasificación de las metodologías más relevantes descrita en la figura 1.1, como la esquematización de técnicas de optimización, éstas describen la clase de algoritmos evolutivos especialmente detallados como variantes de algoritmos genéticos y la programación genética, puesto que se basa en los mismos conceptos algorítmicos y metodológicos.

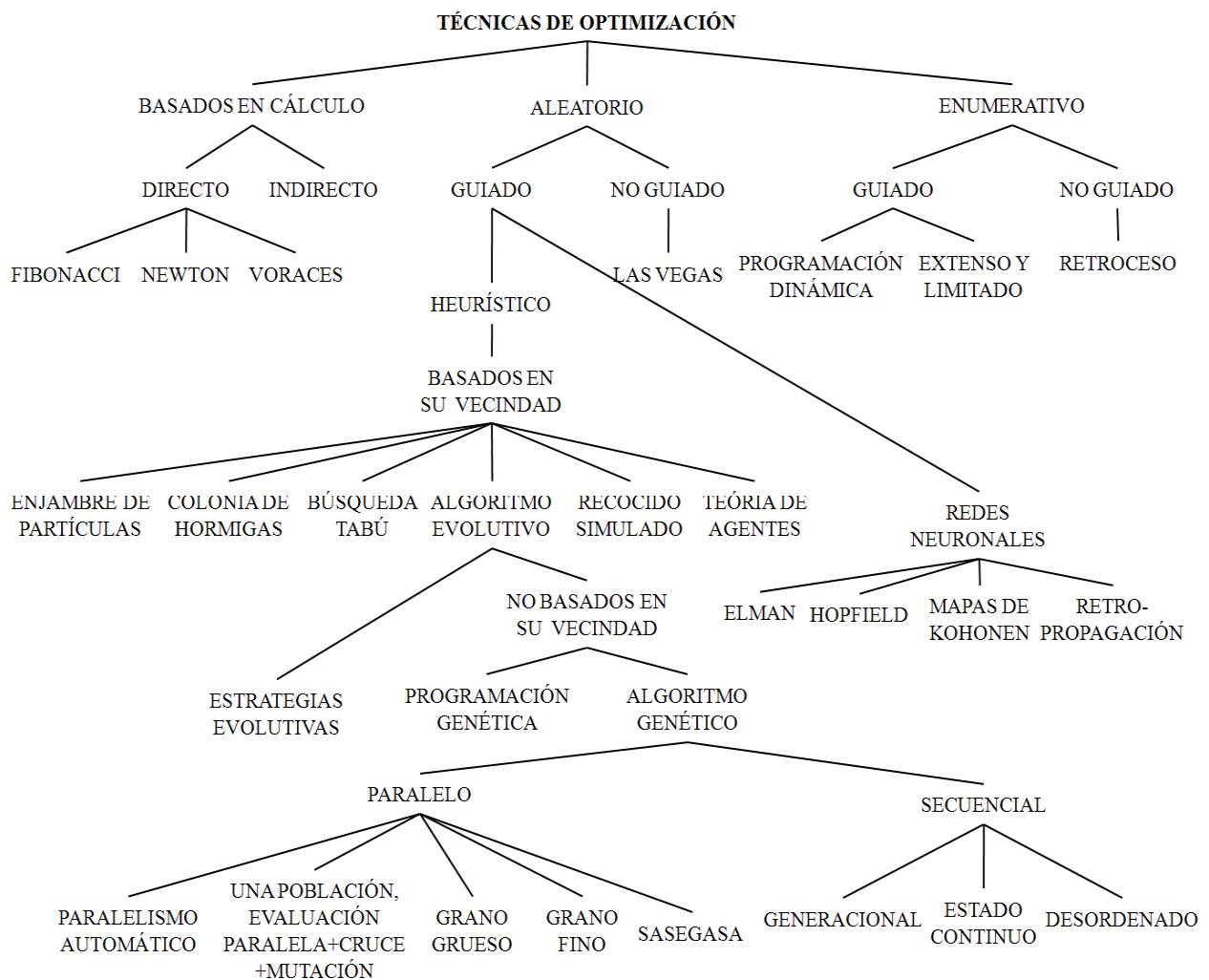


Figura 1.1. Taxonomía de técnicas de optimización.



1.1.2. PLANEACIÓN DE MOVIMIENTO

Los investigadores trabajan en mejorar a los robots para la realización de tareas sumamente complejas con la mínima intervención del hombre, dando lugar a la necesidad de resolver el problema que implica la planeación de movimientos, que durante las tres últimas décadas sigue considerándose como un área muy importante y productiva de la investigación en la robótica. Por ejemplo, la búsqueda de rutas libres de colisión para un robot dentro de un espacio ocupado por obstáculos rígidos apunta a un problema puramente geométrico, que parece simple cuando los robots tienen pocos grados de libertad y es tratado a través del cómputo como se hace en Gill *et al.* (1998); Latombe (1999).

Sin embargo, en Janabi-Sharifi *et al.* (1999) establecen que esto crea la necesidad de diseñar algoritmos capaces de realizar la ejecución de tareas mediante novedosas técnicas de computación, su implementación fuera de línea contempla aspectos importantes como las singularidades o la aparición de incertidumbres debido a condiciones dinámicas. Además las aplicaciones de los robots se están ampliando dentro de diferentes ambientes donde están críticamente poblados por diversos agentes como se menciona en Brock *et al.* (2002). No obstante, el control y el análisis del sistema es aún mucho más complejo debido a la presencia de interacciones cinemáticas, restricciones y dinámicas inherentes al sistema, como se relaciona en Kumar *et al.* (2004).

Consecuentemente, la planeación de movimiento es un problema multimodal no lineal por naturaleza, debido a la relación cinemática que describe las capacidades de movimiento y restricciones de los elementos que componen a un manipulador robótico. Esto implica analizar el tema desde una forma general hasta un aspecto particular. El trabajo de varios autores que han profundizado en el problema, aportan cada día nuevas teorías sobre la planeación de movimiento, el cual permite realizar con mayor precisión una clasificación del mismo de acuerdo a la naturaleza eficiente del movimiento y las estrategias que se implementan para poder resolver los cuestionamientos. De manera general, la planeación de movimiento ha sido catalogado de dos maneras, a través de un movimiento fino ó mediante movimiento brusco, los cuales son abordados por su exactitud e incertidumbre en Hwang *et al.* (1992); Rosell (1998).



La planeación de movimiento fino, es un problema donde se consideran las incertidumbres de exactitud y la fuerza aplicada con respecto a los movimientos del manipulador y los objetos a mover sobre los espacios reducidos del entorno. La planeación de movimiento brusco es un problema que relaciona la búsqueda de rutas libres de colisión a través de planeadores, ignorando las incertidumbres generadas por el error de posicionamiento como se describe en Hwang *et al.* (1992); Rosell (1998).

Además se consideran dos aspectos que pueden definir el problema a estudiar, el primero toma como base la construcción física del entorno y el tipo del robot; el segundo está relacionado con los algoritmos que se emplearán para solucionar el problema de acuerdo al anterior. Dentro del primero los diferentes tipos de ambientes en los que cualquier tipo de robot puede operar (trátase de robot manipulador, robot con restricciones, o de un ambiente con varios tipos de robots), pueden ser: estacionario, variante o invariante en tiempo, adaptable o no adaptable y de objetos móviles. Si el problema se refiere a un entorno donde existe más de un robot con rutinas distintas que comparten un espacio en común de trabajo como se plantea en Merchán-Cruz (2005b) y Merchán-Cruz *et al.* (2006), entonces es considerado como un problema de móviles-múltiples.

El segundo aspecto que define al problema se relaciona con los algoritmos a emplear y que puede derivarse en situaciones como: la complejidad computacional y el alcance que tienen con métodos de planeación de movimiento global o local, su implementación se hace para obtener resultados de forma heurística, exacta, completa, estocástica o que el algoritmo opere en el espacio cartesiano, el espacio de las configuraciones o algún otro de acuerdo a Hwang *et al.* (1992). Sobre todo, considera si el método de aproximación a utilizar, se basará en una programación matemática, por descomposición de celdas, mediante campos de potencial o mapa de rutas (*Mapa de Rutas o Skeleton*) como se hace en Masehian *et al.* (2004) y Jyh-Ming *et al.* (2006) respectivamente.

Entre las técnicas aplicadas sobre mapas de rutas se encuentran: la descomposición de celdas y la programación gráfica de visibilidad descrita en Masehian *et al.* (2004); Wein *et al.* (2007), los diagramas de Voronoi en Aurenhammer (1991); Kenneth *et al.* (1999); Wein *et al.* (2007), la aproximación silueta, la aproximación sub-objetivos y mapas de rutas probabilístico (*MRP*) observados en Isto *et al.* (2006a); Kavraki *et al.* (1996).



Otra de las características importantes sobre el tipo de espacio a operar, están relacionadas directamente con la caracterización de obstáculos y representación de objetos, que son fundamentales en la planeación de movimiento. Para la caracterización de obstáculos existen métodos propuestos por In-Kwon *et al.* (1998) y Varadhan *et al.* (2004) como: la evaluación de puntos, el conjunto de diferencias de Minkowski, las ecuaciones de frontera, el método aguja, el barrido de volumen, el método plantilla y el método Jacobiano. En la representación de objetos son utilizados métodos como: el arreglo de rejilla, el árbol de celdas, la representación poligonal, el método de la geometría sólida constructiva (GSC) y representación de bordes mencionados en Gill *et al.* (1998); Hwang *et al.* (1992).

1.1.3. ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES

El espacio de las configuraciones en un sistema mecánico, es un espacio puntual de dimensiones igual al número de grados de libertad, donde los puntos tienen como coordenadas generalizadas, aquellas que se han considerado en la descripción de la configuración del sistema; un sub-espacio de las configuraciones, son aquellos puntos que cumplen las ecuaciones de enlace geométrico y que forman el sub-espacio de configuraciones accesibles de acuerdo con Cardona *et al.* (2001a).

La planeación de trayectorias de manipuladores robóticos en un espacio de trabajo no homogéneo donde los obstáculos existen y con los cuales éste pueda colisionar es descrito en Udupa (1977), donde se analiza el problema de planificar trayectorias seguras para un manipulador mediante la caracterización de obstáculos asociados a una trayectoria libre de colisiones. Sin embargo en Berthold *et al.* (1977b), propone un método espectral que calcula los torques requeridos de las articulaciones, señalando que el método del espacio de las configuraciones proporciona un equilibrio óptimo entre el almacenaje y los costos de cómputo que son altos cuando se aplica al control de espacio de estados como un sistema relativamente sencillo.

Por otro lado, en Raibert (1978) señala una de tabulación de las ecuaciones del movimiento en tiempo real (conjuntamente con una memoria del espacio de las configuraciones organizada, por variables posicionales y contenidas en la memoria pre-procesada solamente una vez para cada manipulador) para usarse en todos los movimientos posibles. Así, cada punto en el espacio que corresponden a una configuración del sistema son valores para los elementos del vector de la posición del brazo y que están relacionados con los coeficientes de la ecuación dinámica.



No obstante, el trabajo de Raibert (1978) no tuvo demasiada difusión y fue en Lozano-Pérez (1979a) quien presentó más tarde de manera formal el concepto del espacio de las configuraciones, donde el movimiento de un sólido rígido que puede moverse con un cierto número de grados de libertad, es proyectado en un punto sobre un espacio n -dimensional; posteriormente en Lozano-Pérez (1983a) describe la aplicación del método para manipuladores robóticos articulados como un análisis bidimensional, reduciendo la complejidad del problema de la planeación de trayectorias para manipuladores, al relacionarlo con un punto correspondiente de la configuración inicial particular a un punto de la configuración final del robot.

Consecuentemente en Branicky *et al.* (1990a); Fox *et al.* (1994), plantean las propiedades matemáticas del espacio de las configuraciones y de los algoritmos involucrados con estas propiedades que facilitan la caracterización de los obstáculos. Por otro lado, la transformación de geometrías complejas al espacio de las configuraciones es descrita como términos, cuya estructura, dicta un conjunto de números óptimos de muestras seleccionadas como resultado de un mapeo aleatorio sobre el espacio completo. Esta estrategia no es sencilla de implementar, sin embargo, en Burns *et al.* (2005) el desarrollo sobre el conocimiento total del espacio de las configuraciones muestra una información completa.

Dentro de las investigaciones sobre la planeación de movimientos, existen novedosos métodos que permiten calcular y realizar un mapeo del obstáculo sobre el espacio de las configuraciones en el uso de algoritmos para la planeación de movimientos. El método se deriva desde la observación de éste, cuando el robot como un cuerpo rígido puede solamente trasladarse al espacio de las configuraciones mediante un producto de convolución del espacio y el robot. Esta convolución es calculada con el uso de herramientas como la transformada rápida de Fourier (*FFT*) desde cualquier algoritmo. Inherentemente es un método paralelo con significativos beneficios en experimentar sobre el hardware y sobre la *FFT* como se describe en Kavraki (1995a); Moreno *et al.* (1997); Curto (1998) y cuyo problema trata sobre el espacio discreto y el espacio de las configuraciones que se analiza como una convolución en la translación del robot espacial. Este método es eficiente para robots con varios grados de libertad que se mueven en ambientes estáticos, que no conocen su entorno y que mediante una técnica de mapeo aleatorios y/o probabilísticos se aplican en los espacios altamente dimensionales como una colección de configuraciones aleatorias seleccionadas a través del libre espacio de las configuraciones.



Las rutas libres de colisión son comúnmente obtenidas con el método anterior, el mayor problema con éstas aproximaciones es el cálculo de la frontera sobre los obstáculos en el espacio de las configuraciones, algunos resultados fueron sobre los entornos a las formas de los objetos que en la literatura tienen poca importancia, ya que se relaciona con el análisis de algunos problemas no tratados como robots con articulaciones prismáticas, robots en sistemas gantry ó robots móviles con ruedas omnidireccionales detallados en Kohler *et al.* (1995a) y que posteriormente se analizan con la presencia de incertidumbre en Rosell *et al.* (1997), para después ser retomados con soluciones por medio de polígonos en Vazquez *et al.* (2005).

La viabilidad de usar el espacio de las configuraciones como medio de visualización, control, operación y dirección en un manipulador robótico, se debe a la identificación de las características sobre el control que se discuten en Ivanisevic *et al.* (1998). Esto simplifica el problema al manejo de un planeador que sólo tiene que buscar una ruta simple en vez de ocuparse sobre una estructura cinemática compleja. El movimiento del manipulador se calcula fácil y rápidamente, garantizando un buen funcionamiento en tiempo real, a diferencia del control sobre el espacio de trabajo, este puede considerar a menudo la existencia de una solución. De hecho, es ésta clase de toma de decisión que el planeador utiliza para desechar los puntos potencialmente ocupados o que no estén libres de colisión.

En Maciejewski *et al.* (1993) considera al espacio de las configuraciones como un conjunto de ecuaciones. A partir de éste planteamiento en Helgason *et al.* (2001); Williams *et al.* (2001) utilizan las propiedades geométricas de los obstáculos para caracterizar el espacio de las configuraciones y representar éste espacio a través de métodos geométricos como se contemplan en Lozano-Pérez (1983a); Abrams *et al.* (2000b), caracterizando los obstáculos mediante formas poligonales o poliédricos, e incluso con estructuras topológicas que en general el espacio de las configuraciones son asociadas con la geometría de Kahler y en donde se busca reducir a una función, las principales restricciones sobre un espacio simétrico son descritas en Pitkänen (2006).

En la última década, el desarrollo de sistemas automatizados de programación interactiva auxilian en el diseño mecánico de dispositivos fabricados en procesos de micro-electro-mecanismos (MEMS), que son modelados con herramientas que analizan la cinemática mediante la construcción del espacio de las configuraciones y simulaciones en tiempo real a través del diseño paramétrico funcional descrito en Joskowicz *et al.* (1998).



En Sacks *et al.* (1999) menciona que los diseñadores pueden visualizar la función del sistema bajo una gama de condiciones de funcionamiento, permitiéndoles encontrar los defectos de diseño, corregirlos y optimizar su funcionamiento. Por lo tanto, el conocimiento del espacio de las configuraciones es la manera de representar y de almacenar la localización de los obstáculos del entorno original para construir el espacio de las configuraciones como se detalla Craig *et al.* (2001).

En otro ámbito, el análisis de las singularidades en un mecanismo paralelo son siempre puntos singulares del espacio de las configuraciones. Como tal, pueden permitir transiciones entre sus configuraciones de modo dramático, experimentando una variedad de transformaciones al pasar por configuraciones singulares. Para una cadena cinemática cerrada, el espacio de las configuraciones es un subconjunto de los múltiples espacios de las articulaciones, que puede tener puntos sin vecindades euclidianas. Esta configuración singular, se asocia a qué se puede describir como “derivación” o “intersección” del espacio de las configuraciones. En Zlatanov *et al.* (2002) demuestra que el comportamiento del mecanismo en regiones no singulares que pueden ser absolutamente diferentes a comparación de una singularidad restringida, pueden llevar al mecanismo, a regiones colindantes del espacio de las configuraciones y que pueden dar lugar a un modo de operación distinto del mecanismo.

Los trabajos recientes como en Yongji *et al.* (2004), son referidos a métodos con simulaciones a través de la optimización de restricciones y la representación de la geometría del sólido constructivo (GSC). Algunas estrategias, contemplan la planeación de movimientos con mapas de rutas probabilísticos para espacio de configuraciones altamente dimensional como se demuestra Isto *et al.* (2006b) y se identifican los componentes del movimiento durante el mapeo y la planeación de las superficies sobre el espacio de las configuraciones, además, los algoritmos rápidos y conservativos desarrollan una indagación de la configuración de los obstáculos como es señalado en Liangjun *et al.* (2006). Además, La planeación de movimientos de robots basados en sensores es un problema planteado por visión referente a la planeación y detección en tareas específicas. El robot planea mediante la acción analizada por visión, reduciendo al máximo la entropía prevista del espacio de las configuraciones, esto dio lugar en Wang *et al.* (2006) a un funcionamiento eficiente sobre la exploración de espacio de las configuraciones sobre el espacio físico basada en visión y mostrando criterios de planeación.



1.1.4. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL

El método del campo de potencial artificial se asocia a manipuladores robóticos articulados, su aplicación pretende que el manipulador alcance desde una posición inicial un punto final sin colisionar con los obstáculos que se encuentran en el espacio de trabajo. Este método se basa en implementar un planeador, el cual toma como referencia el punto inicial dada una configuración particular del manipulador y que busca el punto final generado por una trayectoria libre de obstáculos, evitando así la colisión del mecanismo articulado con sus elementos en una serie de configuraciones coordinadas.

El método de campos de potencial artificial desarrollado por Khatib (1986), es empleado desde entonces y hasta la actualidad como base para el desarrollo de diversos algoritmos aplicados en Khosla *et al.* (1988b); Borenstein *et al.* (1989); Hussien (1989); Warren (1989b); Warren (1990b); Canny *et al.* (1990); Rimon *et al.* (1990a); Borenstein *et al.* (1991); Latombe (1991); Rimon *et al.* (1992a); Kim *et al.* (1992b); Ko *et al.* (1996); Chuang *et al.* (1998b); Merchán-Cruz (2005b). Es importante resaltar que este método ha sido modificado durante la solución de algunos problemas, debido a que su mayor desventaja es la existencia de mínimos locales entre ciertas configuraciones del objetivo y los obstáculos.

El análisis matemático es simple cuando se trata con obstáculos en estado estacionario en torno a una solución dinámica, como se establece en Ge *et al.* (2004) y son usados generalmente para la planeación de trayectorias de robots móviles en Khosla *et al.* (1988a); Rimon *et al.* (1992b); Barisic *et al.* (2006). El concepto básico del método de campo del potencial es colocar sobre el espacio de trabajo del robot, un potencial de atracción sobre la meta y un campo de repulsión sobre los obstáculos como puntos restringidos, de tal manera, que el planeador del robot sigue la fuerza de atracción hacia la meta, como se detalla en Latombe (1991).

Por otro lado, el método aplicado a robots móviles en ambientes dinámicos donde la meta y los obstáculos se mueven, tiene un trato más complejo como se observa en Ge *et al.* (2002); Conner *et al.* (2003). No obstante, el problema se reduce en Savage *et al.* (2000) cuando se toman imágenes y son analizadas automáticamente e incluso, la aplicación de acciones animadas y particularmente en los juegos dinámicos, se hacen más sencillas a través de la computación evolutiva tal como es desarrollado en Abbott *et al.* (2004).



El diseñar algoritmos de navegación en base a campos de potencial en ambientes desconocidos o no estructurados, es otras de las aplicaciones. En Xi-yong *et al.* (2003) los algoritmos de navegación pueden planear trayectorias de manera local o global y en Chengqing *et al.* (2000) se demuestra que se supera el problema de los mínimos locales asociadas al método ya que enfoca la característica del tiempo real sobre el algoritmo de navegación para los robots móviles rápidos, como se apunta en Shimoda *et al.* (2005).

En Planas *et al.* (2002) las técnicas para navegar y planear trayectorias van desde la formación de un campo de potencial donde su magnitud en cada punto puede ser interpretado como una probabilidad de colisión y que posteriormente se obtiene una composición jerárquica del mismo, los cuales son también señalados en Song *et al.* (2002) y que permite planear a través de campos potencial como también se muestra en Leng-Feng *et al.* (2005).

El variar el campo en forma regulable para la distribución de la probabilidad sobre la posición de la meta conforme al entorno de las estrategias de coordinación con equipos de robots cooperativos y que reducen al mínimo las incertidumbres en las actividades de seguir una meta mediante histogramas, fueron implementados por Mottaghi *et al.* (2006), por otro lado, describir un marco para controlar y coordinar un grupo de robots para la manipulación de tareas cooperativas o mediante la combinación de una gama de funciones múltiples de potenciales sobre un espacio de trabajo sin crear mínimos locales múltiples a través de un escalamiento irregular sobre los obstáculos es implementada y explicada en Leng-Feng *et al.* (2006).

Por otra parte , las aplicaciones más complejas se pueden observar en Sahara *et al.* (2004), donde propone un sistema autónomo de evasión de colisión para brazos robóticos humanoides y en Tsuji *et al.* (2002) se plantea el uso de robots biomimetizados que caracterizan los movimientos humanos en mecanismos que generan trayectorias humanas basadas en aproximaciones por campos de potencial.

No obstante, el empleo de campos de potencial con aplicaciones de lógica difusa para la navegación en tiempo real de robots en un entorno dinámico son algunas de tantas aplicaciones descritas en Tsourveloudis *et al.* (2002) y las arquitecturas basada en multiagente de control para los robots autónomos son detalladas en Manikanth *et al.* (2004).



En otro ámbito, en Connolly *et al.* (1992b) la aplicación de funciones armónicas es una solución al problema de los mínimos locales en el campo de potencial artificial, técnica que se combina desde el gradiente negativo y el vórtice basado en funciones potenciales de Gauss, hasta la combinación con una red neuronal radial que aprende la dependencia entre los parámetros de la función del Gauss y la velocidad del robot móvil que aseguran el paso entre dos obstáculos estrechamente espaciados, como lo apunta Kasac *et al.* (2001).

1.1.4.1. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL CON FUNCIONES ARMÓNICAS

La utilización de una herramienta más significativa como el vector artificial del campo potencial armónico es una alternativa de gran viabilidad, de tal modo que toda función que satisface la ecuación de Laplace es una solución armónica y donde es posible generar un campo que diverge sobre el gradiente con líneas de flujo que marcan las trayectorias libres de colisión en las metas indicadas como es señalado en Waydo *et al.* (2003) o en el control de aspectos cinemáticos y dinámicos propuestos en Masoud (2006).

En Dapper *et al.* (2006) el campo de potencial permite la navegación exploratoria, ya que no posee mínimos locales generado por la ecuación de Laplace. Con esas características es posible emplear funciones armónicas que, según son, aquellas funciones continuas y que satisfacen la ecuación de Laplace, bajo condiciones de Cauchy-Riemann como funciones complejas en la aplicación del principio máximo-mínimo descrito en Waydo *et al.* (2003) y bajo condiciones de límite de Dirichlet o Neumann propuesto en Conkur (2005).

En Masoud *et al.* (2000) muestra los métodos para la planeación de movimientos, implementando técnicas de campos de potenciales biarmónicos sobre la ecuación de Laplace cuadrática en espacios de trabajo con geometría excesivamente compleja. Existe aplicaciones sobre métodos de mapas de rutas probabilísticos (*MRP*) que han tenido éxito al solucionar problemas difíciles calculándose a través de la solución a la ecuación de Laplace para aumentar la densidad del nodo a lo largo de superficie de las configuraciones del obstáculo, especialmente en regiones estrechas y cóncavas, como se demuestra en Aarno *et al.* (2004), o en Trevisan *et al.* (2005) que describe técnicas simples sobre la ejecución en el espacio de las configuraciones en forma discreta.



El problema del potencial armónico detallado en Tankelevichy *et al.* (2004), obtiene una solución a través de técnicas mediante métodos numéricos, entre estos los llamados métodos de las soluciones fundamentales (*MSF*), que proporcionan operaciones booleanas asociadas al modelado geométrico.

En concreto, la función armónica es una solución a la ecuación de Laplace, ya que no exhibe mínimos locales y se derivan trayectorias suaves, responden a los cambios del entorno permitiendo su actualización en cómputo y satisfacen el principio mínimo-máximo. El teorema de Gauss aplica a funciones armónicas con la integral derivada de la normal sobre las condiciones de frontera en una región arbitraria. La solución numérica a la ecuación de Laplace se puede obtener con el método de diferencias finitas, alcanzando un valor discreto sobre una malla a través de una serie de aproximaciones de Taylor sobre la segunda derivada discreta de la ecuación Laplace, o también con técnicas de método numérico como Jacobi, Gauss-Seidel o sobrerrelajación sucesivas propuestas en Connolly *et al.* (1990b); Connolly *et al.* (1992a); Connolly *et al.* (1992b); Connolly *et al.* (1993a); Connolly *et al.* (1994); Connolly *et al.* (1993b); Iñiguez *et al.* (2002); Iñiguez *et al.* (2003b); Iñiguez *et al.* (2004); Prestes e Silva *et al.* (2002); Rosell *et al.* (2002a) .

Los métodos consisten en una actualización contante de cada elemento de la malla con valores promedios de los nodos cercanos. Ya sea aplicado con condiciones de frontera, tanto de Dirichlet como de Neumann, el primero se realiza sobre la frontera de una región con un valor constante del potencial y el segundo, cambia la condición a la normal sobre la frontera de una región obteniendo como una combinación lineal y que es detallado en Connolly *et al.* (1990a); Connolly *et al.* (1992a); Connolly *et al.* (1993b); Connolly *et al.* (1994). Por ejemplo, en Kim *et al.* (1992b) describe que si se tienen dos variables que son armónicas, entonces cualquier combinación lineal de esas dos variables son también armónico y por lo tanto, la solución satisface la ecuación de Laplace.

Por otro lado, en Masoud *et al.* (2002) genera un campo de potencial armónico no lineal y anisotrópico, que posteriormente en Masoud (2007) soluciona mediante una función híbrida compuesta de una ecuación diferencial ordinaria y una parcial en un controlador híbrido que permite explorar la construcción trayectorias dinámicas amistosas.



Las aplicaciones de éste tipo son a través de métodos jerárquicos y dinámicos sobre la descomposición en una rejilla no regular sobre el espacio de las configuraciones obtenidos en Rosell *et al.* (2002b); Iñiguez *et al.* (2003a) y a través de Iniguez *et al.* (2005) se realiza un muestreo aleatorio de funciones armónicas que calculan el valor correspondiente del mismo espacio, que posteriormente en Prestes e Silva *et al.* (2002) y Rosell *et al.* (2003); Vazquez *et al.* (2005) realizan la actualización parcial del potencial sobre la rejilla ocupada para que el planeador haga una búsqueda completamente probabilística.

Los trabajos recientes como en Vaščák (2007), tratan del implemento híbrido que involucra el planear trayectorias a través del campo de potencial armónico mediante la optimización de la computación inteligente. El campo de potencial armónico calcula la trayectoria en el paso inicial, donde todos los obstáculos se consideran estáticos; una red neuronal de control con aprendizaje de retro-propagación manipula al robot para pasar a través de los obstáculos. Y el controlador difuso de tipo Mamdani soluciona el problema moviendo el vehículo, asumiendo después el control por la red que hará que los obstáculos se eviten intentando marcar alguna orientación de manera constantemente.

1.1.5. SISTEMA DE MANIPULADORES ROBÓTICOS MÚLTIPLES

En Chella *et al.* (2008) se consideran que los robots que operan en entornos reales y son capaces de interactuar con un mundo dinámico o que están poblados de objetos, personas y en general, con otros agentes, ha mostrado impresionantes resultados, tanto en la mecánica, dinámica y el control de movimientos. Además, los últimos informes de la literatura resalta la capacidad que presentan tales robots al desarrollar tareas, asimismo, con respecto al mundo dinámico externo, la planificación de futuras acciones y las tareas resultantes a evaluar son características importantes para una nueva planeación.

Sin embargo, los sistemas múltiples de manipuladores robóticos en operación en conjunto, la coordinación y la comunicación presentan algunos problemas, debido a la influencia que tienen las acciones de un robot sobre el comportamiento del otro. El incremento de la potencia en el cálculo disponible para los sistemas de hoy en día, lo hacen factible, e incluso conveniente para organizar todo en torno a la distribución de tareas en el cómputo, con el fin de explotar la sinergia entre las diferentes entidades como un resultado de la aplicación de nuevas estrategias.



En Dudek *et al.* (1996) clasificaciones de sistemas multirobot se han propuesto, mecanismos de comunicación sobre la taxonomía y su costo, tomando en cuenta criterios como el número de robots en el entorno colectivo, la distancia máxima entre robots, la forma de comunicación, su topología, la composición colectiva y el modelo computacional de cada uno de los robots.

Las investigación relacionadas en Parker (2003) en sistemas multirobóticos, están basados en la bioinspiración, la comunicación, arquitecturas y tarea de planificación, la localización y cartografía, el transporte y la manipulación de objetos, el movimiento coordinado, su reconfiguración, su aprendizaje, el rendimiento y la tecnología empleada para hacer frente a la tarea de seguir de cerca la localización de objetos en movimiento en un ambiente variados.

Estos sistemas, son aplicaciones que incluyen la búsqueda y salvamento, recolección de materiales, reconocimiento, exploración y el transporte. Además la asistencia en entornos difíciles es limitado debido a la distancia o la necesidad para una rápida respuesta a los cambios circunstanciales, los sitios inhóspito, remotos o los ambientes internos donde las limitaciones son estrictas y deben respetarse.

Por lo tanto, existen algunos desafíos comunes para este tipo de sistemas y la coordinación es difícil cuando los robots son realmente el interés propio. Si cada robot es muy complejo y presenta múltiples funciones inteligentes que interactúan con otros robots y entornos, los sistemas globales serian computacionalmente intratable a gran escala.

Sin embargo, es posible lograr una cooperación inteligente de sistemas multirobóticos como en Francois *et al.* (2008); Meng (2008) que proponen, la distribución de métodos en coordinación a través de una solución más atractiva en comparación con los métodos centralizados, debido a su robustez, flexibilidad y adaptabilidad.

No obstante, el diseño de un sistema multirobótico auto-adaptativo no es una tarea trivial, ya que es difícil predecir el comportamiento de los resultados en un determinado conjunto de normas y reglas detrás de un comportamiento supervisado. Los sistemas multirobóticos son incorporados para actuar de manera autónoma en base a sus propias decisiones individuales a través de algoritmos de inteligencia computacional que se han ido proponiendo.



1.2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

El objetivo de este trabajo, es diseñar una estrategia a través de un algoritmo adecuado para la generación de trayectorias en sistemas de manipuladores robóticos múltiples. Estos algoritmos tienen que solucionar el problema del movimiento en los sistemas no redundantes y redundantes de manipuladores articulados.

La revisión literaria en el estado del arte lo demuestra, aunque el problema de generación y planeación de movimiento de robots ha sido asunto de estudio durante algunas décadas, hay pocos trabajos de divulgación que presenten un algoritmo de planeación de trayectoria en plataformas múltiple robotizadas con mecanismos no redundantes o redundantes.

De acuerdo al análisis de éste último, está claro que los siguientes objetivos necesitan ser resueltos para satisfacer el punto específico de este trabajo (producir los algoritmos de planeación de trayectorias adecuado para solucionar el problema de sistemas de manipuladores robóticos múltiples):

- Explorar el uso de los algoritmos genéticos (*AG*) como estrategia evolutiva de búsqueda para solucionar el problema de la generación de trayectorias y estudiar sus bondades basados en una planeación global.
- Desarrollar un *AG* en la planeación para generar trayectorias convenientes y solucionar los movimientos de sistemas múltiples de manipuladores redundantes.
- Ampliar el *AG* en combinación con estrategias de lógica difusa para la planeación de trayectorias convenientes y solucionar así los movimientos de manipuladores donde los movimientos de los manipuladores no es una prioridad.
- Investigar el problema de la planeación de movimiento del manipulador robótico y el algoritmo de planeación de la trayectoria para el funcionamiento en el proceso de planeación reduciendo el tiempo de ejecución total.

Finalmente, este trabajo está organizado de la siguiente forma:



En el **capítulo 2** presenta un contexto general en relación con este trabajo sobre los aspectos básicos necesarios para entender el problema de la planeación de movimientos en sistemas de manipuladores robóticos múltiple, así como una descripción general de las herramientas empleadas para solucionar la cinemática de mecanismos articulados de cadena abierta, una breve descripción de la estrategia del campo de potencial artificial Laplaciano, aplicaciones del espacio de las configuraciones sobre una planeación local y finalmente las técnicas de computación inteligente.

En el **capítulo 3** se contempla la planeación de trayectorias en manipuladores robóticos como una solución de búsqueda global realizada fuera de línea y su comparación con una planificación local calculada en forma iterativa. Esta representación simple proporciona información suficiente para guiar, a través de un algoritmo de búsqueda, un manipulador a un punto deseado y observar los diversos problemas que se presentan como el tiempo de convergencia en el algoritmo planeador y la inhibición de los mínimos locales provocados por el campo de potencial.

En el **capítulo 4** se describe el espacio de las configuraciones en mecanismos articulados como una forma de planear trayectorias locales en combinación con el campo de potencial artificial y su solución numérica a la ecuación de Laplace aplicados a robots manipuladores no redundantes en relación con la evasión de obstáculos y su caracterización a través de la exploración y el mapeo del espacio de trabajo del robot.

En el **capítulo 5** se desarrollo un algoritmo evolutivo basado en un algoritmo genético, el mecanismo de regeneración y de herencia forzada, poniéndose a prueba en funciones que comúnmente son resueltos por algoritmos heurísticos. Las funciones básicas de prueba elegidas por su simplicidad visual son la función Easom, Schaffer F6, Schaffer F7 y Branins's rcos.

En el **capítulo 5** se presenta el desarrollo de una solución compacta al problema cinemático de manipuladores robóticos a través del uso del algebra del cuaternión dual como una herramienta de uso sistemático y simplificación de operaciones de cálculo, restricciones y compatibilidad con los parámetros Denavit-Hartenberg.

Capítulo 6



1.3. CONTRIBUCIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Esta tesis describe la investigación sobre nuevas estrategias para la planeación de trayectorias en sistemas de manipuladores robóticos múltiples empleando herramientas de computación inteligente tales como un algoritmo evolutivo (*AE*) basado en algoritmos genéticos y un nuevo mecanismo de herencia forzada en combinación con la lógica difusa.

Las principales contribuciones de esta investigación son:

El desarrollo de un algoritmo evolutivo basado en el algoritmo genético y un mecanismo de herencia forzada para la planificación de trayectoria en un manipuladores robótico redundante y no redundante, únicos que se utiliza en conjunción con el enfoque de campo potencial para caracterizar obstáculos en el área de trabajo y donde se identificaron las cualidades de las trayectorias obtenidas, como el modelo cinemático con cuaterniones duales. Esta característica en particular se utilizó para mejorar el desempeño del algoritmo de planificación, reduciendo el tiempo de ejecución total.

Las aplicaciones del campo de potencial artificial Laplaciano para la planeación de trayectorias aplicada al espacio de las configuraciones como un método de solución local basado en la comparación de una herramienta compacta como los cuaterniones duales y su complejidad de obtención.

Desarrollo de un método nuevo de solución al problema de la cinemática de manipuladores espaciales utilizando cuaterniones duales a partir de los parámetros Denavit-Hartenberg para el posicionamiento del efector final en manipuladores robóticos bidimensionales.

Desarrollo de un método nuevo de solución al problema cinemático de posicionamiento y orientación de robots espaciales de hasta 6 grados de libertad basada en cuaterniones duales enfocados en las rotaciones de Euler.



Generalización del mecanismo de herencia forzada propuesto por Merchán-Cruz *et al.* (2005), en un algoritmo genético que mejora el desempeño de la convergencia como un mecanismo genético basado en la constante búsqueda metaheurística.



2

"Antes de emprender el estudio es preciso determinar qué cuestiones y dificultades va a ser preciso resolver".

(Aristóteles, -384 a -322)

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo contiene todas aquellas bases necesarias para hacer frente al problema de la generación de trayectorias en sistemas de manipuladores robóticos, un aspecto general sobre el campo de potencial artificial y las técnicas de computación inteligente.



2. GENERALIDADES

Este capítulo presenta los fundamentos teóricos necesarios para afrontar el problema de la planeación de trayectorias en sistemas de manipuladores robóticos múltiples. Herramientas sencillas que son empleadas para el análisis de movimiento como la cinemática y dinámica del manipulador robótico, la teoría de campo de potencial artificial para aproximación y estimación de una posible colisión, en general, la combinación de algunas estrategias de computación para la decisión y optimización del problema.

2.1. MOVIMIENTO DEL ROBOT

La configuración de un sólido es la descripción estática del objeto en el espacio, relativo a un sistema de coordenadas de referencia. En el caso de un cuerpo rígido sin restricciones, es posible especificar su posición y orientación al menos por seis coordenadas generalizadas. Para poder describir completamente la relación espacial entre los sistemas, es necesario incluir su representación como una componente que relaciona el vector de posición y orientación entre los orígenes del sistema de coordenadas con movimientos relativos, este análisis de movimiento se describe como cinemática y dinámica. La configuración básica de un manipulador robótico está constituida por una cadena cinemática articulada con movimientos relativos y su estudio analítico del movimiento formula modelos factibles de su cinemática y dinámica, principalmente cuando se analiza el comportamiento como resultado de las fuerzas aplicadas por los sistemas de control.

2.1.1. CINEMÁTICA DEL ROBOT

El análisis cinemático, estudia el movimiento de un cuerpo sin tomar en cuenta las fuerzas que lo producen, consecuentemente la cinemática de un manipulador robótico estudia la posición, velocidad y aceleración angular enfocadas a las propiedades geométricas, concretamente a los el movimiento resultante de los eslabones que conforman al robot, como se observa en Bartlett (2001). Sin embargo, éste análisis es inherente a los dos problemas que enfrenta, la cinemática directa e inversa. El primero determinar la posición y orientación de la herramienta del manipulador, debido al cambio en la configuración de los eslabones que conforman la cadena cinemática, el segundo define los valores angulares de las articulaciones, configuración resultante que satisface la orientación/posición deseada de la herramienta en su espacio de trabajo.



En Berthold (1987); Kucuk *et al.* (2007) se mencionan dos enfoques sobre el espacio usado en el modelado cinemático de manipuladores, el espacio cartesiano y el espacio del cuaternión. La transformación entre dos sistemas coordinados puede descomponerse en una rotación y una translación, para los cuaterniones son una extensión generada de manera análoga con unidades imaginarias a los números reales representando un vector tetradimensional.

Hay muchas formas conocidas de representar rotaciones que incluyen las siguientes: ángulos de Euler, vectores de Gibbs, parámetros de Cayley-Klein, ejes y ángulo, matrices de giro de Pauli y matrices ortonormales como se mencionan en Funda (1988b); Funda *et al.* (1990a); Funda *et al.* (1990c); Ge (1998b), los cuaterniones de Hamilton descritos en Hamilton (1853); Pervin *et al.* (1982); Tait *et al.* (1890), los números duales de Clifford detallados en Brodsky *et al.* (1999); Cheng (1994); Ge (1998a); Uriol *et al.* (2006); Rooney (2007) y los cuaterniones duales señalados en Dam *et al.* (1998); Daniilidis *et al.* (1996a); Akyar (2008a).

2.1.1.1. CINEMÁTICA DIRECTA DEL ROBOT

La cinemática directa es sencilla y no hay complejidad al obtener las ecuaciones, por lo tanto, hay siempre una solución directa para determina la posición y orientación de la herramienta o efector final. En general, la representación matemática del sistema se realiza mediante ecuaciones diferenciales ordinarias y el modelo resultante se obtiene a través de dos técnicas como la analítica y la experimental señalada en Kelly *et al.* (2005), las cuales se derivan sobre el cambio de configuración en el sistema de eslabones que conforman la cadena cinemática y que describen lo siguiente:

Analítico: Este procedimiento se basa en las leyes de la física del movimiento del sistema. Esta metodología tiene la ventaja de producir un modelo matemático tan preciso como se requiera.

Experimental: Este requiere un cierto grado de experimentación para obtener los datos propios del sistema. Normalmente se examina el comportamiento mediante determinadas señales de entrada. El modelo obtenido en general, es más impreciso que el modelo analítico, ya que depende en gran medida de los recursos integrados para su funcionamiento. No obstante, en muchos casos tiene la ventaja de ser más sencillo y rápido de obtener.



2.1.1.1.1. CINEMÁTICA DIRECTA CON TRANSFORMACIONES HOMOGÉNEAS

La convención descrita por Denavit y Hartenberg utiliza expresiones del algebra matricial para restringir la posición/orientación de un marco móvil respecto a un marco de referencia fijo. Por lo general, ésta metodología clásica establece un sistema de coordenadas para cada elemento del robot articulado, caracterizando su movimiento por medio de matrices de transformación homogénea ${}^{i-1}A_i$ como en la ecuación 2.1, basado en el producto de cuatro transformaciones homogéneas básicas: R_{z_{i-1},θ_i} , T_{z_{i-1},d_i} , T_{x_i,a_i} y R_{x_i,α_i} respectivamente, las cuales permiten obtener una matriz compuesta final 0T_i de posición/orientación como se detalla en Denavit *et al.* (1955).

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\text{sen} \theta_i \cos \alpha_i & \text{sen} \theta_i \text{sen} \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \text{sen} \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \text{sen} \alpha_i & a_i \text{sen} \theta_i \\ 0 & \text{sen} \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

La matriz resultante ${}^{i-1}A_i$ es asociada a cuatro parámetros propios del mecanismo articulado mostrado en la figura 2.1.

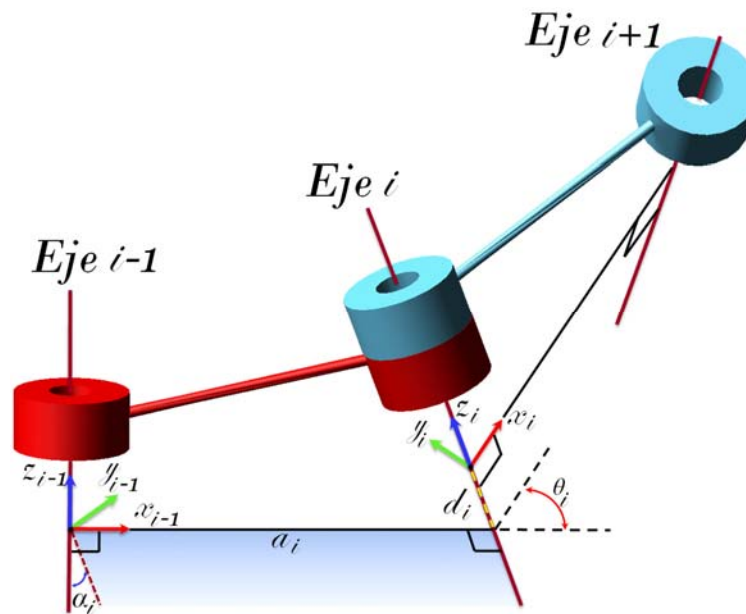


Figura 2.1. Parámetros de Denavit-Hartenberg.



Estos parámetros pueden ser obtenidos a través de la siguiente secuencia sintetizada:

Giro de la articulación θ_i : Ángulo entre los ejes x_{i-1} y x_i alrededor del eje z_{i-1} .

Descentramiento de la articulación d_i : distancia desde el origen del sistema de coordenadas $(i-1)$ -ésimo hasta la intersección de los ejes x_i y z_{i-1} , a lo largo del eje z_{i-1} .

Giro del eslabón α_i : Ángulo entre el eje z_{i-1} y el eje z_i alrededor del eje x_i .

Longitud del eslabón a_i : Distancia desde el origen del sistema de coordenadas i hasta la intersección de los ejes x_i y z_{i-1} , a lo largo del eje x_i .

La matriz de transformación homogénea final que describe la relación entre el sistema de coordenadas de cada eslabón con respecto al sistema de coordenadas previo se expresa como el producto de cada uno de ellos y que se muestra en la ecuación 2.2.

$${}^0T_i = \prod_{j=1}^i A_j \quad (2.2)$$

La transformación homogénea referente a la posición y orientación de la herramienta sobre el manipulador robótico con respecto al sistema de coordenadas de la base y la cual es tan frecuentemente utilizada en la cinemática de los manipuladores robóticos, se especifica en ecuación 2.3.

$$T = [\hat{n} \quad \hat{a} \quad \hat{s} \quad \hat{p}] \quad (2.3)$$

Donde el vector $[\hat{n} \quad \hat{a} \quad \hat{s}]$, representa la orientación del sistema de coordenadas de la herramienta con respecto al sistema de coordenadas de referencia y $[\hat{p}]$ la posición de éste con respecto a la base. Esta matriz homogénea final permite obtener las ecuaciones de diseño del manipulador, útiles para relacionarlas con la cinemática inversa y su solución a través de métodos analíticos o numéricos.



2.1.1.1.2. CINEMÁTICA DIRECTA CON CUATERNIONES DUALES

Las herramientas matemáticas disponibles hacen una gran diferencia en el tipo de aplicaciones que puedan tener y los grandes sistemas de ecuaciones que se derivan, pueden hasta cierto punto incomodar y en ocasiones, vencer a quienes enfrenten a estas.

Un claro ejemplo, es el movimiento en los manipuladores robóticos, donde el objetivo es la predicción y optimización a través de la formulación de ecuaciones que tiene gran influencia en la respuesta a simulaciones y aplicaciones en tiempo real.

Toda herramienta que reduce la complejidad de las ecuaciones debe ser considerada como útil y la necesidad de tener una herramienta tan poderosa como la notación vectorial para permitir una representación directa de las operaciones no representable con vectores, tales como las rotaciones, puede encontrarse en el objeto matemático denominado cuaternión, como se describe con detalle en Hamilton (1853); Kiupers (2000); Johnson (2003); Salamin (1995b) .

Los cuaterniones descubiertos por Hamilton (1853), formulan una expresión tetradimensional y cuyo empleo constituye una práctica en la representación para rotaciones, no han sido utilizados tanto como las transformaciones homogéneas por la comunidad robótica, debido a una aparente complejidad en su empleo y la diversidad en su interpretación.

Los cuaterniones representan ventajas importantes como la preservación de la ortogonalidad en las matrices, una fuerte correlación en la formación geométrica del eje angular sobre rotaciones de Euler, una compacta representación, ausencia de singularidades asociado con los ángulos de Euler en su representación matricial y al día de hoy el ahorro de recursos computaciones implementadas. Sin embargo, a diferencia de las matrices el cuaternión es complicado de visualizar, como se detalla en Hart *et al.* (1994b); Gervasi (1999).

La unidad de un cuaternión se expresa como un cuadrinomio sobre una extensión de los números complejos hacia los números reales como lo expresa la ecuación 2.4.

$$q_0 = q_1 + iq_2 + jq_3 + kq_4 \quad (2.4)$$



Donde q_1 es el valor escalar, mientras iq_2 , jq_3 y kq_4 representan la expresión vectorial, dentro del álgebra del cuaternión algunas propiedades son importantes de mostrar como en las ecuaciones 2.6, 2.7 y 2.8.

$$q_1, q_2, q_3, q_4 \in R$$

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (2.5)$$

$$ij = k = -ji \quad (2.6)$$

$$jk = i = -kj \quad (2.7)$$

$$ki = j = -ik \quad (2.8)$$

Así, un cuaternión puede ser expresado en una forma compacta como lo muestra la ecuación 2.9.

$$q_0 = q_1 + \vec{q} \quad (2.9)$$

Al emplear un segundo cuaternión definido en 2.10, es posible realizar operaciones básicas del álgebra.

$$p_0 = p_1 + \vec{p} \quad (2.10)$$

Por lo tanto, las operaciones de adición y sustracción entre dos cuaterniones q_0 y p_0 es:

$$q_0 \pm p_0 = (q_1 + \vec{q}) \pm (p_1 + \vec{p}) = (q_1 + p_1) \pm (\vec{q} + \vec{p}) \quad (2.11)$$

Por otro parte, el producto entre los cuaterniones q_0 y p_0 es:

$$\begin{aligned} q_0 * p_0 &= (q_1 + iq_2 + jq_3 + kq_4) * (p_1 + ip_2 + jp_3 + kp_4) \\ &= (q_1p_1 - q_2p_2 - q_3p_3 - q_4p_4) + \\ &\quad i(q_1p_2 + q_2p_1 + q_3p_4 - q_4p_3) + \\ &\quad j(q_1p_3 - q_2p_4 + q_3p_1 + q_4p_2) + \\ &\quad k(q_1p_4 + q_2p_3 - q_3p_2 + q_4p_1) + \end{aligned} \quad (2.12)$$

En la ecuación 2.12, el producto entre cuaterniones no es conmutativo, además, el cuaternión puede ser expresado en términos de rotación como se muestra la ecuación 2.13.

$$q_0 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\vec{q} \quad (2.13)$$



En Kiupers (2000); Purwar *et al.* (2005) muestran que la rotación de un objeto en el espacio puede ser representada y traducida en parámetros de ángulos de Euler (α, ϕ, θ) , como una secuencia de rotaciones espaciales sobre los ejes principales XYZ (*roll, pitch, yaw*) respectivamente a través del producto de sus cuaterniones que son:

$$q_z = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + k \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2.14)$$

$$q_y = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + j \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (2.15)$$

$$q_x = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (2.16)$$

El producto de la secuencia de rotaciones se muestra en la ecuación 2.17.

$$q_0 = q_x q_y q_z = q_1 + i q_2 + j q_3 + k q_4 \quad (2.17)$$

Siendo el resultado la ecuación 2.18, un cuaternión con rotaciones sobre los ejes principales XYZ :

$$\begin{aligned} q_1 &= \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \\ q_2 &= i \left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \\ q_3 &= j \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \\ q_4 &= k \left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Un cuaternión no expresa desplazamientos con respecto a un punto de referencia, por el cual su empleo es comúnmente sobre rotaciones e interpolaciones. No obstante, el algebra del cuaternión y la relación con los números duales, permiten obtener una extensión a través de dos cuaterniones, uno de ellos tiene la información sobre la rotación y el otro contiene los parámetros de translación a través de la transformación vectorial simultánea de ocho elementos. Este ofrece una considerable ventaja en términos de robustez computacional y eficiencia en el almacenamiento, suficiente para ocuparse de la cinemática de robots articulados como se ejemplifica en Funda (1988a); Funda *et al.* (1990b).



Sin embargo, las matrices en la cinemática son importantes para representar los desplazamientos espaciales de los cuerpos rígidos y su descripción matemática tiene muchos exponentes tales como los números duales, matrices de números duales y los cuaterniones duales como métodos instantáneos espaciales mencionados en Larochelle (1996); Paul (1997).

El desarrollado principal de estos métodos se basa en el empleo de dos operadores de Hamilton detallados en Larochelle (1996); Larochelle (2003); Su *et al.* (2003). Las propiedades de estos operadores, se utilizan para encontrar algunas expresiones matemáticas en el algebra del movimiento de tornillo, donde se representan los desplazamientos en el espacio y el cual orienta un conjunto de líneas correspondientes a una serie de vectores que representan una secuencia de rotaciones en los tres principales ejes.

En el álgebra, las operaciones de producto tiene la propiedad de asociación y linealidad. Además, el desplazamiento de un cuerpo en el espacio cuenta también con el mismo grupo de propiedades. Esto hace que el cuaternión dual, sea adecuado para representar y manipular los desplazamientos espaciales de los cuerpos rígidos en una caracterización de rotación y traslación a lo largo del mismo eje.

En Paul (1997); Uriol *et al.* (2006) un cuaternión dual se asocia a los números duales de Clifford, compuesto por una unidad de cuaternión real y una unidad dual que representa la traslación.

$$\hat{q} = \hat{q}_0 + \varepsilon \hat{q}_\varepsilon \quad (2.19)$$

La unidad dual depende del un vector de traslación t en los ejes (x,y,z) y cuya parte pseudo-real, es considera como cero.

$$\varepsilon \hat{q}_\varepsilon = 0 + \frac{\hat{t}}{2} (\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}) \quad (2.20)$$

Su obtención, está basada en los operadores de Hamilton y que posteriormente en Cayley (1889) mediante el desarrollo de matrices, genera una matriz que expresa las transformaciones geométricas como descripción de una traslación mostrada en la ecuación 2.21.



$$\boldsymbol{\varepsilon} \hat{q}_{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \end{pmatrix} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{2} \begin{pmatrix} 0 & -t_x & -t_y & -t_z \\ t_x & 0 & -t_z & t_y \\ t_y & t_z & 0 & -t_x \\ t_z & -t_y & t_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

El algebra del cuaternión dual debe cumplir las condiciones descritas en la ecuación 2.22 y 2.23.

$$\hat{q}_0 \hat{q}_0^T = 1 \quad (2.22)$$

$$\hat{q}_0 \boldsymbol{\varepsilon} \hat{q}_{\boldsymbol{\varepsilon}}^T = 0 \quad (2.23)$$

Donde $\boldsymbol{\varepsilon}$ adquiere la siguiente propiedad.

$$\boldsymbol{\varepsilon} \neq 0 \quad y \quad \boldsymbol{\varepsilon}^2 = \boldsymbol{\varepsilon}^3 \dots = 0 \quad (2.24)$$

Por lo tanto, las operaciones de adición y sustracción con cuaterniones duales son expresadas en la ecuación 2.25.

$$\begin{aligned} \hat{q} &= \hat{q}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} \hat{q}_{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad y \quad \hat{p} = \hat{p}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} \hat{p}_{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \hat{q} \pm \hat{p} &= (\hat{q}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} \hat{q}_{\boldsymbol{\varepsilon}}) \pm (\hat{p}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} \hat{p}_{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \hat{q}_0 \pm \hat{p}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} (\hat{q}_{\boldsymbol{\varepsilon}} \pm \hat{p}_{\boldsymbol{\varepsilon}}) \end{aligned} \quad (2.25)$$

El producto de dos cuaterniones duales está definido por la expresión 2.26.

$$\hat{q} \hat{p} = (\hat{q}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} \hat{q}_{\boldsymbol{\varepsilon}}) (\hat{p}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} \hat{p}_{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \hat{q}_0 \hat{p}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} (\hat{q}_0 \hat{p}_{\boldsymbol{\varepsilon}} + \hat{q}_{\boldsymbol{\varepsilon}} \hat{p}_0) \quad (2.26)$$

Estas herramientas pueden emplearse para desarrollar la cinemática de los manipuladores robóticos, como puede observarse en algunas aplicaciones sobre mecanismos en McCarthy *et al.* (2002); Perez *et al.* (2002); Perez *et al.* (2004b); Perez *et al.* (2004a); Sahul *et al.* (2008b); Su *et al.* (2003); Purwar *et al.* (2005).

2.1.1.2. CINEMÁTICA INVERSA DEL ROBOT

La cinemática inversa es un problema más difícil, la solución a éste es computacionalmente expansiva y generalmente tarda mucho para el control de tiempo real sobre el manipulador. Las singularidades y no linealidades hacen que el problema sea complejo de solucionar.



Por lo tanto, únicamente para una clase muy pequeña de los manipuladores, la cinemática inversa es simple (manipuladores con orientación de Euler) y obtiene soluciones analíticas completas como se apuntan en Kucuk *et al.* (2007).

Las técnicas conocidas para solucionar el problema de la cinemática inversa, es a través de métodos analíticos y el métodos numéricos. En el primer caso las variables comunes se solucionan analíticamente según los datos de la configuración dada. Para el segundo la solución se obtiene cuando las variables comunes son evaluadas por algún método numérico. Para el método analítico las herramientas principales son las soluciones geométricas y algebraicas, la solución geométrica se aplica a estructuras simples del robot, tales como los manipuladores menos de dos grados de libertad o con ejes articulados paralelos.

Para los manipuladores con más de dos eslabones y los cuales se extienden en el espacio, la geometría y su desarrollo puede ser un poco tediosa. En ese caso, la solución algebraica es más bondadosa para hallar una respuesta a la cinemática inversa. Sin embargo, cuando las ecuaciones se encuentran acopladas incrementan su complejidad, debido a que hay múltiples soluciones y las singularidades existen en mayor grado, además, alguna de las soluciones matemáticas no siempre corresponde a las soluciones físicas, porque depende específicamente de la estructura del robot.

2.1.1.2.1. CINEMÁTICA INVERSA DEL ROBOT, MÉTODO ITERATIVO

La solución de la cinemática inversa en algunos casos no es sistemática, porque depende de la configuración del robot y existen múltiples e infinitas soluciones, cuando se habla de un método iterativo a comparación de una solución cerrada se define como en la ecuación 2.27.

$$\theta_k = f_k(q_k) \quad (2.27)$$

Una solución cerrada, ofrece la posibilidad de una resolución en tiempo real e incluir restricciones que garanticen una mejor respuesta, no obstante, no siempre existen. Por otra parte una solución numérica, puede realizar una aproximación para obtener un resultado factible a través de resolver un sistema de ecuaciones no lineal y sobredeterminado empleando el método de Newton.



El método de Newton que a través de la expansión de Taylor permite solucionar tal sistema de ecuaciones, debido a la obtención de un polinomio truncado de primer orden, el cual necesita de una estimación inicial para una variable de corrección desconocida y arbitraria. Esto deriva en la obtención de la matriz Jacobiana que permite linealizar el sistema mediante la evaluación numérica a través de la aproximación diferencial y con la aplicación del método de Moore-Penrose, se obtienen las variables desconocidas resolviéndose el sistema de ecuaciones.

El sistema de ecuaciones y la obtención del Jacobiano es a través de la ecuación 2.28.

$$J = \left[\frac{\partial f_i}{\partial \theta_j} \right] \quad (2.28)$$

El método numérico se basa principalmente en la derivación de los polinomios de interpolación a través del desarrollo de Taylor, teniendo como ventaja un error que es proporcional a σ^2 y al decrecer σ , el error decrece rápidamente como muestra en la ecuación 2.29 ejemplificada en Ramírez-Gordillo (2003).

$$f' = \frac{\partial f_i}{\partial \theta_j} \cong \frac{f(\theta_1, \dots, \theta_j + \sigma_j, \dots, \theta_n) - f(\theta_1, \dots, \theta_j - \sigma_j, \dots, \theta_n)}{2\sigma_j} + O(\sigma^2) \quad (2.29)$$

Donde σ_j , es un valor pequeño arbitrario que se conoce como retícula o gradiente, el empleo de la matriz generalizada es primordial para solucionar el sistema.

$$A^* = \begin{cases} A^T [AA^T]^{-1} & m \leq n \\ A^{-1} & m = n \\ [A^T A]^{-1} A^T & m \geq n \end{cases} \quad (2.30)$$

Siendo $J^* = A^*$: Matriz generalizada o matriz pseudoinversa señalada en la ecuación 2.30.

$$\theta_j = \theta_j + (J^*)(-f') \quad (2.31)$$



Para la ecuación 2.31, el método numérico actualiza el valor en cada iteración aproximándose a la solución, cuando la función se iguala a un valor muy pequeño el algoritmo alcanza su convergencia, sin embargo tiene una gran dependencia sobre la estimación inicial para lograr la convergencia como se detalla en Merchán-Cruz (2000).

2.1.2. DINÁMICA DEL ROBOT

El análisis de movimiento de los cuerpos bajo la acción de las fuerzas que lo producen, se describe en términos de ecuaciones que relacionan el tiempo con el cambio de configuración del robot, obedeciendo a la segunda ley de Newton, donde la razón de cambio en el momento de una partícula es igual a la fuerza aplicada a ésta.

Entonces la segunda ley de Newton se escribe en la ecuación 2.32 como:

$$F_i = m_i \ddot{r}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.32)$$

Siendo: F_i .-Fuerza aplicada en la partícula i -ésima,

m_i .-Masa de partícula i -ésima, y

r_i .-Vector de posición.

El análisis se realiza sobre un conjunto de partículas fijas hacia otras que tienen grados de libertad finitos y es necesario describir estas interconexiones, introduciendo restricciones entre las posiciones de las partículas, tal que la ecuación de restricción 2.33 sea satisfecha y estas fuerzas de restricción son siempre normales a ésta superficie.

$$F = \begin{bmatrix} m_1 I & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_n I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \vdots \\ \ddot{r}_n \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^k \Gamma_j \lambda_j \quad (2.33)$$

En Renán (2004) se demuestra que los vectores Γ_j , son la base de las fuerzas de restricción y λ_j es el factor de escala para el i -ésimo elemento conocido como multiplicadores de Lagrange, los valores son magnitudes relativas de las fuerzas de restricción, debido a que los vectores Γ_j no



necesariamente son ortonormales y los multiplicadores de Lagrange λ_j , provee de un método para obtener esas fuerzas que mejor describan la evolución energética del sistema. Bajo estas condiciones como problema variacional, alcanzan un extremo que permiten conectar juntas todas las ecuaciones del movimiento y expresarlas como una propiedad estacionaria de una cierta función de acción, facilitando su análisis en una expresión en forma relativista.

2.1.2.1. FORMULACIÓN DE LAGRANGE

En los sistemas dinámicos, los manipuladores robóticos de n -grados de libertad son considerados como sistemas no lineales multivariable, asociados a las posiciones, velocidades, aceleraciones y torques. Las ecuaciones de dinámica, se pueden obtener por medio de las ecuaciones de movimiento de Newton ó a través de las ecuaciones de Lagrange. La metodología está bien documentada en la literatura sobre el análisis mecánico. No obstante, cabe mencionar de manera breve la desventaja del primer método por su complejidad sobre el análisis recursivo al incrementarse el número de grados de libertad del robot, a pesar de ser numéricamente compacta. En tal caso, las ecuaciones de movimiento de Lagrange, es más empleada debido a su expresión energética entorno a una soluciones cerradas en sistemas conservativos como se muestra en Kelly *et al.* (2005).

Por otro parte, las ecuaciones de Lagrange son consideradas dentro de una teoría unificada, consecuencia de las ecuaciones de Newton y que lleva a la conceptualización de sistemas en equilibrio dinámico detallado por Renán (2004), su aplicación tiene ventajas operativas el cual permite extenderse fácilmente sobre la descripción de sistemas que no son contemplados en la dinámica de Newton, como el campo del electromagnetismo, las ecuaciones de Schrödinger en la mecánica cuántica, el modelo estándar en la física de partículas y la ecuación de Einstein del espacio curvo. Asimismo, la formulación de Lagrange proporciona un marco teórico para muchas de las extensiones en el área de la física y la mayoría de las teorías pueden describirse mediante un único principio.

La formulación de Lagrange (también conocida como Euler-Lagrange) considera la energía total de un sistema de n -grados de libertad como la diferencia entre de la energía cinética K y la energía potencial P , como se muestra en la ecuación 2.34.



$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - P(q) \quad (2.34)$$

En la ecuación 2.35, la energía cinética total K de un cuerpo rígido se puede evaluar como la energía cinética del centro de masas más la energía cinética con respecto al centro de masas.

$$K = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} I \dot{q} \quad (2.35)$$

Donde \dot{r} es la velocidad absoluta del centro de masas [m/s], \dot{q} es la velocidad de rotación del sistema fijo al cuerpo con respecto a al sistema inercial [rad/s], el cual I es el tensor de inercia del cuerpo rígido evaluado para el sistema con origen en el centro de masas [kgm^2].

Por otra parte, la energía potencial P de este cuerpo rígido es descrita en la ecuación 2.36.

$$P = \frac{1}{2} mgh \quad (2.36)$$

Donde se asume que la energía potencial P se debe sólo a las fuerzas conservativas tales como la energía gravitacional $g=9.8 m/s$ de acuerdo con la posición h [m] del cuerpo con masa m [kg].

Así, el Lagrangiano determina la energía contenida en el sistema expresado en coordenadas generalizadas q_i como se muestra en la ecuación 2.37.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} = (F_{q_i})_{nc} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.37)$$

Donde $(F_{q_i})_{nc}$, corresponde a las fuerzas externas (perturbaciones) y pares de torsión τ_i (emitido por los actuadores) en cada articulación, así como a otras fuerzas (no conservativas). En la clase de fuerzas no conservativas se incluyen los de fricción o la resistencia al movimiento de un sólido en un fluido (amortiguamiento) y en general, aquellos que dependientes del tiempo y de la velocidad, no sólo de la posición, ésta expresión se muestra en la ecuación 2.38.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i - \frac{\partial R_{D_i}}{\partial \dot{q}_i} \quad (2.38)$$



En general, la ecuación 2.39 muestra la fuerza que se opone al movimiento y es una fuerza de disipación no conservativa R_{D_i} proporcional a la velocidad de la coordenada generalizada, el cual al final, el sistema llegará al reposo, evolucionando temporalmente la formulación de Lagrange debido a una función de forma cuadrática definida positivamente en el tiempo derivado de las coordenadas. Esta expresión es también conocida como función de disipación de Rayleigh.

$$R_{D_i} = \sum_{j=1}^n k_{ij}(q, t) \dot{q}_j \quad (2.39)$$

Donde k_{ij} son los coeficientes de amortiguación, el cual se disipa de manera natural resultado de una pérdida de energía.

$$R_{D_i} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2.40)$$

La ecuación resultante de Lagrange es definida por la ecuación 2.41.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} + \frac{\partial R_{D_i}}{\partial \dot{q}_i} = \tau_i \quad (2.41)$$

Donde:

L = Función de Lagrange.

K, P = Energía cinética [J] y Energía potencial [J], respectivamente

q_i = Coordenada generalizada del brazo [Nm].

τ_i = Fuerza o par generalizado aplicado al sistema en la articulación [Nm].

R_{D_i} = Función de disipación de Rayleigh.

O su representación en forma matricial como:

$$\tau(q) = D(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + C(q) + R_D(\dot{q}) \quad (2.42)$$

Siendo:

D = Matriz simétrica de inercia.

H = Matriz de fuerza centrífuga y de coriolis.

C = Matriz de carga gravitatoria.

R_D = Matriz de rozamiento viscoso.



2.2. ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES

En Cardona *et al.* (2001b) el espacio de las configuraciones, es la transformación a un espacio de n -dimensiones en donde los puntos tienen como coordenadas generalizadas, aquellas que se han considerado como descripción del sistema; cumpliendo con las ecuaciones de enlace geométrico y formando subespacios accesibles, teniendo como dimensiones el número de coordenadas independientes. En este espacio se caracteriza la configuración del obstáculo asociado a una planeación de trayectoria libre de colisión mostrado en Lozano-Pérez (1983b).

La utilización de propiedades geométricas de los obstáculos son necesarias para la obtener el conocimiento dentro del espacio de las configuraciones como se observa en Helgason *et al.* (2001); Williams *et al.* (2001) y los métodos utilizados para describir estos obstáculos son detallados en Lozano-Pérez (1979b); Abrams *et al.* (2000a). El método más empleado para obtener la configuración del obstáculo, es a través de un mapeo binario descrito en Kavraki (1995b); Moreno *et al.* (1997); Curto (1998), la obtención dependerá de la resolución sobre el cual se realice el mapeo, sin embargo puede incrementar el espacio/tiempo de los recursos computacionales.

2.2.1. CARACTERIZACIÓN DEL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES

La caracterización consiste en emplear las ecuaciones de enlace cinemático que describen al manipulador la posición dentro del espacio de trabajo y cada uno de sus eslabones articulados. Su evaluación permitirá hacer un mapeo con los datos de todas las configuraciones posibles dentro del rango de la variable articulada. Toda configuración relacionada con el obstáculo, se caracterizará en el espacio de las configuraciones a través de un punto, almacenándose como una coordenada generalizada no factible para la planeación de una trayectoria.

Un proceso algorítmico alterno se genera cuando toda configuración que esté en contacto con el obstáculo dentro del espacio de trabajo del manipulador, sea representada en un grupo de coordenadas que describan esa configuración como una posibilidad de colisión con los obstáculos. Por ejemplo, para un manipulador no redundante y redundante en un espacio bidimensional se puede caracterizar en la ecuación 2.43.



$$\begin{aligned} x &= l_i \cos(\theta) + l_j \cos(\theta_i + \theta_j) + \dots + l_n \cos(\theta_i + \theta_j + \dots + \theta_n) \\ y &= l_i \sin(\theta) + l_j \sin(\theta_i + \theta_j) + \dots + l_n \sin(\theta_i + \theta_j + \dots + \theta_n) \end{aligned} \quad (2.43)$$

Siendo, $\theta \in [-\pi, \pi]$ la coordenada generalizada y para toda parte del eslabón en contacto con el obstáculo $l_n \cap \text{Obstáculos}$ se genera el grupo de coordenadas que caracterizan el espacio de las configuraciones $CB = [\theta_i, \theta_j, \dots, \theta_n]$.

Los obstáculos se pueden representar sobre un espacio binario de cierta resolución N deseada y cuyo dominio está alrededor del espacio de trabajo del manipulador, cada celda caracterizará el obstáculo asignado con 1 el espacio ocupado y con 0 el espacio libre sobre una malla. También, cada eslabón tiene un espaciado discreto que permite verificar la intersección de los obstáculos con los elementos eslabonados del manipulador. Este planteamiento limita el espacio de trabajo en una expresión discreta, de tal modo que N lo suficientemente grande para que la precisión sea apropiada como se muestra en 2.44 Blanco (1997).

$$W(i, j) = \left[a + i \times \frac{(b-a)}{N}, a + (i-1) \times \frac{(b-a)}{N} \right] \times \left[c + j \times \frac{(d-c)}{N}, c + (j-1) \times \frac{(d-c)}{N} \right] \quad (2.44)$$

Para ilustrar la complejidad del espacio de navegación en el espacio de las configuraciones como resultado del mapeo de los obstáculos presentes en el espacio de trabajo del manipulador a su representación en el espacio de las articulaciones, se realiza una discusión en el capítulo 3 sobre la aplicación en la planeación de trayectoria local para un manipulador robótico no redundante.

2.3. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL

El método de campo de potencial artificial como estrategia para que el manipulador alcance desde una posición inicial un punto final sin colisionar con los obstáculos que se encuentran en el espacio de trabajo, desarrollado por Khatib (1986) y modificado por varios autores durante la solución de algunos problemas debido a la existencia de mínimos locales entre ciertas configuraciones de los obstáculos y la meta, es un análisis matemático que es relativamente simple al tratarse con obstáculos en estado estacionario en torno a solución dinámica, por ejemplo para planear trayectorias con distancias seguras entre el robot y los obstáculos mediante esta función escalar conocida como gradiente y aplicado en Chuang *et al.* (1998a).



Sin embargo, generar una trayectoria libre de obstáculos implica buscar una mínima global para evitar la colisión del mecanismo articulado con los obstáculos en una serie de configuraciones coordinadas mediante un algoritmo planeador capaz de escapar de zonas donde se localicen mínimos locales o puntos singulares.

2.3.1. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL PARA LA CARACTERIZACIÓN DE OBSTÁCULOS

Un problema inherente al método del campo de potencial artificial, es la existencia de mínimos locales en donde se presentan diferentes configuraciones de obstáculos con la meta. Los mínimos locales o puntos de equilibrio del sistema, son puntos donde el gradiente de la función de potencial es anula y se pueden observar durante una validación mediante simulaciones numéricas.

El método consiste en crear un campo de potencial artificial, el cual la meta constituye un dipolo de atracción y los obstáculos son superficies con una carga de repulsión. La meta es un mínimo global de la función de potencial y cerca de los obstáculos la función de potencial crece indefinidamente. El gradiente indica la dirección del máximo ascenso y en éste caso se pretende avanzar hacia donde decrece la función para alcanzar un mínimo global donde se localiza la meta, por el cual se toma el gradiente en su magnitud negativa. Por lo tanto, la idea consiste en buscar el camino más corto entre el manipulador y la meta con configuraciones libres de colisión a través de éste gradiente como una función de potencial (gradiente descendiente) caracterizado en los obstáculos por un campo de repulsión.

Así, un algoritmo planeador emplea la fuerza de atracción producida por la meta generando una trayectoria continua que apunta siempre hacia ésta. En cambio, la fuerza de repulsión producida por los obstáculos dirige al planeador de manera tal que se aleja de éstos. Al combinar estas dos fuerzas y al dirigir el planeador en dirección de la fuerza resultante es posible obtener hasta cierto punto un camino libre de obstáculos. Cuando las fuerzas de repulsión y atracción tienen la misma magnitud y dirección contraria al planeador, este puede quedar atrapado en un punto singular cuando se planea de forma global en busca de trayectorias simple, como se observa en Guldner *et al.* (1995); Volpe *et al.* (1990a). Sin embargo, el algoritmo planeador debe ser capaz de salir de ese punto de equilibrio para cumplir con su objetivo.



La función representativa del campo de potencial artificial, está compuesta por una fuerza de potencia de atracción y una fuerza de potencial de repulsión, estas se muestran en las ecuaciones 2.45, 2.47 y 2.50 respectivamente, su desarrollo esta detallada ampliamente en Latombe (1991).

$$F(q) = F_{att}(q) + F_{rep}(q) = -\nabla U(q) \quad (2.45)$$

$$U_{att}(q) = \frac{1}{2} \varepsilon \rho(q)^2 \quad (2.46)$$

$$F_{att}(q) = -\nabla U_{att}(q) = -\varepsilon(q - q_{goal}) \quad (2.47)$$

$$U_{rep}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} \eta \left(\frac{1}{p(q)} - \frac{1}{\rho_0} \right), & p(q) \leq \rho_0(q) \\ 0, & p(q) > \rho_0(q) \end{cases} \quad (2.48)$$

$$p(q) = \min(q' \in \text{objeto}) \|q - q'\| \quad (2.49)$$

$$F_{rep}(q) = -\nabla U_{rep}(q) \begin{cases} \eta \left(\frac{1}{p(q)} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{1}{p^2(q)} \nabla p(q) & , p(q) \leq \rho_0(q) \\ 0 & , p(q) > \rho_0(q) \end{cases} \quad (2.50)$$

Siendo:

$F(q)$	Fuerza de campo de potencial artificial.
$F_{att}(q)$	Fuerza de campo de potencial artificial de atracción.
$F_{rep}(q)$	Fuerza de campo de potencial artificial de repulsión.
$\nabla U(q)$	Función Gradiente.
$U_{att}(q)$	Función del potencial de atracción.
$U_{rep}(q)$	Función del potencial de repulsión.
q_{goal}	Localización de la meta.
$\rho(q)$	Localización inmediata del planeador.
$\rho_0(q)$	Distancia de seguridad.
$p(q)$	Localización del obstáculo.
ε	Factor de escala positiva sobre el potencial de atracción.
η	Factor de escala positiva de influencia sobre el potencial de repulsión.



Dentro de un algoritmo se puede simular un campo de potencial artificial de repulsión y atracción, permitiendo variar la escala del campo η y ε , el número de obstáculos i , la distancia e influencia del potencial alrededor del obstáculo ρ_0 .

2.3.2. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIA LAPLACIANO

Una manera de evitar los mínimos locales es a través de una solución numérica a la ecuación de Laplace como en Connolly *et al.* (1990b); Connolly *et al.* (1992a); Connolly *et al.* (1994) para un caso en \mathfrak{R}^2 .

$$\nabla^2 L = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (2.51)$$

La solución analítica puede ser extensa, sin embargo con una estrategia numérica se puede solucionar ésta ecuación diferencial parcial hasta cierto punto con facilidad. La metodología es generar una rejilla con un espaciamiento h tan pequeño como se requiera, él espaciamiento permitirá obtener el potencial sobre un punto $u(x,y)$ estimado a través expansión de la serie de Taylor como se detalla en Dettman (1965), obteniendo la expresión de la ecuación 2.52.

$$u(x_0, y_0) = \frac{1}{4} (u(x_0 + h, y_0) + u(x_0 - h, y_0) + u(x_0, y_0 + k) + u(x_0, y_0 - k)) \quad (2.52)$$

La ecuación representa el potencial sobre un punto dado y es el resultado del promedio de valores sobre los nodos vecinos más cercanos de acuerdo a ciertas condiciones de frontera. El campo de potencial artificial Laplaciano permite variar la escala de los potenciales, el número de obstáculos, la altura y la distancia del potencial alrededor del obstáculo.

2.4. TÉCNICAS DE COMPUTACIÓN INTELIGENTE

De acuerdo en Zadeh (1965); Zadeh (1994), es un enfoque paralelo a la notable capacidad humana de razonar y aprender en un ambiente de incertidumbre e imprecisión. En general, es una colección de herramientas informáticas y técnicas que están estrechamente relacionadas con las disciplinas que incluyen la lógica difusa, redes neuronales artificiales y algoritmos genéticos, entre otros.



Lógica Difusa: Los conjuntos difusos y conectivos lógicos, modelan una forma de razonamiento sobre los problemas del mundo real. A diferencia de los conjuntos convencionales, incluye todos los elementos del conjunto universal, asociado a diferentes valores de pertenencia sobre un intervalo entre $[0,1]$. Los operadores más utilizados en los conjuntos difusos son: el operador Y (mínimo), el operador O (máximo) y el operador de negación (o complementariedad), estos se basan en reglas que implican una toma de decisiones e infieren un resultado de acuerdo a la experiencia.

Redes neuronales artificiales: Análoga de una red neuronal biológica, ésta recibe las señales de neuronas vecinas mediante ramificaciones conocidas como dendritas, el proceso consiste en recibir pulsos al cuerpo celular y transmitir estas señales a través de una fibra nerviosa, llamada axón. Típicamente consta de una señal lineal de activación, seguida de una función no lineal de inhibición, la primera realiza la suma ponderada de excitación de entrada, mientras que la segunda intenta detener los niveles de la señal adicionada (sinapsis), terminando en una señal delimitada (amplitud limitada).

Una red neuronal, es un conjunto de neuronas estructurada mediante una topología y sometida a un ciclo de adaptación, necesario para la actualización de sus parámetros con el fin de alcanzar un estado de equilibrio a través de un algoritmo de aprendizaje de acuerdo a su aplicación.

Algoritmo genético: Es un arreglo estocástico que imita el proceso natural de la evolución biológica, con base en la creencia fundamental de la "*supervivencia del más apto*" en el proceso de selección natural de las especies de Darwin (1859); Holland (1975). Un algoritmo genético tiene aplicaciones de búsqueda, aprendizaje de máquina y la optimización de problemas. Denotado por una codificación de las variables sobre una representación cromosómica, sigue un proceso evolutivo a través de operadores genéticos como el cruce y la mutación.

Los distintos métodos que de una forma u otra cooperan desde sus fundamentos básicos, demuestran en conjunción tener aspectos de manejabilidad, robustez y soluciones de bajo costo, esto puede observarse en aplicaciones en Althoefer *et al.* (2001); Zavlangasp *et al.* (2000); Zavlangasp *et al.* (2004); Wu *et al.* (2005); Yang *et al.* (2000); Yang *et al.* (2001); Jang *et al.* (1995); Glasius *et al.* (1995); Merchán-Cruz *et al.* (2007); Merchán-Cruz *et al.* (2005).



2.4.1. LÓGICA DIFUSA

La lógica difusa es una herramienta poderosa para orientar sistemas complejos derivado de los conocimientos obtenidos por la experiencia humana, debido a su sencillez heurística puede combinarse con otros algoritmos de libre ajuste, tal como redes neuronales y la genética. Las aplicaciones hechas por Mamdani y Sugeno, inspiraron innovación para definir modelos difusos económicamente rentables. Sin embargo, las aplicaciones en la teoría de control es en gran parte teoría empírica y heurística, por el cual carece del diseño de una teoría unificada. No obstante, las matemáticas detrás de la teoría de control implican métodos mucho más difíciles, esto hace que un modelo difuso sea un camino más sencillo, porque en ocasiones no llega a resolverse mediante una forma analítica, así que un modelo difuso puede ser tan bueno como cualquier otra teoría de aproximación, como se destaca en Tzafestas *et al.* (2007); Suzuri (2007).

Consecuentemente la lógica difusa es un conjunto de condiciones o eventos que no son precisamente conocidos y donde se procura crear aproximaciones matemáticas para producir resultados exactos a partir de datos imprecisos a través de la descripción con enunciados que poseen un cierto grado de veracidad, aparentando una inherente capacidad de razonamiento. Así, un conjunto difuso es una colección bien definida de elementos para determinar un objeto cualquiera, en un universo discurso y con un determinando el grado de pertenecía. Para un sistema multivaluado, el grado de certeza, falso, desconocido y verdadero es representado por valores numéricos entre 0 y 1, cuyas nociones de complemento, conjunción y disyunción, corresponden a la interpretación intuitiva de esos conectivos lógicos, que conllevan a un cálculo proposicional difuso, el cual tiene una serie de reglas definidas por proposiciones compuestas, asociados a problemas de deducción e inferencia, donde se caracterizan los valores de las proposiciones compuestas para después formular hipótesis y probarlas, al final se unifican en un conjunto difuso, como se demuestra en Zadeh (1975a); Zadeh (1975b); Zadeh (1975c).

El proceso general de un modelo difuso, contempla a un conjunto reglas que se definen por medio de variables lingüísticas definidas en Zadeh (1976); Bellman *et al.* (1977). Las diversas reglas generan un número de consecuencias de acuerdo a estas, después se combinan en un conjunto difuso para describir las posibles medidas de acción que pueden tomarse a través de un proceso que se denomina agregación y al final, un método apropiado es diseñado para generar la consecuencia de estas reglas con un preciso valor, este último proceso se llama defusificación.



El proceso general para definir un modelo difuso se observa en la figura 2.2 con las siguientes etapas:

Fusificación: La función de pertenencia transforma los valores de entrada / salida en valores precisos correspondientes al grado de pertenencia, expresados en términos lingüísticos que indica el respectivo conjunto difuso.

Inferencia: Combina los datos obtenidos a partir de la fusificación establecidos a través de una base de reglas, consistente en una norma proposicional y llevándose a cabo la determinación de conclusiones o generación de hipótesis basados en la *implicación* del estado de la entrada para una salida difusa apropiada, *agregando* la combinación de los conjuntos difusos de salida (una sola salida de los conjuntos difusos para cada regla de disparó) a un único conjunto difuso.

Defusificación: Es la obtención de un conjunto difuso descrito en el proceso de razonamiento, donde por cada valor posible, uno tiene un grado de pertenencia que describe en qué medida este valor es razonable para su uso a través de valores precisos equivalentes.

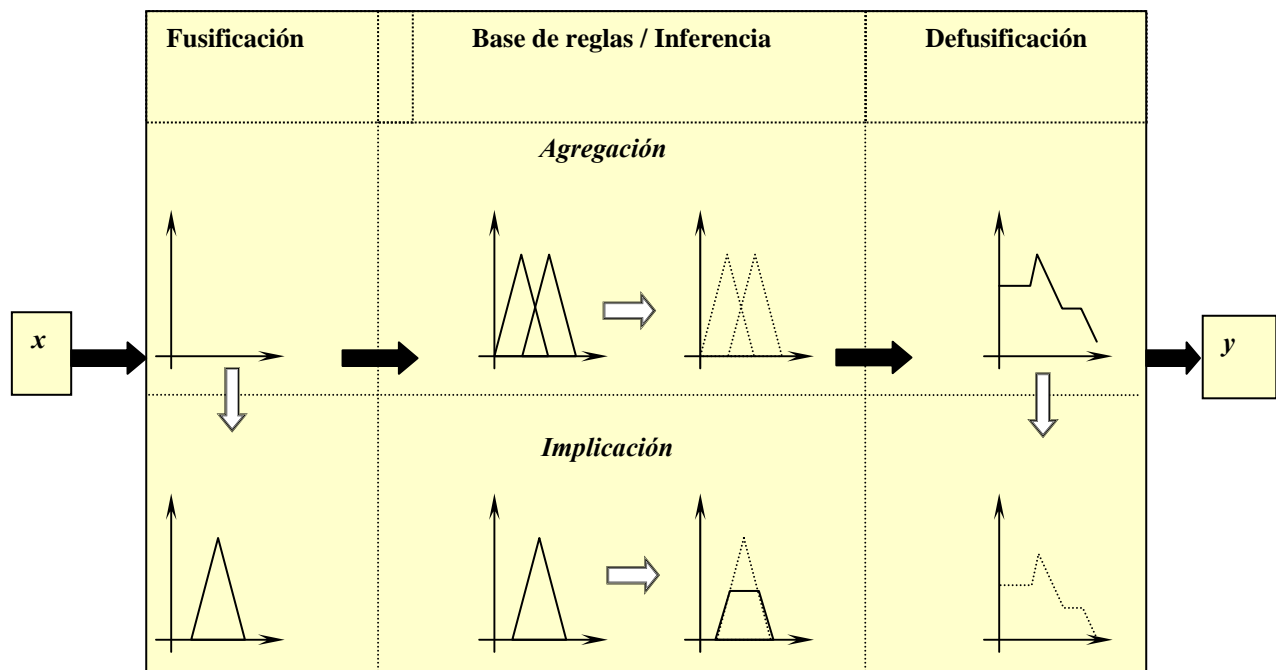


Figura 2.2. Proceso difuso.



2.4.2. REDES NEURONALES

Las redes neuronales son modelos matemáticos simplificados de sistemas complejos computacionales en una distribución paralela. Sin embargo, la mayoría de las redes neuronales se deben ser entrenadas o capacitarse a través de algún medio, donde la estrategia es proveer de un conjunto de datos de entrenamiento que consiste en valores de entrada al sistema junto con los valores de salida deseada. Durante el entrenamiento, la red neuronal aprende nuevas asociaciones, nuevas dependencias funcionales y nuevos modelos, la clave es su flexibilidad, su sencillez y procedimiento de aprendizaje, el cual permite que el sistema se adapte a su entorno.

Así, logran funcionar como un conjunto de unidades celulares, que se asocian a nodos como una red de neuronas para el almacenamiento de información. Cada neurona se caracteriza por tener un nivel de actividad definido, basado en su estado de polarización del valor de salida, el índice de disparo y el conjunto de conexiones de entrada y salida. Esta última realizada por la función de la sinapsis, que hace que se conecten las neuronas como un gráfico dirigido.

Las diferentes neuronas pueden estar ordenadas en distintas topologías de acuerdo al número capas que pueden o no ser unidades ocultas. Por otro lado, la variedad de topologías definen el proceso de la red, por ejemplo si su topología presenta un arreglo con información unidireccional, la red neuronal se identifica como red de alimentación frontal, en otro caso, si el anterior nodo también obtiene información de los nodos sucesores, se llamará red de realimentación. Cada neurona posee un número finito de conexiones de entrada, asociado a un valor de peso, el cual se identifica como la fuerza sináptica hacia la conexión de salida.

En general, una neurona se compone de un cuerpo celular neuronal, un axón y una multiplicidad de dendritas, como en la figura 2.3. Las dendritas reciben las señales de otras neuronas, el axón es el canal de transmisión, que se divide en un mayor número de terminaciones. La pequeña diferencia entre una terminación y una dendrita se llama sinapsis. En la neurona, el axón es el único elemento que forma conexiones sinápticas con muchas otras neuronas. El cuerpo celular de una neurona suma las señales entrantes desde las dendritas como señales de múltiples sinapsis. La neurona envía un impulso a su axón con cierta intensidad, si es suficiente la señal de entrada, se recibe para estimular la neurona a su nivel de umbral. Sin embargo, si la señal de entrada no alcanza el umbral, la entrada rápida decae y no genera ninguna acción.

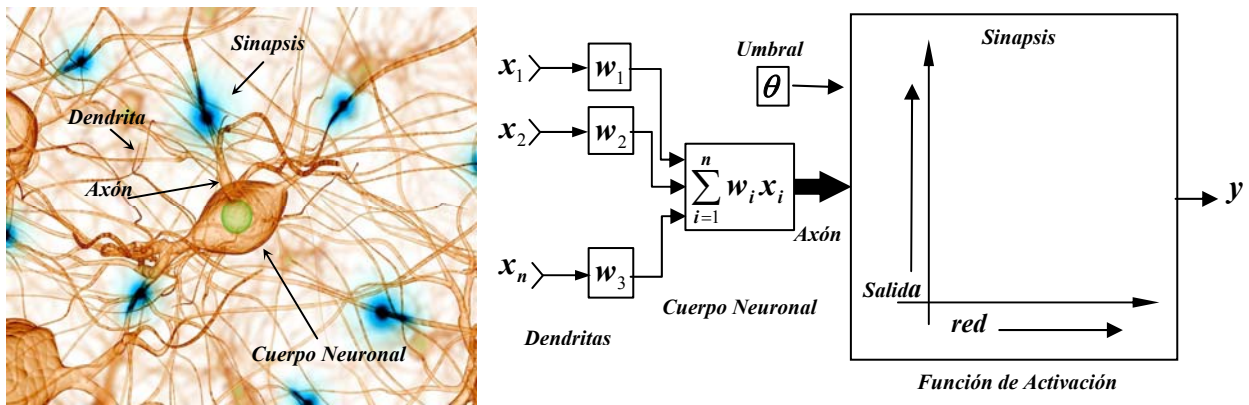


Figura 2.3. Analogía neuronal: neurona celular-neurona artificial.

2.4.2.1. TOPOLOGÍA DE REDES NEURONALES

La topología de una red neuronal artificial es una estructura determinada de un número de niveles y una cantidad de nodos por nivel que se conectan entre ellos. No existe una metodología exacta que indique la manera de realizar las conexiones o especificar el número de niveles ocultos suficientes para obtener resultados óptimos, pero se puede medir el éxito o fracaso de la topología a través de una desviación que se obtiene durante el aprendizaje.

El análisis y aportaciones sobre las redes neuronales se deben a McCulloch y Pitts que en 1943 presentan un modelo sistemático sobre una neurona artificial, Turing en 1948, logra un modelo neuronal que permitía el ajuste de las conexiones mediante un proceso de entrenamiento a través de entradas y ejecución de funciones lógicas. Hebb en 1949, propone el sistema de aprendizaje para la modificación de la sinapsis.

Sin embargo, las ideas de Hopfield permiten desarrollar nuevos modelos de estos mediante algunas variantes. Widrow en 1959 desarrolla los paradigmas de aprendizaje y concretan la neurona adaptativa lineal, caracterizado en un aprendizaje rápido y preciso, basado en un mecanismo supervisado. La implicación de Rosenblatt en 1962 conlleva al perceptrón, más tarde los mecanismos de aprendizaje como el algoritmo de retropropagación del gradiente es dado a conocer gracias a los trabajos de Hopfield, el cual presenta, con una fuerte fundamentación matemática y coherente sobre un modelo de red de neuronas no lineal conocida como red de Hopfield.

El algoritmo de aprendizaje de retropropagación del gradiente o regla delta generalizada, resuelve el problema del entrenamiento de redes de neuronas con cualquier número de capas ocultas. También Kohonen desarrollan arquitecturas de redes que usan un modo de aprendizaje sobre una variante de Hebb, un modelo denominado mapas auto-organizativos de Kohonen y algunas variantes de modelos con memoria asociativa Kohonen (1990). Las redes de neuronales de base radial es una red de neuronas que requiere un menor tiempo de aprendizaje para poder aplicarla a sistemas inteligentes de tiempo real. Las redes de neuronas recurrentes que se caracterizan porque la salida de la red no sólo depende de la entrada, sino también de estados anteriores de la propia red. Posteriormente, se desarrollan los modelos de red de Jordan y Elman, que son redes parcialmente recurrentes. Se caracterizan porque son multicapa y sólo algunas neuronas presentan retroalimentación, útiles en redes recurrentes con predicción de series temporales.

Una de las arquitecturas más conocidas para resolver este tipo de problemas es la denominada red neuronal con retraso en el tiempo y finalmente, se desarrollan otros modelos neuronales con resultados satisfactorios como respuesta al impulso finito o modificaciones de la red de Elman, algunas topologías y aplicaciones de las redes neuronales artificiales pueden observarse en Kohonen (1990); Lagoudakis (1997); Hung *et al.* (2002); Yang *et al.* (2000); Jang *et al.* (1995).

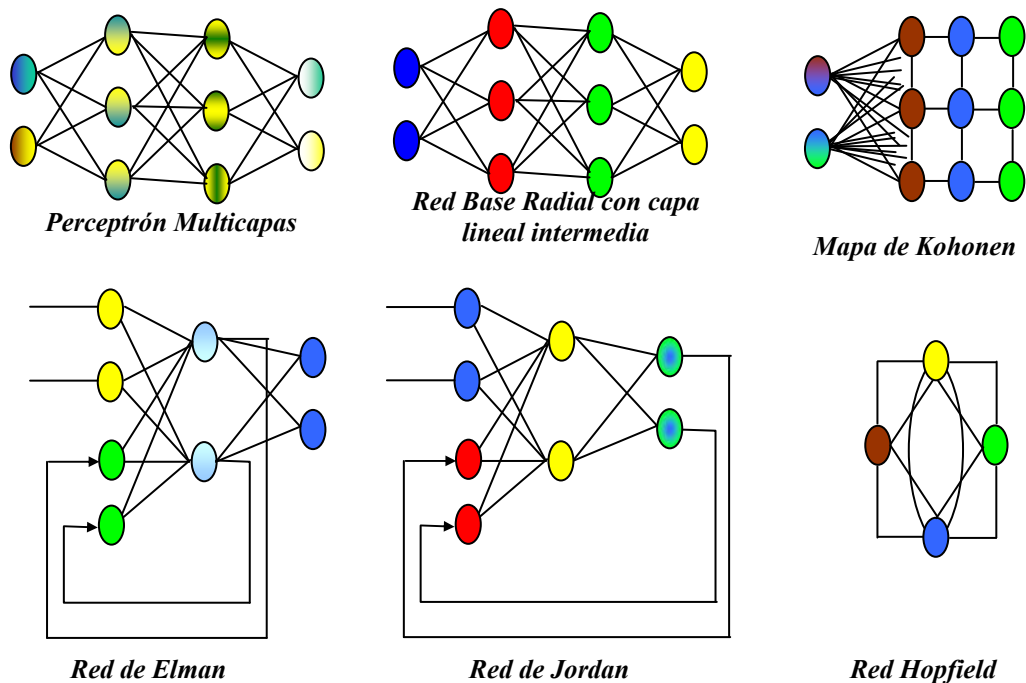


Figura 2.4. Topología de redes neuronales artificiales.



2.4.3. ALGORITMOS GENÉTICOS

En teoría de adaptación natural en sistemas artificiales, donde se describe formalmente el algoritmo Genético hecho por Holland (1975), forma parte de la computación evolutiva. La computación evolutiva es considerada como un mecanismo eficiente de búsqueda y optimización, inspirada en el proceso de la evolución biológica. Esta simulación del proceso evolutivo ha sido aplicado para resolver problemas prácticos y su principal ventaja es la simplicidad conceptual señalado en Fogel (2008).

Debido a estas características, en De Jong (1988) apunta que el algoritmo genético es relacionado como un proceso computacional, empleado para encontrar elementos adaptables en la satisfacción de decisiones para modificarse y actuar como optimizadores de funciones en un espacio de búsqueda determinado, la simulación del proceso evolutivo se realiza a través de operadores como la selección y reproducción, además del elitismo.

En cambio, las estrategias evolutivas de Back *et al.* (1991) y la programación evolutiva en Fogel (2008), aplican transformaciones basadas en mutaciones efectuadas sobre los padres para obtener los hijos, lo que permite mantener la línea general de comportamiento del individuo en su descendencia. Sin embargo, al eliminar el cruce permite que en la programación evolutiva la representación de los individuos pueda ser más flexible a comparación de la programación genética propuesta en Koza (1998), el cual codifica las soluciones al problema en forma de programas, habitualmente codificados en una estructura de árbol y las cuales adapta a dichas estructuras empleando operadores muy específicos.

En general, el algoritmo genético resuelve problemas de optimización combinatoria como en Goldberg *et al.* (1989), el cual implica un gran número de respuestas asociado a un crecimiento exponencial de soluciones potencialmente factible según la magnitud del problema. Por lo tanto, la aplicación de métodos de optimización tradicionales como el simulado recocido o el tabú para la búsqueda de una solución óptima puede ser computacionalmente imposible, como se detalla en Alves Da Silva *et al.* (2008).

Los conceptos más generales de los algoritmos evolutivos y en particular como el algoritmo genético son:



Genotipo. Codificación de los parámetros que representan una solución del problema.

Cromosoma. Estructura de datos contenida en una cadena de parámetros de diseño.

Gene. Sub-sección de un cromosoma que codifica el valor de un solo parámetro de diseño.

Alelo. Valor específico del gene situado en un cromosoma determinado.

Individuo. Miembro único de la población de soluciones, cada individuo contiene un cromosoma.

Función Aptitud. Valor cuantificable que se asigna a cada individuo para indicar qué tan bueno es éste con respecto a los demás como solución factible.

Generación. Es cada iteración de la métrica aptitud y a la creación de una nueva población por medio de los operadores de reproducción.

Epístasis. Interacción entre los diferentes genes de un cromosoma en medida de que un gene depende de los valores de los otros genes.

Decepción. Condición donde la combinación de bloques constructores lleva a una reducción del valor aptitud, traduciéndose en mal desempeño del algoritmo genético.

Reproducción. Mecanismo que pasa la información genética de padres a hijos.

Cruce. Genera un nuevo cromosoma, combinando secciones de los cromosomas padres.

Mutación. Operador que da forma a un nuevo cromosoma mediante alteraciones en los valores de los genes de un solo cromosoma descendiente.

Elitismo. Mecanismo empleado para garantizar que los individuos más aptos de una población pasen a la generación siguiente sin ninguna alteración, esto asegura que la aptitud máxima de la población no se reduzca en la siguiente generación.

Fenotipo. Decodificación del cromosoma a través de valores obtenidos al pasar de una representación a la usada por la función objetivo.



El algoritmo genético opera principalmente sobre una población de individuos generada de alguna manera, donde cada individuo es una solución potencial a un problema dado. En general, se codifican los parámetros como una determinada longitud de cadena de caracteres, análogo a un cromosoma real.

La población evoluciona a través de la aplicación secuencial e iterativa de tres operadores genéticos:

- *Selección.*- Los individuos con el valor más alto de aptitud tienen mayor probabilidad de reproducirse.
- *Reproducción.*- Los individuos seleccionados se combinan a través de sub-secciones para formar nuevos bloques constructores con la herencia genética intacta o perturbada a través del operador de mutación que son empleados para explorar el espacio de soluciones.

Cada operador permite que el proceso evolutivo avance hacia regiones prometedoras del espacio de búsqueda y pueda mantenerse una diversidad dentro de la población e inhibir la convergencia prematura a óptimos locales por nuevos individuos muestreados aleatoriamente. Por otra parte es necesario manipular la información a través de una métrica que cuantifique el proceso evolutivo, este puede ser mediante el diseño de una función que señale los individuos más aptos, esta métrica se conoce como función de aptitud y está señalada la capacidad que tiene éste individuo para operar con un buen desempeño y llegar a obtener una cualidad inmejorable.

2.5. DISCUSIÓN

Este capítulo contiene los fundamentos teóricos necesarios para comprender los elementos que involucran la planeación de trayectorias, problema que está presente en los sistemas de manipuladores robóticos múltiples. La explicación principal se encuentra en el uso del campo de potencial artificial, técnica útil para caracterizar objetos que puedan obstruir la trayectoria del manipulador robótico dentro de su espacio de trabajo, su solución implica la exploración del un método numérico eficaz y sencillo para poder ser aplicado y mostrar su efectividad.



Por otro lado, es importante tener expresiones que describan el movimiento generalizado en los eslabones del manipulador, el cual permita procesar la información rápidamente a través de algoritmos más sencillos, algunas de éstas herramientas son el algebra de matrices y los cuaterniones duales, empleados para solucionar la cinemática de manipuladores robóticos contemplada para la representación dinámica en el uso de la formulación de Lagrange, como base de un método sistemático energético.

Sin embargo, para conjuntar ésta idea, es necesario diseñar herramientas de cómputo, capaz de ofrecer flexibilidad, control y estabilidad del sistema para lograr obtener resultados factibles. Esta herramienta computacional conocida como técnica de computación inteligente, puede satisfacer las condiciones antes mencionadas, el cual considera estrategias como las redes neuronales, lógica difusa y algoritmos genéticos, suficiente para cumplir con los requerimientos planteados en los objetivos particulares.

El desplazamiento relativo entre los eslabones del manipulador robótico permite con el mínimo de grados de libertad, posicionar y orientar una herramienta sobre un punto dentro de su espacio de trabajo. Y para lograrlo, es obligatorio resolver las inherentes condiciones de no linealidad en su cinemática y dinámica, a su vez planear trayectorias desde su configuración inicial hasta su posición final sin colisionar con otros manipuladores robóticos ó agentes externos, requiere de una estrategia que sin tener conocimiento total sobre él entorno, pueda organizar las tareas y explotar la sinergia del sistema.

La solución de todas estas consideraciones asociadas al problema de la planeación de trayectorias, lo hacen un candidato potencial para usar técnicas de computación inteligente, porque una solución cerrada a cada condición, expandiría el problema sobre los recursos matemáticos y computacionales empleados. Además, toda herramienta que reduzca la complejidad de un problema, debe ser tomada como una opción más para buscar soluciones factibles en tiempo relativamente razonable.

Por lo tanto, la revisión literaria dispuesta conlleva al establecimiento de los fundamentos teóricos necesarios y descritos en este capítulo, para explorar en primera instancia el problema de la planeación global de trayectorias en manipuladores robóticos no redundantes y redundantes.



3

"Si quieres que tu secreto sea guardado, guárdalo tú mismo".

(Seneca, -65 a 5)

PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS GLOBAL

Este capítulo contiene todo lo relacionado con la planeación de trayectorias en manipuladores robóticos como una solución de búsqueda global realizada fuera de línea. Esta representación simple proporciona información suficiente para guiar, a través de un algoritmo de búsqueda, un manipulador a un punto deseado y observar los diversos problemas como el tiempo de convergencia en el algoritmo planeador y la inhibición de los mínimos locales en el campo de potencial.



3. PLANEACIÓN GLOBAL DE TRAYECTORIAS PARA MANIPULADORES ROBÓTICOS

La planeación de trayectorias en manipuladores robóticos ha sido ampliamente estudiado y el número de investigadores se ha incrementado en la última década, los resultados obtenidos permiten clasificar con mayor claridad las áreas de investigación, dentro de estas áreas se encuentra el de la planeación de movimientos, que en Lozano-Pérez (1983b); Latombe (1991) y Althoefer *et al.* (2001) proponen identificarla en dos categorías: la planeación global y la planeación local. La planeación global exige una descripción completa del área de trabajo del robot para la identificación de los obstáculos. A menudo se lleva a cabo en aquellos sistemas en los manipuladores que operan en un medio altamente automatizado y controlados entorno a un ambiente conocido en una programación fuera de línea, permitiendo encontrar rutas óptimas.

Por otra parte, la planificación local calcula en forma iterativa la siguiente posición para el robot reduciendo la desviación entre la posición actual y la meta, evitando la colisión con los obstáculos en el área de trabajo. Al contrario del enfoque global, un enfoque local no requiere el conocimiento previo del sistema en términos de los posibles obstáculos en el área de trabajo, debido a que procesa la información que describe las inmediaciones del manipulador y modifica su trayectoria para evitar colisionar con algún obstáculo cercano, a la vez que minimiza la desviación para llegar al objetivo. Esta representación simple proporciona información suficiente para guiar, a través de un algoritmo de búsqueda, un manipulador a un punto deseado. Sin embargo, los planificadores de rutas sobre la base de esta representación tienen que lidiar con diversos problemas como el tiempo de convergencia y evitar los mínimos locales.

Por lo tanto, el método de campo de potencial artificial desarrollado en Khatib (1986) y la relación con la existencia de mínimos locales entre ciertas configuraciones de los obstáculos y el objetivo, se puede observar claramente en Hussien (1989); Warren (1989a); Rimon *et al.* (1990b); Volpe *et al.* (1990b); Warren (1990a); Koren *et al.* (1991), cuando la búsqueda de algoritmos utilizados para navegar en el campo de potencial, siguen el gradiente descendiente del campo hasta llegar a un mínimo global relacionada con la meta.



3.1. ESPECIFICACIONES DEL PROBLEMA

Algunas de características importantes para tratar el problema de la planeación de trayectorias es la exploración del método del espacio de las configuraciones y su combinación con el método del campo de potencial artificial desde un aspecto tradicional, esto con la finalidad de analizar el método y las dificultades para la aplicación en manipuladores robótico articulados, porque la alta redundancia conlleva inestabilidad al sistema, debido a que debe ser aplicado a cada uno de los eslabones que configuran al mecanismo para evitar las colisiones dentro de su espacio de trabajo.

Por otro lado, el costo computacional que esto implica es considerable, aun cuando los dispositivos que elaboran el cálculo son más potentes y la capacidad para almacenar datos es bastante amplia, aun cuando la solución se realiza a través de un método numérico como solución a la ecuación de Laplace que facilita la inhibición de los mínimos locales, No obstante, combinar el método con alguna de las estrategias de la computación inteligente permitiría reducir el problema considerablemente, no sólo a que el método del potencial es sencillo, sino a la complejidad del algoritmo planeador que se debe diseñar, entre más fácil sea el algoritmo de planeación para buscar trayectorias libre de colisiones, mayor será la posibilidad de su implementación con recursos computacionales básicos.

3.1.1. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL: MÍNIMOS LOCALES

Por lo anterior, se considera como un problema inherente al método, los mínimos locales o puntos de equilibrio del sistema, los cuales son puntos donde el gradiente de la función de potencial es anula, esto sucede cuando se crear un campo de potencial artificial, donde la meta constituye un dipolo de atracción y los obstáculos son superficies con una carga de repulsión. La meta referenciada como un mínimo global de la función de potencial de atracción se incrementa cuando esta próximo al punto y cerca de los obstáculos la función de potencial de repulsión crece indefinidamente.

Consecuentemente el gradiente negativo avanza hacia donde decrece la función para alcanzar un mínimo global donde se localiza la meta y caracteriza los obstáculos por un campo de repulsión. En este campo los vectores de la fuerza de atracción producida por la meta generan una ruta que se dirige hacia el objetivo.



En cambio, la fuerza de repulsión producida por los obstáculos se dirige en sentido contrario al planeador de manera tal que se aleja de éstos. La combinación estas dos fuerzas puede hasta cierto punto atrapar al algoritmo planeador en un punto singular cuando se planea de manera global en busca de trayectorias simple.

Sin embargo, el algoritmo planeador debe ser capaz de salir de ese punto de equilibrio para cumplir con su objetivo. Un amplio resumen de estos métodos se puede encontrar en Latombe (1991); Latombe (1999) y la característica más común de estos métodos es la adición de un procedimiento algorítmico para escapar de mínimos locales y en algún modo reducir la complejidad del problema.

3.1.2. ALGORITMOS DE BÚSQUEDA

Del problema característico en la navegación consistente en determinar la ruta más conveniente entre una posición inicial y una posición de final deseada, es un planteamiento sencillo y por ende, el mismo está lejos de ser trivial debido a la creciente complejidad de los entornos simulados y los requerimientos de tiempo real en los algoritmos de búsqueda.

La búsqueda es una de las técnicas más utilizadas para resolver los problemas de planificación y que a su vez, resuelve problemas de planeación. Los distintos tipos de algoritmos de búsqueda son clasificados en dos categorías: algoritmos parciales (en línea como *el Real-Time A Start*, *Learning Real-Time A Start* y *Min-Max Learning Real-Time A Start*) y algoritmos completos, dentro de los algoritmos completos se dividen en búsqueda simple (*Breadth First Search*, *Depth First Search* y *Iterative Deepeninig Search*) y heurística (*Best First Search*, *A Start Search* y *Iterative Deepeninig A Start Search*), característicos por su modo de operación fuera de línea. En los algoritmos de búsqueda heurística completa se encuentran ampliamente difundidos. Sin dudas, en Hart *et al.* (1968b); Hart *et al.* (1968a) el A^* (*A Stuart*) es el algoritmo de búsqueda heurística más conocido.

Sin embargo, los algoritmos heurísticos tradicionales muestran limitaciones cuando el espacio de búsqueda es demasiado grande o existen factores dinámicos, principalmente cuando las rutas a determinar son demasiado largas y el entorno se modifica o cuando existen muchos objetos móviles. Bajo esas condiciones, los algoritmos de búsqueda básicos no pueden responder al



tiempo requerido y resultan inadecuados. De esta forma, surge la necesidad de desarrollar nuevas estrategias de búsqueda, que se adapten a los requerimientos y resuelvan adecuadamente rutas en condiciones de incertidumbre sobre entornos de gran extensión.

Actualmente existen dos clases de algoritmos de búsqueda que se adecuan a la resolución de problemas con las características mencionadas: los algoritmos de búsqueda heurística incrementales y los algoritmos de búsqueda heurística en tiempo real. Los algoritmos incrementales utilizan información de búsquedas previas y encontrar soluciones a problemas partiendo de cero.

Por otra parte, los algoritmos de búsqueda en tiempo real alternan planificación y ejecución del plan al restringen la planificación, como se detalla en Fernández (2005). No obstante, para diseñar un algoritmo de planificación se deben realizar concesiones entre los recursos computacionales invertidos y la precisión de las evaluaciones devueltas.

Las funciones heurísticas cualquiera que estas sean, en conjunto con la profundidad de la búsqueda permiten precisar los valores obtenidos e incrementar la exploración del espacio de soluciones, pero al mismo tiempo el costo de ejecución aumenta exponencialmente. De esta forma, se obtiene toda una gama de funciones de evaluación heurísticas que intercambian precisión por costo, como se describe en Koenig *et al.* (2004).

3.2. IMPLEMENTACIÓN DEL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL: CASO BIDIMENSIONAL

Como una manera de ejemplificar la complejidad del problema se tiene a bien representar la construcción del campo de potencial artificial descrito anteriormente. El planteamiento del problema consiste en planear trayectorias con distancias seguras entre el planeador y los obstáculos a través de la función escalar expresada, donde se requiere buscar el mínimo global de la función del potencial evitando las colisiones con obstáculos mediante un algoritmo planeador capaz de escapar de zonas donde se localicen mínimos locales o puntos singulares.

$$F(q) = F_{att}(q) + F_{rep}(q) = -\nabla U(q) \quad (3.1)$$



La estrategia consiste en generar un campo de potencial artificial clásico señalada en la ecuación 3.1 y el desarrollo es a través de una aproximación numérica bidimensional expresada en 3.2, donde los parámetros de la tabla 3.1, fueron elegidos sólo para demostrar su aplicación computacional y diseñar una estrategia factible para resolver el problema en particular de este trabajo.

$$U_{att(ij)} = \frac{1}{2} \varepsilon \rho(q) \quad (3.2)$$

La ecuación 3.3 manifiesta la distancia entre el punto objetivo y todos aquellos nodos que forman una región determinada con una resolución de $M \times N$.

$$\rho(q) = \left(\sqrt{(q_i - q_{x0})^2 + (q_j - q_{y0})^2} \right)^m \quad (3.3)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, M \quad \wedge \quad j = 1, 2, 3, \dots, N$$

Siendo:

U_{att} Potencial de atracción.

ε Factor de escala positivo del campo de potencial de tracción.

$\rho(q)$. Distancia entre el mínimo global y la región.

q_i, q_j Coordenadas generalizadas de la región.

q_{x0}, q_{y0} Localización de la meta.

Donde m define función del potencial como un parámetro constante.

Tabla 3.1. Parámetros del potencial de atracción.

ε	1
m	1/2
q_{x0}, q_{y0}	(0,0)
M, N	200

Con los parámetros anteriores el resultado de la simulación es mostrada en la figura 3.1, el cual se observa un plano tridimensional que caracteriza la función gradiente negativa sobre una región rectangular y la magnitud del potencial sobre el punto objetivo como un mínimo global de la función de potencial de atracción localizado en el origen, además contiene tiene una forma cónica debido al grado $m=1$ de acuerdo a la ecuación 3.3.

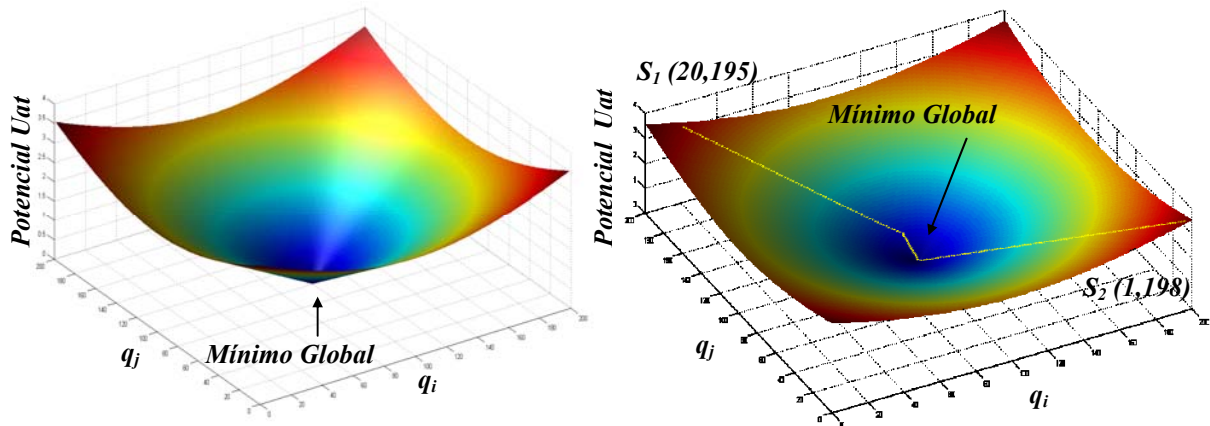


Figura 3.1. Izquierda: Campo de potencial artificial de atracción. Derecha: Trayectoria sin obstáculos.

No obstante, para un algoritmo planeador simple mostrado en la figura 3.1 del lado derecho, no representaría problema alguno para encontrar el mínimo global, puesto que hay ausencia de obstáculos caracterizados en el plano. Por lo tanto, puede generarse trayectorias navegando a través del gradiente descendiente a partir de dos puntos de inicio $S_1(20,195)$ y $S_2(1,198)$.

Por otra parte, la figura 3.2 muestra el potencial afectado por un valor de $m=1/5$ sobre la ecuación 3.2, esto hace que el plano tenga una forma distinta a la cónica, aproximando el plano en términos de valores pequeños y aparentando una superficie plana. También se puede observar que no hay dificultad alguna en identificar el mínimo global por parte del algoritmo planeador simple que inicia de dos puntos distintos $S_1(1,180)$ y $S_2(199,199)$.

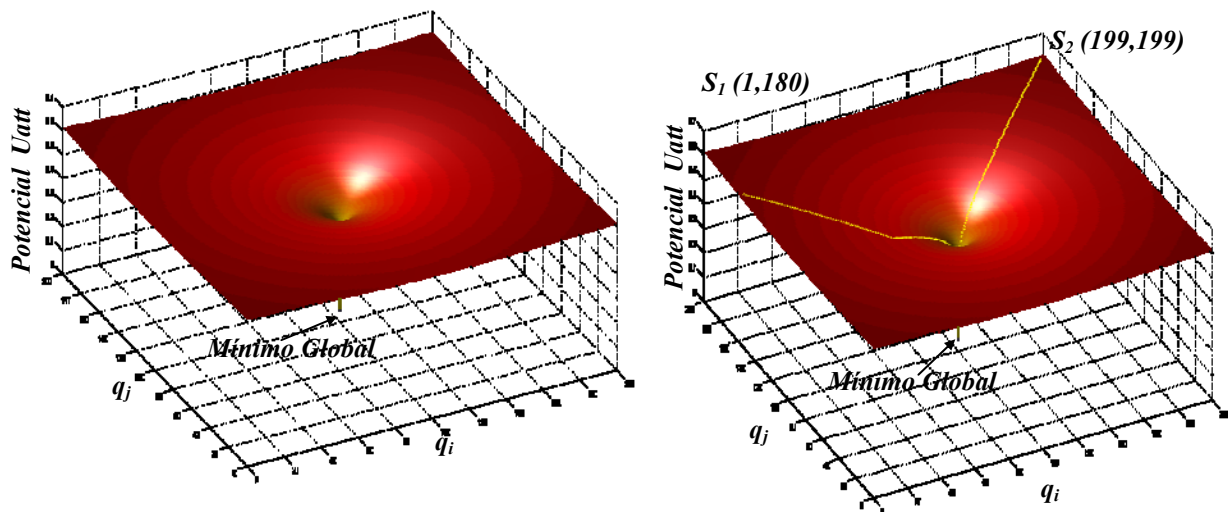


Figura 3.2. Potencial atracción con $m=1/5$.



Para la caracterización de los obstáculos en la construcción del campo de potencial de repulsión se describe en la ecuación 3.4. Esta manipula la cantidad de obstáculos presentes en el espacio, la magnitud, la zona de seguridad influenciada por el potencial y la escala deseada.

$$U_{rep} = \sum_{n=1}^k \rho_{obsij}(q) \quad (3.4)$$

$$\rho_{obsij}(q) = \begin{cases} V, & \rho(q) \leq \rho_d \\ \frac{1}{2} \eta \left(\frac{1}{\rho(q)} - \frac{1}{(\rho_0 + \rho_d)} \right), & \rho(q) > (\rho_d) \wedge \rho(q) \leq (\rho_0 + \rho_d) \\ 0, & \rho(q) > \rho_d \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\rho(q) = \left(\sqrt{(q_i + q_{xobs})^2 + (q_j - q_{yobs})^2} \right)^m \quad (3.6)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, M \quad \wedge \quad j = 1, 2, 3, \dots, N$$

Donde:

U_{rep} Potencial de repulsión.

η Factor de escala positivo del campo de potencial.

$\rho(q)$. Distancia entre los obstáculos y la región.

ρ_0 . Radio de contacto inminente entre los obstáculos y el planador.

ρ_d . Distancia segura entre los obstáculos y en planeador.

V . Magnitud de los obstáculos.

q_i, q_j Coordenadas generalizadas.

q_{xobs}, q_{yobs} Localización del obstáculo.

Los parámetros de la tabla 3.2 son aplicados y mostrados en las figura 3.3 y figura 3.4, donde se identifican claramente un obstáculo con radio específico y zona de seguridad marcada, donde se observa la magnitud del potencial sobre el obstáculo y su vecindad. Por otro lado, cuando los tres obstáculos están muy próximos, generan una configuración única, donde la probabilidad de generar mínimos locales puede incrementarse y provocar inestabilidad al planeador.

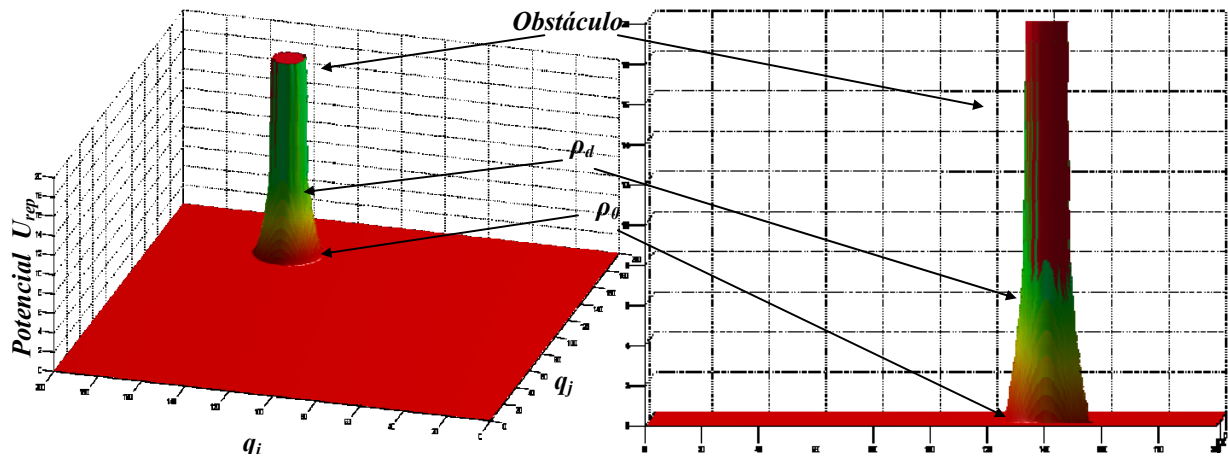


Figura 3.3. Caracterización del obstáculo en el campo de potencial artificial de repulsión.

Además, la intensidad de potencial definida por el factor de escala positivo en la representación de tres obstáculos puede ser variada según el requerimiento de búsqueda. Por lo tanto, el objetivo es tener la representación de los obstáculos con la mayor facilidad posible y ejemplificar la dificultad que se presenta al tener ciertas configuraciones de los obstáculos y la relación con los mínimos locales en un conjunto de potencial total y una planeación global como se muestra en la figura 3.4.

Tabla 3.2. Parámetros del potencial de repulsión.

η	20
m	1
q_{xobs}, q_{yobs}	$(5.25, 5)_1$
	$(6, 4.5)_2$
	$(6.75, 5)_3$
M, N	200
ρ_0	.4 ₁
	.4 ₂
	.4 ₃
ρ_d	.1
V	20

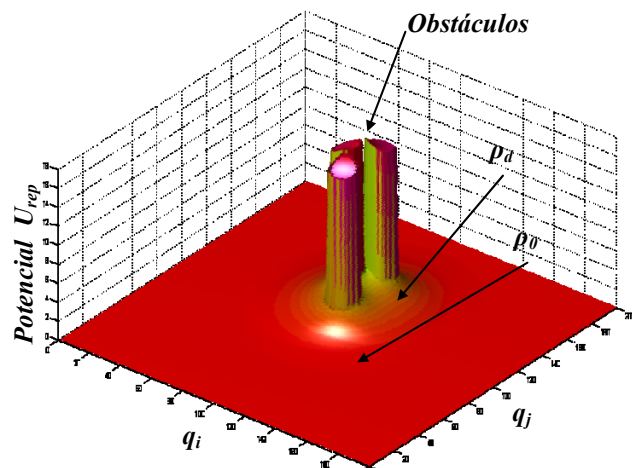


Figura 3.4. Campo de potencial artificial de repulsión.

Cuando se combinan estos dos potenciales para la planeación de una trayectoria en el caso de un sólo obstáculo, no hay dificultad por parte del algoritmo planeador en localizar el mínimo global, como se muestra en la figura 3.5.

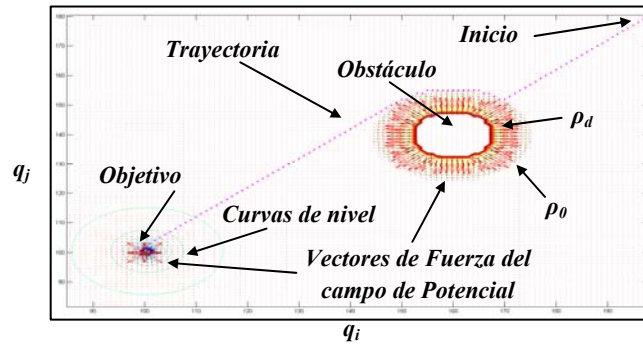


Figura 3.5. Generación de trayectoria con un obstáculo en el campo de potencial artificial.

La trayectoria generada por el algoritmo planeador simple es capaz de evadir el obstáculo sin colisionar y llegar al objetivo deseado. Sin embargo en la figura 3.6, la configuración de los obstáculos genera un mínimo local, donde el algoritmo planeador es incapaz de salir de esa singularidad. Por lo tanto, es necesario emplear un algoritmo especializado para resolver el problema, esto significa contemplar una expansión en el espacio/tiempo sobre los recursos de memoria utilizada.

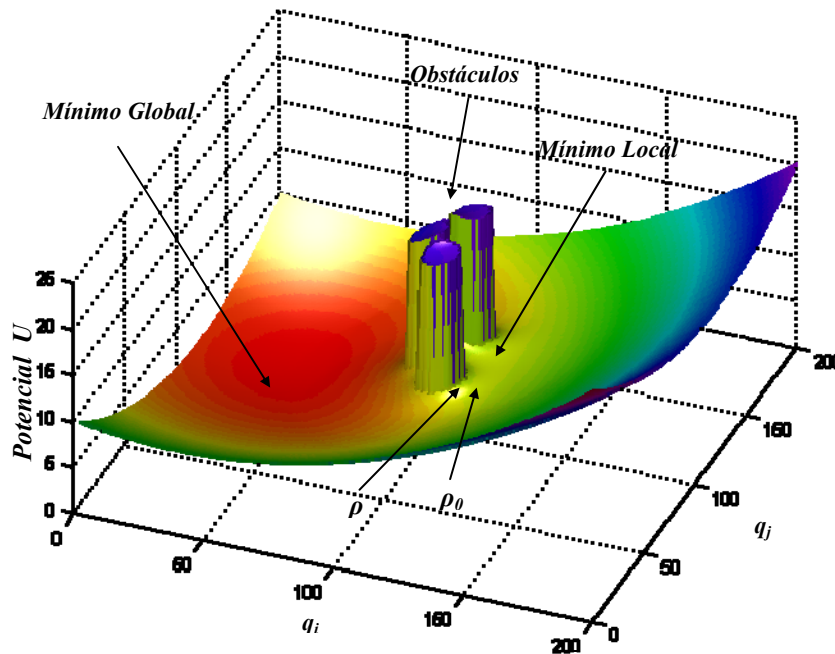


Figura 3.6. Obstáculo en el campo de potencial artificial y mínimo local.

No obstante, el nuevo algoritmo planeador sigue el principio del gradiente descendiente hasta llegar al mínimo local, una vez localizado el punto singular, se realiza una exploración de los nodos vecinos y se guarda en memoria para determinar cuál de ellos es el más factible.

Todo nodo recorrido es comparado con aquellos que se han almacenado para no repetir el recorrido, descartándose cuantas veces sea necesario hasta lograr escapar del mínimo local. Esta estrategia es muy útil pero tiene un gran costo en tiempo, como se muestra en la figura 3.7.

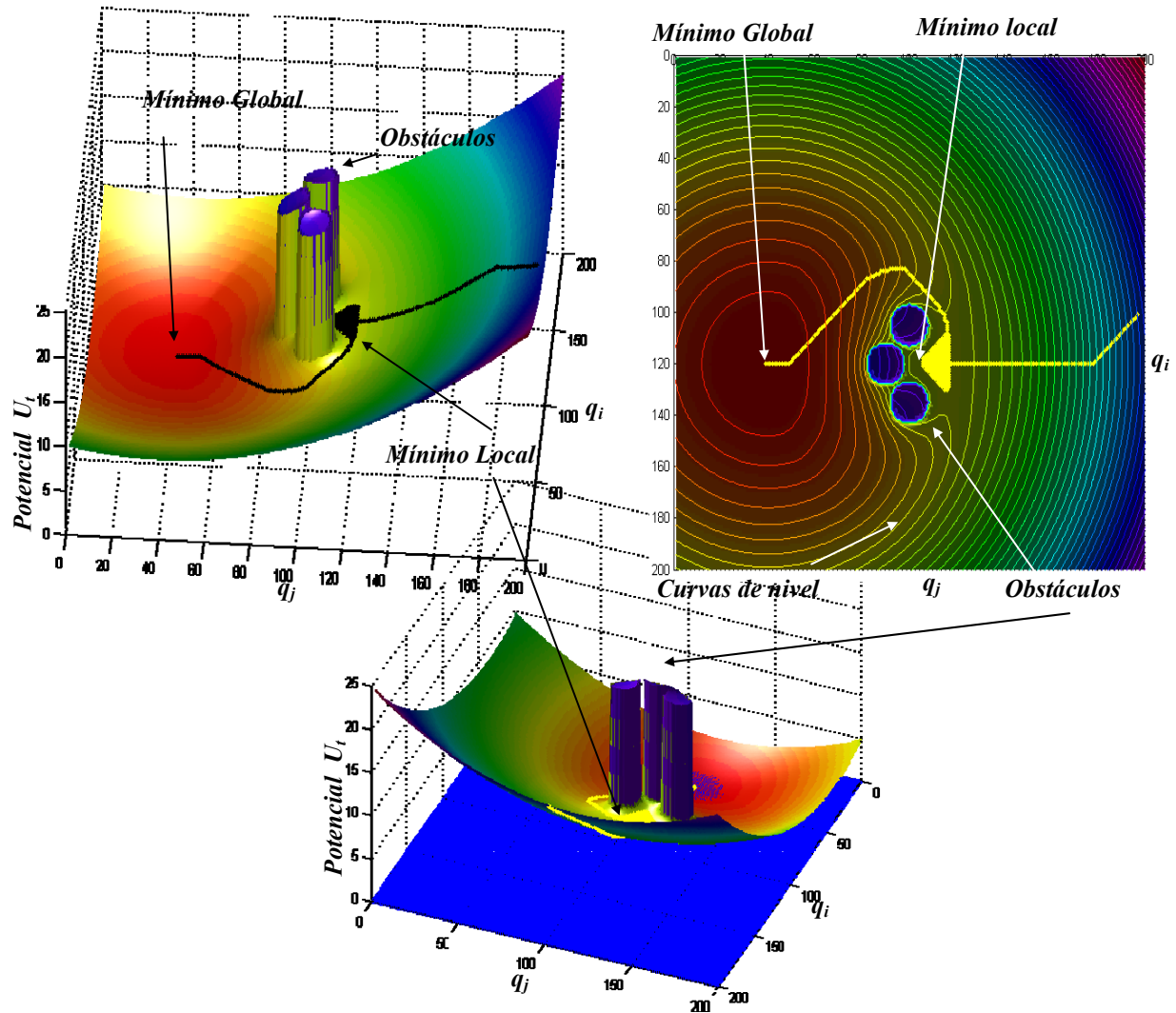


Figura 3.7. Campo de potencial artificial clásico.

El campo de potencial artificial expresado en la ecuación 3.1, muestra detalles donde la fuerza de potencial de atracción y repulsión se anula, generando un punto indefinido, En la figura superior derecha las curvas de nivel señalan el mínimo local y cómo el planeador es capaz de salir de la zona singular. Por lo tanto, esta estrategia no es muy recomendable para ser implementada en manipuladores robóticos articulados, debido la alta redundancia que presentan y la inestabilidad en presencia de mínimos locales.



3.3. CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO

Para superar el problema de mínimos locales, se han propuesto diferentes enfoques para la construcción tanto del campo de potencial artificial como de los algoritmos de búsqueda. Una alternativa para construir rutas libres de mínimos locales en los campos potenciales se describe en Connolly *et al.* (1990b); Connolly *et al.* (1992b); Connolly *et al.* (1992a); Connolly *et al.* (1993a); Connolly *et al.* (1993b); Connolly *et al.* (1994); Kim *et al.* (1992a). El inconveniente de este enfoque para su aplicación práctica en planeadores de ruta es que requiere del empleo de un algoritmo numérico iterativo para la solución a la ecuación de Laplace, que se traduce en un coste computacional.

Sin embargo, es necesario explorar el método para poder realizar una propuesta que permita modificar el campo de potencial artificial y evitar los mínimos locales a través de esta solución numérica a la ecuación de Laplace en el caso bidimensional, como se muestra en la ecuación 3.7.

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U(x_0, y_0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x_0, y_0)}{\partial y^2} = u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (3.7)$$

El análisis para el caso bidimensional puede ser desarrollado en serie de Taylor alrededor de punto x_0 a través de sus nodos vecinos con retícula h como lo señala la ecuación 3.8 y 3.9.

$$u(x_0 + h, y_0) = u(x_0, y_0) + h \frac{\partial u}{\partial x} + O(h^2) \quad (3.8)$$

$$u(x_0 - h, y_0) = u(x_0, y_0) - h \frac{\partial u}{\partial x} + O(h^2) \quad (3.9)$$

Siguiendo el mismo procedimiento, se realiza para y_0 con retícula k como lo señala la ecuación 3.10 y 3.11.

$$u(x_0, y_0 + k) = u(x_0, y_0) + k \frac{\partial u}{\partial y} + O(k^2) \quad (3.10)$$

$$u(x_0, y_0 - k) = u(x_0, y_0) - k \frac{\partial u}{\partial y} + O(k^2) \quad (3.11)$$



Esto implica para ambos casos separar la derivada y que se muestra en las ecuaciones 3.12, 3.13, 3.14 y 3.15.

$$\frac{\partial u^+}{\partial x} = \frac{u(x_0 + h, y_0) - u(x_0, y_0)}{h} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial u^-}{\partial x} = \frac{u(x_0 - h, y_0) - u(x_0, y_0)}{h} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial u^+}{\partial y} = \frac{u(x_0, y_0 + k) - u(x_0, y_0)}{k} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial u^-}{\partial y} = \frac{u(x_0, y_0 - k) - u(x_0, y_0)}{k} \quad (3.15)$$

Por lo tanto, simplificando para ambos casos se obtienen las ecuaciones 3.16 y 3.17.

$$\frac{\partial^2(x_0, y_0)}{\partial x} = \frac{u(x_0 + h, y_0) - u(x_0 - h, y_0)}{2h} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial^2(x_0, y_0)}{\partial y} = \frac{u(x_0, y_0 + k) - u(x_0, y_0 - k)}{2k} \quad (3.17)$$

Las segundas derivadas se obtienen en las ecuaciones 3.18, 3.19, 3.20 y 3.21.

$$\frac{\partial^2 u^+}{\partial x^2} = \frac{u(x_0 + h, y_0) - u(x_0, y_0) - h \frac{\partial u(x_0, y_0)}{\partial x}}{h^2} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial^2 u^-}{\partial x^2} = \frac{u(x_0 - h, y_0) - u(x_0, y_0) - h \frac{\partial u(x_0, y_0)}{\partial x}}{h^2} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial^2 u^+}{\partial y^2} = \frac{u(x_0, y_0 + k) - u(x_0, y_0) - k \frac{\partial u(x_0, y_0)}{\partial y}}{k^2} \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial^2 u^-}{\partial y^2} = \frac{u(x_0, y_0 - k) - u(x_0, y_0) - k \frac{\partial u(x_0, y_0)}{\partial y}}{k^2} \quad (3.21)$$



Por lo tanto, las segundas derivadas se pueden escribir en las ecuaciones 3.22 y 3.23.

$$\frac{\partial^2 u(x_0, y_0)}{\partial x^2} = \frac{u(x_0 + h, y_0) - 2u(x_0, y_0) + u(x_0 - h, y_0)}{h^2} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial^2 u(x_0, y_0)}{\partial y^2} = \frac{u(x_0, y_0 + k) - 2u(x_0, y_0) + u(x_0, y_0 - k)}{k^2} \quad (3.23)$$

Una solución numérica la ecuación de Laplace si $h^2 = k^2$, se muestra en la ecuación 3.24.

$$\nabla^2 = u(x_0 + h, y_0) + u(x_0 - h, y_0) + u(x_0, y_0 + k) + u(x_0, y_0 - k) - 4u(x_0, y_0) \quad (3.24)$$

Despejando $u(x_0, y_0)$ se obtiene la ecuación 3.25.

$$u(x_0, y_0) = \frac{1}{4} (u(x_0 + h, y_0) + u(x_0 - h, y_0) + u(x_0, y_0 + k) + u(x_0, y_0 - k)) \quad (3.25)$$

La metodología consiste en generar una rejilla sobre una región con un espaciamiento h y k tan pequeño como se requiera, el espaciamiento permitirá obtener el potencial sobre un punto (x, y) estimado de un potencial u . Esto permitirá ajustar los valores de escala del potencial tanto de atracción como de repulsión y en conjunto, eliminar la posibilidad de generar mínimos locales.

3.3.1. IMPLEMENTACIÓN DEL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL LAPLACIANO: CASO BIDIMENSIONAL

Algunas modificaciones del campo de potencial artificial se han hecho en Shimoda *et al.* (2005); Masoud (2006); Vaščák (2007) como un medio para planear de manera más rápida y eficiente las aplicaciones en tiempo real. Sin embargo, estas son en la mayoría de los casos para robots de tipo móvil debido a su reducido número en los grados de libertad y una forma de ejemplificar lo anterior se realiza aplicando el método numérico para demostrar la complejidad del mismo.

El planteamiento del problema es simple: Planear una trayectoria global desde una posición inicial hasta un punto final deseado sin colisionar con los obstáculos presentes en el espacio a través de la generación de un campo de potencial artificial aproximado por la solución numérica a la ecuación de Laplace.

La generación de la trayectoria es realizada por el algoritmo planeador que es capaz de salir de mínimos locales, las distintas configuraciones de los obstáculos generan mínimos locales en el campo de potencial resuelto a través de la aproximación numérica en la solución a la ecuación de Laplace se manifiestan, dando oportunidad a manipular parámetros para evitar generar los mínimos locales. Los parámetros de la tabla 3.3.

Tabla 3.3. Parámetros para el campo de potencial artificial Laplaciano.

η	20
m	1
ε	20
q_{x0}, q_{y0}	(0,0)
q_{xobs}, q_{yobs}	(140,1605)
M, N	200
ρ_0	.41
ρ_d	.1
V	20

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 3.8. El potencial de atracción es generado a través de la ecuación de la place en el caso bidimensional por la ecuación 3.25.

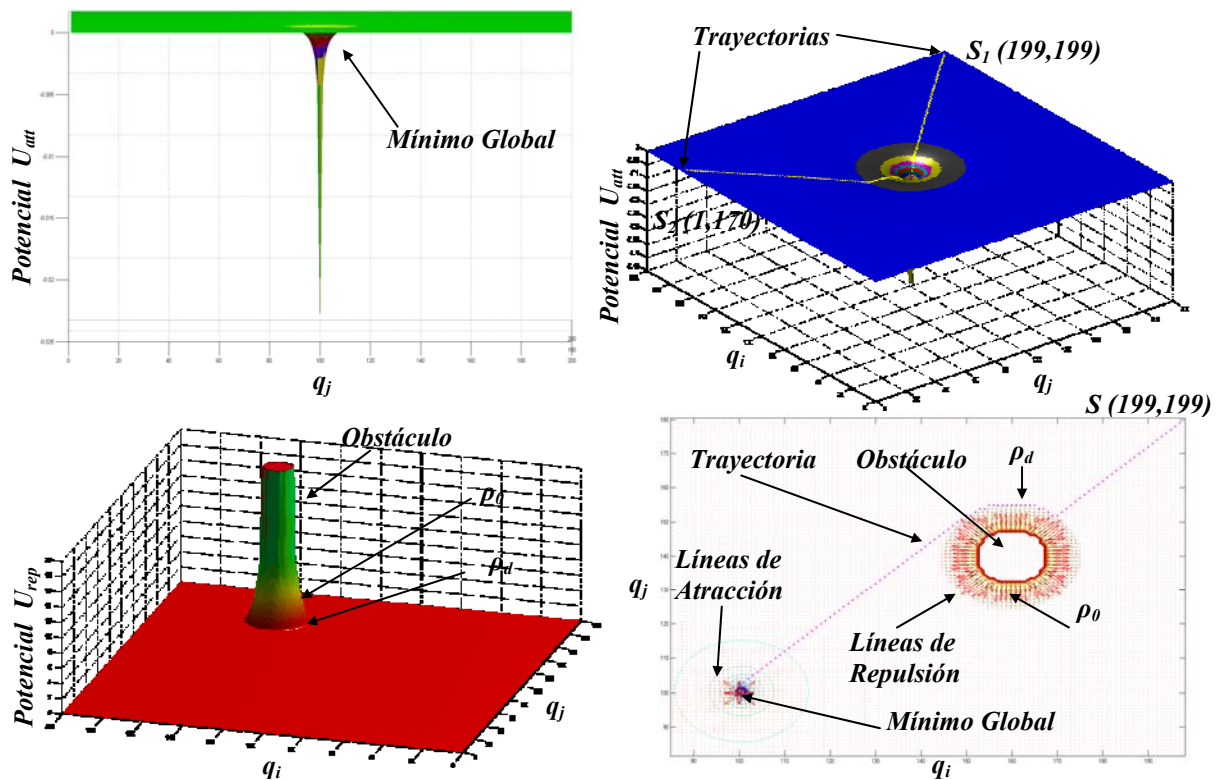


Figura 3.8. Campo de potencial artificial Laplaciano.

Sin embargo la figura 3.9, muestra las complicaciones del método cuando los obstáculos forman configuraciones que generan mínimos locales y donde los parámetros de intensidad de campo pueden incrementar la probabilidad de generarlos.

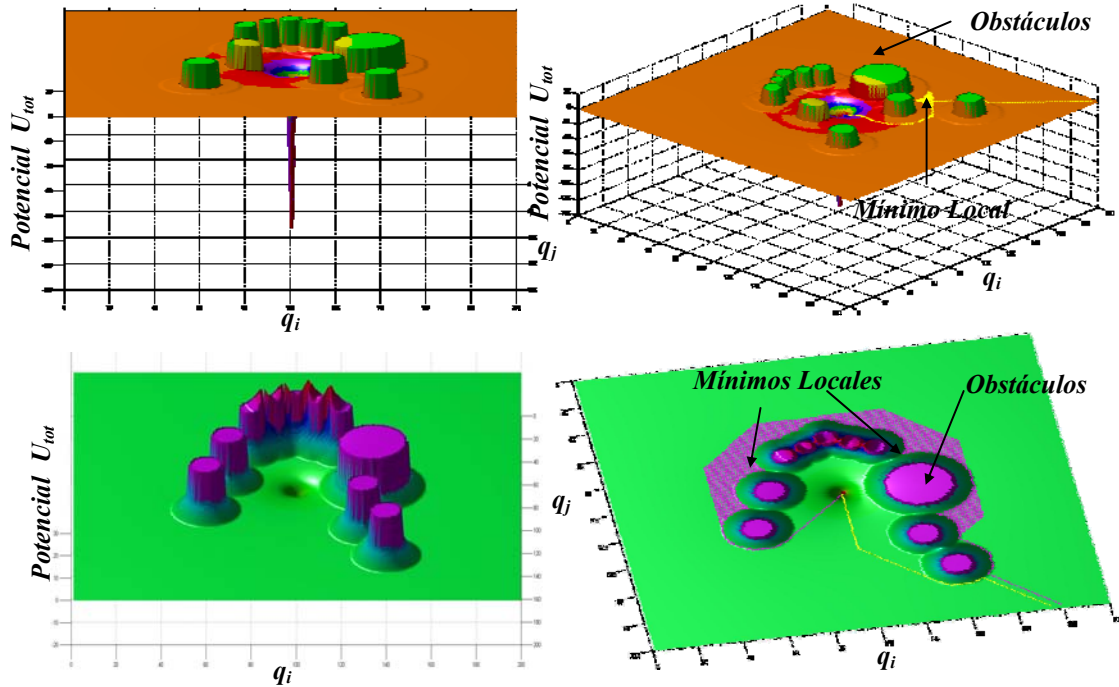


Figura 3.9. Generación de trayectorias en campo de potencial artificial Laplaciano.

Se puede apreciar las variaciones de los parámetros del potencial de repulsión como el radio de seguridad entre la trayectoria y el obstáculo, la influencia del campo y su intensidad. El planeador es capaz de salir de las singularidades y en tiempo empleado para localizar el mínimo global se incrementa, siendo necesario emplear una modificación más al campo de potencial de atracción. El generar un campo de potencial artificial sin mínimos locales, requiere de expandir el potencial de repulsión, de tal manera que elimine la singularidad con el potencial de atracción a través de la variación de sus parámetros de los factores de escala.

Para un segundo caso mostrado en la figura 3.10, presenta el campo de potencial artificial con obstáculos en configuraciones fáciles de generar mínimos locales, sin embargo, debido al incremento del factor de escala del potencial de repulsión y su cálculo hacia una aproximación numérica de la ecuación de la Laplace, resultando una superficie suave y con ausencia de mínimo local.

También en la figura 3.11 se puede observar en las líneas equipotenciales como la intensidad del campo de potencial de atracción es bastante intensa.

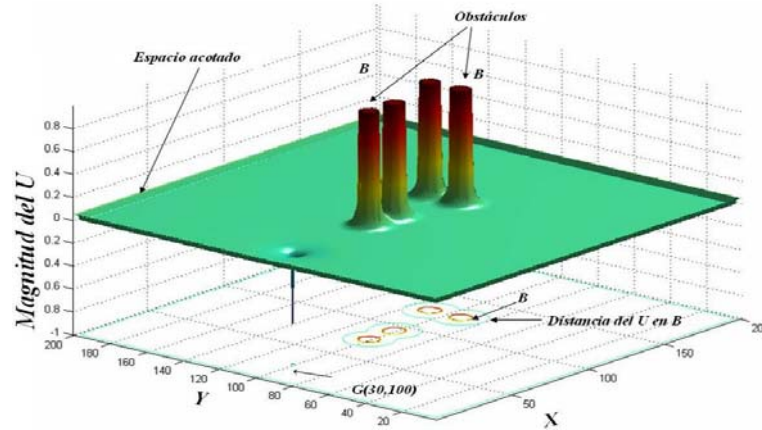


Figura 3.10. Campo de potencial artificial Laplaciano sin mínimo local.

Con la manipulación de estos parámetros para generar el potencial artificial Laplaciano se puede planear de manera sencilla, ajustando los parámetros automáticamente cada vez que el punto final deseado se modifica, como se muestran en las figura 3.11 y 3.14.

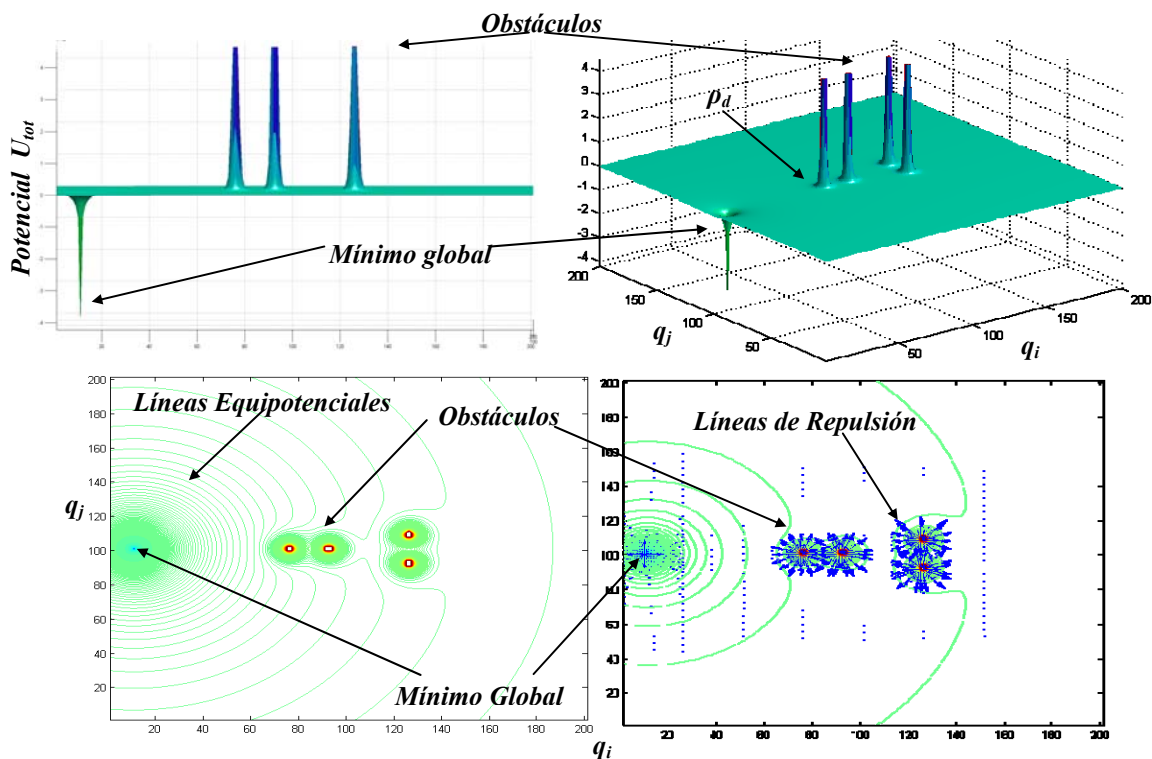


Figura 3.11. Líneas equipotenciales en campo de potencial artificial Laplaciano sin mínimo local.

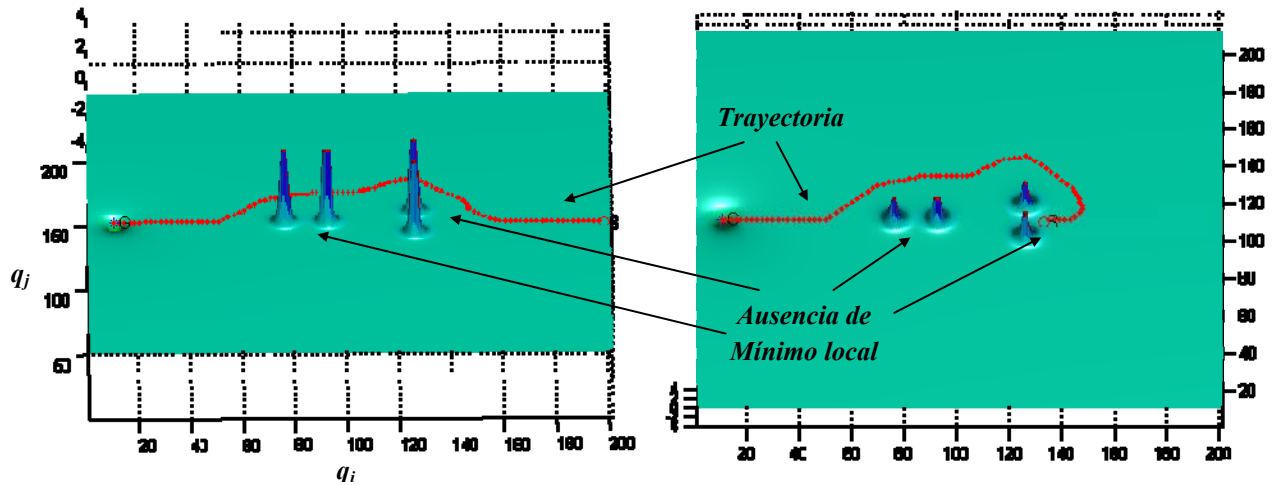


Figura 3.12. Generación de trayectorias en campo de potencial artificial Laplaciano.

El empleo de ésta técnica es hasta cierto punto es factible para manipuladores robóticos articulados hasta de dos grados de libertad con aplicaciones en el espacio de las configuraciones. No obstante, el planear una trayectoria global en el espacio tridimensional implica una mayor complejidad, porque la solución numérica la ecuación de Laplace se vuelve aún más complejo de visualizar.

3.3.2. IMPLEMENTACIÓN DEL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL: CASO TRIDIMENSIONAL

Para el caso tridimensional, solo se ejemplifica la idea principal de la representación de los obstáculos, el punto inicial y el punto global para un espacio de navegación útil de ser implementado en la generación de trayectorias para vehículos móviles espaciales y su posible aplicación en manipuladores robóticos articulados. Esto a través de considerar los eslabones del manipulador como partículas cargadas negativamente en conjunto con los obstáculos presente en el espacio con la finalidad de repelerse y evadir una posible colisión.

Asimismo, el punto deseado donde el robot tiene que posicionarse, se representa mediante una carga positiva. Las cargas negativas de los eslabones del robot, serán atraídas por el punto objetivo con carga positiva y repelidas en la cercanía de los obstáculos, marcando trayectorias libres de colisión y manipulando distancias seguras entre los obstáculos y los eslabones del robot a través de la intensidad de las cargas.

El planteamiento del problema implica analizar la complejidad del mismo, se asume para este caso en específico, tener seis partículas localizadas en los puntos $P_g(-3,0,0)$, $P_{Ob1}(0,1.5,0)$, $P_{Ob2}(0,-1.5,0)$, $P_{Ob3}(0,0,1.5)$, $P_{Ob4}(0,0,-1.5)$ y $P_s(3,0,0)$, siendo P_g la partícula en el punto final deseado, P_{Obi} las partículas que representan los obstáculos en los puntos indicados y P_s la partícula en el punto de inicio que representara el punto de la herramienta o efector final de un manipulador articulado, como se muestra en la figura 3.13.

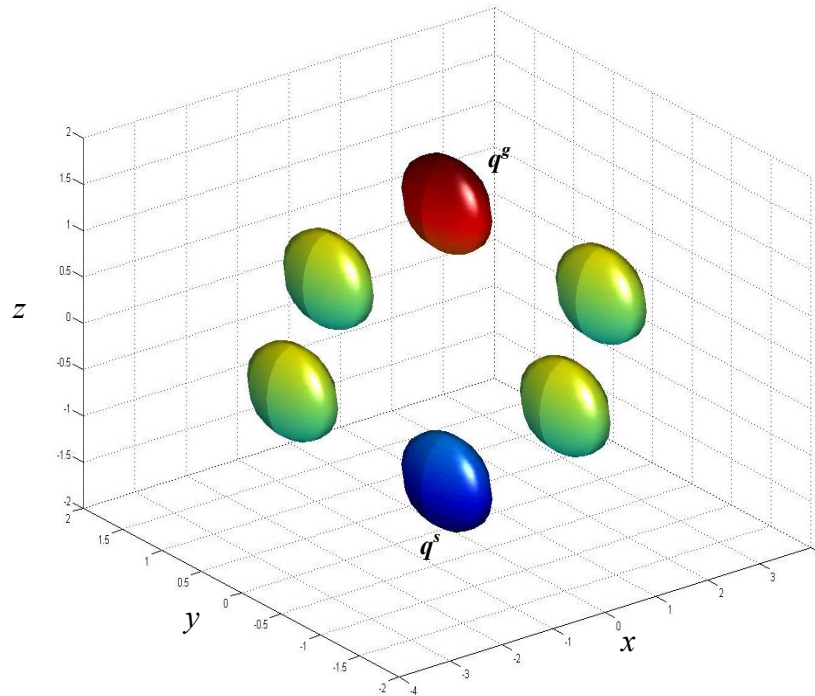


Figura 3.13. Partículas sin carga.

La función para el potencial en partícula de atracción está definida por la ecuación 3.26 y 3.27 para el potencial de las partículas de repulsión.

$$f_g(x, y, z) = \varepsilon e^{-(x^2 + y^2 + z^2)} \quad (3.26)$$

$$f(x, y, z) = -\eta e^{-(x^2 + y^2 + z^2)} \quad (3.27)$$

La suma de los potenciales en aplicación de la ecuación de Laplace puede caracterizarse como:

$$\nabla^2 f = \nabla \cdot \nabla (f_g + f) = 0 \quad (3.28)$$

La visualización de la función como divergencia del gradiente, es un campo de potencial escalar, donde cada partícula localizada en un punto dado manifiesta una intensidad de campo magnético debido a su carga, como se muestra en la figura 3.14. Además, se puede apreciar en la figura 3.15 vectores que informan la magnitud y dirección sobre cada punto del espacio.

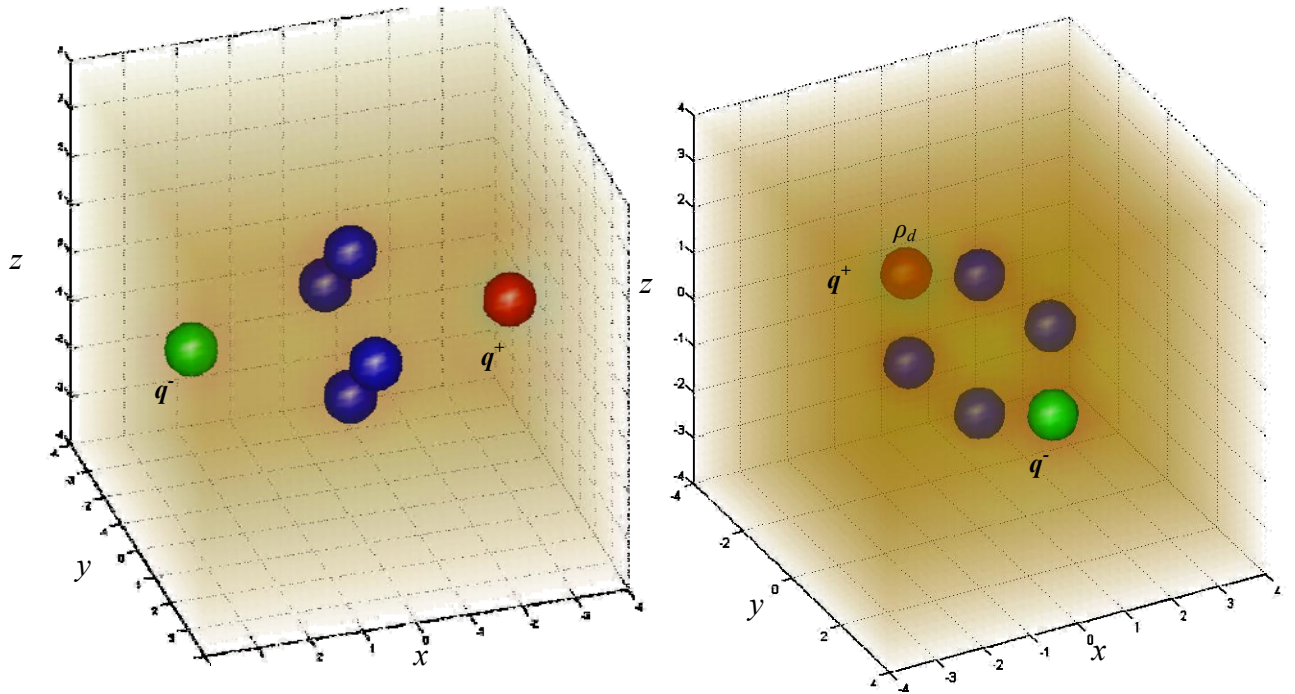


Figura 3.14. Partículas con carga e intensidad de campo magnético.

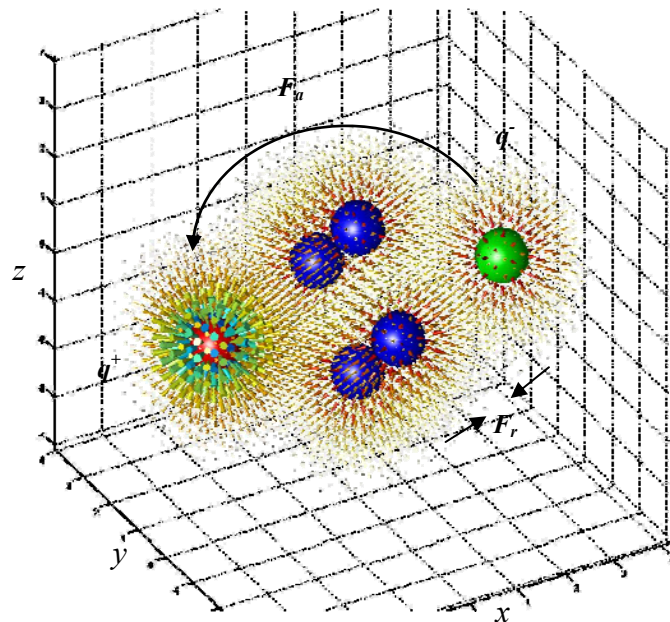


Figura 3.14. Partículas con carga e intensidad de campo magnético.

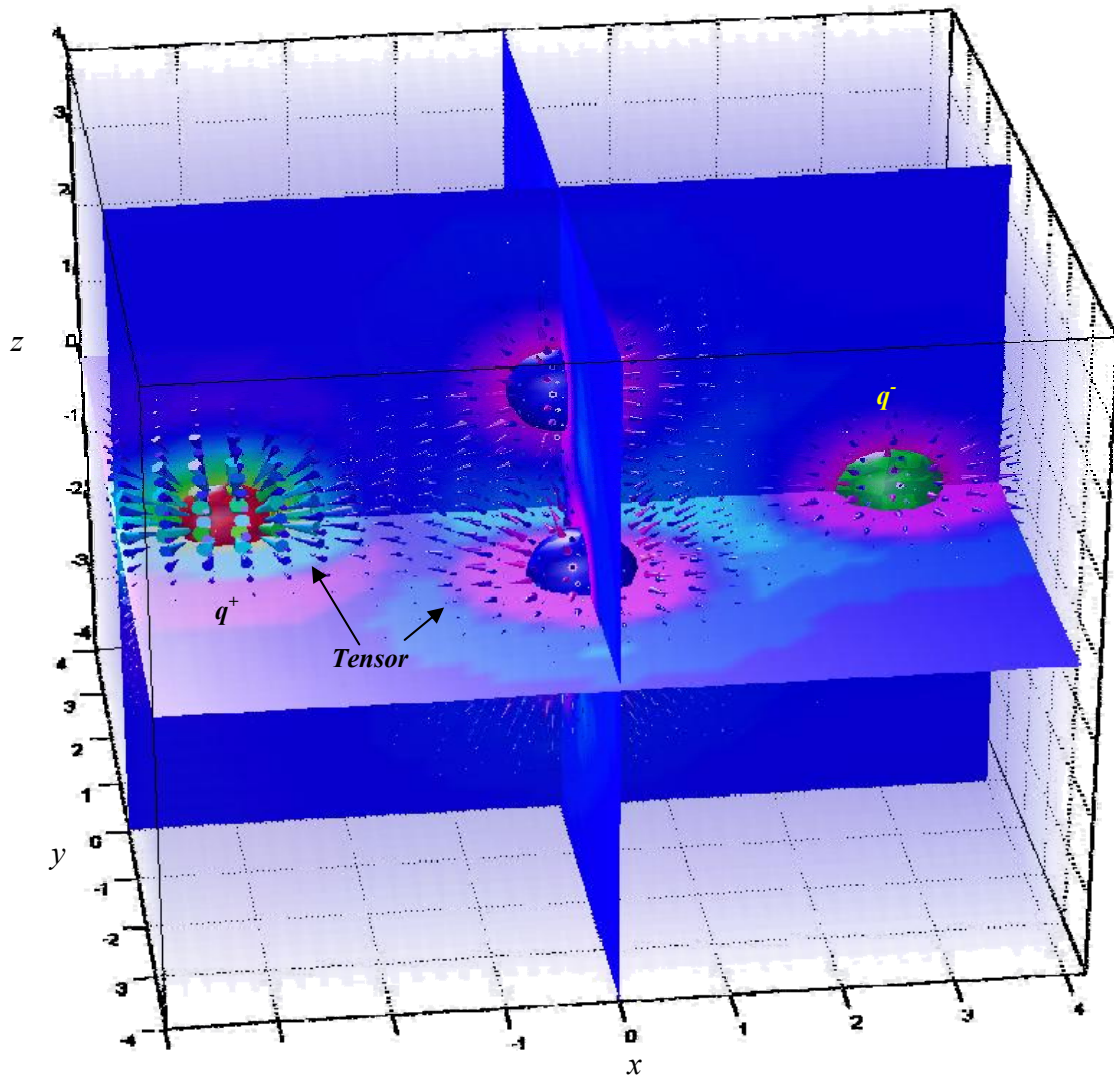


Figura 3.15. Campo de potencial artificial.

Así, el campo de potencial artificial en el espacio tridimensional y su solución a través de la ecuación de Laplace puede generar buenos resultados, como se muestra en la figura 3.15. Sin embargo, aun se puede apreciar la posibilidad de que se generen singularidades y evitarlas mediante el control de los parámetros antes mencionados puede ser una opción de gran viabilidad. Por otro lado, la aplicación de variable compleja bajo las mismas condiciones puede ofrecer una solución como función armónica en una solución numérica de un algoritmo planeador y esta opción se explora más adelante. El empleo de esta estrategia puede permitir la generación de trayectorias libre de obstáculos, pero es necesario contemplar la posibilidad de combinarla con técnicas de computación inteligente para explotar la sinergia de los sistemas con el mínimo de recursos, el cual es el objetivo principal de esta investigación.



3.3. DISCUSIÓN

En este capítulo se describió las características principales que presenta al método del campo de potencial artificial, desde un aspecto tradicional el método tiene algunas dificultades para aplicaciones en manipuladores robótico articulados, porque la alta redundancia conlleva inestabilidad al sistema, debido a que debe ser aplicado a cada uno de los eslabones que configuran al mecanismo para evitar las colisiones dentro de su espacio de trabajo. Sin embargo, las bondades que ofrece el campo de potencial artificial a través de un método numérico como solución a la ecuación de Laplace facilita la inhibición de los mínimos locales, problema que se sigue tratando hoy en día con el auxilio de las técnicas de computación inteligente. Además, el método puede ser aplicado sin problema alguno en manipuladores de baja dimensionalidad.

Por otro lado, el costo computacional que esto implica es considerable, aun cuando los dispositivos que elaboran el cálculo son más potentes y la capacidad para almacenar datos es bastante amplia. No obstante, combinar el método con alguna de las estrategias de la computación inteligente permitiría reducir el problema drásticamente, debido a la exploración del espacio de soluciones a través de estrategias heurística, esto conlleva a no realizar el cálculo del espacio por completo, sino tener subespacios potencialmente factibles como solución del problema a través de un buen diseño algorítmico. Principalmente por la complejidad para determinar el espacio tridimensional y todo aquello que lo ocupa.

Por esta razón, es necesario explorar una estrategia como el espacio de las configuraciones y el campo de potencial artificial y observar en qué medida se reduce el problema. Esto se debe no sólo a que el método del potencial es sencillo, sino a la complejidad del algoritmo planeador que se debe diseñar, entre más fácil sea el algoritmo de planeación para buscar trayectorias libre de colisiones, mayor será la posibilidad de ser implementado en tiempo real y con recursos computacionales básicos.

No obstante, una implementación en el espacio tridimensional y el análisis en su complejidad determinan que el uso de éste puede ser ventajoso, debido a su sencillez representativa para el diseño de una función global para planear el espacio cartesiano sin tener que realizar el cálculo de todo el espacio por completo, permitiendo pensar en una combinación con un algoritmo genético para la solución al problema de la planeación de trayectorias.



4

"Solo es útil el conocimiento
que nos hace mejores".

(Sócrates, -470 a -
399)

PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES

En este capítulo se observa el espacio de las configuraciones para mecanismos articulados como una forma de planear trayectorias locales en combinación con el campo de potencial artificial y su solución numérica a través de la ecuación de Laplace en la búsqueda de trayectorias libre de obstáculos.



4. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES PARA MANIPULADORES ROBÓTICOS BASADO EN EL CAMPO DE POTENCIAL ARTIFICIAL

La revisión literaria sobre el espacio de las configuraciones, señala una información extensa acerca de las primeras aplicaciones hechas para el control de un manipulador demostrado en Berthold *et al.* (1977a); Branicky *et al.* (1990b); Branicky *et al.* (1991); Kohler *et al.* (1995b), posteriormente fue implementado en simulaciones, como se demuestra en Bandi *et al.* (1997); Curto (1998), consecuentemente el analizado matemático tiene lugar en Joskowicz *et al.* (1998) y la aplicación en tiempo real se muestra en Henrich *et al.* (1998). Además, su evolución como método práctico describe una topología detallada que se puede observar en Abrams *et al.* (2000a), en Cardona *et al.* (2001b) se describe el espacio de las configuraciones en mecanismos de cadena cinemática cerrada y la aplicación de restricciones al mecanismo se apunta en Zlatanov *et al.* (2002).

Dentro de la planeación de trayectorias y las aplicaciones a manipuladores robóticos en un espacio bidimensional es descrito en Sacks (2003), Yongji *et al.* (2004), Isto *et al.* (2006a) el cual conlleva al análisis de las últimas aplicaciones hechas hoy en día. En Wang *et al.* (2007) se emplea una exploración por medio de visión capaz de realizar configuraciones de los obstáculos móviles en tiempo real y una síntesis sobre lo anterior se hace en Ramírez-Gordillo *et al.* (2008).

Por otro lado, el espacio de las configuraciones es difícil cuando se trata con alta dimensionalidad y para entender la complejidad del mismo, se realiza una aplicación sobre un robot manipulador de dos grados de libertad no redundante.

El espacio de las configuraciones es un espacio de n -dimensiones en donde los puntos tienen como coordenadas generalizadas, aquellas que se han considerado como descripción del sistema; por ejemplo en un manipulador robótico de dos grados de libertad, las variables angulares de los eslabones que cumplen con las ecuaciones de enlace geométrico en un análisis cinemático son las coordenadas generalizadas del sistema, formando subespacios accesibles y teniendo como dimensiones el mismo número de grados de libertad que el manipulador.



Sin embargo, este método depende del conocimiento del entorno del robot y caracterizar todo aquello que se encuentre en él, requiere de la exploración y el mapeo para obtener las configuraciones de aquellos elementos que puedan obstaculizar los movimientos del manipulador robótico, esto se detallada en Kavraki (1995b); Moreno *et al.* (1997); Curto (1998), la obtención del espacio de las configuraciones dependerá de la resolución sobre el cual se realice el mapeo. Cabe mencionar que esto incrementará los recursos computacionales y el tiempo de resolución. Sin embargo, el conocimiento del espacio de las configuraciones reduce la planeación en un punto.

4.1. CARACTERIZACIÓN DEL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES

La caracterización de los obstáculos consiste en emplear las ecuaciones de enlace cinemático que describen al manipulador la posición dentro del espacio de trabajo y cada uno de sus eslabones articulados. Toda configuración relacionada con el obstáculo, se manifiesta en el espacio de las configuraciones a través de un punto, almacenándose como una coordenada generalizada no factible para la planeación de una trayectoria.

El proceso algorítmico es simple y se genera cuando toda configuración que esté en contacto con el obstáculo dentro del espacio de trabajo del manipulador, sea representada como un grupo de coordenadas que describan esa configuración como una posibilidad de colisión con los obstáculos. Por ejemplo, para un manipulador no redundante y redundante en un espacio bidimensional se puede caracterizar en la ecuación 4.1 proveniente de la ecuación 2.43.

$$\begin{aligned}x &= l_1 \cos(\theta) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \dots + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n) \\y &= l_1 \sin(\theta) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + \dots + l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n)\end{aligned}\quad (4.1)$$

Siendo, $\theta \in [-\pi, \pi]$ la coordenada generalizada y para cada parte del eslabón en contacto con el obstáculo $l_n \cap \text{Obstáculos}$, se genera un grupo de coordenadas que caracterizan el espacio de las configuraciones $CB = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$. Este conjunto de valores son representados en un espacio que representan las configuraciones con una resolución tan precisa como se desee, sin embargo, es importante señalar que entre más resolución se requiera para caracterizar el espacio de trabajo del robot y caracterizar en detalle los obstáculos que se encuentren en el, mayor será la cantidad de datos que se necesitan almacenar y mayor el tiempo empleado en obtenerlos.

4.1.1. IMPLEMENTACIÓN DEL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES Y EL CAMPO DE POTENCIAL CASO BIDIMENSIONAL: MANIPULADOR NO REDUNDANTE

El planteamiento del problema es simple, generar una trayectoria evadiendo obstáculos a través de la navegación del espacio de las configuraciones aplicando la teoría del potencial Laplaciano para generar rutas seguras entre los eslabones del manipulador y los obstáculos.

La solución al problema, implica observar la configuración inicial del manipulador y los obstáculos. La figura 4.1 muestra un obstáculo puntual que se puede representar sobre un espacio binario con una resolución de 200 valores y cuyo dominio está alrededor del espacio de trabajo del manipulador con 360° de rango por cada eslabón en una exploración con resolución de 1° , cada celda caracterizará el obstáculo asignado con 1 el espacio ocupado y con 0 el espacio libre sobre la malla generada. También, cada eslabón tiene un espaciado discreto que permite verificar la intersección de los obstáculos con los elementos eslabonados del manipulador.

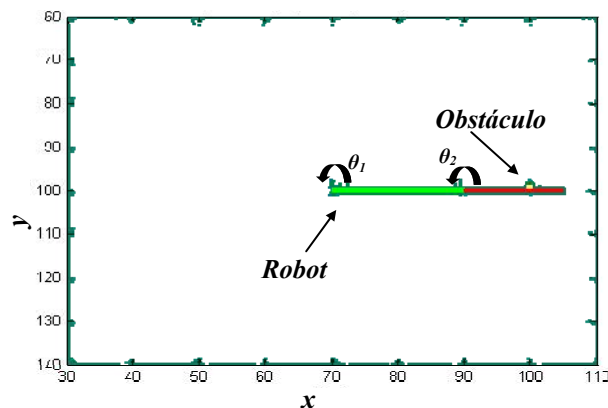


Figura 4.1. Manipulador robótico y obstáculo puntual.

El mapeo se realiza sobre el espacio de trabajo del manipulador y su caracterización en el espacio de las configuraciones, permite observarse en la figura 4.2, esta muestra que las configuraciones del obstáculo con respecto a los movimientos de los eslabones en el espacio de trabajo existen y los puntos donde la colisión con el objeto es una realidad. Sin embargo, cada punto representa

una configuración del robot manipulador que es prohibida o que no es segura para generar una trayectoria.

El proceso de obtención se realiza en cuestión de segundos y el almacenamiento de los datos es compacto. No obstante, esta crece cuando el espacio de trabajo en el manipulador está ocupado por un mayor número de elemento que dificulta la planeación de movimientos y por lo tanto, los datos que se deben almacenar se incrementa, así como el tiempo de procesamiento.

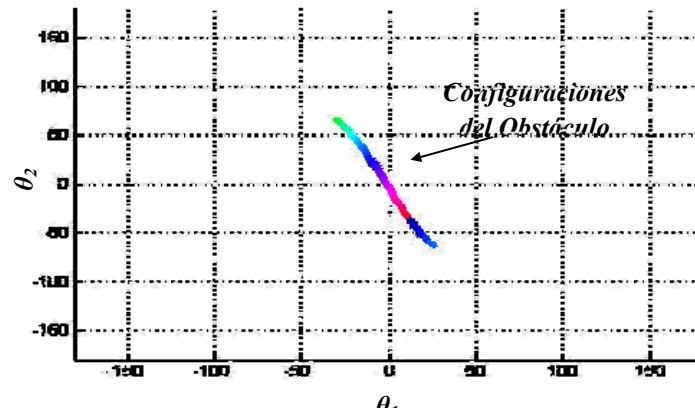


Figura 4.2. Configuraciones del obstáculo en el espacio de las configuraciones.

En la figura 4.3 izquierda, se muestra una configuración de los obstáculos con el manipulador robótico, a la derecha las configuraciones de los obstáculos en el espacio de las configuraciones y como se puede observar, dos de los cuatro obstáculos que rodean al robot manipulador no redundante, colisionan con los dos eslabones y en el espacio de las configuraciones se manifiesta claramente que sólo puede moverse en ciertas configuraciones dentro de su espacio de trabajo.

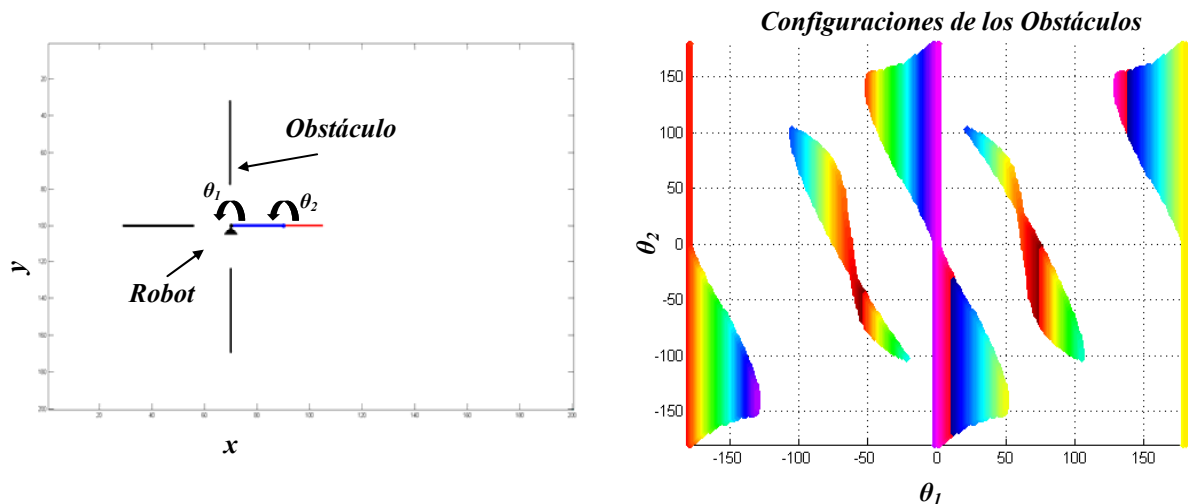




Figura 4.3. Izquierda: Manipulador robótico no redundante y obstáculos. Derecha: Caracterización del obstáculo en el espacio de las configuraciones.

Sin embargo, en la figura 4.4 los obstáculos están más separados del primer eslabón del robot permitiendo moverse libremente, la caracterización de los obstáculos en referencia al segundo eslabón que se muestra en el lado derecho de la figura, describe que el robot pueda moverse dentro de su espacio de trabajo con mayor libertad a comparación del anterior caso.

El tiempo de obtención del espacio de las configuraciones es bastante aceptable para ser aplicado en tiempo real y sobre entornos dinámicos. No obstante, en un sistema múltiple existen más de un robot manipulador y consecuentemente más de dos grados de libertad, esto complica la manera de planear trayectorias en un espacio multidimensional.

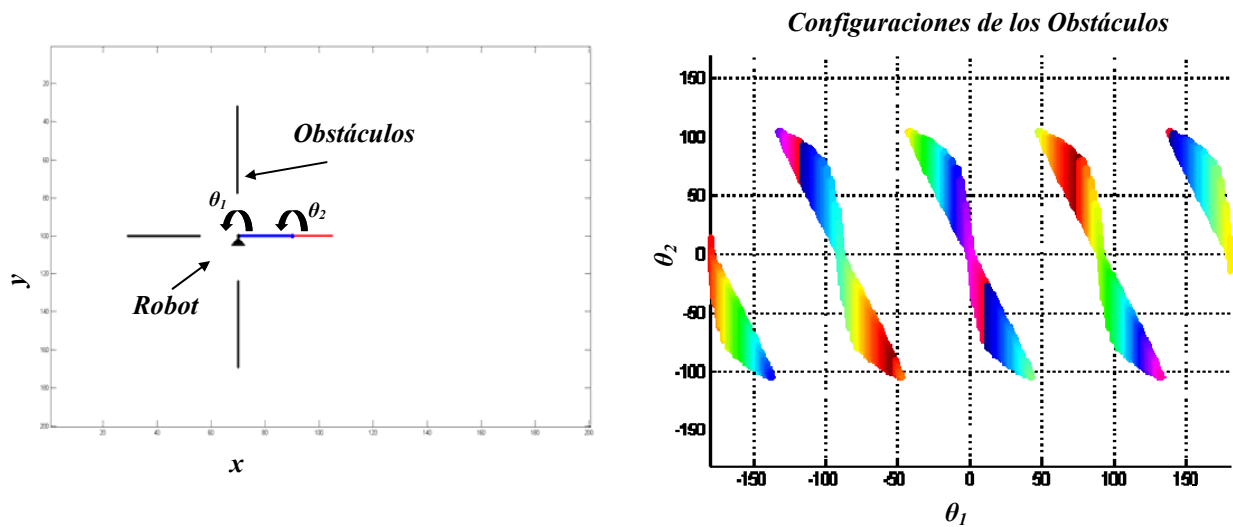


Figura 4.4. Izquierda: Manipulador robótico. Derecha: Caracterización del obstáculo en el espacio de las configuraciones.

Los datos obtenidos del espacio de las configuraciones, pueden combinarse con la estrategia del campo de potencial artificial Laplaciano, haciendo más factible generar trayectorias con un margen de seguridad entre los eslabones del robot y los obstáculos. Por lo tanto, se puede crear un espacio donde todos los puntos que señalan las configuraciones no factibles sean aplicados con las condiciones de frontera, para este caso las condiciones de Neumann, donde la región es una constante y su contorno normal a ésta, como se muestra en la ecuación 4.2.

$$\left. \frac{\partial \Omega}{\partial (x, y)} \right|_a = C \quad (4.2)$$

La figura 4.5 muestra el espacio de las configuraciones con los datos de las configuraciones de los obstáculos y las condiciones de límite para evitar singularidades por fuera de alcance del robot.

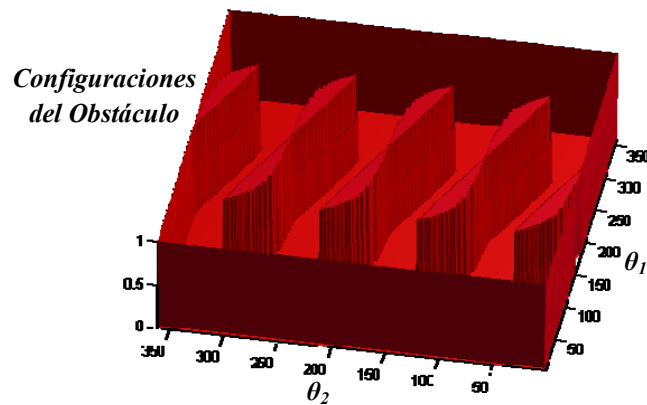


Figura 4.5. Caracterización de los obstáculos en el espacio de las configuraciones.

Estos datos pueden ser aproximados mediante la solución a la ecuación de Laplace, permitiendo asegurar una distancia segura entre los obstáculos y los eslabones del robot. Esta aproximación permite construir un potencial sobre el espacio de las configuraciones en dirección al mínimo global, como se muestra en la figura 4.5.

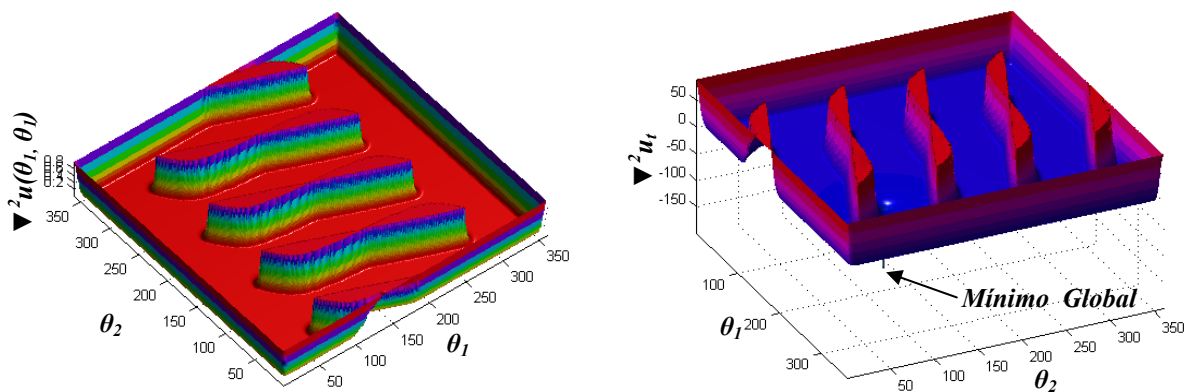


Figura 4.5. Izquierda: Campo de potencial de repulsión sobre el espacio de las configuraciones. Derecha: Campo de potencial artificial Laplaciano.

Las líneas de fuerza de cada campo se muestran en la figura 4.6, donde la zona límite y la región caracterizada del obstáculo satisface las condiciones de frontera y los vectores apuntan la dirección de la fuerza del potencial, suficiente para planear trayectorias.

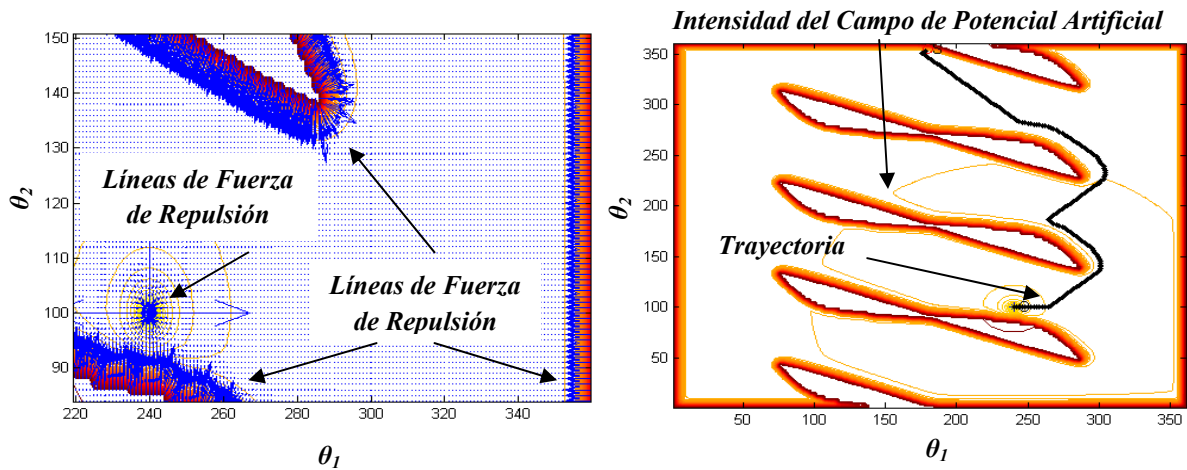


Figura 4.6. Izquierda: Condiciones de frontera. Derecha: Generación de trayectoria con distancia de seguridad.

Finalmente, el planeador busca el mínimo global que representa la configuración deseada en el espacio de trabajo del robot, generando un conjunto de coordenadas q (q_{1i}, q_{2i}) que describen la secuencia de movimientos desde la configuración inicial hasta el punto final sin colisionar con los obstáculos como se muestra en la figura 4.7.

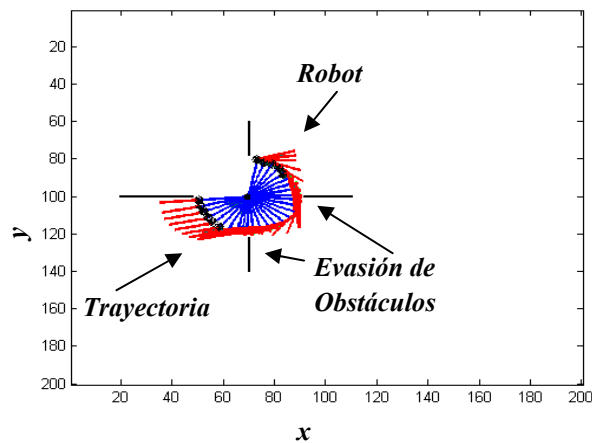


Figura 4.7. Configuraciones del robot de no redundante evadiendo los obstáculos.

Para segundo caso bidimensional, la planeación de trayectorias se realiza a través del mismo proceso anterior en donde las complicaciones relacionadas con el tiempo/espacio de los recursos computacionales, debido a la construcción del espacio que se quiere analizar son detalladas. La

figura 4.8 describe el potencial de atracción con el mínimo global en una configuración del robot manipulador no redundante, el tiempo de obtención esta alrededor de .5 segundo.

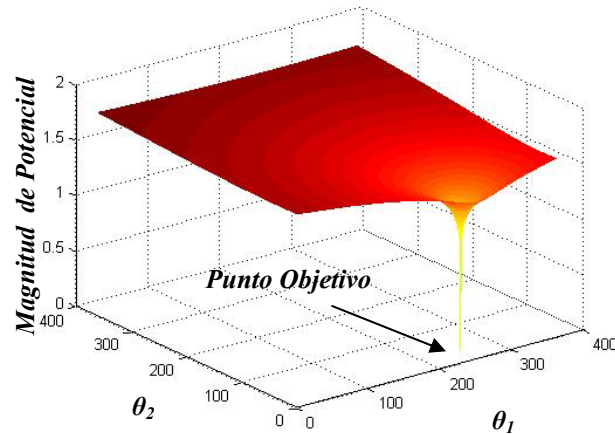


Figura 4.8. Configuración del robot de no redundante en el potencial de atracción.

La aproximación numérica, que en este caso se realiza a través de 30 iteraciones en el campo de potencial total sobre la caracterización de los obstáculos se obtiene en 1.03 segundos y se muestra en la figura 4.9.

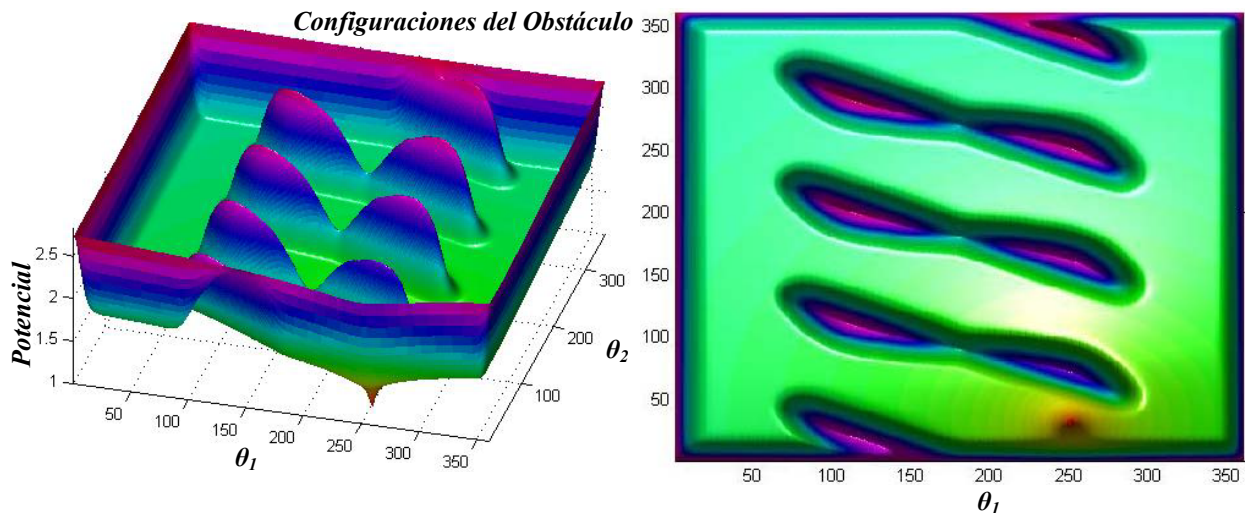


Figura 4.9. Espacio de las configuraciones.

La manipulación de algunos parámetros del potencial, pueden realizar cambios significativos en la intensidad del campo y al mismo tiempo inhibir ciertas singularidades entre las configuraciones del obstáculo, esto se puede observar en la figura 4.10, donde las líneas del potencial no manifiesta ningún mínimo local, también se puede observar la dirección de los



vectores que apuntan hacia el mínimo global cumpliéndose las condiciones de frontera como la de Newman, donde el potencial es perpendicular al contorno de la región.

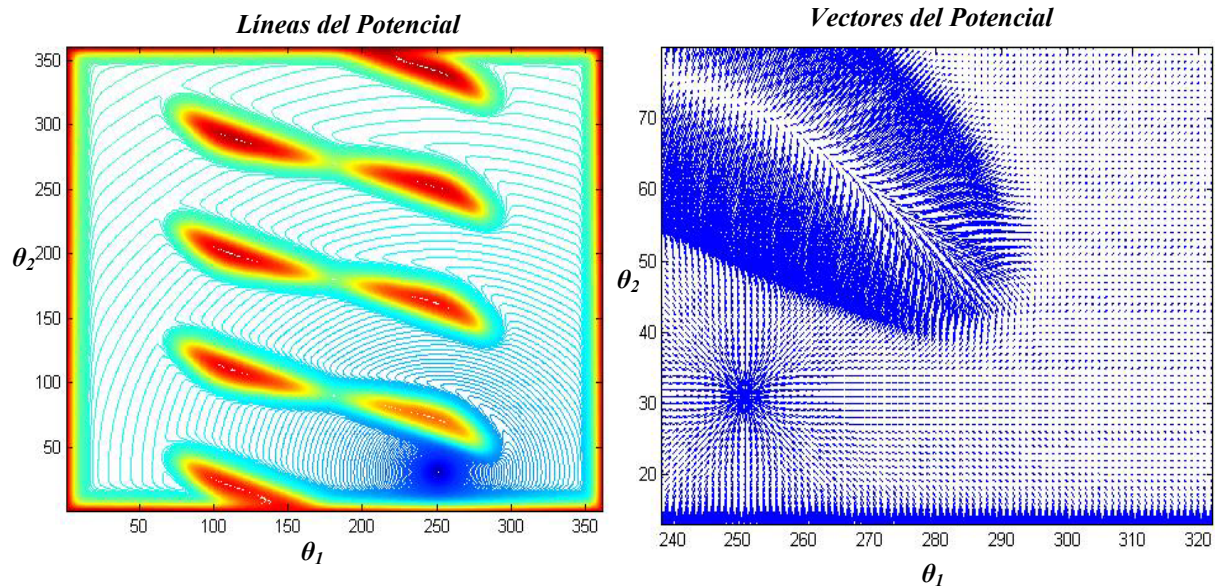


Figura 4.10. Características del espacio de las configuraciones.

Por lo tanto, se pueden planear trayectorias desde distintos inicios de configuraciones para el manipulador robótico no redundante, sin embargo, el algoritmo planeador básico tiene que seguir el descenso del potencial en busca del mínimo global y la cantidad de movimientos coordinados en ocasiones pueden estar bastante lejos de la solución óptima requerida, debido a que no es un problema de optimización, sino de búsqueda de una rutas libre de colisión, como lo muestra la figura 4.11.

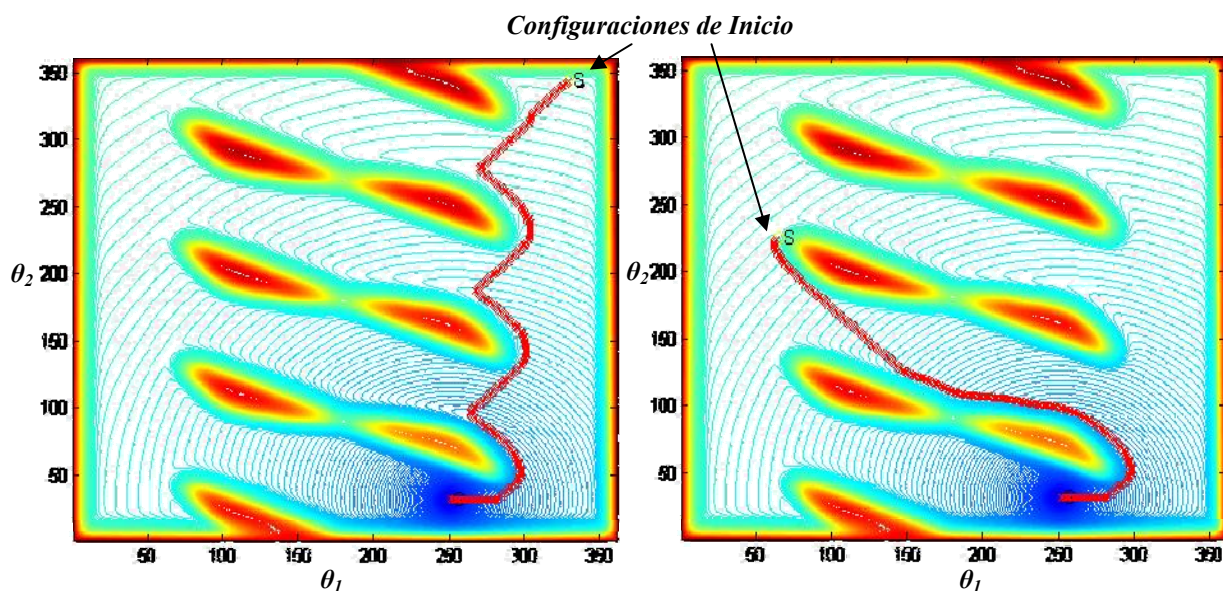


Figura 4.11. Generación de trayectorias en el espacio de las configuraciones.

La solución puede encontrarse para los movimientos del robot como se observa en la figura 4.12, pero el tiempo de procesamiento de datos del espacio de las configuraciones y el proceso de búsqueda de la trayectoria por parte del algoritmo planeador, no puedan estar en algunos casos acorde con la solución del problema y menos cuando se considera la aplicación de manipuladores redundantes, al menos con sin hacer aplicaciones de técnicas sofisticadas como los mapas de rutas probabilísticos detallado en Latombe (1991).

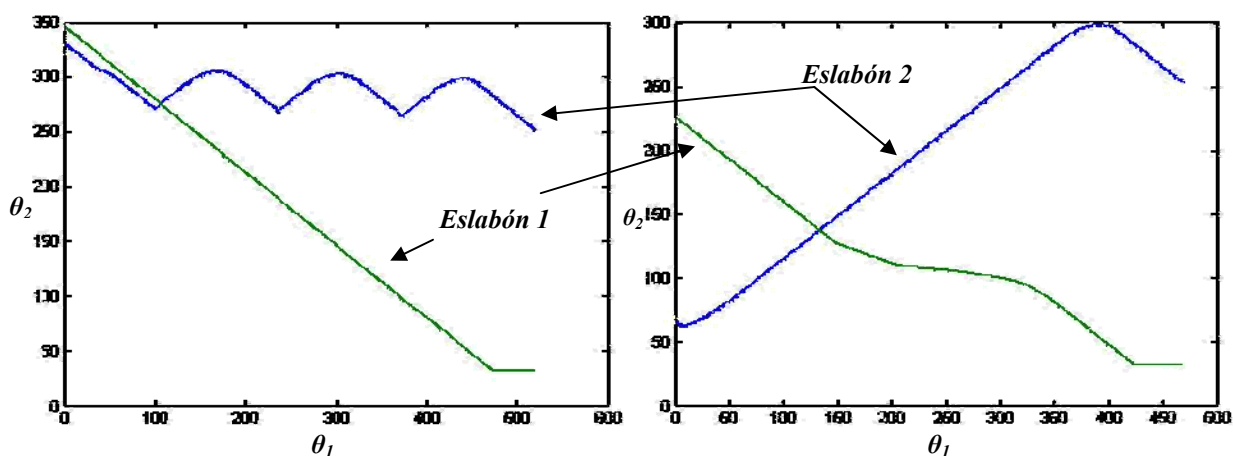


Figura 4.12. Trayectorias de los eslabones en el espacio de las configuraciones.

Finalmente, los movimientos resultantes por parte del algoritmo planeador en búsqueda de una trayectoria libre de obstáculos se puede observar en la figura 4.13, donde partiendo de una

configuración inicial del robot se llega a una configuración final sin colisionar con los obstáculos que se encuentran en el espacio de trabajo del manipulador robótico.

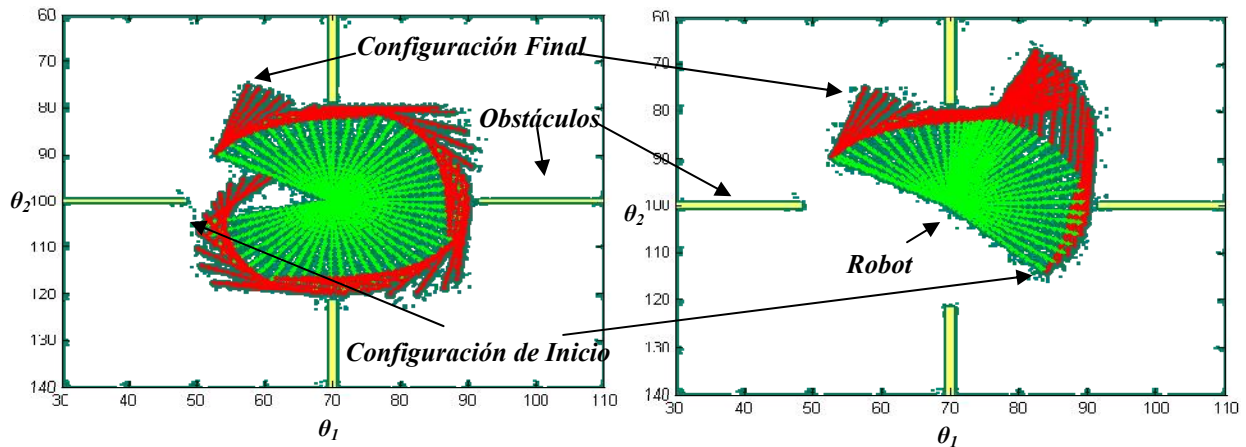


Figura 4.13. Planeación de movimiento de un manipulador robótico no redundante.

Es indiscutible la manera sencilla de construir el espacio de las configuraciones en un aspecto bidimensional, calcular su campo de potencial artificial satisfaciendo la ecuación de Laplace y generar la trayectoria en el espacio de las configuraciones para planear movimiento es plenamente recomendable sólo para robots móviles y no redundantes.

4.1.2. IMPLEMENTACIÓN DEL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES Y EL CAMPO DE POTENCIAL CASO TRIDIMENSIONAL: MANIPULADOR REDUNDANTE

Las especificaciones del problema consisten en aplicar el método para un caso donde existen más de dos grados de libertad y que puede incrementar la dificultad de la solución, como ejemplo en la figura 4.14 muestra un manipulador robótico redundante de tres grados de libertad que al explorar el espacio de trabajo para caracterizar los obstáculos en el espacio de las configuraciones, conlleva a un resultado donde la construcción del espacio tridimensional y la cantidad de configuraciones como posible colisión es bastante grande, el tiempo de obtención con un algoritmo simple puede llegar a tardar hasta en 1000 segundos con una resolución de 1° por articulación y un algoritmo planeador sencillo no es funcional cuando es complejo aplicar el potencial a cada punto sobre este espacio.

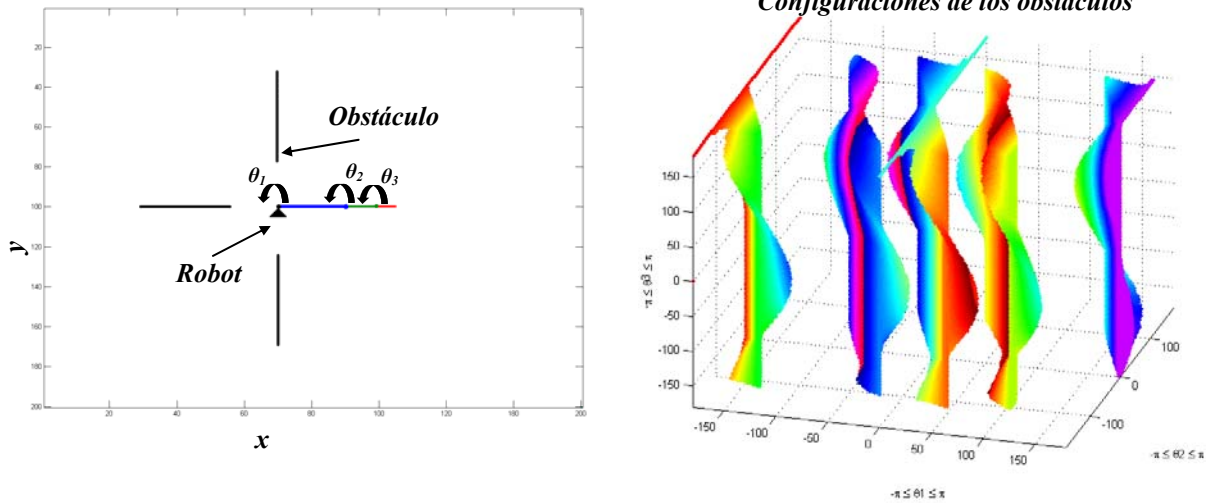


Figura 4.14. Izquierda: Manipulador robótico. Derecha: Caracterización de los obstáculos en el espacio de las configuraciones.

Por otra parte, reducir la resolución del mapeo implica obtener el espacio de las configuraciones en un tiempo menor, para este caso hasta en un 80% con una resolución de 5° por articulación, sin embargo, también implica perder detalles del entorno que puedan omitir alguna configuración de colisión, como se muestra en la figura 4.15.

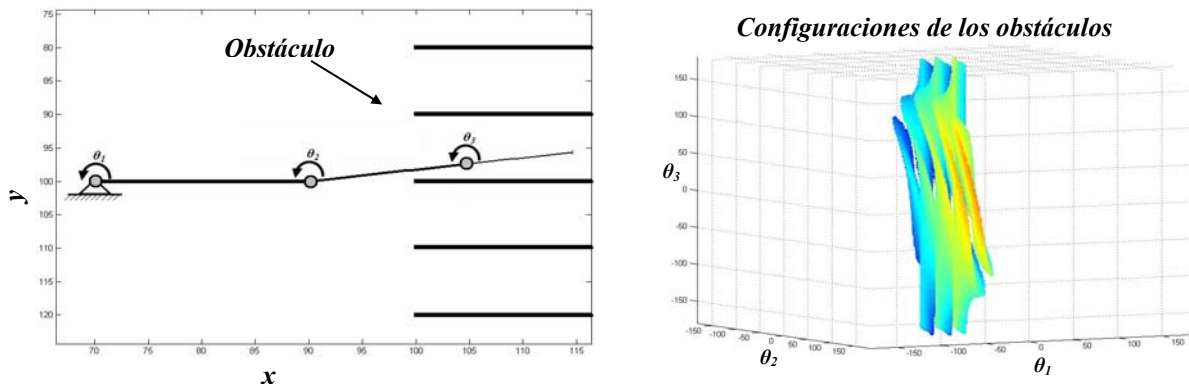


Figura 4.15. Izquierda: Manipulador robótico. Derecha: Caracterización del obstáculo.

Consecuentemente, el tener un manipulador robótico redundante conlleva a complejas formas sobre las configuraciones de los obstáculos y la planeación requiere de condiciones más sofisticadas para encontrar trayectorias factibles, como se puede observar en la figura 4.16.

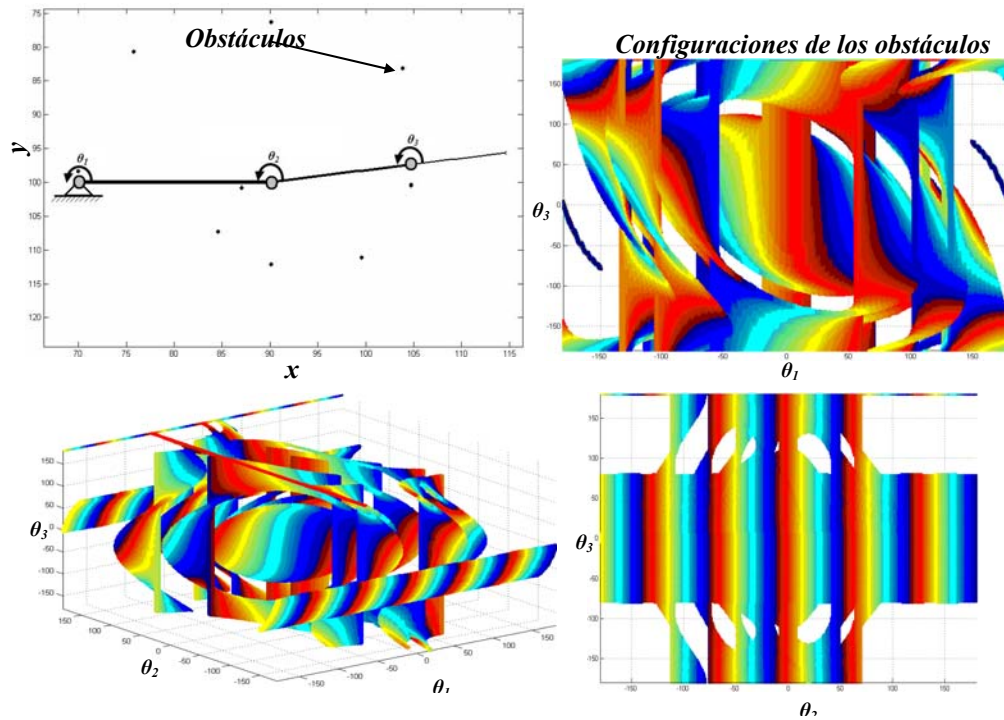


Figura 4.16. Caracterización del obstáculo en el espacio de las configuraciones.

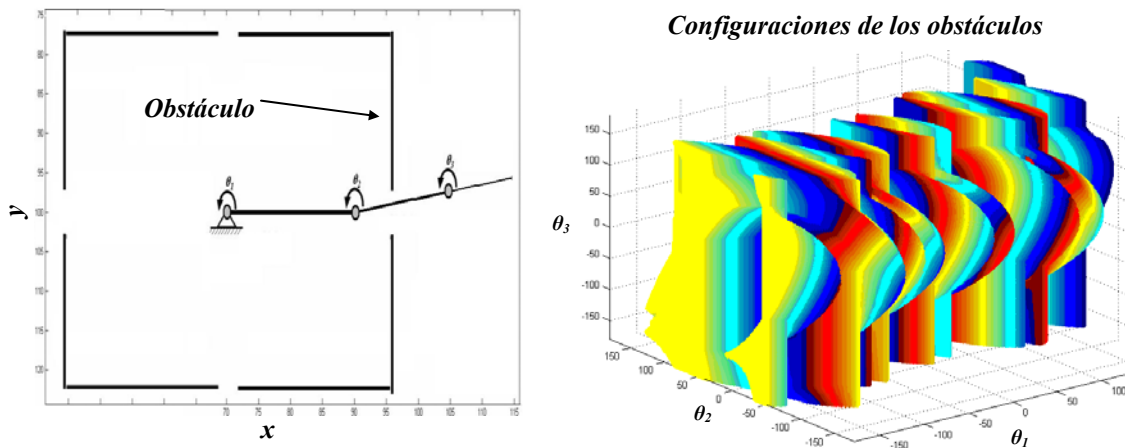


Figura 4.17. Izquierda: Manipulador robótico. Derecha: Caracterización del obstáculo en el espacio de las configuraciones.

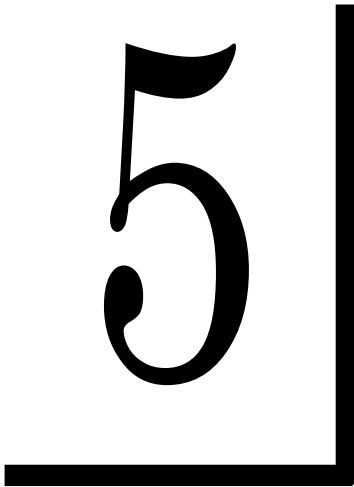
No obstante, un cambio de estrategia a través de planear con funciones de potencial aplicado variable compleja (soluciones de navegación a través de funciones armónicas) puede ser una solución de gran viabilidad. Pero puede resolverse de manera aceptable cuando al problema se le da un enfoque de optimización al explorar un espacio de soluciones potencialmente factibles en la aplicación de técnicas de computación inteligente, ésta permitiría explotar los recursos computacionales sin expandir el espacio de almacenamiento y reducir el tiempo de búsqueda.



4.2. DISCUSIÓN

Analizar la complejidad del problema sobre la planeación de trayectoria para manipuladores robóticos no redundantes empleando un método combinado como el espacio de las configuraciones y el campo de potencial artificial como medio de navegación por parte del algoritmo planeador, conlleva a la búsqueda de nuevas herramientas que faciliten la solución del problema. Es indiscutible que el método hasta el día de hoy, tenga muchas aplicaciones reales y el avance de la tecnología computacional, incrementa la posibilidad de su aplicación sobre entornos complejos, sin embargo, esto obliga a buscar estrategias más simples y de menor tiempo de respuesta, ya que los sistemas se vuelven sumamente complejos e intratable desde un aspecto global. No obstante, nuevas técnicas con enfoques de búsqueda y optimización son potencialmente factibles como medios de solución a infinidad de problemas e incluso su aplicación los hace conveniente en la planeación de trayectorias en sistemas multirobóticos que hoy en día es un tema de investigación reciente.

Por lo anterior, es necesario explorar nuevas técnicas de búsqueda y tratar el problema con estrategias que ofrezcan simplicidad y aplicabilidad computacional. La propuesta de este trabajo de investigación es enfrentar el problema de planeación de trayectorias para manipuladores robóticos redundantes en sistemas múltiples a través de una técnica de computación inteligente como los algoritmos evolutivos, estos proveen de la exploración del espacio de soluciones mediante el diseño de una función sencilla, soluciones factibles y que satisfacen las condiciones requeridas, para el caso en particular por medio de las ecuaciones de enlace geométrico, el cual se obtienen con el análisis cinemático mediante una solución directa y no en forma inversa como se ha hecho con anterioridad. Sin embargo, cabe la posibilidad de explorar otra herramienta matemática que se compare con las obtenidas en el análisis cinemático del mecanismo articulado, debido a la redundancia y la no linealidad natural del sistema, con el fin de evitar al máximo aquellas singularidades propias en el sistema del manipulador robótico.



"La ciencia humana consiste más en destruir errores que en descubrir verdades".

(Sócrates, -470 a -399)

ALGORITMO EVOLUTIVO BASADO EN UN ALGORITMO GENÉTICO

En este capítulo se desarrolla un algoritmo evolutivo basado en un algoritmo genético, el mecanismo de regeneración y de herencia forzada, poniéndose a prueba en funciones básicas de fácil visibilidad que comúnmente son resueltos por algoritmos heurísticos.



5. ALGORITMO GENÉTICO

Un algoritmo genético es clasificado como parte del campo en la computación evolutiva, el cual es un método adaptivo de búsqueda. Basado en el trabajo de Holland (1975) como una abstracción de la evolución biológica y transferido a sistemas computacionales como un fenómeno de la adaptación y supervivencia de individuo más apto en contraste con las estrategias y programación evolutiva. El algoritmo genético encuentra elementos adaptables y los modifica para actuar como optimizadores de funciones de un espacio determinado como lo señala De Jong (1988), la simulación del proceso evolutivo se realiza a través de operadores como la selección, la reproducción y el elitismo con la finalidad de resolver problemas de optimización combinatoria como se apunta en De Jong (1988); Goldberg *et al.* (1989); Goldberg *et al.* (1991); Davido (1991); Michalewicz *et al.* (1996); Michalewicz (1996); Fleming *et al.* (2001).

Un marco teórico para su adaptación a esta técnica se describe en Ahuactzin *et al.* (1992); Rizk (2006) y debido a estas características, también descritas en Fogel (2008), contemplan la simplicidad conceptual, destacando que la aplicación de métodos de optimización tradicionales como el simulado recocido o el tabú para la búsqueda de una solución óptima puede ser computacionalmente imposible, porque implica explorar un gran número de respuestas asociado a un crecimiento exponencial de soluciones potencialmente factible según la magnitud del problema como se describe en Alves Da Silva *et al.* (2008). Un algoritmo genético tradicional, se basa en la representación de variables mediante una cadena de datos codificada de alguna manera llamados cromosomas. Inician una búsqueda desde una población que representan un gran conjunto de soluciones, utilizan valores de una función métrica cuantificable y con la transición de reglas estocásticas, seleccionan los puntos más factibles mejorando las condiciones de la población como se señala Rizk (2006).

La manipulación de los cromosomas y el control de sus parámetros, potencializan la búsqueda hasta obtener una solución óptima a un problema dado. Algunas soluciones a los problemas complejos con funciones multidimensionales pueden ser encontrados a menudo para casos de no linealidad y oscilación en torno a las soluciones inmejorables, esto puede manifestarse en problemas de mínimas locales y de convergencia prematura.



5.1. CONVERGENCIA PREMATURA

Es un problema que enfrentan los algoritmos conocido como decepción, debido a que una cantidad de soluciones pueden llegar rápidamente a dominar al conjunto de soluciones, haciendo que converjan en un valor local máximo o se mantengan en algún lugar del espacio de búsqueda, aun cuando existe la posibilidad de llegar a un valor óptimo global. Para el caso del algoritmo genéticos cuando la población converge prematuramente, la capacidad del algoritmos se nulifica, dejando sin suficiente diferencia a la función métrica para localizar los valores máximos, traduciéndose en un lento término del algoritmo. Durante el proceso evolutivo de cruce, idénticos cromosomas produce generalmente similares descendencias. Sólo la mutación, con el mecanismo de perturbación aleatoria, puede explorar nuevas regiones del espacio de búsqueda.

5.2. ALGORITMO GENÉTICO

El algoritmo genético basado en la descripción de Goldberg *et al.* (1989), consta de algoritmo computacional que mimetiza la evolución biológica en el proceso de la selección natural de las especies como se detalla la teoría de Darwin (1859).

El algoritmo presenta el siguiente proceso iterativo:

- Generación de una población inicial codificada*
- Evaluación de la función aptitud a través de una decodificación*
- Reproducción*
 - Proceso de selección*
 - Mecanismo de Cruce*
 - *Mecanismo de mutación*

5.2.1. TAMAÑO DE LA POBLACIÓN

El tamaño adecuado de la población está en función del número de individuos y del espacio explorado. Esto sugiere un tamaño de población considerablemente grande aun para cadenas de longitud moderada. Sin embargo, el uso de una estrategia elitista y un porcentaje alto de cruce combinado con una tasa pequeña de mutación, pueden mejorar el desempeño del algoritmo.



5.2.2. CODIFICACIÓN

Es necesario tener una representación del genotipo para asignar los parámetros dentro de una cadena finita de símbolos conocidos como genes (con longitud constante o dinámica). La representación utilizada a menudo es la binaria por su cardinalidad 2 como número finito de valores discretos. La codificación binaria presenta un elevado grado de paralelismo implícito y aumenta la probabilidad en la formación de bloques constructores que mejoran el desempeño del algoritmo con el paso del tiempo. Sin embargo, esto no excluye la representación con alfabetos de mayor cardinalidad, aunque debe resaltarse que el alfabeto binario es una opción que ofrece un mayor número de esquemas posibles por *bit* de información comparada con cualquier otra codificación posible, debido a la relación que tiene con la abstracción del lenguaje de programación sobre un microprocesador. Por lo tanto, la única forma de tener éxito en la solución de un problema, es seleccionar una representación adecuada en base a los conocimientos específicos de su dominio.

Por ejemplo, en la figura 5.1 muestra una población de cromosomas en codificación binaria, el cual representa genes para la variable x y la variable y , donde cada gen tiene 55 alelos responsables de un valor real.

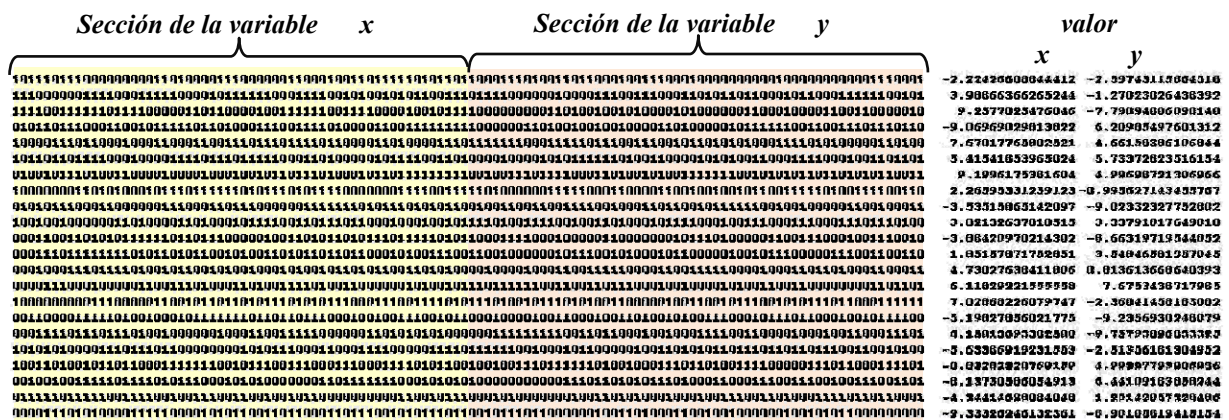


Figura 5.1. Población para un algoritmo genético y su valor real.

La cantidad de bits por variable y su decodificación pueden encontrarse en toda literatura especializada en el tema y cuyas técnicas para interpretar cadenas binarias a cualquier otro valor que sea representante de la variable del problema (decodificación) puede ser realizada a través de la ecuación 5.1 descrita en Goldberg *et al.* (1991).



$$B = \frac{\log((l_{max} - l_{min}) \times 10^p)}{\log(2)} \quad (5.1)$$

Siendo.

B -Número de bits por variable representada.

l_{max} -Límite máximo de la variable.

l_{min} -Límite mínimo de la variable.

p -Precisión decimal.

Donde, l_c es la longitud de la cadena binaria resultado de la suma de cada número de *bits* por variable del problema, esta se observa en la ecuación 5.2.

$$l_c = \sum_{i=1}^n B_i \quad (5.2)$$

La codificación de la cadena cromosómica binaria está definida por la ecuación 5.3.

$$x_i = l_{min} + \sum_{j=1}^B b_j \cdot 2 \frac{(l_{max} - l_{min})}{2^{l_c} - 1} \quad (5.3)$$

Siendo.

x -La variable decodificada.

b_i -Bits de la cadena.

5.2.3. FUNCIÓN APTITUD

Durante el proceso algorítmico, las cadenas son decodificadas y evaluadas asignándoles un valor de aptitud. El valor aptitud, es la capacidad que tiene ésta cadena para operar con un buen desempeño y llegar a obtener una cualidad inmejorable. Este valor puede ser definido a través de una función específica que interprete el problema fenotipo. Además, la función aptitud puede ser auxiliada por una función objetivo. En conjunto, la función objetivo provee una medida de desempeño con respecto a un conjunto particular de valores en los genes y la función aptitud, transforma ésta medida de desempeño en una distribución de oportunidades para la reproducción como se muestra en la ecuación 5.4.

$$f(x) = \text{función aptitud} \quad (5.4)$$



5.2.4. REPRODUCCIÓN

La reproducción es el proceso que evoluciona iterativamente la población hasta alcanzar el valor óptimo, éste contempla un proceso de selección de los individuos más prometedores capaces de generar una descendencia con características inmejorables y a través del proceso de cruce y mutación lo puede conseguir.

5.2.4.1. PROCESO DE SELECCIÓN

El proceso de selección es un mecanismo fundamental para el algoritmo y es responsable en la determinación de las características sobre la convergencia de mismo, este proceso de selección suele realizarse de forma probabilística, así los individuos menos aptos tienen una cierta oportunidad de evolucionar. Cuanto mayor sea su probabilidad de selección, más serán los mejores individuos favorables y mayor la tasa de convergencia. Las técnicas de selección conocidas en los algoritmos genéticos pueden ser revisadas en Holland (1975); Goldberg *et al.* (1991); Deb (2004); Fleming *et al.* (2001); Whitley (1994) y el proceso consiste en elegir individuos de acuerdo a su contribución de aptitud con respecto al total de la población, algunas de estas técnicas se mencionan brevemente.

Tipo de selección:

- *Selección Proporcional*: Seleccionado proporcionalmente a su valor de aptitud.
- *Selección de Estado Uniforme*. Algunos individuos menos aptos son reemplazados.
- *Sobrante Estocástico*. Es determinista con la parte entera de valores esperados y proporcionales para la parte fraccionaria de cada individuo.
- *Universal Estocástico*. Distribución de los individuos en función de sus valores esperados.
- *Muestreo Determinístico*. Basado en el sobrante estocástico y un algoritmo de ordenación.
- *Escalamiento Sigma*. Está en función de su aptitud, la media y la desviación estándar.
- *Selección por Jerarquías*. Clasifica a los individuos con base en su rango.
- *Selección de Boltzmann*. Se basa en el proceso del recocido simulado para seleccionar.
- *Selección por torneos*. Posibilidades de ganar en una competencia por comparaciones directas de los individuos, ya sea en forma determinista o probabilística.



- *Selección por truncamiento.* Complejo en el tiempo y no se basa en la aptitud.
- *La selección de rango lineal.* Lineamiento de acuerdo a su rango y valores de aptitud.
- *Selección de rango exponencial.* Ponderación exponencial de probabilidades en los individuos.
- *Brecha Generacional.* Los padres de una población no compiten contra sus hijos.
- *Selección Disruptiva.* Normaliza las aptitudes con respecto a un cierto valor moderado.
- *Selección Competitiva.* Es a través de las interacciones con miembros de la población, o con otros miembros de una población separada que evoluciona concurrentemente.

5.2.4.2. OPERADOR DE CRUCE

Es un proceso que ocurre entre parejas de cromosomas seleccionadas, estos bloques constructores se alinean, luego se fraccionan en ciertas partes y posteriormente intercambian segmentos de cadenas lineales de longitud fija entre sí. El cruce es a través de identificar un punto de corte, donde la pareja de padres seleccionados son tomados en ese punto específico y los segmentos se sitúan después para ser intercambiados mediante una concatenación, generando un nuevo individuo.

Las posiciones de los bits en un individuo determinan la probabilidad de que estos bits permanecerán juntos después del cruce, esto se puede generalizar a fin de aplicar múltiples puntos de cruce, no obstante, a más de dos puntos de cruce, aunque da una mejor capacidad de exploración, puede ser demasiado perturbador.

Técnicas básicas de cruce:

- *Cruce en un Punto.* La determinación de un punto de cruce en el cromosoma.
- *Cruce en dos Puntos.* Minimiza los efectos disruptivos del cruce en un punto.
- *Cruce Uniforme.* El orden de los genes es irrelevante en términos de división de bloques. Sin embargo, más de un punto de cruce conlleva a perturbaciones, más cuando la población ha convergido, debido a la incapacidad para promover una diversidad.
- *Cruce Acentuado.* El cromosoma está identificado por una máscara de manera que el número y las localizaciones de los puntos de cruce puedan ser manipulados por el algoritmo.



5.2.4.3. OPERADOR DE MUTACIÓN

El operador de mutación es considerado de uso menos frecuente a comparación del operador de cruce, debido a la reintroducción de genes que puede involuntariamente perder valores sobre el cromosoma. Una tasa de mutación variable es muy importante para buscar eficiencia, sin embargo, aun no hay certeza que incremente el desempeño del algoritmo durante el proceso evolutivo.

Las diferentes técnicas de mutación que se han propuesto en la literatura especializada son:

- *Mutación por Permutaciones.* Útiles en problemas de optimización combinatoria.
- *Mutación por Inserción.* Se selecciona el valor de un individuo en forma aleatoria y se le inserta en una posición arbitraria.
- *Mutación por Desplazamiento.* Cambian de posición en la cadena varios valores a la vez.
- *Mutación por Intercambio Recíproco.* Se seleccionan dos puntos al azar y se intercambian estos valores de posición.
- *Mutación por factor múltiple.* Este incorpora dentro de la mutación un factor de perturbación, un valor porcentual de qué número de alelos en un cromosoma serán afectados de manera aleatoria, permitiendo generar una mutación de un alelo o más de uno. Esta modificación se observa claramente cuando el algoritmo genético tiene una convergencia prematura, potencializando la exploración del espacio factible de búsqueda, sin embargo una tasa alta en el factor puede degenerar la solución.

Por otro lado, la ausencia de mutación dentro del algoritmo genético está relacionada con un desempeño pobre, debido a que no se permite refrescar valores perdidos del espacio de búsqueda.

5.2.5. MECANISMO DE REGENERACIÓN

Las investigaciones sobre algunos organismos vivos que emplean estrategias para su renovación en condiciones fisiológicas o ante un daño, manifiesta la posibilidad de incorporar células que aparecen tardíamente y que son especializadas en suministrar células de repuesto a un organismo adulto gracias a un mecanismo hereditario particular, bajo esta condición, el algoritmo puede ser combinado como proceso evolutivo dentro de la población.



Por lo tanto, un pequeño porcentaje de la población se puede renovar, permitiendo incrementar la formación de bloques constructores con mejores posibilidades de encontrar un valor óptimo. No obstante, esta estrategia puede traer discusión sobre su integración como parte de un algoritmo evolutivo debido al problema de convergencia prematura. Sin embargo, el proceso de evolución biológica y su fiel mimetización, puede validar el empleo de un factor de regeneración y su preservación fundamental en los operadores genéticos de selección, cruce y mutación.

5.2.6. MECANISMO DE HERENCIA FORZADA

El mecanismo de herencia forzada es propuesto en Merchán-Cruz (2005a) y es una forma de reforzar el mecanismo de regeneración como estrategia para introducir cromosomas especializados en base al elitismo durante el proceso de cruce y mutación. A diferencia del elitismo, donde los individuos más aptos de una población pasan a la generación siguiente sin ninguna alteración, la herencia forzada es introducida en el proceso de regeneración, selección, cruce y la mutación, garantizando que el individuo más apto de la generación anterior sufra el mínimo cambio potencializando su valor aptitud de manera consistente, este mecanismo es muy útil cuando el número de variables en el problema a resolver es considerablemente grande.

5.3. CONTROL DE PARÁMETROS

Para ser frente a búsquedas de gran escala en problemas de optimización, es necesario encontrar un equilibrio entre los parámetros a fin de evitar una difícil tarea de estimación simultánea, por lo tanto, es adecuado tener técnicas de búsqueda adaptativa que requiera del seguimiento continuo en la búsqueda dinámica.

5.4. RESTRICCIONES

Los problemas normalmente contienen restricciones como la no linealidad y la desigualdad, lo que es necesario incorporar información sobre la violación de restricciones en algunas funciones y la más conocidas son:

- *Función de Penalización.* Restringe la función aptitud, extendiendo su dominio mediante un factor de penalización a toda restricción violada. Se puede penalizar por no ser factible o por hacer que sea factible un individuo.



Para diseñar una función de penalización debe considerarse qué tan distante se encuentra un individuo de la zona factible, el costo del cumplimiento máximo y el costo de cumplimiento esperado. Así, entre más preciso sea el factor de penalización, mejor resultarán las soluciones producidas. Estas penalizaciones puede apoyarse de conceptos donde el individuo a pesar de tener una aptitud alta no es factible al problema. Así, algunas de estas penalizaciones son:

-*Pena de Muerte*. Se asigna una aptitud de cero al individuo no factible, evitando calcular una vez más las restricciones o la función objetivo. Sin embargo, el algoritmo puede truncarse si la población inicial no contiene a ningún individuo factible.

-*Penalización estática*. Define niveles de violación y elige un coeficiente de violación para cada uno de ellos.

-*Penalización Dinámica*. Los factores de penalización cambian con el tiempo, son susceptibles a los valores de los parámetros y converge prematuramente cuando éstos no son seleccionados adecuadamente.

-*Penalización Adaptativa*. Se adaptan las penalizaciones con base en un proceso de retroalimentación.

5.5. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO EVOLUTIVO A FUNCIONES DE PRUEBA

El algoritmo evolutivo que se propone para la solución al problema particular de este trabajo, está compuesto de un algoritmo genético clásico, el mecanismo de herencia forzada propuesto en Merchán-Cruz *et al.* (2004) y el mecanismo de regeneración.

Por consiguiente, el algoritmo es puesto a prueba a través de funciones, comúnmente resueltos por algoritmos heurísticos. Las funciones básicas de prueba los cuales son fáciles de visualizar son:

- Función Easom
- Schaffer F6
- Schaffer F7
- Branins's rcos



5.5.1. FUNCIÓN DE PRUEBA DE EASOM

Planteamiento de problema: La función Easom es una función de prueba unimodal, donde el mínimo global tiene un área pequeña en relación con el espacio de búsqueda. La función alcanza un valor mínimo. Sólo tiene dos variables, la función global mínima es -1, donde $(x, y) = (\pi, \pi)$.

$$f(x, y) = -\cos(x)\cos(y)e^{-(x-\pi)^2-(y-\pi)^2} \quad (5.5)$$

Para toda función de prueba, el algoritmo genético realiza 100 pruebas con los parámetros de la tabla 5.1 y el criterio de paro establecido es la repetición del mejor valor encontrado durante 50 veces antes de ser considerado como el óptimo.

Tabla 5.1. Parámetros del algoritmo genético.

(x,y)	$\in[-100,100]$
ni	60
p	16
$Prbcr$	0.9
$Prbm$	0.15
Reg	.03
fp	.08
$Máx-gen$	10000

Donde:

$(x, y) \in [mín., máx.]$ Dominio de la variable.

ni Numero de individuos.

p Precisión decimal.

$Prbcr, Prbm$ Probabilidad de cruce y mutación, respectivamente.

Reg Factor de regeneración de individuos sobre la población.

fp Factor de perturbación.

$Máx-gen$ Máximo número de generaciones.

En la figura 5.2 se muestra la función de prueba, una función sencilla que todo algoritmo puede resolver sin problema alguno. Los resultados obtenidos de la función de prueba pueden ser considerados como aceptables en cuanto a tiempo con respecto a estrategias evolutivas.

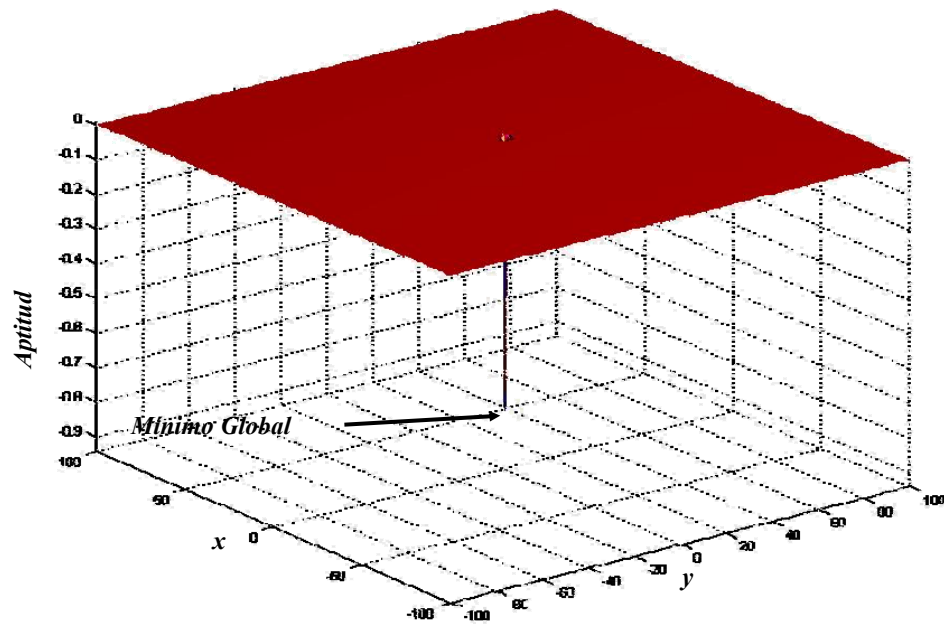


Figura 5.2. Función Easom.

Tabla 5.2. Resultados del algoritmo genético para la función Easom.

<i>gen</i>	<i>aptitud</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>tiempo</i>
760	-1	3.14159244260198	3.14159244260198	0.51 seg

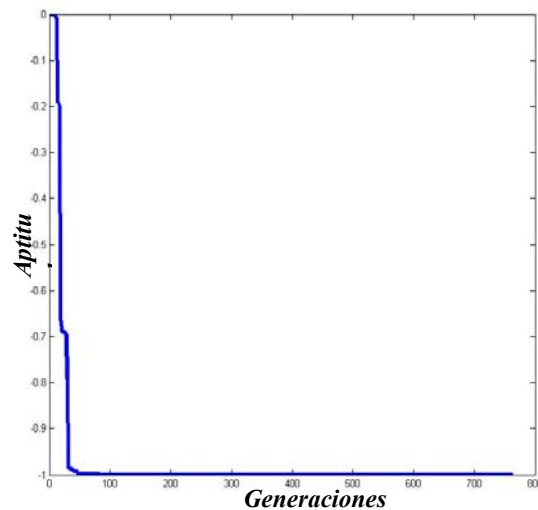


Figura 5.3. Aptitud vs Generaciones de la función Easom.

La tabla 5.3 muestra los valores a la función Easom, estos son satisfactorios a pesar de tener una cadena binaria extensa para obtener un valor con 16 decimales de precisión, el tiempo de convergencia es bastante aceptable, aunque en la figura 5.3 muestra el número de generaciones que es bastante prolongada.



5.5.2. FUNCIÓN DE PRUEBA SCHAFFER F6

Planteamiento de problema: La función de prueba Schaffer F6 mostrada en la figura 5.4, presenta un función global mínima de 0, donde $(x, y) = (0, 0)$.

$$f(x, y) = 0.5 + \frac{\sin^2 \sqrt{(x^2 + y^2)} - 0.5}{[1 + 0.001(x^2 + y^2)]^2} \quad (5.6)$$

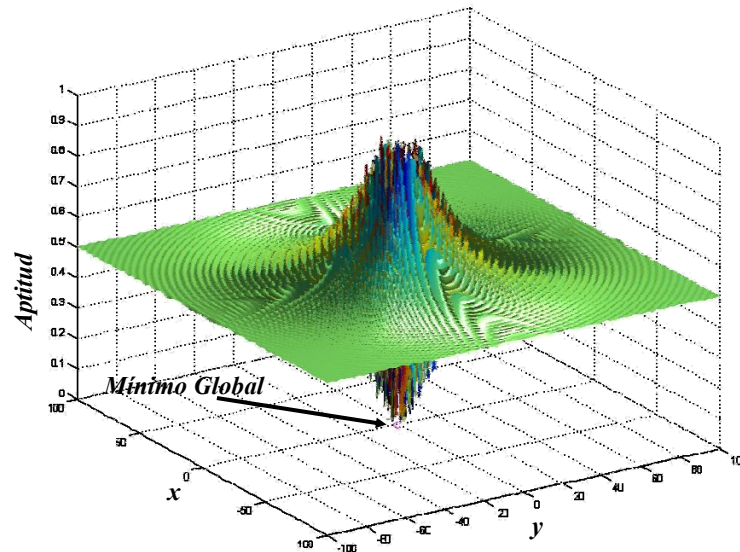


Figura 5.4. Función Schaffer F6.

Tabla 5.3. Resultados del algoritmo genético.

<i>prueba</i>	<i>gen</i>	<i>aptitud</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>tiempo</i>
45	184	0.99754414182850359438248233345803	-1.309612695547968	-0.8645232105914431	0.4304

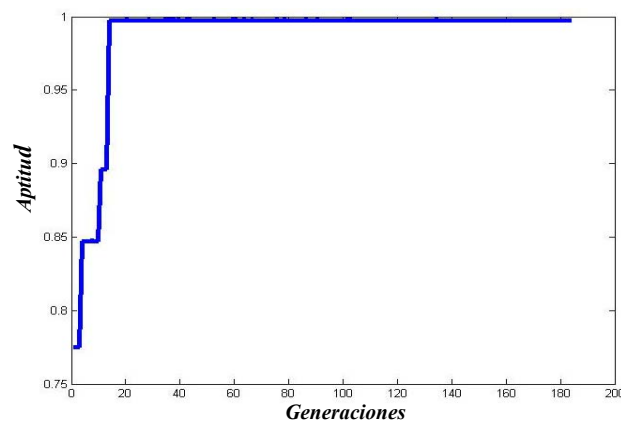


Figura 5.5. Aptitud vs Generaciones de la función Schaffer F6.



La tabla 5.3 muestra los valores a la función Schaffer F6, el tiempo de convergencia es satisfactorio, el máximo valor de aptitud encontrado es **0.99754414182850359438248233345803**, un valor hallado en Chevalier *et al.* (2008) y el cual se muestra en resultados sobre la figura 5.6.

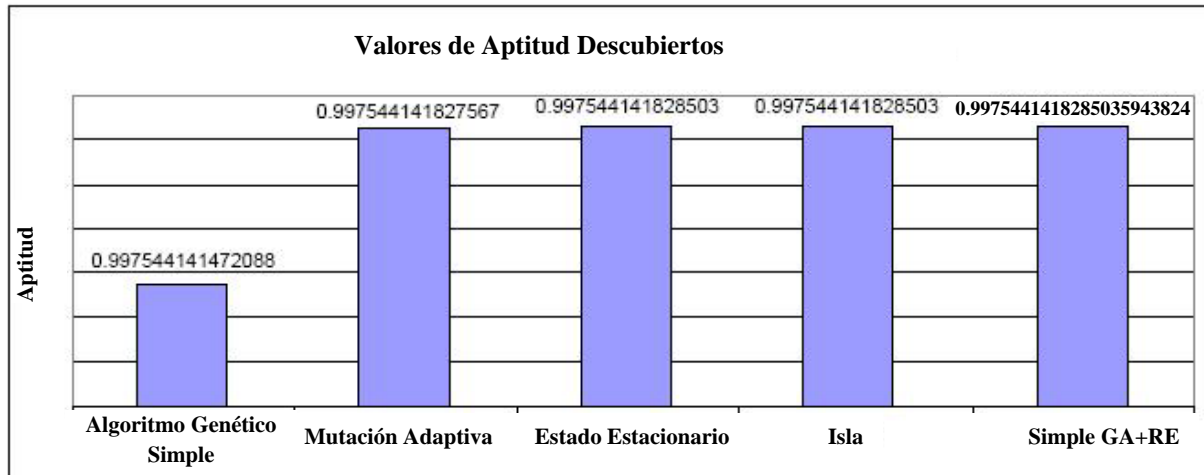


Figura 5.6. Valores máximos de aptitud vs Técnicas de algoritmos genéticos para la función Schaffer F6.

Los resultados mostrados en el grafico, señalan que el algoritmo evolutivo basado en un algoritmo genético más el mecanismo de regeneración y su aplicación conjunta con el mecanismo de herencia forzada puede llegar a obtener resultados de calidad en tiempo relativamente aceptables, aunque el algoritmo no es autoadaptable es relativamente sencillo poder ajustar los parámetros de entrada al algoritmo con un mínimo de ejecuciones.

5.5.3. FUNCIÓN SCHAFFER F7

Planteamiento del problema: La función de prueba Schaffer F7 mostrada en la ecuación 5.7, tiene un función global mínima de 0, donde $(x, y) = (0,0)$, como lo muestra la figura 5.7.

$$f = (x^2 + y^2)^{0.25} \sin^2(50(x^2 + y^2)^{0.1} + 1) \quad (5.7)$$

Los resultados de la tabla 5.4 tiene una gran cantidad de generaciones debido a la cantidad de mínimos locales que tiene, sin embargo, la manipulación en la regeneración además de la mutación, permitió que el desempeño del algoritmo se incrementara de manera considerable, No obstante, es posible tener un mejor desempeño si se incrementa la población.

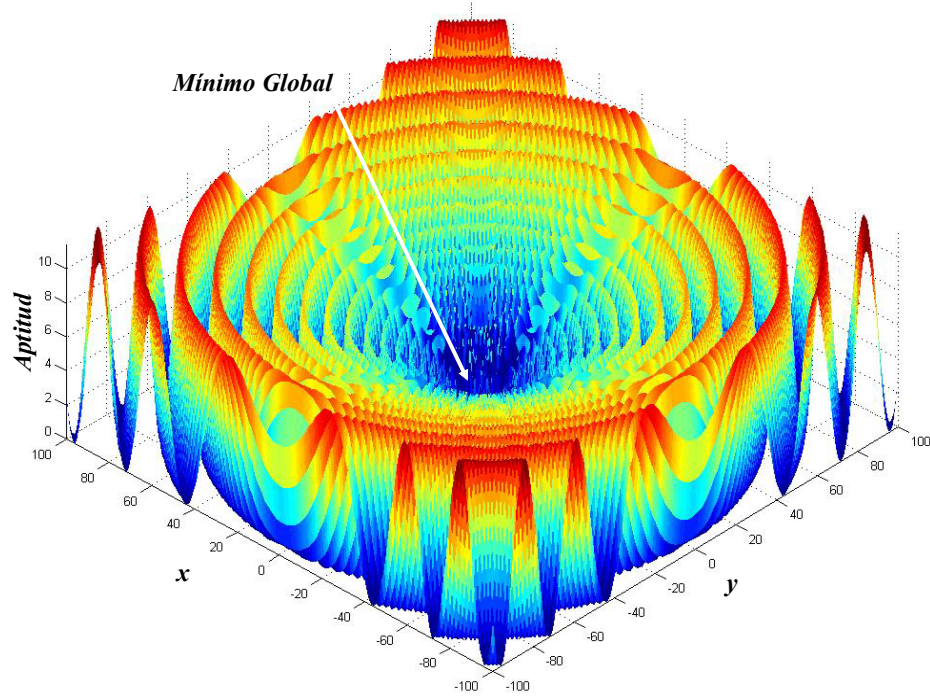


Figura 5.7. Función Schaffer7.

Tabla 5.4. Resultados del algoritmo genético.

No. prueba	gen	aptitud	x	y	tiempo
25	699	0	0	0	0.8714

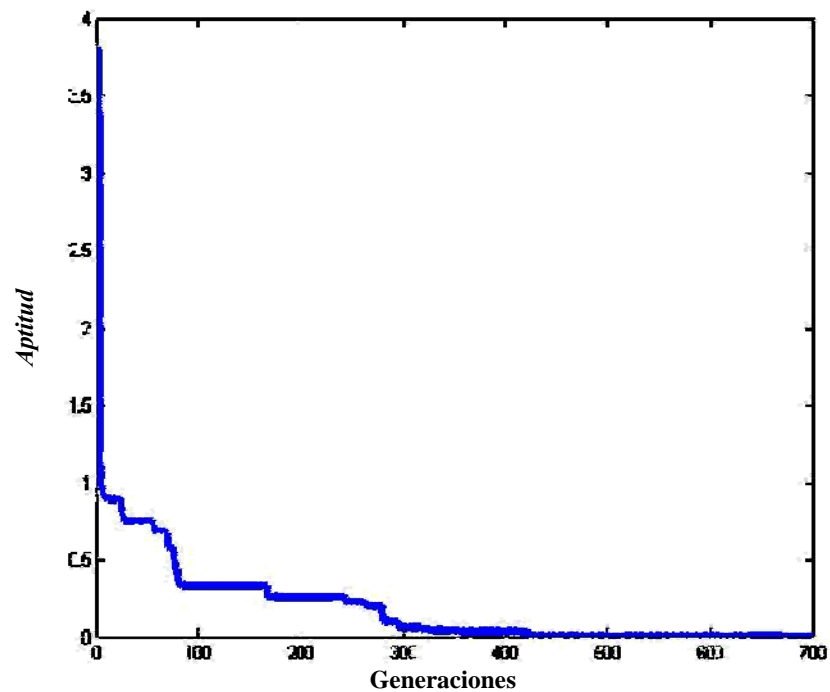


Figura 5.8. Aptitud vs Generaciones de la función Schaffer F7

Para la solución a la función Schaffer F7, el resultado es satisfactorio por obtenerse en un tiempo de convergencia aceptable y un número de generaciones razonable, sin embargo la población se tuvo que incrementar hasta 200% más que el original de 100 individuos.

5.5.4. FUNCIÓN BRANINS'S RCOS

Planteamiento del problema: La función de prueba Branins's rcos tiene una función global de 0.397887, además tiene tres valores óptimos $(x, y)_1 = (3.1415, 2.2750)$, $(x, y)_2 = (9.4250, 2.4752)$ y $(x, y)_3 = (-3.14159, 12.27500)$ y también tres valores locales, la ecuación 5.8 muestra la función a resolver.

$$a \cdot (y - b \cdot x^2 + c \cdot x - d)^2 + e \cdot (1 - f) \cdot \cos(x) + e \quad (5.8)$$

$$a = 1, b = \frac{5.1}{4 \cdot \pi^2}, c = \frac{5}{\pi}, d = 6, e = 10, f = \frac{1}{8 \cdot \pi}$$

Para este caso en particular, el algoritmo fue sometido a un proceso paralelo, donde por medio de procesador de cuatro núcleos se hizo la distribución de tareas, por lo tanto, el algoritmo ejecutó concurrentemente en cuatro procesadores un mínimo de 100 veces para buscar los tres valores óptimos de la función, con el valor optimo repetido durante 50 generaciones, la tabla 5.5 muestra los mejores resultados obtenidos de un total de cuatrocientas ejecuciones en un tiempo promedio de 65 segundos.

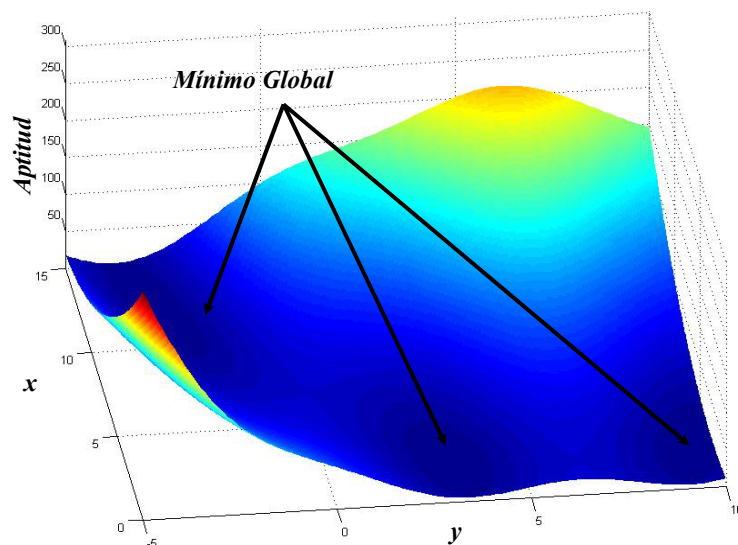


Figura 5.9. Función Branins's rcos.



Para este caso en particular, el algoritmo fue sometido a un proceso paralelo, donde por medio un procesador de cuatro núcleos se hizo la distribución de tareas. Por lo tanto, el algoritmo ejecutó concurrentemente en cuatro procesadores un mínimo de 100 veces para buscar los tres valores óptimos de la función, con el valor óptimo repetido durante 50 generaciones, la tabla 5.5 muestra los mejores resultados obtenidos de un total de cuatrocientas ejecuciones en un tiempo promedio de 65 segundos.

Tabla 5.5. Resultados del algoritmo genético.

<i>gen</i>	<i>aptitud</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>tiempo</i>
284	0.397887364255501	3.14155578579008	2.27502874614173	0.2587
527	0.397887709997219	9.4250488351168	2.4752284700755	0.2080
602	0.397887357737599	-3.1415939332205	12.275003058578	0.2761

La tabla 5.5 muestra los valores a la función Branins's rcos, son satisfactorios y el tiempo de convergencia es bastante aceptable, se pueden encontrar los tres valores óptimos.

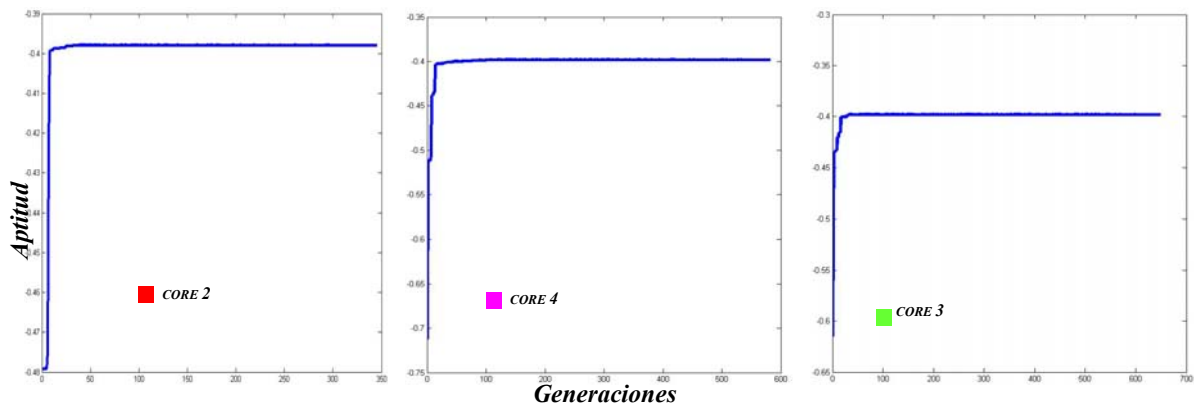


Figura 5.10. Aptitud vs Generaciones de la función Branins's rcos.

En la figura 5.10 se muestran los valores máximo de aptitud encontrados durante el proceso, de tal manera que se puede observar el desempeño a través de las generaciones transcurridas para alcanzar dicho valor de la función de prueba.

Por otra parte, la figura 5.11 muestra el desempeño que tiene cada procesador en cuanto a la búsqueda de la solución al ser ejecutado el programa durante 100 veces y poder visualizar de manera concurrente el resultado. También se puede observar en cuantas generaciones se llegó a la mejor solución y cuales valores fueron encontrados por ejecución.

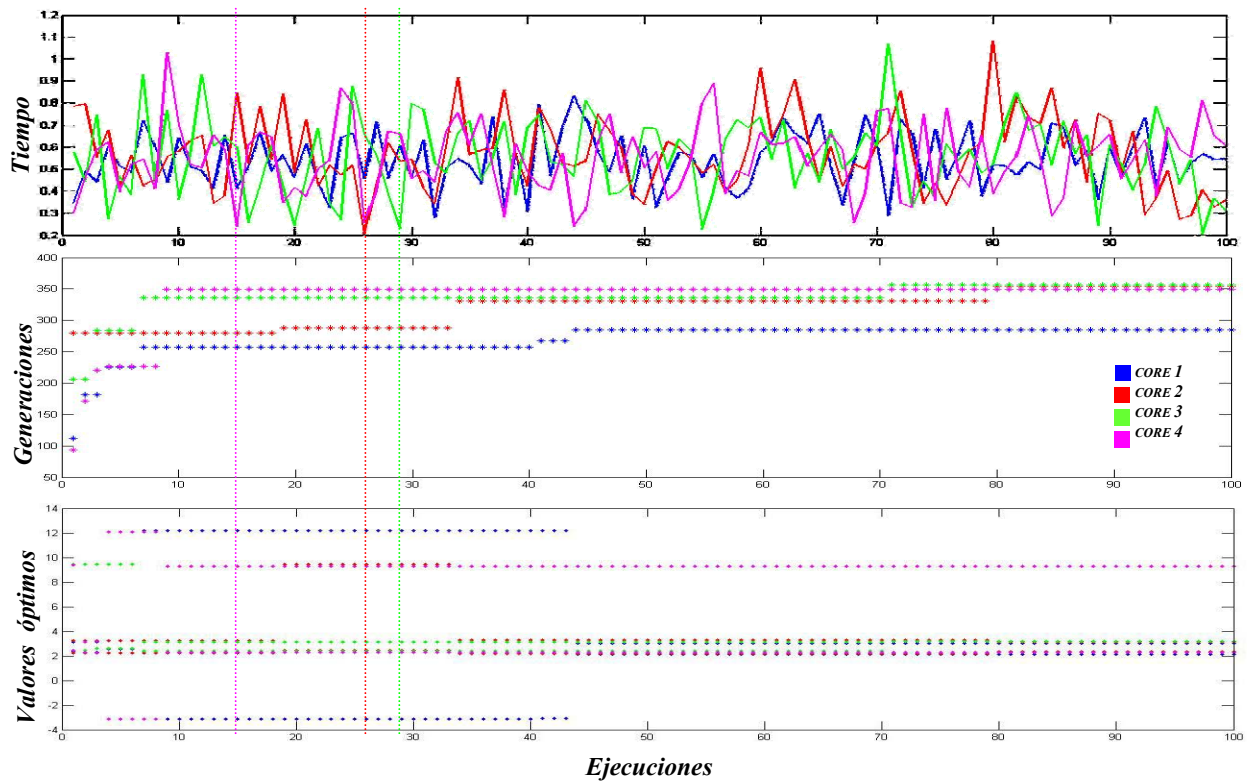


Figura 5.11. Análisis individual del proceso de búsqueda en paralelo.

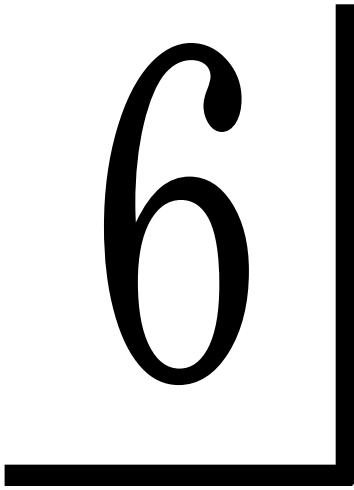
5.6. DISCUSIÓN

El algoritmo desarrollado, es un algoritmo genético que incluye el mecanismo de regeneración y herencia forzada. El cual es un algoritmo evolutivo, sin embargo, el control de sus parámetros de inicio pueden hacer que funcione como un algoritmo genético simple. La finalidad de emplear estos conceptos descritos en 5.2.5 y 5.2.6, es el enfrentar problemas con un mayor orden de complejidad; cabe mencionar que las funciones de prueba seleccionadas son simples por su aplicabilidad y en la mayoría de la literatura especializada se toman como funciones de prueba unidimensionales, debido al problema de decepción y convergencia prematura presentes en los algoritmos evolutivos. No obstante, el desempeño a través de estas funciones es aceptable y el objetivo al desarrollar un algoritmo evolutivo es resolver un problema multimodal como el que se presenta en la planeación de trayectorias para manipuladores robóticos. Por otro lado, el análisis del caso 4 fue realizado a través de un equipo con recursos computacionales modesto (procesador Quad core a 2.2 GHz y 2 GB de RAM) y los resultados obtenidos manifiestan que el desempeño del algoritmo para un problema en específico simple, puede ser tan bueno como algún otro.



Sin embargo, no prioridad del algoritmo como aplicación principal y programar un algoritmo genético para adaptarlo como un algoritmo evolutivo regeneracional (algoritmo genético generacional con mecanismo de regeneración) no es una tarea trivial, puesto que trabajar con una población de codificación binaria y compararlo con aquellos que emplean codificación real presenta algunas desventajas. Esta desventajas es el tiempo de convergencia, no obstante el lenguaje de programación es importante, porque las recomendaciones de trabajos futuros es aplicar esta misma programación y operar a nivel de microprocesador en tiempo real.

Finalmente, la simplicidad conceptual del algoritmo permite la combinación con otras estrategias de computación inteligente, además, la solución a la generación de trayectorias para manipuladores robóticos dependerá principalmente del diseño sobre la función objetivo y la función aptitud, donde las ecuaciones cinemáticas en una análisis directo permitirán reducir el posicionamiento de la herramienta del robot con respecto a un punto final, esta desviación es la función aptitud del algoritmo, esta conlleva un sistema naturalmente no lineal tanto en la posición como en la orientación. Así, el empleo de una herramienta matemáticamente compacta como los cuaterniones duales, es una opción explorar en el desempeño del algoritmo desarrollado en esta sección y observar la capacidad que tiene con un problema multiobjetivo.



"La hipótesis es bonita, su única falla es que no está demostrada ni es demostrable".

(Galileo Galilei, 1564 a 1642)

SOLUCIÓN COMPACTA A LA CINEMÁTICA DE MANIPULADORES

Este capítulo contiene el desarrollo de un método que presenta grandes ventajas cuando se aplica a mecanismos articulados de gran número de grados de libertad en casos bidimensionales, para posicionar y orientar la herramienta en el espacio para solucionar trayectorias a través de cuaterniones duales.



6. DESARROLLO DE UNA SOLUCIÓN COMPACTA A LA CINEMÁTICA DE MANIPULADORES BASADO EN CUATERNIONES DUALES

Las matrices de transformación homogénea son contempladas como base de solución en la cinemática de mecanismos articulados en la mayoría de la literatura, esta simplifica el problema cuando se trata únicamente de manipuladores planos no redundantes y redundantes. Sin embargo, un problema que se presenta es la inherente singularidad debido a la ortogonalidad de las matrices en las configuraciones de los manipuladores, más cuando se trata de manipuladores espaciales, pero el uso de una estrategia como los algoritmos genéticos multiobjetivo puede resolver un sistema de doce ecuaciones no lineales de un problema sobredeterminado. No obstante, esto implica el ajuste constante de coeficientes o pesos de cada ecuación para poder obtener una función de aptitud multiobjetivo que funcione adecuadamente y en forma auto-adaptiva, el cual es una tarea que no es fácil de tratar.

El desarrollo de una solución compacta al problema cinemático de manipuladores robóticos, conlleva a documentar el hecho que las soluciones propuestas en Althoefer (1996) y posteriormente en Merchán-Cruz (2005a) no pueden generalizar para el caso de manipuladores robóticos espaciales, porque en los algoritmos ó convergen para posición u orientación. Obteniendo los mejores resultados cuando se trata de ajustar el algoritmo con alguna corrección y aún así la desviación en la posición y orientación es grande.

Los trabajos de Hamilton (1853), Cayley (1889), y posteriormente Tait *et al.* (1890) como base de los cuaterniones permiten desarrollar en este trabajo, una estrategia que permite obtener una solución práctica como el producto de matrices pero con un ahorro de tiempo en el cálculo en operaciones como se demuestra en Salamin (1995a).

La herramienta del cual se habla, está basada en los cuaterniones y cuyas primeras aplicaciones fueron realizadas en Berthold (1987); Funda (1988b); Funda *et al.* (1990c); Hart *et al.* (1994a), que posteriormente sobre los cuaterniones y de cuaterniones duales se pueden observar en Daniilidis *et al.* (1996b); Akyar (2008b); Sahul *et al.* (2008a) como trabajos de recién aplicación sobre manipuladores robóticos.



Esta herramienta puede generarse de manera tal que su empleo sea sistemático y se pueda simplificar las operaciones de cálculo, así como las restricciones empleadas en un algoritmo, para ello es necesario proponer un análisis con el objetivo de obtener una compatibilidad directa con la expresión 6.1. descrita en Denavit *et al.* (1955). Al mismo tiempo, que puedan emplearse como base los parámetros *D-H* para cada articulación del mecanismo en una cadena cinemática abierta.

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\operatorname{sen} \theta_i \cos \alpha_i & \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \operatorname{sen} \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \operatorname{sen} \alpha_i & a_i \operatorname{sen} \theta_i \\ 0 & \operatorname{sen} \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

La matriz de transformación homogénea final es el producto de cada una de las matrices homogéneas de cada articulación y que se muestra en la ecuación 6.2.

$${}^0T_n = \prod_{i=1}^n {}^{i-1}A_i \quad (6.2)$$

6.1. ESPECIFICACIONES DEL PROBLEMA: CINEMÁTICA DE MANIPULADORES BASADO EN CUATERNIONES DUALES

La cinemática de manipuladores robóticos a través del algebra matricial es sencilla de comprender, sin embargo, las consideraciones de ortogonalidad y singularidades en sistemas redundantes causan complicaciones en el momento de generar trayectorias que definan orientación y posición sin tener la necesidad de solucionarla a través de un enfoque inverso. No obstante el uso del cuaternión dual permite evitar este problema, e incluso su configuración presenta opciones de interpolación de una trayectoria entre dos puntos. Por lo tanto, es necesario presentar en una forma convencional el empleo de cuaterniones duales en la solución del problema cinemático a través de las consideraciones siguiente:

- El algebra del cuaternión dual es sencilla como el algebra matricial.
- Representan menor cantidad de operaciones en el cálculo que con matrices.
- Mantiene la ortogonalidad en la matriz.

Por lo anterior, el marco de referencia y las operaciones sobre el producto del cuaternión dual pueden simplificar el problema a pesar que el producto de estos no es conmutativo ni asociativo.



6.1.1. CINEMÁTICA DE MANIPULADORES BASADO EN CUATERNIONES DUALES

El algebra del cuatérnion es simple como el algebra matricial y algunos procedimientos representan menor cantidad de operaciones en el cálculo, además mantiene la ortogonalidad en la matriz. Por lo anterior, el marco de referencia y las operaciones sobre el producto del cuatérnion dual deben cuidarse porque el producto de estos no es conmutativo.

El desarrollo comienza en base a las cuatro transformaciones homogéneas en relación a una secuencia de rotación R_{z_{i-1}, θ_i} , traslación T_{z_{i-1}, d_i} , traslación T_{x_i, a_i} y rotación R_{x_i, α_i} respectivamente, originadas en la representación Denavit-Hartenberg (*D-H*). En forma similar se puede obtener a través de los cuatérniones una expresión para generar la parte dual y configurar un cuatérnion dual, este desarrollo es extenso y pretende obtener una rotación y una traslación.

En la figura 6.1 muestra un plano hipercomplejo en i, j y k como cuatérnion puro y como cuatérnion por cada vector relacionado con el eje real w , donde un cuatérnion puro cumple con alguna propiedades del producto vectorial.

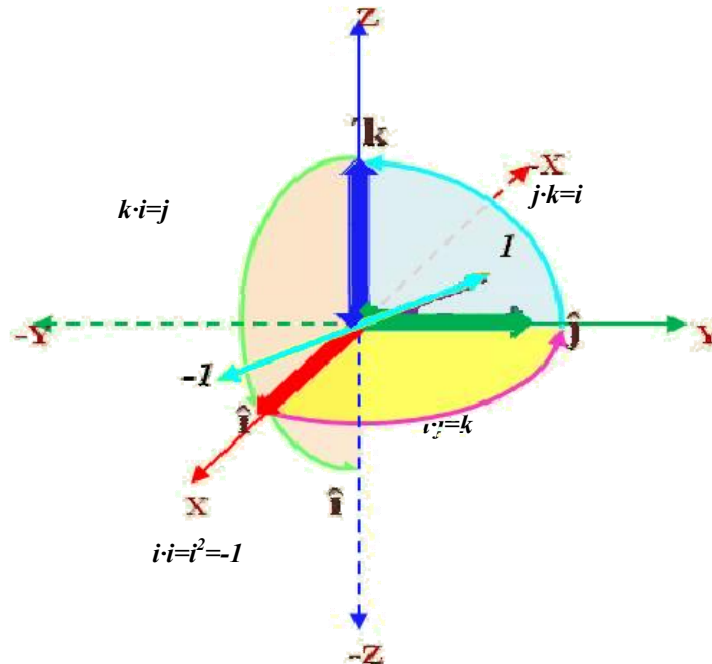


Figura 6.1. Plano Hipercomplejo.



La teoría del cuaternión es relativamente sencilla, sin embargo el interés principal es obtener un cuaternión dual que describa la rotación y traslación sobre un cuerpo rígido en base a un sistema de coordenadas como se muestra en la figura 6.2 y la figura 6.3.

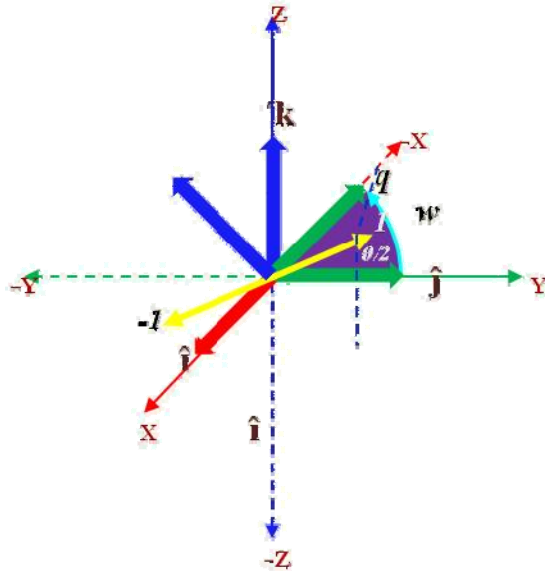


Figura 6.2. Rotación en i sobre x .

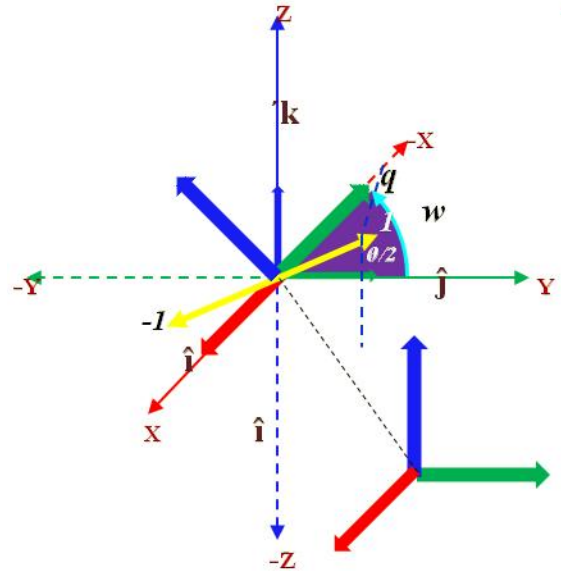


Figura 6.3. Traslación del sistema sobre x, y, z .

El sistema describe un elemento cuaternión q que tiene una rotación sobre el vector i y este puede ser expresado en cada uno de los vectores correspondiente con el plano w donde son relacionadas para tener desplazamientos en términos de cuaternión dual.

Esto se muestra en la ecuación 6.3 donde se describe un término de desplazamiento en el eje z de d unidades en forma análoga de un cuaternión identificado con la parte dual.

$$q_{z,d\epsilon} = 0 + \frac{d}{2} k\epsilon \quad (6.3)$$

Así, el producto de un cuaternión de rotación y la obtención de su parte dual de traslación se puede obtener en la expresión 6.4.

$$\epsilon \hat{q}_{z,d\epsilon} = q_{z,\theta} q_{z,d\epsilon} = \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) k \right) \left(0 + \frac{d}{2} k\epsilon \right) = \frac{d}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) k\epsilon - \frac{d}{2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \epsilon \quad (6.4)$$



Por lo tanto, el cuaternión dual $DQ_{z,\theta,d}$ que describe la rotación de θ sobre k seguida de una traslación en d unidades sobre el eje z se muestra en la ecuación 6.5.

$$DQ_{z,\theta,d} = \left[\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \quad \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)k \quad -\frac{d_i}{2} \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)\varepsilon \quad \frac{d_i}{2} \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right)k\varepsilon \right] \quad (6.5)$$

Por otro lado, para el desplazamiento en el eje x de a unidades en forma análoga de un cuaternión identificado con la parte dual.

$$q_{x,a\varepsilon} = 0 + \frac{a}{2}i\varepsilon \quad (6.6)$$

Así, el producto de un cuaternión de rotación y la obtención de su parte dual de traslación se puede obtener en la expresión 6.7.

$$\varepsilon \hat{q}_{x,a\varepsilon} = q_{x,\alpha} q_{x,a\varepsilon} = \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)i \right) \left(0 + \frac{d}{2}i\varepsilon \right) = \frac{a}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)i\varepsilon - \frac{a}{2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\varepsilon \quad (6.7)$$

Por lo tanto, el cuaternión dual $DQ_{z,\theta,d}$ que describe la rotación de α sobre i seguida de una traslación en a unidades sobre el eje z se muestra en la ecuación 6.8.

$$DQ_{x,a,\alpha} = \left[\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \quad \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)i \quad -\frac{a_i}{2} \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)\varepsilon \quad \frac{a_i}{2} \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)i\varepsilon \right] \quad (6.8)$$

Sin embargo, el producto de los cuaterniones duales tiene dos representaciones basadas en la propiedad de no ser conmutativo ni asociativo, es por ello que se propone un método simple para recordar las operaciones de los cuaterniones duales en cualquiera de los casos sin ser un experto vectorial.

Como primer paso, se contemplan las operaciones básicas de los cuaterniones con una pequeña tabulación, la cual es la base principal para multiplicar dos cuaterniones de manera sencilla. Se comienza tomando en cuenta el conjunto de los elementos complejos i, j, k , estos se repiten en seguida formando una línea principal para representar las operaciones de producto entre ellos, como se muestra en la figura 6.4.



Así, en la parte inferior de la línea principal muestra los resultados de dichas operaciones de éstas, realizadas en sentido de izquierda a derecha; en la parte superior se muestran también los resultados de las operaciones hechas en sentido derecho a izquierdo, mostrándose a la derecha todas aquellas operaciones del producto entre dos cuaterniones.

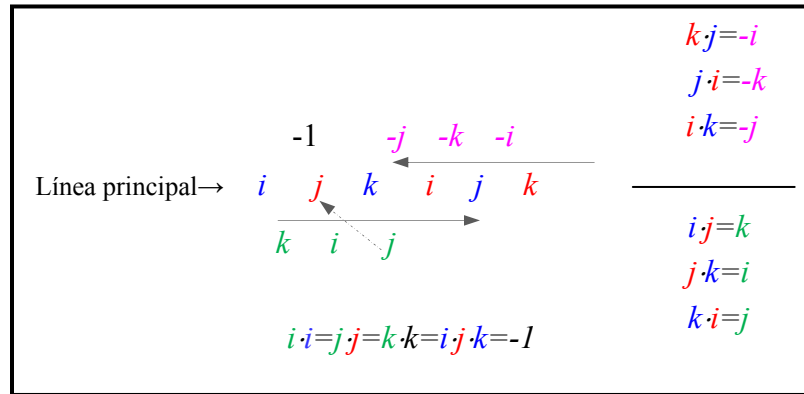


Figura 6.4. Producto del cuaternión.

Por ejemplo: Se toman de la línea principal los dos primeros elementos y se realiza en producto $ij=k$, el resultado se muestra en el primer elemento del conjunto mostrado por debajo de la línea principal, sucesivamente se realiza el mismo procedimiento para el siguiente par de elementos hasta obtener los mostrados en la figura 6.4. Posteriormente, bajo el mismo principio se colocan elementos complementarios, tales que permitan generalizar el producto, estos elementos complementarios se agregan en la figura 6.5.

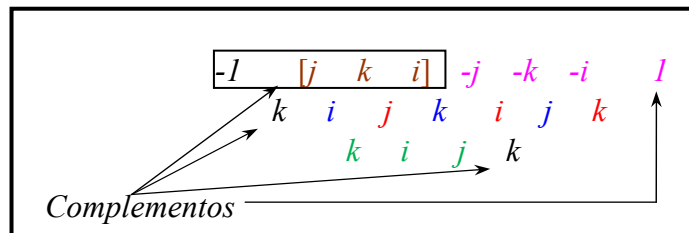


Figura 6.5. Elementos complementarios.

Una vez organizados dichos elementos, se pueden realizar las operaciones que requiere el producto de cuaterniones duales, incorporando el símbolo ε y cuya propiedad es $\varepsilon^2=0$. Así, es posible realizar el producto con ε de manera conmutativa frente a los operadores i, j, k .



Por lo tanto, las operaciones se elaboran en sentido de abajo-arriba-derecha-izquierda y abajo-arriba-izquierda-derecha, como se muestra en la figura 6.6.

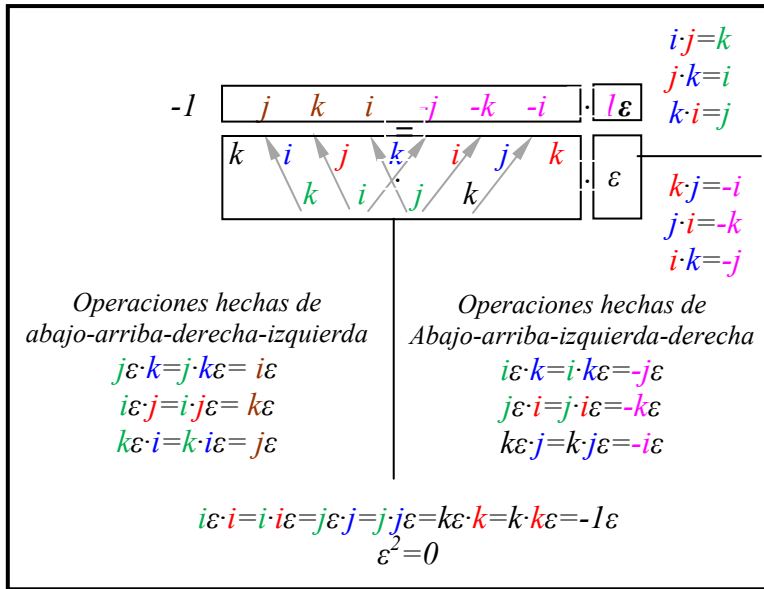


Tabla 6.1. Cuaternión dual.

q*p	p1.l	p2.i	p3.j	p4.k	p5.lε	p6.iε	p7.jε	p8.kε
q1.l	l	i	j	k	lε	iε	jε	kε
q2.i	i	-l	k	-j	iε	-lε	kε	-jε
q3.j	j	-k	-l	i	jε	-kε	-lε	iε
q4.k	k	j	-i	-l	kε	jε	-iε	-lε
q5.lε	lε	iε	jε	kε	0	0	0	0
q6.iε	iε	-lε	kε	-jε	0	0	0	0
q7.jε	jε	-kε	-lε	iε	0	0	0	0
q8.kε	kε	jε	-iε	-lε	0	0	0	0

Figura 6.6. Elementos complementarios.

Por ejemplo: Se realiza el producto del primer par de elementos en el sentido abajo-arriba-derecha-izquierda $j \varepsilon \cdot k = i \varepsilon$, donde el operador ε se encuentra frente al número complejo j , sin embargo, $j \cdot k \varepsilon = i \varepsilon$ tiene a ε frente al número complejo k , presentando en mismo resultado $i \varepsilon$.

En cambio, la operación $k \varepsilon \cdot j = -i \varepsilon$ realizada en el sentido abajo-arriba-izquierda-derecha del último par de elementos no es conmutativa pero el símbolo ε con los complejos k, j si lo es, así $k \cdot j \varepsilon = -i \varepsilon$. Por lo anterior, el producto de cuaterniones duales puede mostrarse en la tabla 6.1 y puede ser representada por la ecuación 6.9.

$$\begin{aligned}
 Q_l &= q_1 * p_1 - q_2 * p_2 - q_3 * p_3 - p_4 * p_4 \\
 Q_{2,i} &= q_2 * p_1 + q_1 * p_2 - q_4 * p_3 + p_3 * p_4 \\
 Q_{3,j} &= q_3 * p_1 + q_4 * p_2 + q_1 * p_3 - p_2 * p_4 \\
 Q_{4,k} &= q_4 * p_1 - q_3 * p_2 + q_2 * p_3 + p_1 * p_4 \\
 Q_{5,\varepsilon} &= q_5 * p_1 - q_6 * p_2 - q_7 * p_3 - p_8 * p_4 + q_1 * p_5 - q_2 * p_6 - q_3 * p_7 - q_4 * p_8 \\
 Q_{6,i\varepsilon} &= q_6 * p_1 + q_5 * p_2 - q_8 * p_3 + p_7 * p_4 + q_2 * p_5 + q_1 * p_6 - q_4 * p_7 + q_3 * p_8 \\
 Q_{7,j\varepsilon} &= q_7 * p_1 + q_8 * p_2 + q_5 * p_3 - p_6 * p_4 + q_3 * p_5 + q_4 * p_6 + q_1 * p_7 - q_2 * p_8 \\
 Q_{8,k\varepsilon} &= q_8 * p_1 - q_7 * p_2 + q_6 * p_3 + p_5 * p_4 + q_4 * p_5 - q_3 * p_6 + q_2 * p_7 + q_1 * p_8
 \end{aligned} \tag{6.9}$$



De modo que el producto resultante de las expresiones 6.5 y 6.8 se refleja en la ecuación 6.10.

$$DQ_{DH}^T = DQ_{z,\theta,a} DQ_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \hat{i} \\ \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \hat{j} \\ \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \hat{k} \\ \left(-\frac{d_i}{2} \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) - \frac{a_i}{2} \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)\right) \varepsilon \\ \left(-\frac{d_i}{2} \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) + \frac{a_i}{2} \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)\right) \hat{i} \varepsilon \\ \left(\frac{d_i}{2} \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) + \frac{a_i}{2} \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)\right) \hat{j} \varepsilon \\ \left(\frac{d_i}{2} \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) - \frac{a_i}{2} \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)\right) \hat{k} \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_w \\ q_x \\ q_y \\ q_z \\ q_{w\varepsilon} \\ q_{x\varepsilon} \\ q_{y\varepsilon} \\ q_{z\varepsilon} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Esta permite mantener las características del eslabón con respecto a un marco de referencia anterior y respecto a los movimientos relativos compatible con los parámetros $D-H$.

6.1.2. CUATERNIONES DUALES Y MATRICES DE TRASFORMACIÓN HOMOGÉNEA

La transformación de un cuaternión dual a una matriz de transformación homogénea es simple, sin embargo, obtener una equivalencia con la matriz de transformación homogénea representada por la convención $D-H$ tiene una parte compleja y ésta es el desplazamiento, el cual se demuestra en los siguientes desarrollos.

El producto de un cuaternión de referencia respecto a uno que gira en el espacio está representado en la ecuación 6.11, esto implica que los elementos se reorganicen de tal forma que pueda ser fácil de interpretar.

\times	1	i	j	k	A_1	A_2	A_3	A_4	
W	w	wi	wj	wk	$A1$	w	$-x$	$-y$	$-z$
Xi	xi	$-x$	xk	$-xj$	Ai	xi	wi	$-zi$	yi
Yj	yj	$-yk$	$-y$	yi	Aj	yj	zj	wj	$-xj$
Zk	zk	zj	$-zi$	$-z$	$\Rightarrow Ak$	zk	$-yk$	xk	wk

(6.11)



Por otro lado, el producto de un cuaternión que gira en el espacio respecto al cuaternión de referencia está representado en la ecuación 6.12, que de igual forma los elementos son reorganizados.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 \times & W & Xi & Yj & Zk & & B1 & Bi & Bj & Bk \\
 1 & w & xi & yj & zk & \Rightarrow & B_1 & w & xi & yj & zk \\
 i & wi & -x & yk & -zj & & B_2 & -x & wi & -zj & yk \\
 j & wj & -xk & -y & zi & & B_3 & -y & zi & wj & -xk \\
 k & wk & xj & -yi & -z & & B_4 & -z & -yi & xj & wk
 \end{array} \quad (6.12)$$

Reorganizadas en una forma matricial A y B pueden ser multiplicadas a través del algebra matricial, como se muestra en la ecuación 6.13 y su desarrollo en la 6.14 y 6.15.

$$A \times B = \begin{bmatrix} w & -x & -y & -z \\ x & w & -z & y \\ y & z & w & -x \\ z & -y & x & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w & x & y & z \\ -x & w & -z & y \\ -y & z & w & -x \\ -z & -y & x & w \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

$$M = \begin{bmatrix} w^2 + x^2 + y^2 + z^2 & wx - xw - yz + zy & wy + xz - yw - zx & wz - xy + yx - zw \\ xw - wx + zy - yz & w^2 + x^2 - y^2 - z^2 & xy - wz - zw + yx & xz + wy + zx + yw \\ yw - zx - wy + xz & yx + zw + wz + xy & w^2 - x^2 + y^2 - z^2 & yz + zy - wx - xw \\ zw + yx - xy - wz & zx - yw + xz - wy & zy + yz + xw + wx & w^2 - x^2 - y^2 + z^2 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

$$M = \begin{bmatrix} w^2 + x^2 + y^2 + z^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^2 + x^2 - y^2 - z^2 & 2xy - 2zw & xz + wy + zx + yw \\ 0 & 2xy + 2zw & w^2 - x^2 + y^2 - z^2 & yz + zy - wx - xw \\ 0 & 2xz - 2yw & 2yz + 2xy & w^2 - x^2 - y^2 + z^2 \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

La matriz M de la ecuación 6.16 puede simplificarse dividiendo entre $w^2 + x^2 + y^2 + z^2$.

$$M = \begin{bmatrix} \frac{w^2 + x^2 + y^2 + z^2}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{w^2 + x^2 - y^2 - z^2}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{2xy - 2zw}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{2yw + 2xz}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} \\ 0 & \frac{2xy + 2zw}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{w^2 - x^2 + y^2 - z^2}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{2yz - 2xw}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} \\ 0 & \frac{2xz - 2yw}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{2yz + 2xy}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{w^2 - x^2 - y^2 + z^2}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$



$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1 - 2(y^2 + z^2)}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{2xy - 2zw}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{2yw + 2xz}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} \\ 0 & \frac{2(xy + zw)}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{1 - 2(x^2 + z^2)}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{2yz - 2xw}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} \\ 0 & \frac{2(xz - yw)}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{2yz + 2xy}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} & \frac{1 - 2(x^2 + y^2)}{w^2 + x^2 + y^2 + z^2} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Se sabe que $w^2 + x_i^2 + y_j^2 + z_k^2 = 1$, entonces la ecuación 6.17 puede ser representada por la 6.18 y a través de ésta se transforma de un cuaternión a una matriz de rotación y mediante las identidades conocidas se podrá desarrollar la expresión 6.10.

$$R = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_y^2 + q_z^2) & 2(q_x q_y - q_z q_w) & 2(q_x q_z + q_y q_w) \\ 2(q_x q_y + q_z q_w) & 1 - 2(q_x^2 + q_z^2) & 2(q_y q_z - q_x q_w) \\ 2(q_x q_z - q_y q_w) & 2(q_y q_z + q_x q_w) & 1 - 2(q_x^2 + q_y^2) \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Empleando las identidades trigonométricas descritas por las ecuaciones 6.19, 6.20, 6.21, 6.22 6.23 y 6.24, son suficientes para reducir cada término de la ecuación 6.18.

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad (6.19)$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad (6.20)$$

$$\cos(x)\cos(y) = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2} \quad (6.21)$$

$$\sin(x)\sin(y) = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2} \quad (6.22)$$

$$\sin(x)\cos(y) = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2} \quad (6.23)$$

$$\cos(x)\sin(y) = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2} \quad (6.24)$$

Tomando la parte real de la ecuación 6.10 y substituyendo en la ecuación 6.18 se tiene para cada término del primer renglón en la matriz R la simplificación siguiente:

$$R(1,1) = 1 - 2(q_y^2 + q_z^2) = 1 - 2\left(\left(-\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)\right)^2 + \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)\right)^2\right)$$



$$\begin{aligned}
&= 1 - 2 \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)^2 \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)^2 + \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)^2 \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)^2 \right) = 1 - 2 \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)^2 \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)^2 + \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)^2 \right) \right) \\
&= 1 - 2 \left(\left(\sqrt{\frac{1 - \cos \theta_i}{2}} \right)^2 \right) = 1 - 2 \left(\frac{1 - \cos \theta_i}{2} \right) = 1 - \left(\frac{2 - 2 \cos \theta_i}{2} \right) = \frac{2 - 2 + 2 \cos \theta_i}{2} = \cos(\theta_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R(1,2) &= 2(q_x q_y - q_z q_w) = 2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right) \\
&= 2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 - \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 \right) \\
&= 2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\frac{1 - \cos(\alpha_i)}{2} \right) - \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\frac{1 + \cos(\alpha_i)}{2} \right) \right) \\
&= \frac{2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}{2} - \frac{2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}{2} - \frac{2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \\
&= -\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) = \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left(-\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right) \\
&= \left(\cos(\alpha_i) \left(-2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right) \right) = \left(\cos(\alpha) \left(-2 \frac{\sin\left(\frac{\theta_i + \theta_i}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_i - \theta_i}{2}\right)}{2} \right) \right) = -\sin(\theta_i) \cos(\alpha_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R(1,3) &= 2(q_x q_z + q_y q_w) = 2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right) \\
&= 4 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) = 4 \left[\left(\frac{\sin\left(\frac{\theta_i + \theta_i}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_i - \theta_i}{2}\right)}{2} \right) \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha_i + \alpha_i}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha_i - \alpha_i}{2}\right)}{2} \right) \right] \\
&= 4 \left(\frac{\sin(\theta) \sin(\alpha)}{4} \right) = \sin(\theta_i) \sin(\alpha_i)
\end{aligned}$$

Para los elementos del segundo renglón de la matriz R .

$$\begin{aligned}
R(2,1) &= 2(q_x q_y + q_z q_w) = 2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right) \\
&= 2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 + \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 \right)
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= 2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\frac{1 - \cos(\alpha_i)}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\frac{1 + \cos(\alpha_i)}{2}\right) \right) \\
&= \frac{2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}{2} - \frac{2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} + \frac{2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}{2} + \frac{2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \\
&= 2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right) = 2 \frac{\sin\left(\frac{\theta_i}{2} + \frac{\theta_i}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_i}{2} - \frac{\theta_i}{2}\right)}{2} = \sin(\theta_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R(2,2) &= 1 - 2(q_x^2 + q_z^2) = 1 - 2 \left(\left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 + \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 \right) \\
&= 1 - 2 \left(\left(\frac{1 + \cos(\theta_i)}{2} \right) \left(\frac{1 - \cos(\alpha_i)}{2} \right) + \left(\frac{1 - \cos(\theta_i)}{2} \right) \left(\frac{1 + \cos(\alpha_i)}{2} \right) \right) \\
&= 1 - 2 \left(\left(\frac{1 - \cos(\alpha_i) + \cos(\theta_i) - \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i)}{4} \right) + \left(\frac{1 + \cos(\alpha_i) - \cos(\theta_i) - \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i)}{4} \right) \right) \\
&= 1 - 2 \frac{2 - 2 \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i)}{4} = \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R(2,3) &= 2(q_y q_z - q_x q_w) = 2 \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right) \\
&= 2 \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 - \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \right) \\
&= 2 \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left(\frac{1 - \cos(\theta_i)}{2} \right) - \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left(\frac{1 + \cos(\theta_i)}{2} \right) \right) \\
&= \frac{2 \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{2 \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \\
&= \left(-2 \cos(\theta_i) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right) = \left(-2 \cos(\theta) \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha_i}{2} + \frac{\alpha_i}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha_i}{2} - \frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right) \right) = -\cos(\theta_i) \sin(\alpha_i)
\end{aligned}$$

Para los elementos del tercer renglón de la matriz R .

$$R(3,1) = 2(q_x q_z - q_y q_w) = 2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right) = 0$$



$$\begin{aligned}
R(3,2) &= 2(q_y q_z + q_x q_w) = 2 \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right) \\
&= 2 \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 + \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \right) \\
&= 2 \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left(\left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 + \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \right) \right) = 2 \frac{\sin\left(\frac{\alpha_i}{2} + \frac{\alpha_i}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha_i}{2} - \frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} = \sin(\alpha_i) \\
R(3,3) &= 1 - 2(q_x^2 + q_y^2) = 1 - 2 \left(\left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 + \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 \right) \\
&= 1 - 2 \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)^2 \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right)^2 + \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)^2 \right) \right) = 1 - 2 \left(\frac{1 - \cos \alpha_i}{2} \right) = \frac{2 - 2 + 2 \cos \alpha_i}{2} = \cos(\alpha_i)
\end{aligned}$$

Finalmente, los elementos obtenidos son validados para la matriz de transformación homogénea con respecto a la orientación definida en la ecuación 6.1 de acuerdo a la convención *D-H*.

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i) \sin(\alpha_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i) \sin(\alpha_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\theta_i) \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

Sin embargo, los elementos de la columna de traslación en la matriz homogénea de 4x4 son más complejos de visualizar. Para ello, se toma la parte dual de la ecuación 6.10 y en base a la matriz asimétrica 2.26, se emplea su transpuesta para transformar la parte dual del cuaternión dual en un vector de traslación que describe el posicionamiento sobre los ejes principales como se muestra en la figura 6.3.

$$H^+ = \begin{pmatrix} 0 & -t_x & -t_y & -t_z \\ t_x & 0 & -t_z & t_y \\ t_y & t_z & 0 & -t_x \\ t_z & -t_y & t_x & 0 \end{pmatrix} \quad (6.26) \quad ; \quad H^- = H^{+T} = \begin{pmatrix} 0 & t_x & t_y & t_z \\ -t_x & 0 & t_z & -t_y \\ -t_y & -t_z & 0 & t_x \\ -t_z & t_y & -t_x & 0 \end{pmatrix} \quad (6.27)$$

En una representación matricial por cada componente se tiene:

$$H_x^- = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad H_y^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad H_z^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Así, la matriz asimétrica H es complemento de la ecuación 6.18 que transforma de un cuaternión dual a un punto en el espacio cartesiano.

$$t = \hat{q}_0 2H^{-1} \varepsilon \hat{q}_\varepsilon^T \quad (6.28)$$

No obstante, la ecuación 6.29 necesita ser caracterizada en sus elementos básicos para operar. Por lo tanto, para encontrar la traslación sobre el eje x se obtiene como:

$$t_x = \hat{q}_0 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \varepsilon \hat{q}_\varepsilon^T \quad (6.29)$$

Donde el producto resultante es:

$$t_x = \begin{bmatrix} -2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{-d_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{a_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \\ + 2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{-d_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} + \frac{a_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \\ - 2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{d_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} + \frac{a_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \\ + 2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{d_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{a_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Simplificando la ecuación 6.30 se obtiene la ecuación 6.31.

$$\begin{aligned} t_x &= a_i \left[\left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 + \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 - \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 - \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 \right] \\ &= a_i \left[\cos^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\sin^2\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right) - \sin^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\cos^2\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right) \right] \\ &= a_i \left[\left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 - \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \right] = a_i \left[\left(\frac{1 + \cos(\theta_i)}{2} \right) - \left(\frac{1 - \cos(\theta_i)}{2} \right) \right] = a_i \frac{2 \cos \theta_i}{2} = a_i \cos(\theta_i) \end{aligned} \quad (6.31)$$



Esta es la expresión del primer elemento de la cuarta columna de la expresión 6.1.

$$R(1,4) = t_x = a_i \cos(\theta_i)$$

La traslación sobre el eje y se obtiene por la misma forma que la expresión anterior.

$$t_y = \hat{q}_0 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathcal{E} \hat{q}_\varepsilon^T \quad (6.32)$$

$$t_y = \begin{bmatrix} -2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{-d_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{a_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \\ + 2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{-d_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} + \frac{a_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \\ + 2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{d_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} + \frac{a_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \\ - 2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{d_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{a_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

Simplificando la expresión 6.33, se obtiene la ecuación 6.34.

$$\begin{aligned} t_y &= a_i \left[2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)\right)^2 + 2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)\right)^2 \right] \\ &= a_i \left[2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right] = a_i \left[2 \frac{\left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2} + \frac{\theta_i}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_i}{2} - \frac{\theta_i}{2}\right) \right)}{2} \right] = a_i \sin(\theta_i) \end{aligned} \quad (6.34)$$

Esta es la expresión del segundo elemento de la cuarta columna en la expresión 6.1.

$$R(2,4) = t_y = a_i \sin(\theta_i)$$



Finalmente, para la traslación calcular el desplazamiento sobre el eje Z, se realiza de manera similar el procedimiento anterior y se obtiene:

$$t_z = \hat{q}_0 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathcal{E} \hat{q}_\varepsilon^T \quad (6.35)$$

$$t_z = \begin{bmatrix} -2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{-d_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{a_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \\ -2 \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{-d_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} + \frac{a_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \\ + 2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{d_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} + \frac{a_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \\ + 2 \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \left[\frac{d_i \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} - \frac{a_i \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)}{2} \right] \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

Simplificando la expresión 6.36.

$$\begin{aligned} t_z &= d_i \left[\left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \left(\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 + \left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 + \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 + \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \left(\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 \right] \\ &= d_i \left[\left(\sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \left[\left(\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 + \left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 \right] + \left(\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \right)^2 \left[\left(\sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 + \left(\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right)^2 \right] \right] = d_i \end{aligned} \quad (6.37)$$

Esta es la expresión del tercer elemento de la cuarta columna en la expresión 6.1.

$$R(3,4) = t_z = d_i$$



Así, se complementan los elementos integrantes de la 6.1.

$$R(1,4) = t_x = a_i \cos(\theta_i)$$

$$R(2,4) = t_y = a_i \sin(\theta_i)$$

$$R(3,4) = t_z = d_i$$

Donde la matriz de transformación homogénea, es comúnmente utilizada para la representación de posición-orientación de mecanismos articulados.

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\theta_i) & d_i \\ [0 & 0 & 0] & 1 \end{bmatrix}$$

6.2. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS

La implementación de los cuaterniones duales para el diseño de ecuaciones cinemáticas en mecanismos articulados ofrece una solución rápida en aplicaciones de cómputo tanto en la generación de las ecuaciones por articulación como en el corto tiempo de obtención y su resultado es fácil en demostrar al igual que su visualización. Todos los algoritmos se programaron en MATLAB[®].

CASO I: Para un manipulador robótico de dos grados de libertad no redundante plano como se muestra en la figura 6.7 y donde los parámetros *D-H* se muestran en la tabla 6.2, se obtienen las ecuaciones de la cinemática directa a través de cuaterniones duales.

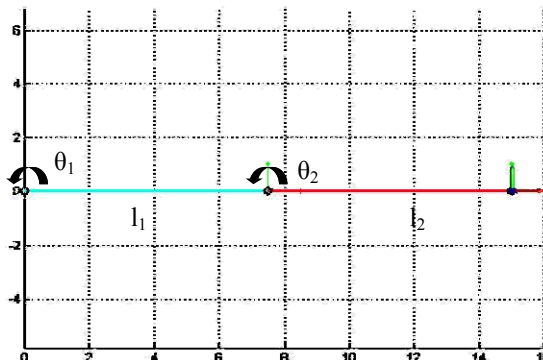


Figura 6.7. Robot de dos grados de libertad.

Tabla 6.2. Parámetros $D-H$ de un mecanismo articulado de dos grados de libertad.

i	θ	α	a	d
1	θ_1	0	l_1	0
2	θ_2	0	l_2	0

Substituyendo los parámetros de la tabla en la ecuación 6.9, se obtiene para cada articulación las expresiones 6.38 y 6.39 respectivamente.

$${}^0DQ_1^{DH} = \left[\cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)k \quad \frac{l_1}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)i\varepsilon \quad \frac{l_1}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)j\varepsilon \right] \quad (6.38)$$

$${}^1DQ_2^{DH} = \left[\cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \quad \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)k \quad \frac{l_2}{2} \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right)i\varepsilon \quad \frac{l_2}{2} \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)j\varepsilon \right] \quad (6.39)$$

El producto de estos dos cuatrniones duales dará como resultado un tercer cuatrnión dual que representa la posición y orientación de la herramienta sobre el manipulador y el cual e muestra en la ecuación 6.40.

$${}^0DQ_2^{DH} = \left[\cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \quad \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)k \quad \left(\frac{l_1}{2} \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) + \frac{l_2}{2} \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)\right)i\varepsilon \quad \left(\frac{l_1}{2} \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) + \frac{l_2}{2} \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)\right)j\varepsilon \right] \quad (6.40)$$

Transformando de cuatrnión dual a matriz de transformación homogénea se obtiene:

$$T = \begin{bmatrix} 1 - 2 \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)^2 & -2 \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) & 0 & 2 \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \left(\frac{l_1}{2} \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) + \frac{l_2}{2} \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)\right) \\ 2 \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) & 1 - 2 \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)^2 & 0 & -2 \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \left(\frac{l_1}{2} \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) + \frac{l_2}{2} \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)\right) \\ 0 & 0 & 1 & 2 \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \left(\frac{l_1}{2} \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) + \frac{l_2}{2} \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)\right) \\ 0 & 0 & 0 & + 2 \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \left(\frac{l_1}{2} \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) + \frac{l_2}{2} \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)\right) \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

Simplificando la ecuación 6.41 a través de las identidades se llega a expresión conocida y mostrada en la ecuación 6.42.

$${}^0T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.42)$$



Por lo tanto, se puede observar que existe una total relación matemática entre un cuaternión dual y la matriz de transformación homogénea debido a su ortogonalidad.

CASO II: En este análisis la solución a la cinemática de manipuladores robóticos es realizada a través de cuaterniones duales empleando los parámetros propuestos por Sahul *et al.* (2008a) mostrados en la tabla 6.3 para un mecanismo articulado de tres grados de libertad.

Tabla 6.3. Parámetros *D-H* de Sahul *et al.* (2008a) para un mecanismo articulado.

<i>i</i>	θ	α	<i>a</i>	<i>d</i>
1	$\theta_1=\pi/2$	$-\pi/2$	0	0
2	$\theta_2=0$	0	431.8	149.09
3	$\theta_3=\pi/2$	$\pi/2$	-20.32	0

Los parámetros *D-H* de la tabla 6.3 presentan un resultado que se muestra en la figura 6.8.

$$T = {}^0T_1 \times {}^1T_2 \times {}^2T_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -149.09 \\ 0 & 0 & 1 & 431.8 \\ -1 & 0 & 0 & 20.32 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Figura 6.8. Matriz resultante obtenida por Sahul *et al.* (2008).

Para desarrollar cada termino, se substituyen los parámetros en la ecuación 6.10y se obtienen los cuaterniones duales de cada articulación dejando la variable angular como una literal. El resultado se muestra en 6.43, 6.44 y 6.45 respectivamente.

$${}^0DQ_i^{DH} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)i \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)j \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)k \quad 0\epsilon \quad 0i\epsilon \quad 0j\epsilon \quad 0k\epsilon \right] \quad (6.43)$$

$${}^1DQ_2^{DH} = \left[\cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \quad 0i \quad 0j \quad \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)k \quad -74.545 \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)\epsilon \quad 215.9 \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right)i\epsilon \quad 215.9 \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)j\epsilon \quad 74.545 \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right)k\epsilon \right] \quad (6.44)$$

$${}^2DQ_3^{DH} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right)i \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)j \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)k \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right)\epsilon \quad -5.08\sqrt{2} \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right)i\epsilon \quad -5.08\sqrt{2} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)j\epsilon \quad 5.08\sqrt{2} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)k\epsilon \right] \quad (6.45)$$

El producto de los tres cuaterniones duales se lleva a cabo en la 6.46 y representas las rotaciones relativas de todos los elementos eslabonados con respecto a un marco de referencia.

$${}^0DQ_i^{DH} = \prod_{i=1}^n {}^{i-1}DQ_i^{DH} = {}^0DQ_1^{DH} {}^1DQ_2^{DH} {}^2DQ_3^{DH} \quad (6.46)$$



Las ecuaciones de diseño en términos de cuaterniones duales se muestran en 6.47, donde existe una relación única entre rotación por parte de los primeros cuatro elementos y desplazamiento representado por la parte dual.

$${}^0DQ_{3DU}^T = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_2 + \theta_3}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\theta_2 + \theta_3}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \hat{i} \\ \sin\left(\frac{\theta_2 + \theta_3}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \hat{j} \\ \cos\left(\frac{\theta_2 + \theta_3}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \hat{k} \\ \left(205.74 \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) - 74.545 \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) - 226.06 \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right) - 74.545 \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)\right) \varepsilon \\ \left(205.74 \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right) - 74.545 \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + 226.06 \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right) + 74.545 \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)\right) \hat{\varepsilon} \\ \left(74.545 \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right) + 205.74 \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) - 74.545 \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right) + 226.06 \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)\right) \hat{\varepsilon} \\ \left(226.06 \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right) - 205.74 \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) - 74.545 \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right) - 74.545 \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)\right) \hat{\varepsilon} \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

Su conversión a una matriz de transformación homogénea se define en 6.48.

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) & -\text{sen} \theta_1 & \cos \theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) & -149.09 \sin \theta_1 + 431.8 \cos \theta_1 \cos \theta_2 - 20.32 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 + 20.32 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \\ \sin \theta_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) & 149.09 \cos \theta_1 + 431.8 \sin \theta_1 \cos \theta_2 - 20.32 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 + 20.32 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \\ -\sin(\theta_2 + \theta_3) & 0 & \cos(\theta_2 + \theta_3) & 20.32 \sin(\theta_2 + \theta_3) - 431.8 \text{sen} \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

En términos de una solución numérica se muestran en la tabla 6.4.

Tabla 6.4. Cuaternión dual para cada articulación.

<i>i-ésimo</i>	<i>w</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	ε	<i>iε</i>	<i>jε</i>	<i>kε</i>
0DQ_1	0.5	-0.5	-0.5	0.5	0	0	0	0
1DQ_2	1	0	0	0	0	215.9	0	74.545
2DQ_3	0.5	0.5	0.5	0.5	5.08	-5.08	-5.08	5.08
0DQ_3	0.5	-0.5	0.5	0.5	-150.3025	65.5975	140.1425	75.7575

Transformando el cuaternión dual a matriz de transformación homogénea, se tiene:

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -149.09 \\ 0 & 0 & 1 & 431.8 \\ -1 & 0 & 0 & 20.32 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.49)$$



En la figura 6.8 se muestra el mecanismo obtenido según 6.49.

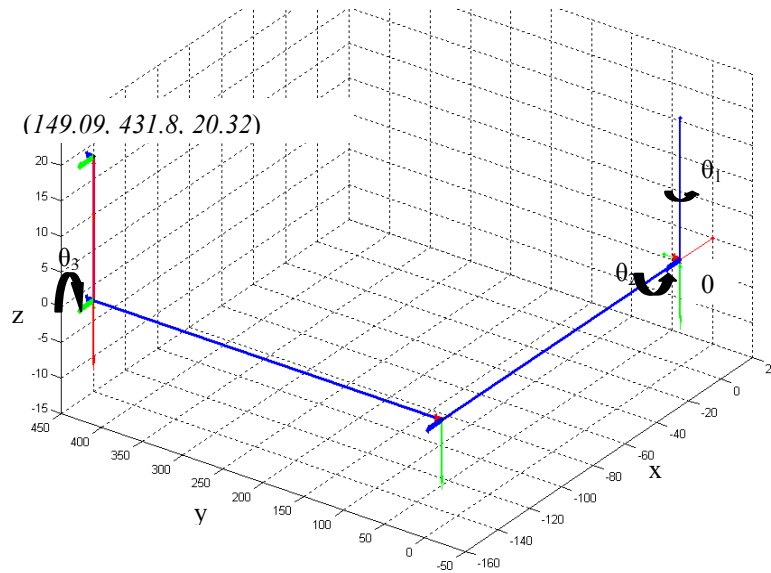


Figura 6.8. Robot de tres grados de libertad.

Se puede observar que la metodología empleada ofrece resultados iguales a la metodología propuesta por Sahul *et al.* (2008a), en donde se utiliza cuaterniones para realizar rotaciones empleando los parámetros *D-H*.

CASO III: Los parámetros *D-H* referentes al trabajo de Husty *et al.* (2007) que desarrolló un caso numérico es tomado para su análisis. Cabe señalar que no se está solucionando el problema cinemático inverso, sino validando la metodología propuesta, debido a que los resultados obtenidos en el trabajo de comparación la cinemática es resuelta a través de la operación de cuaterniones dobles, diferente a los cuaterniones duales empleados en esta metodología.

Tabla 6.5. Parámetros *D-H* de Husty *et al.* (2007) para un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

i	θ	α	a	d
1	$\theta_1 = -\pi/6$	$-\pi/6$	10	100
2	$\theta_2 = \pi/2$	$\pi/6$	100	50
3	$\theta_3 = -\pi/3$	$-\pi/3$	150	50
4	$\theta_4 = \pi/2$	$-\pi/6$	20	-50
5	$\theta_5 = \pi/6$	$-\pi/6$	5	-20
6	$\theta_6 = -\pi/6$	$-\pi/4$	20	10



Los parámetros $D-H$ de la tabla 6.5 presentan un resultado que se muestra en la figura 6.9, donde la primera columna hace referencia a la posición y las otras tres columnas de la derecha señalan la orientación del efector final.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3395}{128} + \frac{7005\sqrt{3}}{64} & -\frac{59\sqrt{3}}{512} + \frac{177}{256} & -\frac{\sqrt{2}(114\sqrt{3}+433)}{1024} & \frac{\sqrt{2}(66\sqrt{3}-115)}{1024} \\ \frac{4155\sqrt{3}}{128} + \frac{5455}{64} & \frac{57\sqrt{3}}{256} + \frac{39}{512} & \frac{\sqrt{2}(39\sqrt{3}+122)}{1024} & \frac{\sqrt{2}(21\sqrt{3}-650)}{1024} \\ \frac{1845\sqrt{3}}{64} - \frac{695}{32} & \frac{15\sqrt{3}}{128} + \frac{137}{256} & -\frac{\sqrt{2}(55\sqrt{3}-246)}{512} & \frac{\sqrt{2}(59\sqrt{3}+90)}{512} \end{bmatrix}$$

Figura 6.9. Matriz resultante obtenida en Husty *et al* (2007).

Basado en los parámetros de la tabla 6.5 se obtienen numéricamente los cuaterniones duales para cada articulación y se muestran en la tabla 6.6.

Tabla 6.6. Cuaternión dual para cada articulación.

i -ésimo	w	i	j	k	ε	$i\varepsilon$	$j\varepsilon$	$k\varepsilon$
0DQ_1	0.93301	-13.75	-26.22595	-0.25	0.68301	11.40544	3.1250	-0.0990
1DQ_2	-0.25	46.31569	29.57531	-0.43301	-0.18301	-15.24519	1.6627	-0.2391
2DQ_3	0.06698	0.68301	38.72595	-21.65063	-0.18301	0.93301	3.1250	-2.5009
3DQ_4	-0.25	0.18301	7.92468	62.5	0.68301	-0.25	-9.1627	9.4192
4DQ_5	13.75	0.18301	0.75	-21.65063	18.90544	-0.06698	0.8924	-0.5430
5DQ_6	1.31569	0.68301	0.43301	37.5	2.25480	.25	0.3696	5.4525
0DQ_6	0.7557	0.4181	-0.2445	0.4408	-34.0998	116.2835	11.7190	-45.3279

Transformando el cuaternión dual resultante en una matriz de transformación homogénea se tiene la expresión 6.50 y se valida el método de este trabajo para mecanismos articulados espaciales.

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} 0.491814457721555 & -0.870699514828938 & -0.000945543602750121 & 216.101811047187 \\ 0.461823812622758 & 0.261781400955138 & -0.847460479437564 & 141.458368011318 \\ 0.738130954011978 & 0.416356641583412 & 0.530857647339426 & 28.2130271869466 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.50)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 216.101811047187 & 0.491814457721555 & -0.870699514828938 & -0.000945543602750121 \\ 141.458368011318 & 0.461823812622758 & 0.261781400955138 & -0.847460479437564 \\ 28.2130271869466 & 0.738130954011978 & 0.416356641583412 & 0.530857647339426 \end{bmatrix} \quad (6.51)$$



Por lo tanto, las soluciones numéricas de las ecuaciones 6.50 y 6.51 son idénticas, aunque la configuración presentada en cada trabajo es distinta debido a su metodología empleada.

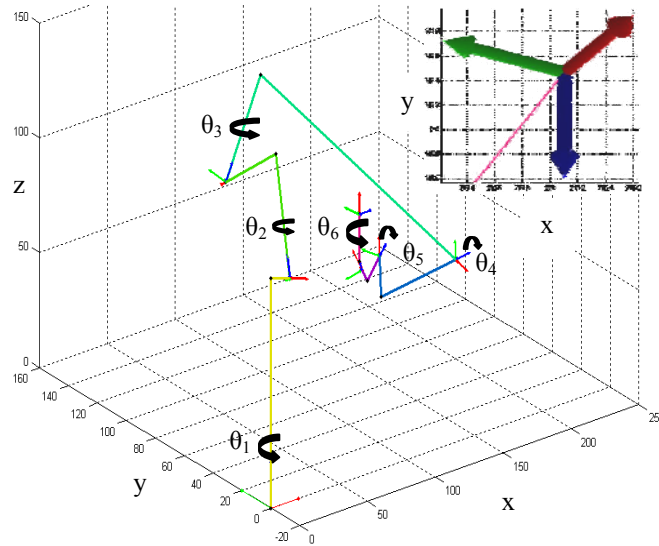


Figura 6.10. Posición/orientación del sistema de coordenadas final.

CASO IV: La metodología se generaliza para cualquier tipo de manipulador robótico con pares cinemáticos de revolución/prismático, para ejemplo la solución directa clásica de un robot PUMA. En la figura 6.11 se muestra el sistema de coordenadas para cada articulación.

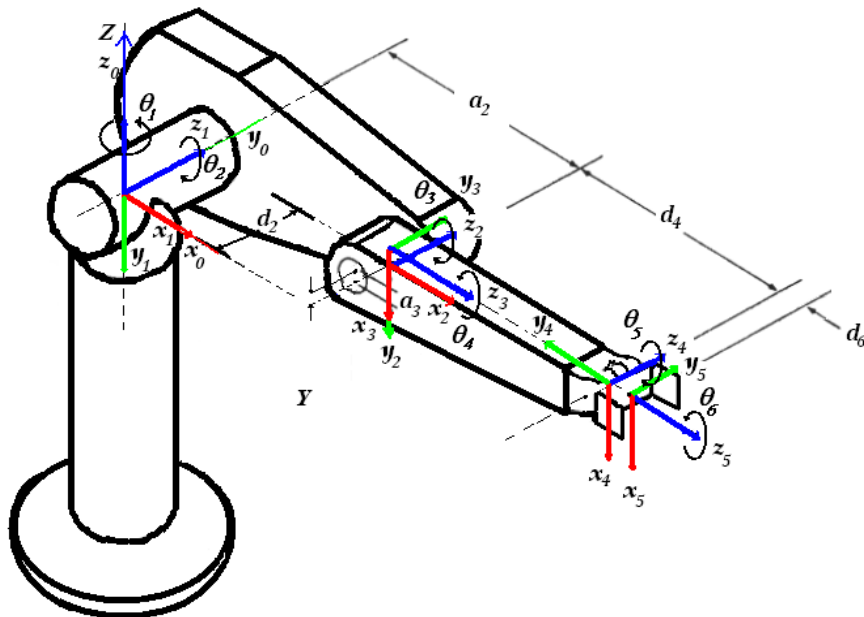


Figura 6.11. Sistema de coordenadas para el robot PUMA.

Tabla 6.7. Parámetros $D-H$ del robot PUMA de seis grados de libertad.

i	θ	α	a	d
1	$\theta_1=0$	$-\pi/0$	0	0
2	$\theta_2=0$	0	a_2	d_2
3	$\theta_3=\pi/2$	$\pi/2$	a_3	0
4	$\theta_4=0$	$-\pi/2$	0	d_4
5	$\theta_5=0$	$\pi/2$	0	0
6	$\theta_6=0$	0	0	d_6

De acuerdo a los parámetros de la tabla 6.7 se obtienen las ecuaciones de cada articulación en términos de cuaterniones duales como:

$${}^0DQ_1^{DH} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)_i \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)_j \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)_k \quad 0_\varepsilon \quad 0i_\varepsilon \quad 0j_\varepsilon \quad 0k_\varepsilon \right] \quad (6.52)$$

$${}^1DQ_2^{DH} = \left[\cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \quad 0i \quad 0j \quad \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)_k \quad -\frac{d_2}{2} \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)_\varepsilon \quad \frac{a_2}{2} \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right)_{i\varepsilon} \quad \frac{a_2}{2} \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)_{j\varepsilon} \quad \frac{d_2}{2} \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right)_{k\varepsilon} \right] \quad (6.53)$$

$${}^2DQ_3^{DH} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right)_i \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)_j \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)_k \quad -\frac{a_3\sqrt{2}}{4} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)_\varepsilon \quad \frac{a_3\sqrt{2}}{4} \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right)_{i\varepsilon} \quad \frac{a_3\sqrt{2}}{4} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)_{j\varepsilon} \quad \frac{a_3\sqrt{2}}{4} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)_{k\varepsilon} \right] \quad (6.54)$$

$${}^3DQ_4^{DH} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right)_i \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right)_j \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right)_k \quad -\frac{d_4\sqrt{2}}{4} \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right)_\varepsilon \quad \frac{d_4\sqrt{2}}{4} \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right)_{i\varepsilon} \quad \frac{d_4\sqrt{2}}{4} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right)_{j\varepsilon} \quad \frac{d_4\sqrt{2}}{4} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right)_{k\varepsilon} \right] \quad (6.55)$$

$${}^4DQ_5^{DH} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_5}{2}\right) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_5}{2}\right)_i \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_5}{2}\right)_j \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_5}{2}\right)_k \quad 0_\varepsilon \quad 0i_\varepsilon \quad 0j_\varepsilon \quad 0k_\varepsilon \right] \quad (6.56)$$

$${}^5DQ_6^{DH} = \left[\cos\left(\frac{\theta_6}{2}\right) \quad 0i \quad 0j \quad \sin\left(\frac{\theta_6}{2}\right)_k \quad -\frac{d_6}{2} \sin\left(\frac{\theta_6}{2}\right)_\varepsilon \quad 0i_\varepsilon \quad 0j_\varepsilon \quad \frac{d_6}{2} \cos\left(\frac{\theta_6}{2}\right)_{k\varepsilon} \right] \quad (6.57)$$

Consecuentemente se realizan el producto de estos como en la ecuación 6.46. Donde se muestran la relación entre rotaciones de todas las articulaciones en los primeros cuatro elementos del cuaternión dual q_w, q_x, q_y , y q_z .

$$q^w = \frac{1}{4} \left(\begin{array}{l} \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 + \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6}{2}\right) - \\ \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6}{2}\right) \end{array} \right) \quad (6.58)$$

$$q^x = \frac{1}{4} \left(\begin{array}{l} \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \\ \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) \end{array} \right) \quad (6.59)$$

$$q^y = \frac{1}{4} \left(\begin{array}{l} \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \\ \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) \end{array} \right) \quad (6.60)$$

$$q^z = \frac{1}{4} \left(\begin{array}{l} \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 + \theta_6}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6}{2}\right) - \\ \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6}{2}\right) \end{array} \right) \quad (6.61)$$



$$\begin{aligned}
q^{\varepsilon} = & \frac{a_2}{8} \left(\frac{\sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \right. \\
& \left. \frac{\sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) \right) + \\
& \frac{a_3}{8} \left(\frac{\sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \right. \\
& \left. \frac{\sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) \right) + \\
& \frac{d_2}{8} \left(\frac{\cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \right. \\
& \left. \frac{\cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) \right) + \\
& \frac{d_4}{8} \left(\frac{\cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \right. \\
& \left. \frac{\cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) \right) + \\
& \frac{d_6}{8} \left(\frac{-\cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \right. \\
& \left. \frac{\cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 - \theta_6}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6}{2}\right) \right)
\end{aligned} \tag{6.65}$$

Las ecuaciones son mostradas en forma extensa para observar la intuitiva relación de orientación/posición expresado en un cuaternión dual. Sin embargo, puede mostrarse a través de la evaluación numérica siguientes: $\theta_1=90$, $\theta_2=0$, $\theta_3=90$, $\theta_4=0$, $\theta_5=0$, $\theta_6=0$, $a_2=431.8$, $a_3=-20.32$, $d_2=149.09$, $d_4=433.07$, $d_6=56.25$. El resultado se muestra en la ecuación 6.66.

$${}^0DQ_6^{DH} = [0.5 \quad -0.5i \quad 0.5j \quad 0.5k \quad -272.6325\varepsilon \quad 187.9275i\varepsilon \quad 262.4725j\varepsilon \quad 198.0875k\varepsilon] \tag{6.66}$$

Su representación en una matriz homogénea es:

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -149.09 \\ 0 & 0 & 1 & 921.12 \\ -1 & 0 & 0 & 20.32 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6.67}$$

El análisis algebraico en la solución a la cinemática directa es fácil y conforme aumentan los grados de libertad, aumenta la cantidad de elementos a tratar y a simplificar, pero esto no es imposible. Por otro lado, la cantidad de operaciones entre el producto de dos cuaterniones duales consta de un total de 88 a comparación de 104 que necesitan el producto de dos matrices homogéneas de 4x4, donde son 48 multiplicaciones, 22 sumas y 18 restas por parte del cuaternión dual por un total de 64 multiplicaciones y 40 sumas en las matrices homogéneas, es decir, que el producto de cuaterniones duales presenta un 15% menos en operaciones generales por un 25% menos en multiplicaciones respecto a el producto de matrices.



6.3. DISCUSIÓN

El método desarrollado presenta grandes ventajas cuando se aplica a mecanismos articulados de gran número de grados de libertad en casos bidimensionales, para posicionar y orientar cuando se quiere solucionar trayectorias, sin embargo, en el caso espacial, aun cuando se valida el método con otro para obtener resultados iguales en la posición/orientación de la herramienta sobre un mecanismo articulado espacial, visualizando el mecanismo a través de las ecuaciones 6.5 y 6.8 basándose en los parámetros $D-H$.

Son evidentes los resultados que el producto matricial requiere y que es en mayor cantidad de operaciones que los cuaterniones duales, también es obvio que el álgebra del cuaternión dual proporciona un método eficiente para la representación de ecuaciones en la solución a la cinemática, permitiendo reducir el tiempo de cálculo matemático. Se trata de un método general que se aplica específicamente a robots manipuladores y que al día de hoy, existe la posibilidad de extender sus aplicaciones como en la secuencia aeroespacial, trigonometría esférica, cálculo de la cinemática y la dinámica, etc. Mucho más se tiene que hacer con respecto al análisis de cuaternión dual con la finalidad de sustituir la tradicional representación del método homogéneo.

La comparación con estrategias de cuaterniones dobles manifiesta una gran diferencia con respecto a los cuaterniones duales. El primero reúne dos características distintas provenientes de una matriz doble que reúne la rotación y traslación sobre un eje, sin embargo la reformulación conlleva a una transformación compuesta de cuaterniones dobles en un marco de referencia invariable y el cual intuitivamente aumenta la complejidad del análisis aun cuando éste pretende mantener la sistematización de la convención $D-H$.

Por otro lado, el método propuesto por cuaterniones duales mantiene la simplicidad de la convención $D-H$ y la relación asociada de la rotación con la traslación, además de su sencillez algebraica para el diseño de ecuaciones de la síntesis de mecanismos y la facilidad para diseñar funciones en para la planeación de trayectorias. No obstante, se tiene la certeza que el método de los cuaterniones duales combinado con el algoritmo evolutivo también desarrollado en el capítulo V en la búsqueda de una trayectoria o simplemente de una posición/orientación. Puede satisfacer las condiciones de tener valores angulares que cumplan con lo anterior sin desarrollar un extensivo desarrollo matemático en búsqueda de la solución al problema cinemático inverso,



debido a que se cuenta con las condiciones para que a través de un método heurístico se pueden tener valores aproximados tan aceptables como los obtenidos por el proceso determinístico con su porcentaje de error muy pequeño.

Por otro lado, en la revisión literaria no existe documento similar a éste, de tal modo se considera como aportación original del trabajo de investigación. No obstante, los objetivos particulares se han ido satisfaciendo uno a uno conforme se tienen avances y en el siguiente capítulo se realizarán análisis sobre el desempeño del algoritmo evolutivo en aplicaciones bidimensionales y espaciales.



"El hombre sabio no da respuestas correctas, propone las preguntas adecuadas".

(Claude Lévi-Strauss, 1908-2009)

PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS LIBRE DE OBSTÁCULOS

Este capítulo contiene el desarrollo sobre la planeación de trayectorias para manipuladores libre de obstáculos, el seguimiento de trayectorias y casos de estudio en manipuladores no redundantes y redundantes.



7. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS BASADO EN ALGORITMOS GENÉTICOS Y CUATERNIONES DUALES

La planeación de trayectorias de un robot manipulador puede ser clasificado como un problema de optimización, donde la ruta obtenida está sujeta a diferentes criterios como la longitud de la ruta, el evitar colisiones, etc., al mismo tiempo que el tener que interactuar con la cinemática y / o de dinámica. Esto hace que problema sea un candidato ideal para la aplicación de estrategias como los algoritmos genéticos y algoritmos evolutivos (Rana, 1996).

Las soluciones propuestas en Althoefer (1996) y posteriormente en Merchán-Cruz (2005a) no pueden generalizarse para el caso de manipuladores robóticos espaciales, porque en los algoritmos ó convergen para posición u orientación, debido a que los análisis realizados fueron para casos bidimensionales. Las mejores soluciones obtenidas resultaron ser a través del ajuste del algoritmo con alguna corrección y aún así la desviación en la posición y orientación es relativamente grande. La descripción de la cinemática se lleva a cabo al emplear ecuaciones con funciones transcendentales de manera tradicional, esto no elimina la posibilidad de tener singularidades a pesar de las restricciones implementadas.

Por otro lado, es muy sencillo el uso de los cuaterniones y cuyas primeras aplicaciones fueron realizadas en Berthold (1987); Funda (1988b); Funda *et al.* (1990c); Hart *et al.* (1994a). Sin embargo, aplicaciones con cuaterniones duales pueden ser observados en Daniilidis *et al.* (1996b); Akyar (2008b); Sahul *et al.* (2008a) como trabajos de aplicación reciente en manipuladores robóticos. Además en este trabajo, se emplean de manera sistemática, simplificando operaciones de cálculo, así como las restricciones empleadas en el algoritmo.

La estrategia usada en los algoritmos genéticos multiobjetivo puede resolver sistemas complejos a través del ajuste constante de coeficientes o pesos de cada ecuación para poder obtener una función de aptitud multiobjetivo que funcione adecuadamente y en forma auto-adaptiva, esto es una premisa que permite motivar la implementación en la solución al problema de la planeación de trayectorias, la cual no es una tarea fácil de tratar.



7.1. PLANEADOR BASADO EN ALGORITMOS GENÉTICOS Y CUATERNIONES DUALES PARA UN ROBOT MANIPULADOR EN EL ESPACIO LIBRE DE OBSTÁCULOS

El planteamiento del problema consiste en la aplicación de los algoritmos genéticos en la generación de trayectorias y que ha sido estudiada por algunos autores durante las últimas dos décadas. El enfoque se basa en la definición y optimización de la ruta para planear movimientos que se realizan fuera de línea como consecuencia de la cantidad de cálculos involucrados.

La planeación de rutas hace referencia al proceso de búsqueda intermedia de posiciones y/o configuraciones de enlaces del manipulador entre una configuración de inicio y una configuración que se corresponde con la posición deseada de la herramienta. Cuando el proceso incluye tiempo, el problema de planeación de rutas se convierte en un problema de planeación de trayectorias.

El proceso de búsqueda de una ruta en un espacio libre de obstáculos es simple, ya que el robot parte de una configuración inicial y tiene que llegar a un punto final deseado. Intuitivamente el robot debe seguir la ruta más cercana hacia la meta a través de una función de optimización que emplea el algoritmo genético y no es más que la mínima distancia obtenida entre estos puntos.

7.1.1. PLANEADOR GLOBAL BASADO EN UN ALGORITMO GENÉTICO

El algoritmo genético emplea una función de optimización llamada función aptitud, la cual se apoya de una función objetivo, esta función objetivo es la minimización de la distancia entre dos puntos. El algoritmo comienza con una población inicial creada de manera aleatoria. Estas posibles soluciones son codificadas, utilizando una representación binaria de las variables en un plano bidimensional y tienen una estructura particular, el cromosoma se muestra en la figura 7.1.

$$\begin{bmatrix} x & y \\ 10010010111110001101 & 011100110010001101 \\ 00000010100101000100 & 101101010111010001 \end{bmatrix}$$

Figura 7.1. Estructura del cromosoma.



La función aptitud de cada cromosoma se calcula utilizando la ecuación 7.1, que toma en cuenta la inversa de la distancia entre una configuración inicial \mathbf{a} y un punto final deseado \mathbf{b} , debido a que es un problema de optimización que maximiza la métrica.

$$f_i = \frac{1}{(D_{a-b})_i} \quad (7.1)$$

Donde:

i -Es el cromosoma y D la función de distancia.

f_i -El al función aptitud.

Una vez que la aptitud de cada cromosoma se ha calculado, toda la población tiene que ser estadísticamente ponderada para la mayor selección de cadenas padres. La clasificación se realiza mediante el cálculo del peso individual en la métrica aptitud de cada cromosoma con respecto a la aptitud total de la población.

La aptitud total f_T de la población es igual a:

$$f_T = \sum_{i=1}^n f_i \quad (7.2)$$

Donde j es el tamaño de la población, y el cálculo de cada cromosoma es normalizado para tener una ponderación cuantificable en w_i , ésta se describe en la ecuación 7.3.

$$w_i = \frac{f_i}{f_T} \quad (7.3)$$

El promedio de la aptitud $f_{promedio}$ se utiliza como parámetro para determinar si la convergencia del algoritmo genético es una solución óptima y estable, la cual está dada por la ecuación 7.4

$$f_{promedio} = \frac{f_T}{j} \quad (7.4)$$

Esta representación normalizada y ponderada de la aptitud sobre el cromosoma es empleada como punto de referencia para la selección de los padres en el proceso de reproducción.



Cuanto más peso tiene la aptitud de un cromosoma, más posibilidades tiene para ser seleccionado como uno de los padres de la cadena. El mecanismo de selección se realiza por medio de ruleta, donde los límites de los segmentos correspondientes a cada cromosoma están dadas por el peso de su métrica L_p , calculándose a través de la ecuación 7.5 y mostrada en la figura 7.2.

$$L_p = \sum_{k=0}^p w_k + w_p \quad (7.5)$$

donde : $w_{(0)} = 0$

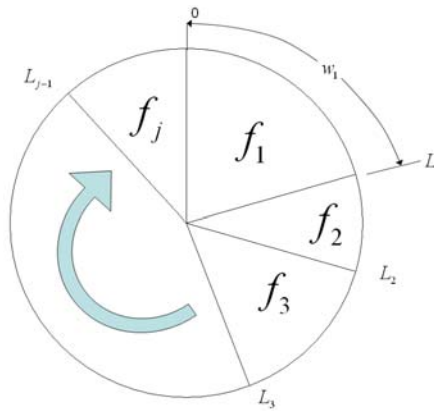


Figura 7.2. Selección por ruleta.

El mecanismo aleatoriamente selecciona dos cadenas cromosómicas como padres sobre un intervalo entre $[0,1]$. Una vez que los dos padres son seleccionados, el proceso de reproducción busca puntos de cruce para combinar segmentos y formar un nuevo elemento descendiente con características únicas. En la figura 7.3 se ilustra el proceso de reproducción, en la que el algoritmo identifica los puntos entre dos trayectorias, donde los dos bloques padres se cruzan y producen una descendencia.

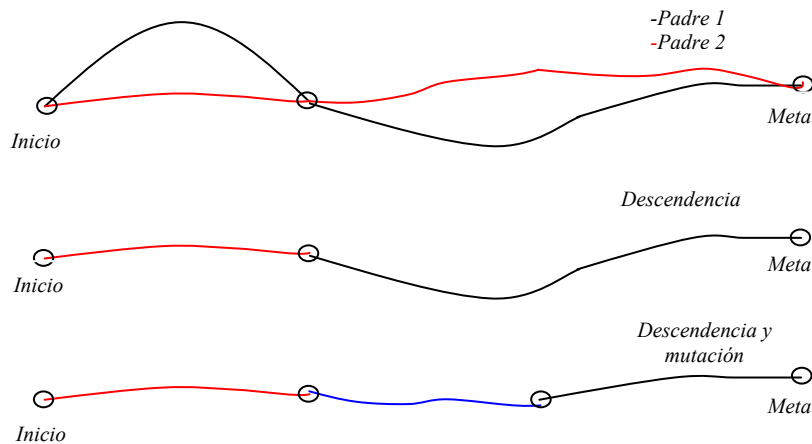


Figura 7.3. Mecanismo de reproducción.



Por otro lado, se muestra que la probabilidad del individuo descendiente puede tener una probabilidad de mutación y puede o no mejorar el bloque constructor dentro de la cadena de individuos en el proceso de evolución.

Es este caso, por cada posición se especifica una ruta o trayectoria, donde los valores adecuados para el avance del planeador están determinados por los incrementos de las coordenadas que establecerá la distancia más corta entre el punto inicial y la meta. El algoritmo genético optimizará la búsqueda, reduciendo el error en la distancia D de estos dos puntos definida en la función de aptitud que se muestra en la ecuación 7.6.

$$f = \frac{1}{D} \quad (7.6)$$

Donde:

$$D = \sqrt{(x_g - (\Delta x + x))^2 + (y_g - (\Delta y + y))^2} \quad (7.7)$$

La población inicial del algoritmo genético codificada de manera binaria su representación de las variables Δx y Δy en un dominio entre $[-1,1]$.

$$\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times & \times & \dots & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \dots & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times & \dots & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \dots & \times \\ \pm & 2^1 & 2^0 & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & \dots & 2^p & \pm & 2^1 & 2^0 & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & \dots & 2^p \\ & & & & \Delta x & & & & & & & & \Delta y & & & \end{bmatrix}$$

Figura 7.4. Estructura del cromosoma.

El algoritmo realiza una búsqueda para mejorar el conjunto de valores comunes que minimiza el error de distancia a la meta dentro del rango establecido. Si el objetivo se ha conseguido, el planificador termina su ejecución, de lo contrario el proceso se repite a partir de la nueva configuración actualizada del sistema. El algoritmo genético se basa en una estructura simple en que el número máximo de generaciones es criterio de término, la nueva población se genera y se evalúa la función aptitud. El proceso sigue hasta alcanzar una solución óptima como la mejor solución derivada hasta ese momento ó hasta cumplir con los criterios de terminación del algoritmo al menos con una cuantificación promedio estable de la función aptitud, como se muestra en la figura 7.5.

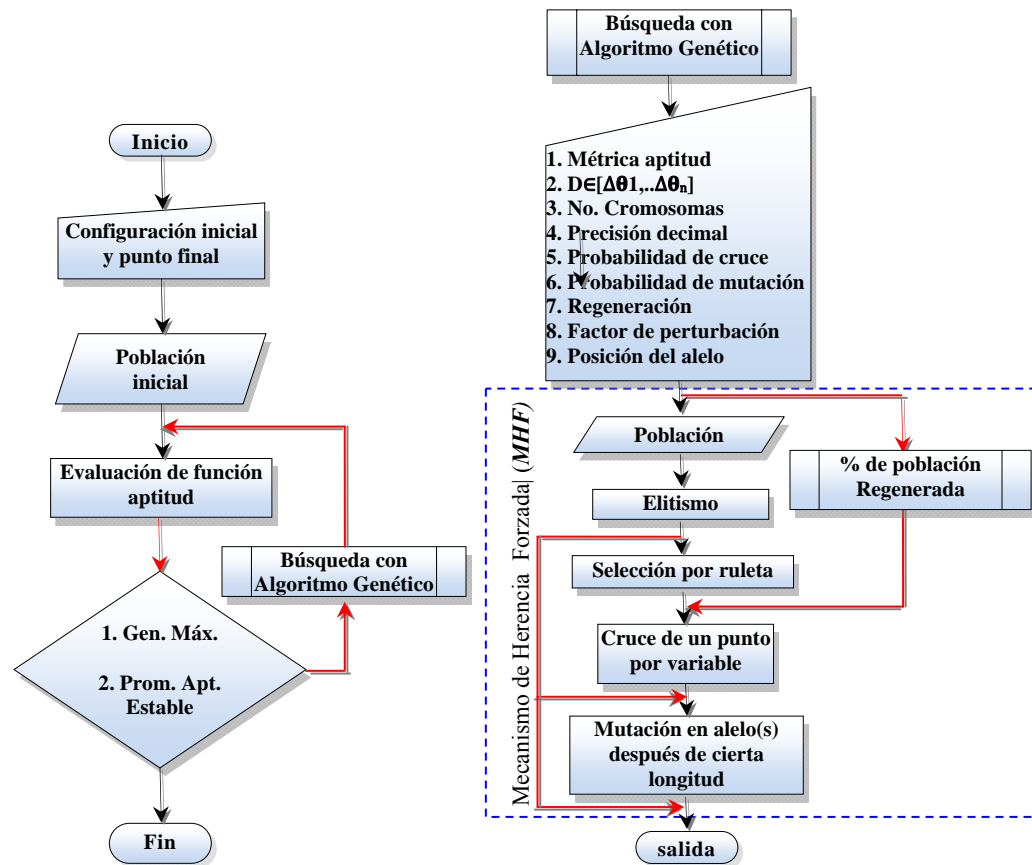


Figura 7.5. Planeador general fuera de línea.

Figura 7.6. Mecanismo de herencia forzada.

Este proceso evolutivo del planeador fuera de línea, presenta una diferencia con el proceso tradicional del algoritmo genético, no sólo porque una copia del cromosoma más apto pasa a la generación siguiente intacta, sino porque éste, se reinserta en el proceso de cruce y mutación para incrementar la probabilidad de una nueva solución óptima en términos del mejor individuo.

Así, se reproduce una nueva población que sustituye a los cromosomas más débiles, además un porcentaje de población con nuevos cromosomas es reinsertada, haciendo que la convergencia prematura sea un proceso donde se rompe a través del factor de perturbación en la mutación. La regeneración de un porcentaje pequeño de la población, potencializa la combinación de los cromosomas para generar bloques constructores factibles y con mejores características en dirección a la solución óptima y eficiente. Este resultado es conocido como mecanismo de herencia forzada, debido a que el mejor individuo tiene una mayor oportunidad de explorar otra solución en su intervalos del espacio de soluciones en combinación con un nuevo elemento de un individuo totalmente nuevo producto de la regeneración o simplemente con el cambio de un alelo producto de la mutación, su representación se muestra en la figura 7.6.



7.1.2. IMPLEMENTACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN SISTEMA LIBRE DE RESTRICCIONES

El planteamiento del problema consiste en determinar las posiciones intermedias y/o configuraciones de los eslabones del manipulador entre la configuración inicial y una configuración final deseada que corresponde cuando el manipulador alcanza una meta específica, convirtiéndose en un problema de planeación de trayectorias cuando el proceso contempla el tiempo involucrado.

Para cada posición intermedia del manipulador se especifica una ruta y los valores adecuados para cada articulación se determinarán con el fin de colocar la punta del manipulador en cada posición específica del espacio. Sin embargo, esto requiere de una solución a la cinemática inversa a lo largo de la trayectoria. Desafortunadamente, la solución analítica es un proceso de cálculo prolongado debido a esta exigencia de hacerlo en cada punto a lo largo del camino.

Por lo tanto, con un algoritmo genético cada cromosoma representa un conjunto de desplazamientos en términos angulares, que puede definir los desplazamientos mínimos adecuados. Por ejemplo: En la figura 7.7 se muestran tres cuerpos que forman un sistema de coordenadas libre de restricciones que tiene como objetivo una posición y orientación deseada, comienza en una configuración $(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0 \text{ mm}, 0 \text{ mm}, 0 \text{ mm})$ y tiene por punto deseado $(5 \text{ mm}, 10 \text{ mm}, 20 \text{ mm})$, con una orientación en ángulos de Euler de $(90^\circ, -90^\circ, 90^\circ)$. Debe generarse una trayectoria entre ambas condiciones a través de la implementación de cuaterniones duales y el algoritmo genético cuyos parámetros se muestran en la tabla 7.1.

Tabla 7.1. Parámetros del algoritmo genético.

$f(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \alpha, \Delta \gamma, \Delta \theta)$	$\in [-1, 1; -1, 1; -1, 1; -1^\circ, 1^\circ; -1^\circ, 1^\circ; -1^\circ, 1^\circ]$
n_i	50
p	4
P_{rbc}	0.9
P_{rbm}	0.15
Reg	.2
fp	.01
$Máx-gen$	10000



Donde:

f – Función objetivo a evaluar.

ni – Número de individuos en la población.

P_{rbc} – Probabilidad de cruce.

P_{rbm} – Probabilidad de mutación.

Reg – Factor de regeneración.

fp – Factor de perturbación.

$Máx-gen$ – Máximo número de generaciones.

La figura 7.7 muestra los cuerpos rígidos en una configuración que forman un sistema de coordenadas que rotarán y se trasladarán hasta el punto deseado.

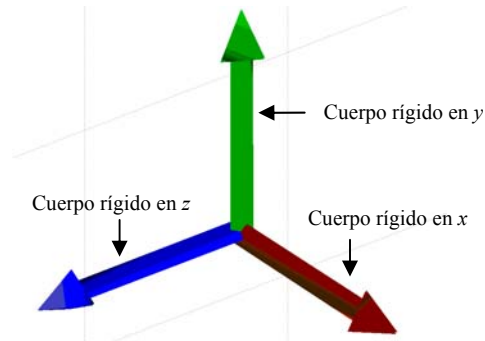


Figura 7.7. Sistema de coordenadas formada por cuerpos rígidos.

La ecuación que gobierna las consideraciones cinemáticas del sistema está descrita por un cuaternión dual que se muestra en 7.8.

$$\begin{aligned}
 q_w &= \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\
 q_x &= \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\
 q_y &= \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\
 q_z &= \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\
 q_{wx} &= -\frac{x}{2}q_x - \frac{z}{2}q_z - \frac{y}{2}q_y \\
 q_{xz} &= \frac{y}{2}q_z + \frac{x}{2}q_w - \frac{z}{2}q_y \\
 q_{yz} &= \frac{z}{2}q_x - \frac{x}{2}q_z + \frac{y}{2}q_w \\
 q_{zx} &= \frac{x}{2}q_y - \frac{y}{2}q_x + \frac{z}{2}q_w
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Dado que la solución al problema es reducir el error de posición/orientación, es factible tener la expresión en términos de cuaternión dual, debido a que puede hacer interpolación entre desplazamiento y rotación, proyectando trayectorias suaves como se muestra en la figura 7.7 satisfaciendo las condiciones iniciales.

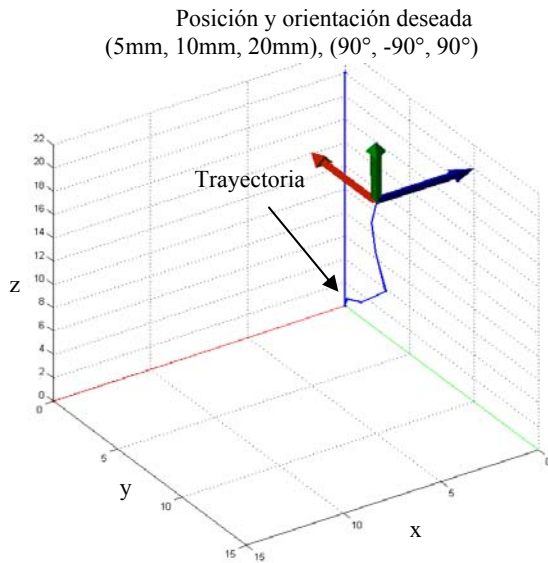


Figura 7.8. Trayectoria con cuaterniones duales.

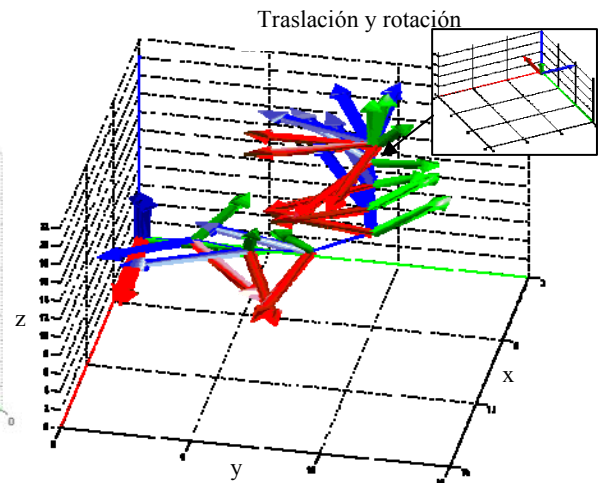


Figura 7.9. Configuraciones de los cuerpos.

Por otro lado, las configuraciones de movimiento sobre la trayectoria que describe la figura 7.8 se muestran en la figura 7.9, donde se aprecia la traslación y rotación de los cuerpos como un punto en común hacia el objetivo final y mostrándose los resultados en una matriz de transformación homogénea en la figura 7.10.

0.0000	-0.0000	-1.0000	5.0000	← Posición/Orientación
-1.0000	0	-0.0000	10.0000	
-0.0000	1.0000	-0.0000	20.0000	
0.0013	0.0003	-1.0000	5.0306	← Posición/Orientación
-1.0000	0.0012	-0.0013	10.0049	
0.0012	1.0000	0.0003	20.0197	

Figura 7.10. Resultados en matrices de transformación homogénea.

El resultado señala que se llega al punto deseado con la orientación deseada, donde el error de posicionamiento es bastante aceptable al igual que la orientación. El desempeño del algoritmo genético fuera de línea se muestra en la figura 7.11, el error alcanzado en 250 segmento de un total de 1000 generaciones es muy pequeño y en la figura 7.12 señala que el promedio aptitud es estable hasta alcanzar el máximo valor aptitud.



Sin embargo, por la naturaleza del cuaternión dual tiene una relación intuitiva entre rotación y traslación, el diseño de la función aptitud tiene un comportamiento particular.

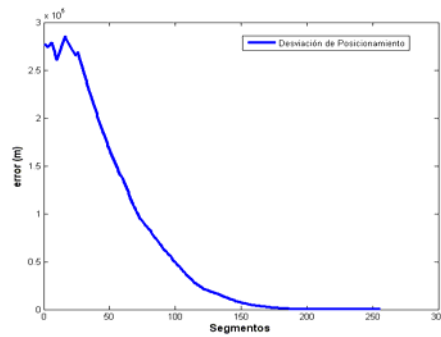


Figura 7.11. Segmentos vs error.

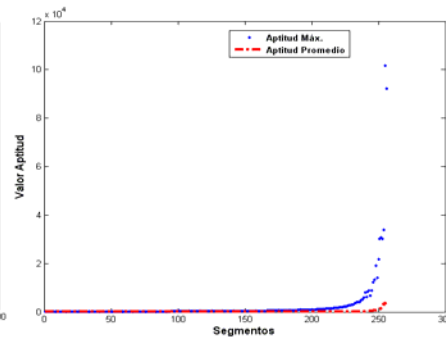


Figura 7.12. Segmentos vs Aptitud.

La ecuación 7.9 muestra la función aptitud para reducir la distancia entre los cuaterniones duales.

$$f_i = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{Q_g} - e_i^{Q_a})^2}} \quad (7.9)$$

Donde:

i ésimo cromosoma

f Función aptitud

Q_g Cuaternión dual objetivo

Q_a Cuaternión dual actual del robot

q_j Elementos del cuaternión dual $q_0, q_i, q_j, q_k, q_{0\varepsilon}, q_{i\varepsilon}, q_{j\varepsilon}$ and $q_{k\varepsilon}$.

El desempeño del algoritmo está en la tabla 7.2, la cual muestra el tiempo de convergencia del algoritmo genético, el valor aptitud máximo y promedio.

Tabla 7.2. Resultados del algoritmo genético.

gen	error	aptitud	aptitud promedio	tiempo
726	9.609E-9	92112.3325	3826.12	0.5024

La solución al problema depende del diseño de la función aptitud y se mostrará en el siguiente ejemplo: Un cuerpo se rota y traslada en el espacio con los siguientes parámetros $x \in [-1,1]$, $y \in [-1,1]$, $z \in [-1,1]$, $\alpha \in [-4\pi,4\pi]$, $\gamma \in [-\pi,4\pi]$, $\theta \in [-4\pi, 4\pi]$, evaluando la ecuación 7.8 se observa el siguiente comportamiento en la figura 7.13, las trayectorias de cada elemento del cuaternión dual no muestra singularidad alguna.



No obstante, la figura 7.14 se mantienen las mismas características de trayectorias pero siempre con valores positivos, por lo tanto, conveniente para realizar operaciones aritméticas. La parte real del cuaternión dual es un cuaternión, la parte dual del cuaternión dual es proporcional a la magnitud del desplazamiento, es decir, cuando se combina con la función exponencial, la parte dual tiende a normalizarse para no salir del rango en las operaciones, de lo contrario, esta interpolación tendrá una ponderación en términos de rotación hasta cierto punto debido a que ésta gobierna la traslación haciendo que se tengan trayectorias no deseables.

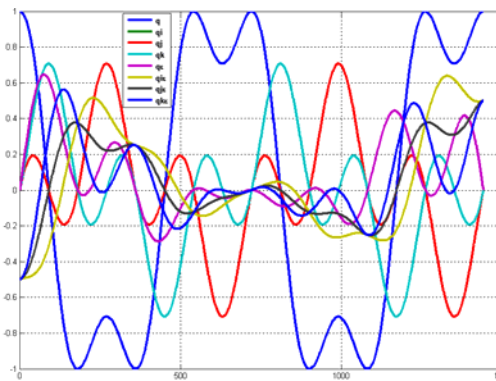


Figura 7.13. Segmentos vs rad.

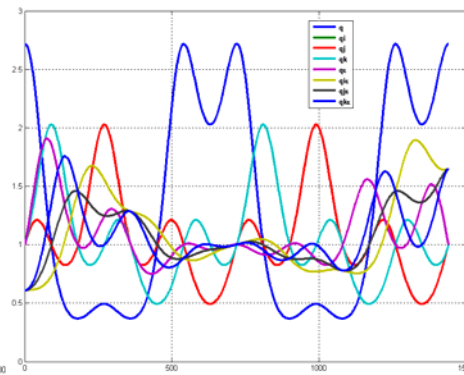


Figura 7.14. Segmentos vs rad.

7.1.3. IMPLEMENTACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR DE DOS GRADOS DE LIBERTAD BIDIMENSIONAL LIBRE DE OBSTÁCULOS

En aplicaciones reales el control de un robot espacial es difícil, debido a que el movimiento de cualquiera de las articulaciones son movimientos relativos respecto a la base. El cambio de posición de la base de un robot espacial no es un problema de menor importancia que el de movimientos, aunque el cambio de posición afecta gravemente a la orientación de un sistema y al mismo tiempo las fuerzas de reacción dinámica y de momentos como se menciona en Rajkumar *et al.* (2008).

Esto hace pensar que el diseño de ecuaciones cinemáticas a través de matrices puede traer ciertas complicaciones por su ortogonalidad y la naturaleza no lineal de las funciones, puede traer al mismo tiempo el esfuerzo de evitar singularidad en las aplicaciones de algoritmos que buscan trayectorias óptimas. Sin embargo, el cuaternión dual puede ser una alternativa muy atractiva para aplicarla en algoritmos planeadores y a su vez optimizadores como un algoritmo genético.



El problema puede analizarse desde muchos enfoques y algunos de estos son principalmente la serie de componentes vinculados a la dinámica no lineal que existen entre el acoplamiento de las articulaciones, el control y/o el control coordinado; éste último referente a un esquema donde la desviación en base a la reacción del manipulador que es corregido por algún eje externo, pista móvil ó algún móvil, como se describe en Rajkumar *et al.* (2008) y Li *et al.* (2009), donde estos análisis son aplicados en un robot manipulador de dos grados de libertad que se mueve en el espacio.

También, algunos estudios presentan nuevas perspectivas para la simplificación de operaciones en la formulación dinámica del tensor de inercia mediante los marcos de referencia *D-H*, comparado con los sistemas convencionales que requiere cálculos adicionales en términos del centro de masas cuando son deducidos por las ecuaciones de Lagrange-Euler como se demuestra en Mehdi (2009), observado también en Tawfik *et al.* (2009); o para modelar la dinámica a través de transformaciones matemáticas en combinación al enlace cinemático para el control y planeación como se describe en Masoud (2010) con su enfoque cine-dinámico.

Por otro lado, es importante generar trayectorias considerando lo anterior, desde la eficiencia en los cálculos cinemáticos y dinámicos, así como su simplificación en el manejo de los marcos de referencias manteniendo una compatibilidad con la sencilla convención *D-H*.

El planteamiento del problema consiste en determinar configuraciones intermedias de los eslabones de un manipulador de dos grados de libertad, entre la configuración inicial y una configuración final deseada se planea una trayectoria empleando ecuaciones cinemáticas a través de cuaterniones duales y resuelto por un algoritmo planeador con algoritmo genético.

La figura 7.14 muestra un manipulador de dos grados de libertad con el centro de masas a la mitad de cada eslabón, sin embargo en la práctica esto no se lleva acabo.

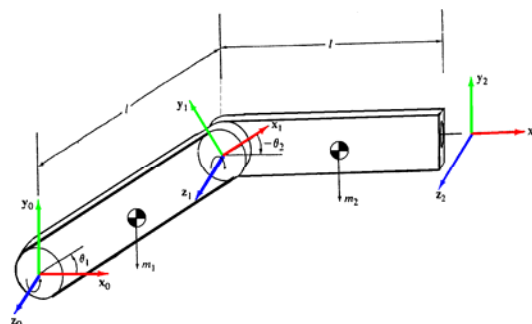


Figura 7.14. Manipulador de dos grados de libertad.



La tabla 7.3 muestra los parámetros $D-H$ para el robot que se mueve en un plano bidimensional.

Tabla 7.3. Parámetros $D-H$ de un mecanismo articulado de dos grados de libertad.

i	θ	α	a	d
1	θ_1	0	.45	0
2	θ_2	0	.45	0

Las ecuaciones de enlace cinemático se obtienen a través de la ecuación 7.10 y las ecuaciones de cada articulación se muestran en las ecuaciones 7.11 y 7.12 respectivamente, pueden evaluarse según los parámetros de la tabla 7.4 y mediante la ecuación 7.13 se puede conocer la posición y orientación del sistema de coordenadas del efector final de dicho manipulador.

$$\begin{bmatrix} q_w & q_{xi} & q_{yj} & q_{zk} & q_{we} & q_{sie} & q_{yje} & q_{zke} \\ \cos(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\alpha}{2}) & \cos(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\alpha}{2}) & \sin(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\alpha}{2}) & \sin(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\alpha}{2}) & -\frac{d}{2}q_z - \frac{a}{2}q_x & -\frac{d}{2}q_y + \frac{a}{2}q_w & \frac{d}{2}q_x + \frac{a}{2}q_z & \frac{d}{2}q_w - \frac{a}{2}q_y \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

$${}^0DQ_1^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)k & \frac{l_1}{2}\cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)i\varepsilon & \frac{l_1}{2}\sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)j\varepsilon \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

$${}^1DQ_2^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)k & \frac{l_2}{2}\cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right)i\varepsilon & \frac{l_2}{2}\sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)j\varepsilon \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

$${}^0DQ_i^{DH} = \prod_{i=1}^n {}^{i-1}DQ_i^{DH} = {}^0DQ_1^{DH} {}^1DQ_2^{DH} \quad (7.13)$$

Algunos parámetros dinámicos se muestran en la tabla 7.4 y son aspectos que determinarán la complejidad del problema basado en la simplicidad del algoritmo genético, así como el diseño de la función aptitud enfocado en una función de optimización en búsqueda de trayectorias para satisfacer condiciones de posición y orientación.

Tabla 7.4. Parámetros dinámicos de un mecanismo articulado de dos grados de libertad.

i	Masa [Kg]	Tensor de inercia [Kg·m ²]						Centro de masa [m]			Fricción de Coulomb [N·m]	Fricción Viscosa [N·m·s/rad]
	m	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	I_{xy}	I_{yz}	I_{xz}	r_x	r_y	r_z	f_c	f_v
1	2.5	0	0	0.03	0	0	0	0.091	0	0	8.60	0.76
2	1.8	0	0	0.02	0	0	0	0.05	0	0	0.58	0.32



La solución de movimientos tiene base en la solución a la dinámica inversa por medio de la formulación de Lagrange-Euler, debido a que es muy sencilla de calcular y resolver para este caso en particular.

La formulación dinámica de Lagrange-Euler se basa en la transformación del cuaternión dual en matriz homogénea que se emplea para este fin y para visualizar los elementos articulados en los gráficos, además para observar la interpolación en la trayectoria de manera natural cuando se emplean cuaterniones duales, la ecuación que describen dicho movimiento se muestra en la 7.14.

$$Q = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + F_D(\dot{q}) \quad (7.14)$$

Siendo:

M - Matriz simétrica de inercia.

C - Matriz de fuerza centrífuga y de coriolis.

G - Matriz de carga gravitatoria.

F_D - Matriz de fuerzas de disipación.

Q - Vector de fuerzas generalizada.

q - Vector de coordenadas generalizada.

\dot{q} - Vector de velocidades angulares.

\ddot{q} - Vector de aceleraciones angulares.

La ecuación 7.14 se representa en forma compacta en la ecuación 7.15, el cual involucra la energía cinética y potencial del sistema derivado de la formulación dinámica de Lagrange-Euler en combinación con las fuerzas de disipación, que corresponde a las fuerzas no conservativas como la fricción o la resistencia al movimiento de un sólido en un fluido por amortiguamiento, las cuales son dependientes del tiempo y de la velocidad, no sólo de la posición, ésta describe como el sistema llega al reposo, evolucionando temporalmente a través de un efecto térmico sobre los fluidos y los elementos que están en fricción.

$$\tau_i = \sum_{j=1}^n D_{ij}\ddot{q}_i + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n D_{ijk}\dot{q}_j\dot{q}_k + Dg_i + \sum_{j=1}^n f_{v_{ij}}\dot{q}_i + \sum_{j=1}^n f_{c_{ij}}\text{sign}(\dot{q}_i) \quad (7.15)$$



Donde:

f_v - Coeficientes de fricción viscosa.

f_c - Coeficientes de fricción de Coulomb.

n - Número de articulaciones.

i, j, k, p - Símbolos de Christoffel

Cada elemento de la ecuación 7.15 se describe en 7.16, 7.17, 7.18 y 7.19 respectivamente.

$$D_{ij} = \sum_{p=\max(i,j)}^n Tr(U_{pj} J_p U_{pi}^T) \quad (7.16)$$

$$D_{ijk} = \sum_{p=\max(i,j,k)}^n Tr(U_{pj} J_p U_{pi}^T) \quad (7.17)$$

$$Dg_i = \sum_{p=1}^n -m_p g^T U_{pi} \bar{r}_p \quad (7.18)$$

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})}{2} & I_{xy} & I_{xz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{xy} & \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{2} & I_{yz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{xz} & I_{yz} & \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{2} & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

Donde:

J – Es la matriz de momentos de inercia de cada articulación.

m – Es la masa de cada eslabón.

$\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i$ – Son los vectores donde se localizan los centros de masa.

g – Aceleración gravitatoria (9.8 m/s^2).

Por otro lado, el proceso de solución en la generación de trayectorias se muestra en el diagrama de flujo en la figura 7.15, destacándose la importancia que tiene el diseño de la función aptitud para la completa exploración del espacio de soluciones y la convergencia adecuada del algoritmo.

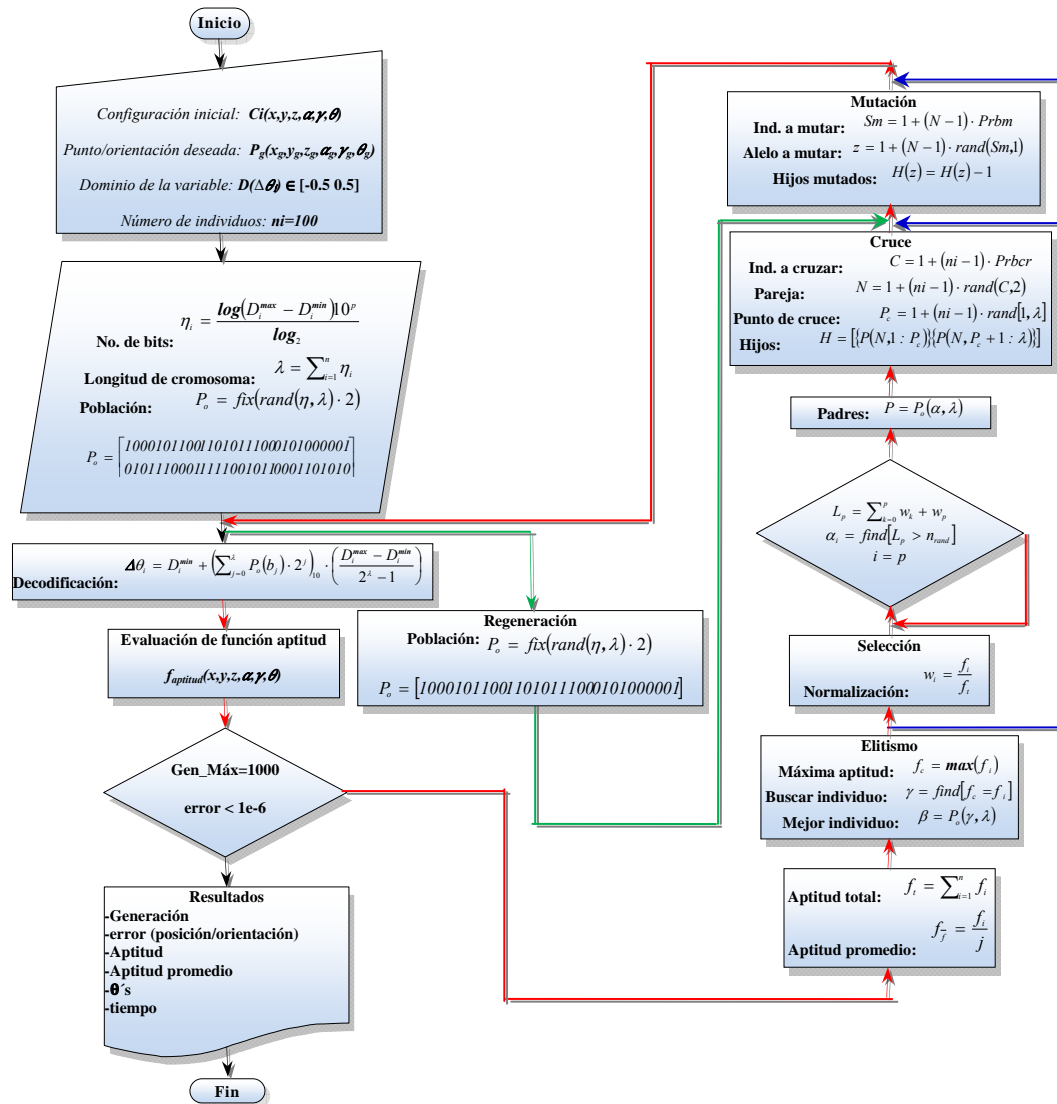


Figura 7.15. Diagrama de flujo del planeador con algoritmo genético.

El diseño de la función aptitud se deriva de la maximización es ésta, sin embargo, el objetivo es disminuir la distancia que existe entre el punto inicial de la primera configuración y el punto final deseado; como las ecuaciones de enlace cinemático están dadas en cuaterniones duales, pueden diseñarse dos ecuaciones como funciones de aptitud.

La distancia euclidiana es la función objetivo, donde es necesario extraer las coordenadas de posición del cuaterniones dual referente a la misma y la función aptitud está compuesta por esta minimización de la desviación en la posición, combinada con una función de mínimo desplazamiento.



Así, la ecuación 7.20 convierte un cuaternión dual a una matriz de transformación homogénea, donde se pueden tomar las coordenadas del vector de posición $[x, y, z]^T$.

$$T = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_y^2 + q_z^2) & 2(q_x q_y - q_z q_w) & 2(q_x q_z + q_y q_w) & 2(-q_x q_{w\varepsilon} + q_w q_{x\varepsilon} - q_z q_{y\varepsilon} + q_y q_{z\varepsilon}) \\ 2(q_x q_y + q_z q_w) & 1 - 2(q_x^2 + q_z^2) & 2(q_y q_z - q_x q_w) & 2(-q_y q_{w\varepsilon} + q_z q_{x\varepsilon} + q_w q_{y\varepsilon} - q_x q_{z\varepsilon}) \\ 2(q_x q_z - q_y q_w) & 2(q_y q_z + q_x q_w) & 1 - 2(q_x^2 + q_y^2) & 2(-q_z q_{w\varepsilon} - q_y q_{x\varepsilon} - q_x q_{y\varepsilon} + q_w q_{z\varepsilon}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

Por lo tanto, la función que acompaña el mínimo desplazamiento está dada por la ecuación 7.21.

$$O_i = \sum_{j=1}^{j=m}, \sum_{k=1}^{k=n} \left(\theta_k^{j+1} - \theta_k^j \right)^2 \quad (7.21)$$

Donde:

O -Es la función de mínimo desplazamiento de las articulaciones.

θ -Desplazamiento angular de los eslabones.

k -Numero de soluciones.

i, j - éximo iteración.

n -Tamaño de la las soluciones.

m -Generación.

Consecuentemente, en la tabla 7.5 se muestran los parámetros para el algoritmo genético en la búsqueda de generación de trayectorias, es importante señalar que el dominio de la variable es bastante amplio, explorando el espacio de soluciones con una cantidad de individuos suficientemente grande para tener una convergencia en un tiempo considerable.

Tabla 7.5. Parámetros del algoritmo genético.

$f(\Delta\theta's)$	$\in[-10^\circ, 10^\circ]$
ni	100
p	4
$Prbcr$	0.7
$Prbm$	0.19
Reg	.15
fp	.01
$Máx-gen$	1000



La función aptitud en base a la distancia euclidiana está definida por la ecuación 7.22.

$$f_i = \frac{1}{D_i} \quad (7.22)$$

$$D_i = \sqrt{(x_g - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_g - (\Delta y + y)_i)^2} \quad (7.23)$$

Donde:

n_i – Numero de individuos en la población.

p – Precisión decimal.

$Prbcr$ – Probabilidad de cruce.

$Prbm$ – Probabilidad de mutación.

Reg – Regeneración.

fp – Factor de perturbación en la mutación

$Máx-gen$ – Máximo de generaciones

x_g, y_g – Coordenadas del punto deseado.

x, y – Coordenadas del efector final.

$\Delta x, \Delta y$ – Conjunto de soluciones encontradas.

La trayectoria generada por el algoritmo genético se muestra en la figura 7.17 derivado de la ecuación 7.22, ahí se observa claramente la búsqueda del punto objetivo en base a las coordenadas del efector final y auxiliada por el mínimo desplazamiento como una configuración óptima establecida en la ecuación 7.21. La figura 7.16 hace referencia a estas configuraciones sobre la trayectoria.

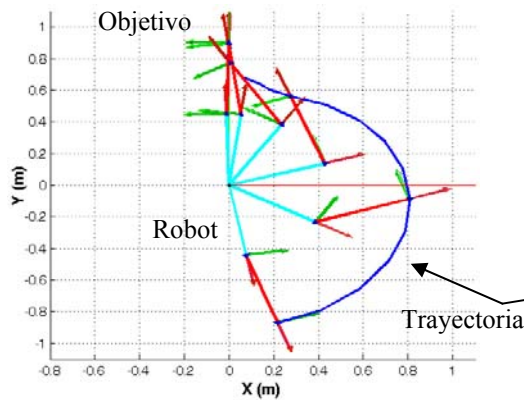


Figura 7.16. Configuraciones.

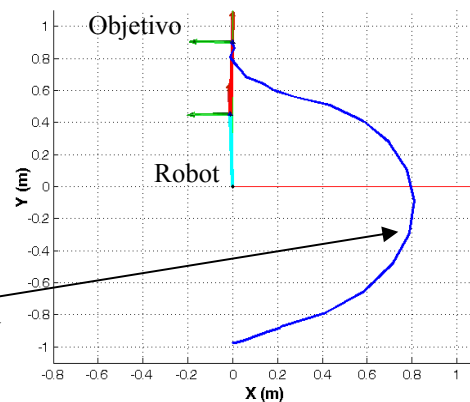


Figura 7.17. Trayectoria.

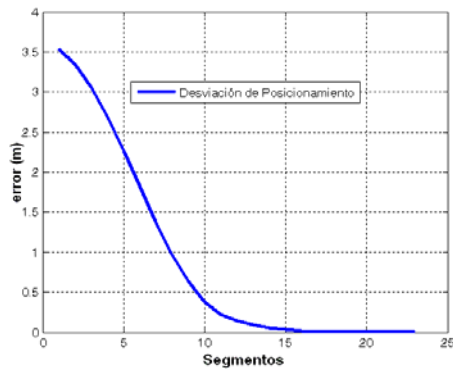


Figura 7.18. Error vs segmentos.

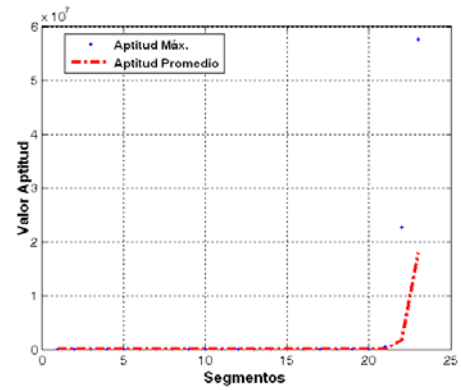


Figura 7.19. Aptitud vs segmentos.

En la figura 7.18 se muestra la disminución del error, la figura 7.19 se observa el desempeño del algoritmo genético. Por otro lado, las figuras 7.20, 7.21, 7.22 y 7.23 respectivamente, muestran el comportamiento dinámico a través de la trayectoria, además puede señalarse los efectos provocados por la disipación de energía a través de la fricción viscosa y la fricción de Coulomb.

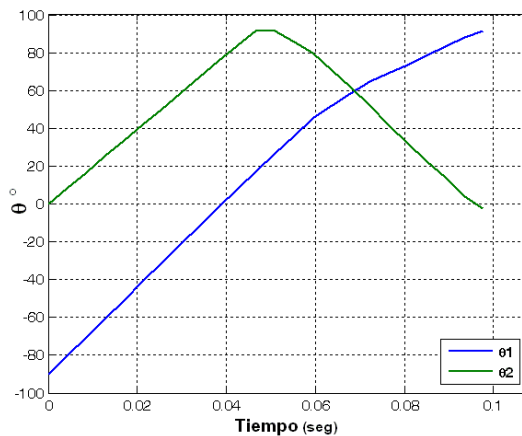


Figura 7.20. Posición en las articulaciones.

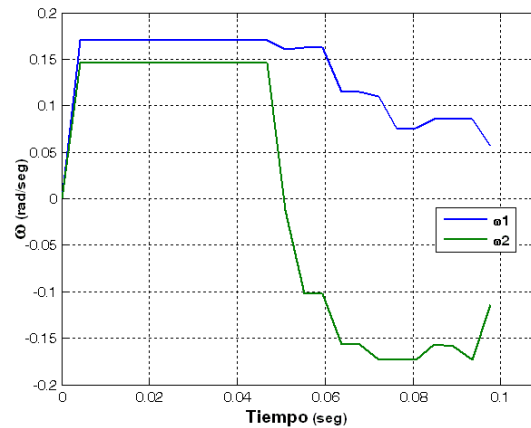


Figura 7.21. Velocidad angular.

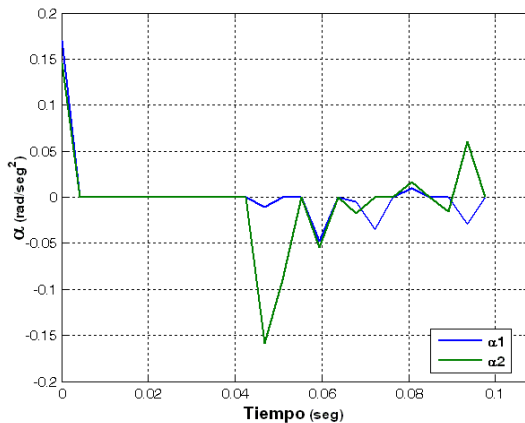


Figura 7.22. Aceleración angular.

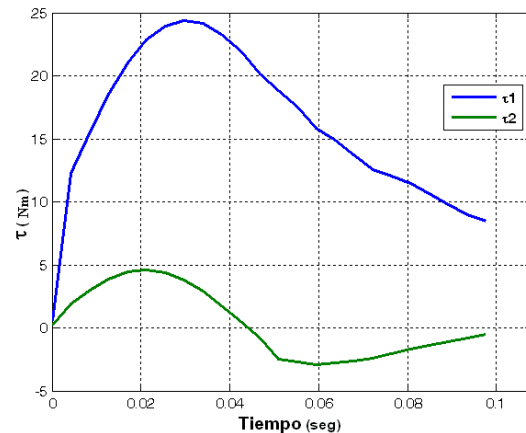


Figura 7.23. Torque.



La segunda función aptitud en base a la distancia por medio del cuaternión dual se muestra en la ecuación 7.24.

$$f_i = e^{-(Dq+O)_i} \quad (7.24)$$

$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{Qg} - e_i^{Qa})^2} \quad (7.25)$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

O – Mínimo movimiento entre las articulaciones.

La trayectoria generada por el algoritmo genético se muestra en la figura 7.24 derivado de la ecuación 7.24, donde se observa claramente la búsqueda del punto objetivo en base a las coordenadas del efector final y auxiliada por el mínimo desplazamiento como una configuración óptima establecida en la ecuación 7.21. La figura 7.25 hace referencia a estas configuraciones sobre la trayectoria.

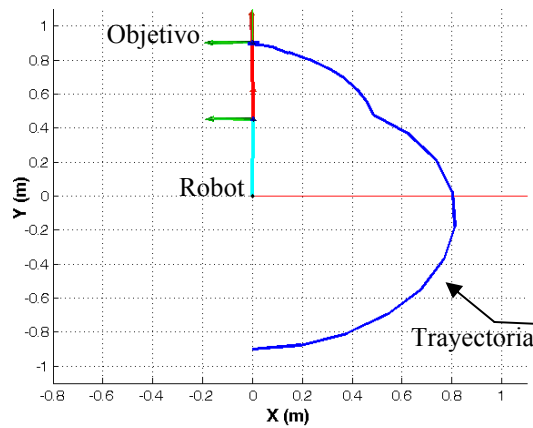


Figura 7.24. Trayectoria.

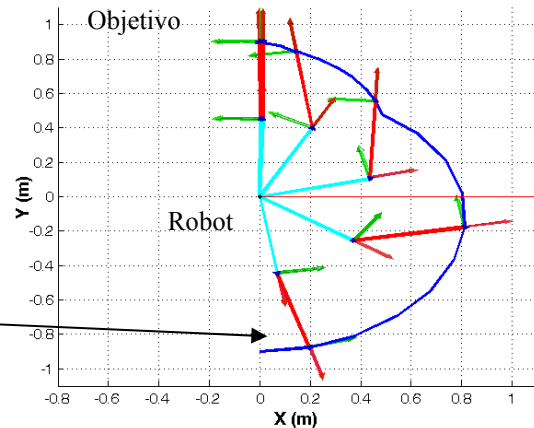


Figura 7.25. Configuraciones.

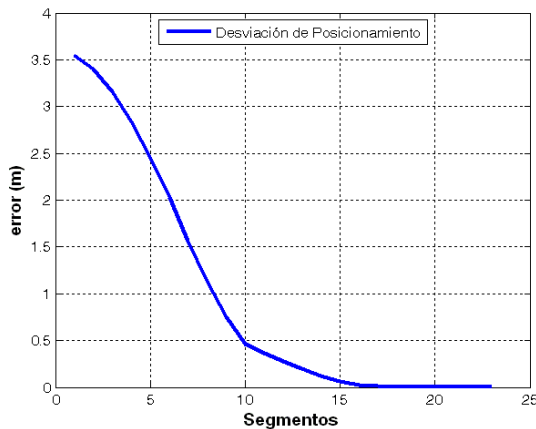


Figura 7.26. Error vs segmentos.

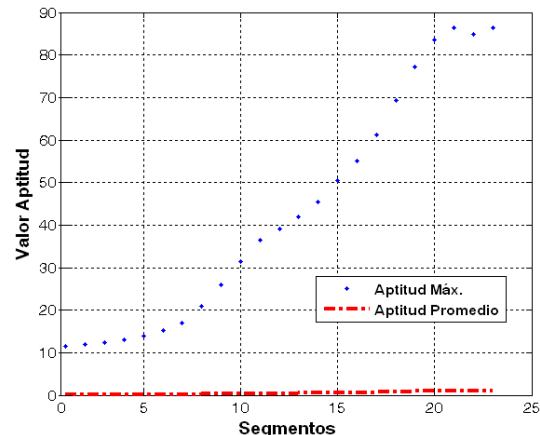


Figura 7.27. Aptitud vs segmentos.



En la figura 7.26 se muestra la disminución del error, la figura 7.27 se observa el desempeño del algoritmo genético. Por otro lado, las figuras 7.28, 7.29, 7.30 y 7.31 respectivamente, muestran el comportamiento dinámico a través de la trayectoria, sin embargo, los efectos provocados por la disipación de energía por medio de la fricción viscosa y de Coulomb, son más notorios debido al cambio de dirección del eslabón dos respecto al uno, como consecuencia, cambios bruscos en los valores de los torques sobre las articulaciones derivado de la interpolación del cuaternión dual en la satisfacción del posición/orientación.

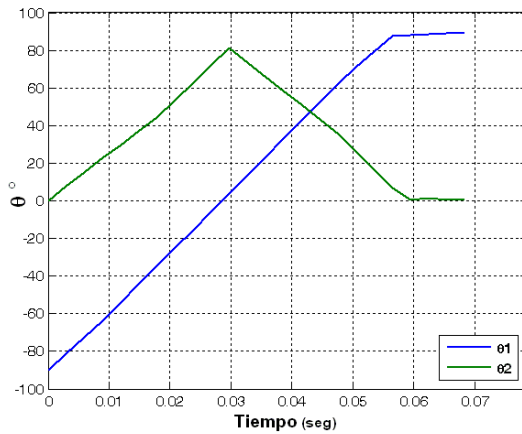


Figura 7.28. Posición en las articulaciones.

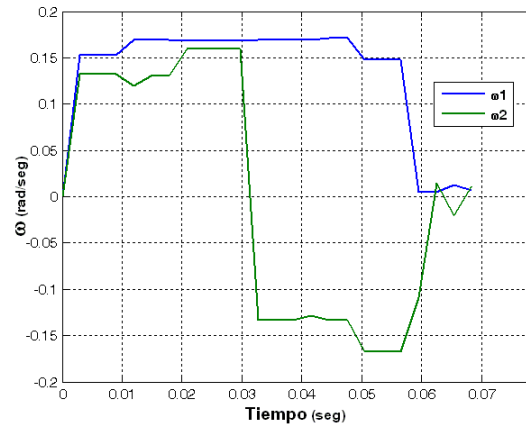


Figura 7.29. Velocidad angular.

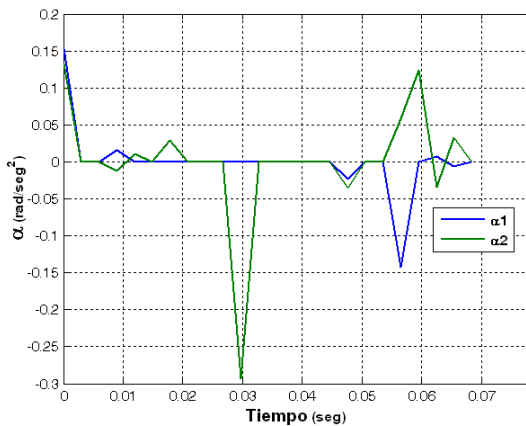


Figura 7.30. Aceleración angular.

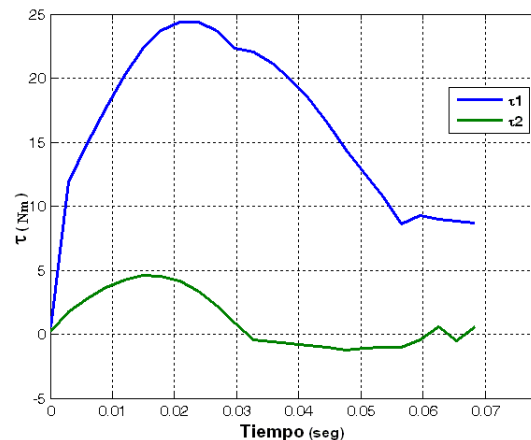


Figura 7.31. Torque.

El análisis en los resultados muestran claramente que el diseño de las dos funciones aptitud son validas para cualquiera de las aplicaciones, sin embargo, cada una de ellas satisface condiciones distintas, la primera función aptitud satisface la condición de posición y puede ser asociada como una función de potencial de atracción hacia el punto deseado por medio de la distancia euclidiana y la disminución de ésta.



Por otro lado, la función dos satisface las condiciones de posición y orientación, comportándose como una función de un sólo objetivo, ésta describe la interpolación en cuanto a orientación y tiene mayor influencia que la posición, debido a la configuración del cuaternión dual. No obstante, las condiciones son satisfechas en su totalidad, por lo que facilita al planeador generar trayectorias sin tener una función multiobjetivo o sin contemplar restricciones y/o penalización alguna.

En los resultados obtenidos la ecuación 7.26 señala la posición/orientación deseada.

$$T_g = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0_i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.26)$$

Así, la ecuación 7.27 es la posición/orientación alcanzada por el manipulador de dos grado de libertad ambas funciones.

$$T_r = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0_i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.27)$$

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observarse en la tabla 7.6, los tiempos de convergencia en cada una de las funciones son relativamente prolongados debido a que la cantidad de individuos es bastante considerable, sin embargo, se explora bien el espacio de soluciones cuando se combina con el mecanismo de herencia forzada, ya que al combinarse con la interpolación de los cuaterniones duales la monotonía es constante durante un tiempo prolongado.

Tabla 7.6. Resultados del algoritmo genético.

<i>f</i> (aptitud)	<i>gen</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
1	42	5.547-9	57564870.029	18026418.77	0.097
2	23	3.498E-8	86.367	0.9885	0.0683



7.1.3. IMPLEMENTACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD BIDIMENSIONAL LIBRE DE OBSTÁCULOS

El planteamiento del problema consiste en determinar configuraciones intermedias de los eslabones de un manipulador de seis grados de libertad altamente redundante, entre la configuración inicial y una configuración final se planea una trayectoria empleando ecuaciones cinemáticas a través de cuaterniones duales y es resuelto por un planeador de algoritmo genético.

La figura 7.32 muestra un manipulador de seis grados de libertad donde los centros de masas se encuentran a la mitad de cada eslabón en donde se idealizan los casos, no obstante para este caso de estudio los centros de masa estarán localizados según la tabla 7.8.

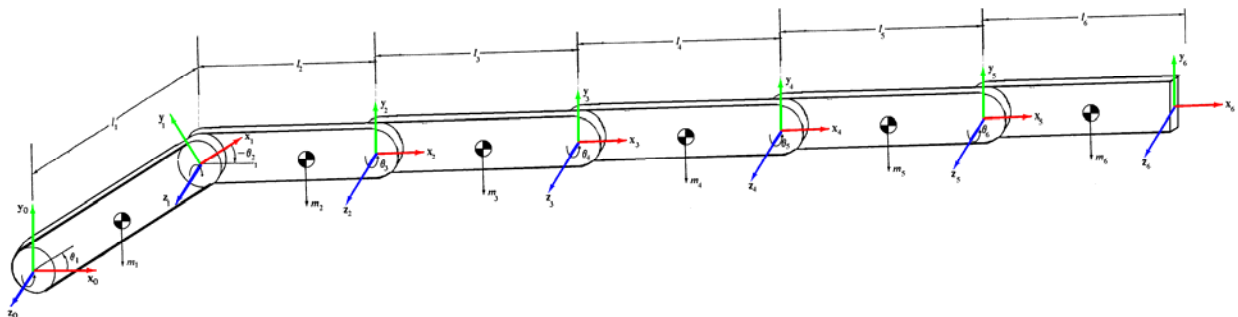


Figura 7.32. Manipulador de seis grados de libertad.

La tabla 7.7 muestra los parámetros *D-H* para el robot que se mueve en un plano bidimensional.

Tabla 7.7. Parámetros *D-H* de un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

<i>i</i>	θ	α	<i>a</i>	<i>d</i>
1	θ_1	0	.45	0
2	θ_2	0	.45	0
3	θ_3	0	.40	0
4	θ_4	0	.40	0
5	θ_5	0	.35	0
6	θ_6	0	.35	0

Las ecuaciones de enlace cinemático se obtienen a través de la ecuación 7.10 y las ecuaciones de cada articulación se muestran en las ecuaciones 7.28-7.33 respectivamente, pueden evaluarse



según los parámetros de la tabla 7.7 y mediante la ecuación 7.34 se puede conocer la posición y orientación del sistema de coordenadas del efector final de dicho manipulador.

$${}^0DQ_1^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)k & \frac{l_1}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)i\epsilon & \frac{l_1}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)j\epsilon \end{bmatrix} \quad (7.28)$$

$${}^1DQ_2^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)k & \frac{l_2}{2} \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right)i\epsilon & \frac{l_2}{2} \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)j\epsilon \end{bmatrix} \quad (7.29)$$

$${}^2DQ_3^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)k & \frac{l_3}{2} \cos\left(\frac{\theta_3}{2}\right)i\epsilon & \frac{l_3}{2} \sin\left(\frac{\theta_3}{2}\right)j\epsilon \end{bmatrix} \quad (7.30)$$

$${}^3DQ_4^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right)k & \frac{l_4}{2} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right)i\epsilon & \frac{l_4}{2} \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right)j\epsilon \end{bmatrix} \quad (7.31)$$

$${}^4DQ_5^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_5}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_5}{2}\right)k & \frac{l_5}{2} \cos\left(\frac{\theta_5}{2}\right)i\epsilon & \frac{l_5}{2} \sin\left(\frac{\theta_5}{2}\right)j\epsilon \end{bmatrix} \quad (7.32)$$

$${}^5DQ_6^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_6}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_6}{2}\right)k & \frac{l_6}{2} \cos\left(\frac{\theta_6}{2}\right)i\epsilon & \frac{l_6}{2} \sin\left(\frac{\theta_6}{2}\right)j\epsilon \end{bmatrix} \quad (7.33)$$

$${}^0DQ_6^{DH} = \prod_{i=1}^n {}^{i-1}DQ_i^{DH} = {}^0DQ_1^{DH} {}^1DQ_2^{DH} {}^2DQ_3^{DH} {}^3DQ_4^{DH} {}^4DQ_5^{DH} {}^5DQ_6^{DH} \quad (7.34)$$

Algunos parámetros dinámicos se muestran en la tabla 7.8 y son aspectos que determinarán la complejidad del problema basado en la simplicidad del algoritmo genético, así como el diseño de la función aptitud enfocado en una función de optimización en búsqueda de trayectorias para satisfacer condiciones de posición y orientación.

Tabla 7.8. Parámetros dinámicos de un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

Masa [Kg]		Tensor de inercia [Kg·m ²]						Centro de masa [m]			Fricción de Coulomb [N·m]	Fricción Viscosa [N·m·s/rad]
<i>i</i>	<i>m</i>	<i>I_{xx}</i>	<i>I_{yy}</i>	<i>I_{zz}</i>	<i>I_{xy}</i>	<i>I_{yz}</i>	<i>I_{xz}</i>	<i>r_x</i>	<i>r_y</i>	<i>r_z</i>	<i>f_c</i>	<i>f_v</i>
1	2.50	0	0	0.030	0	0	0	0.091	0	0	0.76	8.60
2	2	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
3	1.80	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
4	1.80	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
5	1.50	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
6	1.30	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58

La solución de movimientos y la generación de trayectoria se obtienen por los parámetros de la tabla 7.9.



Tabla 7.9. Parámetros del algoritmo genético.

$f(\Delta\theta's)$	$\in[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$
ni	100
p	4
$Prbcr$	0.9
$Prbm$	0.25
Reg	.15
fp	.01
$Máx-gen$	1000

La función aptitud para el caso en particular se base en una función multiobjetivo debido a que se tiene un buen desempeño en el algoritmo al someterla a las consideraciones de satisfacción de posición/orientación y mínimo movimiento de los eslabones, el cual puede observarse en la ecuación 7.37.

$$f_i = e^{-(w1Dq_i + w2D_i + w3O_i)} \quad (7.35)$$

$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{Og} - e_i^{Oa})^2} \quad (7.36)$$

$$D_i = \sqrt{(x_g - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_g - (\Delta y + y)_i)^2} \quad (7.37)$$

$$O_i = \sum_{j=1, k=1}^{j=m, k=n} \left(\theta_k^{j+1} - \theta_k^j \right)^2 \quad (7.38)$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

D – Distancia entre los el punto deseado y el punto de la configuración inicial.

O – Mínimo movimiento entre las articulaciones.

θ -Desplazamiento angular de los eslabones.

k -Numero de soluciones; i, j - ésimo iteración.

n -Tamaño de la las soluciones; m –Generación.

ni – Numero de individuos en la población; p – Precisión decimal.

$Prbcr$ – Probabilidad de cruce; $Prbm$ – Probabilidad de mutación.

Reg – Regeneración; fp – Factor de perturbación.

$Máx-gen$ – Máximo de generaciones. x_g, y_g – Coordenadas del punto deseado.

x, y – Coordenadas del efector final. $\Delta x, \Delta y$ – Conjunto de soluciones encontradas.

La trayectoria generada por el algoritmo genético se muestra en la figura 7.32 derivado de la ecuación 7.35, se observa claramente la búsqueda del punto objetivo (0.5, 0, 0) en base a las coordenadas del efector final, la interpolación de los cuaterniones duales en una orientación de (0°, 0°, 180°) y auxiliada por el mínimo desplazamiento como una configuración óptima establecida en la ecuación 7.38. La figura 7.33 hace referencia a estas configuraciones sobre la trayectoria.

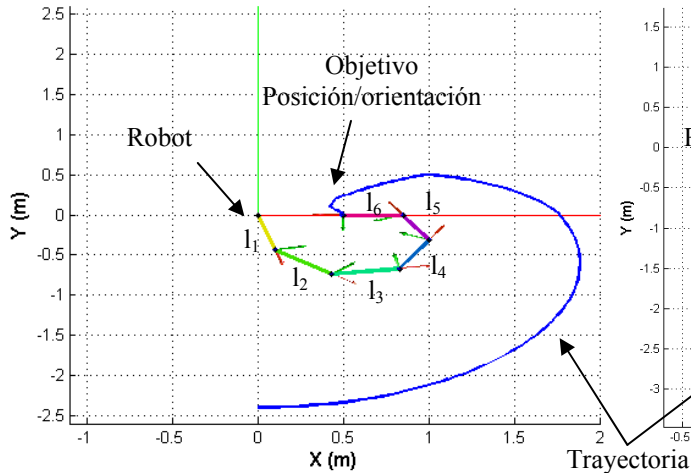


Figura 7.33. Configuraciones.

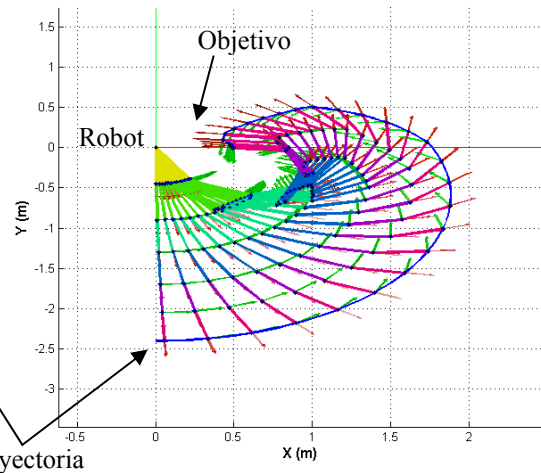


Figura 7.34. Trayectoria.

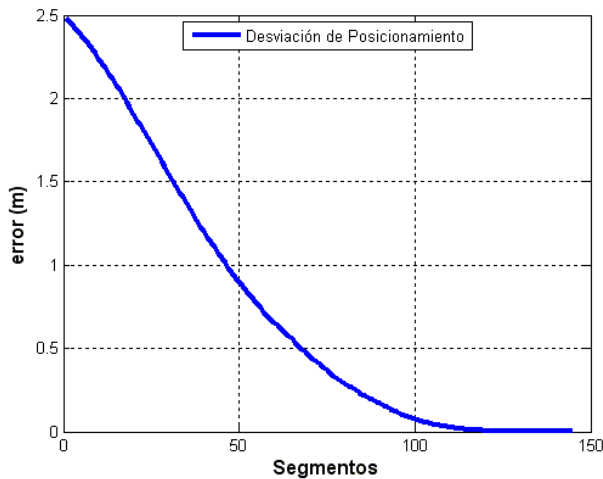


Figura 7.34. Error vs segmentos.

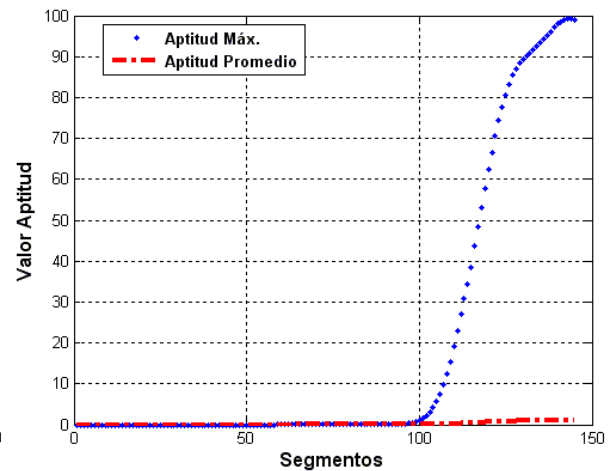


Figura 7.35. Aptitud vs segmentos.

En la figura 7.34 se muestra la disminución del error, la figura 7.35 se observa el desempeño del algoritmo genético. Por otro lado, las figuras 7.36, 7.37, 7.38 y 7.39 respectivamente, muestran el comportamiento dinámico a través de la trayectoria.

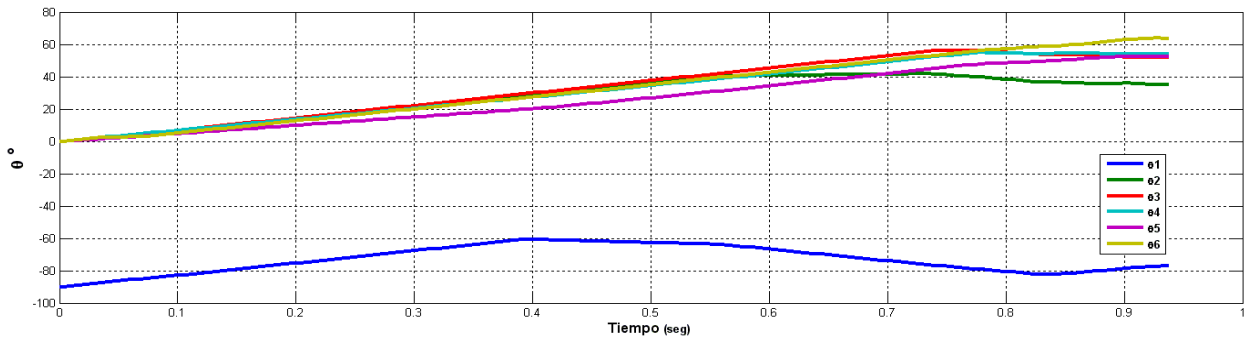


Figura 7.36. Posición en las articulaciones.

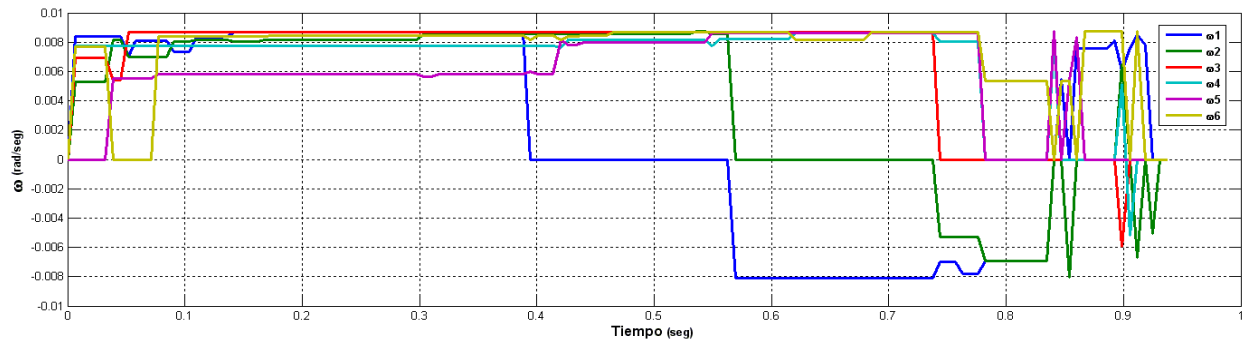


Figura 7.37. Velocidad angular.

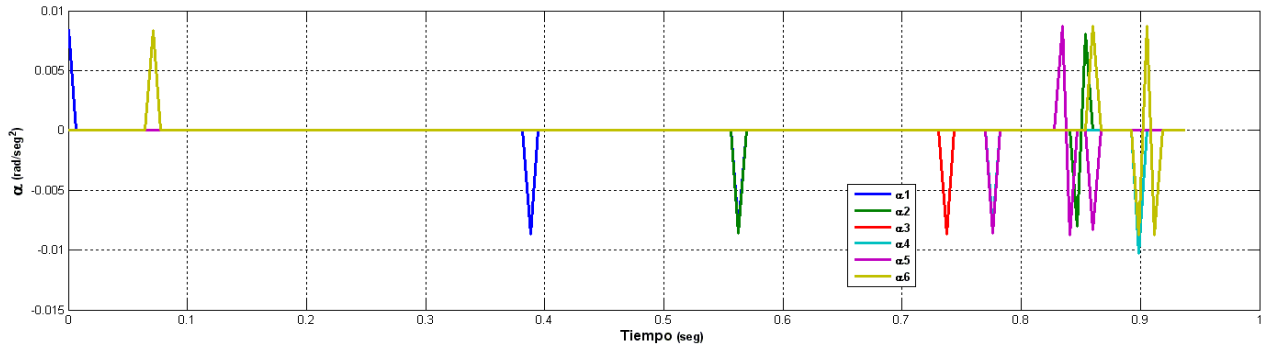


Figura 7.38. Aceleración angular.

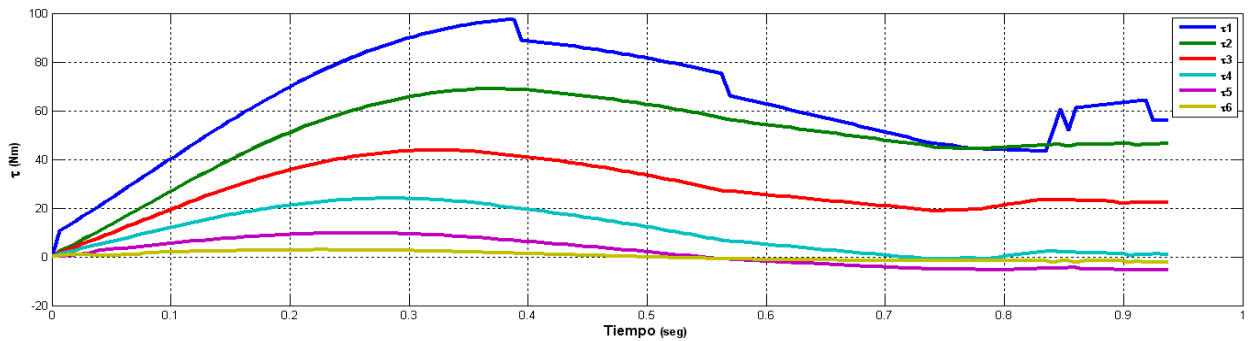


Figura 7.39. Torque.



El análisis en los resultados muestran que el diseño de la funciones aptitud potencializa el desempeño del algoritmo, satisfaciendo las condiciones de posición y orientación sin ningún problema.

Por otro lado, puede observarse la existencia de tironeo ("Jerks") en la figura 7.38 como inicio de la trayectoria generada por el primer eslabón, al tener el cambio de aceleración en el primer instante, sin embargo, con el mínimo movimiento por parte de los eslabones, la monotonía se presenta en relación a cada articulación y todos estos factores ofrecen una trayectoria suave con el mínimo de vibraciones por cambios bruscos en la aceleración o cambio de dirección por parte del último eslabón.

En los resultados obtenidos la ecuación 7.39 señala la posición/orientación deseada.

$$T_g = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0_i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.39)$$

Así, la ecuación 7.40 es la posición/orientación alcanzada por el manipulador.

$$T_g = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0_i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.40)$$

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observarse en la tabla 7.10, el tiempo de convergencia es bastante aceptable en relación a la cantidad de generaciones realizadas.

Tabla 7.10. Resultados del algoritmo genético.

<i>gen</i>	<i>segmentos</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
157	145	5.226-8	99.0649	0.99946	0.9377

Claramente se puede observar que el tiempo de convergencia del algoritmo genético tiene un buen desempeño debido al control de los parámetros que no tienen que ajustarse continuamente al cambio de problema, ya que la función aptitud tiene un buen diseño.



7.1.3. IMPLEMENTACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR ESPACIAL DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD LIBRE DE OBSTÁCULOS

El planteamiento del problema consiste en determinar configuraciones intermedias de los eslabones de un manipulador de seis grados de libertad tipo ABB[®] IRB1600_145_7, entre la configuración inicial y una posición/orientación final se planea una trayectoria libre de obstáculos empleando ecuaciones cinemáticas a través de cuaterniones duales y es resuelto por un planeador de algoritmo genético.

La figura 7.40 muestra un manipulador robótico de seis grados de libertad, sus parámetros cinemáticos y dinámicos se muestran en la tabla 7.11 y 7.12 respectivamente.

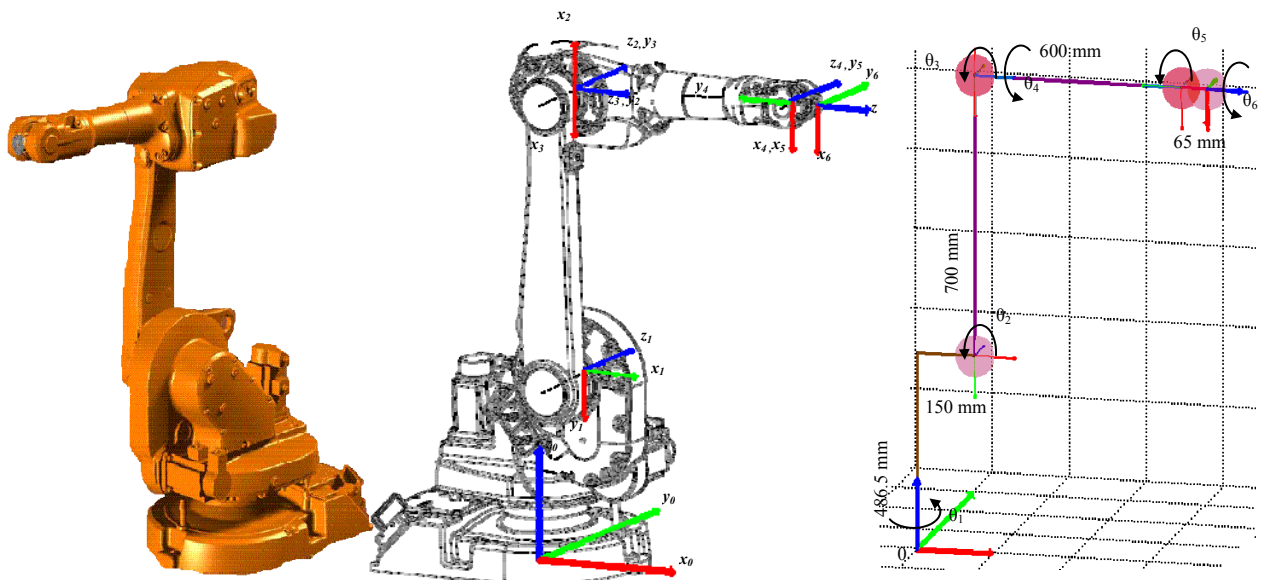


Figura 7.40. Manipulador de seis grados de libertad IRB1600_145_7.

La tabla 7.11 muestra los parámetros *D-H* para el robot en una configuración de nicho según la convención Denavit-Hartenberg.

θ_i , girar sobre Z_{i-1} hasta llegar a coincidir X_{i-1} con el eje X_i .

d_i , trasladarse sobre Z_{i-1} hasta llegar a coincidir los orígenes de OX_{i-1} con el eje OX_i .

d_i , trasladarse sobre X_i hasta llegar a coincidir los orígenes de OX_{i-1} con el eje OX_i .

α_i , girar sobre X_i hasta llegar a coincidir Z_{i-1} con el eje Z_i .

Tabla 7.11. Parámetros $D-H$ de un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

i	θ	α	a	d
1	$\theta_1=0$	$-\pi/2$	0.150	0.4865
2	$\theta_2=-\pi/2$	0	0.700	0
3	$\theta_3=\pi$	$\pi/2$	0	0
4	$\theta_4=0$	$-\pi/2$	0	0.600
5	$\theta_5=0$	$\pi/2$	0	0
6	$\theta_6=0$	0	0	.065

Las ecuaciones de enlace cinemático se obtienen a través de la ecuación 7.10 y las ecuaciones de cada articulación se muestran en las ecuaciones 7.41-7.46 respectivamente, pueden evaluarse según los parámetros de la tabla 7.11 y mediante la ecuación 7.47 se puede conocer la posición y orientación del sistema de coordenadas del efector final de dicho manipulador.

$${}^0DQ_1^{DH} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) & -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) & -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) & \left(0.0375 \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) - 0.1216 \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)\right) \epsilon \\ \left(0.0375 \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + 0.1216 \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)\right) i \epsilon & \left(0.0375 \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) - 0.1216 \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)\right) j \epsilon & \left(0.0375 \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + 0.1216 \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)\right) k \epsilon & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.41)$$

$${}^1DQ_2^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \sin\left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \end{bmatrix} \quad (7.42)$$

$${}^2DQ_3^{DH} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_3}{2} + \frac{\pi}{2}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_3}{2} + \frac{\pi}{2}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_3}{2} + \frac{\pi}{2}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_3}{2} + \frac{\pi}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.43)$$

$${}^3DQ_4^{DH} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right) & -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right) & -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right) & 0 & 0 \\ \left(0.150 \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right)\right) \epsilon & \left(0.150 \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_4}{2}\right)\right) i \epsilon & \left(0.150 \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right)\right) j \epsilon & \left(0.150 \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right)\right) k \epsilon & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.44)$$

$${}^4DQ_5^{DH} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_5}{2}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\theta_5}{2}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_5}{2}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\theta_5}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.45)$$

$${}^5DQ_6^{DH} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta_6}{2}\right) & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\theta_6}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \sin\left(\frac{\theta_6}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\left(\frac{\theta_6}{2}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\theta_6}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\left(\frac{\theta_6}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\left(\frac{\theta_6}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (7.46)$$



$${}^0DQ_6^{DH} = \prod_{i=1}^n {}^{i-1}DQ_i^{DH} = {}^0DQ_1^{DH} {}^1DQ_2^{DH} {}^2DQ_3^{DH} {}^3DQ_4^{DH} {}^4DQ_5^{DH} {}^5DQ_6^{DH} \quad (7.47)$$

Tabla 7.12. Posición y orientación de cada articulación y del efector final.

	<i>w</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	ϵ	<i>i</i> ϵ	<i>j</i> ϵ	<i>k</i> ϵ
0DQ_1	.7071	-.7071	0	0	.0530	.0530	-.1720	.1720
1DQ_2	.7071	0	0	-.7071	0	.2474	-.2474	0
2DQ_3	0	0	.7071	.7071	0	0	0	0
3DQ_4	.7071	-.7071	0	0	0	0	-.2121	.2121
4DQ_5	.7071	.7071	0	0	0	0	0	0
5DQ_6	1	0	0	0	0	0	0	.0325
0DQ_6	.7071	0	.7071	0	0	-.1313	0	.70763

El resultado obtenido de la ecuación 7.48 señala la posición/orientación de la punta de manipulador para las condiciones iniciales establecidas en los parámetros *D-H*.

$$T_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & .815 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1.1865 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.48)$$

Algunos parámetros dinámicos se muestran en la tabla 7.13 y son aspectos que determinarán la complejidad del problema basado en la simplicidad del algoritmo genético, así como el diseño de la función aptitud enfocado en una función de optimización en búsqueda de trayectorias para satisfacer condiciones de posición y orientación.

Tabla 7.13. Parámetros dinámicos de un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

Masa [Kg]		Tensor de inercia [Kg·m ²]					Centro de masa [m]			Fricción de Coulomb [N·m]	Fricción Viscosa [N·m·s/rad]	
<i>i</i>	<i>m</i>	<i>I_{xx}</i>	<i>I_{yy}</i>	<i>I_{zz}</i>	<i>I_{xy}</i>	<i>I_{yz}</i>	<i>I_{xz}</i>	<i>r_x</i>	<i>r_y</i>	<i>r_z</i>	<i>f_c</i>	<i>f_v</i>
1	13	1.10	1.11	0.117	0	0	0	0	0.004	-0.309	29.80	6.27
2	22.40	0.403	0.969	0.965	0	0	0	0.103	0.005	-0.0400	14.70	8.89
3	5	0.0748	0.0073	0.0756	0	0	0	0.020	-0.004	0.014	7.370	5.31
4	1.20	0.00532	0.0052	0.00337	0	0	0	0	-0.003	-0.0860	4.760	2.5
5	0.62	4.87e-06	4.82e-06	5.72e-06	0	0	0	0	-1e-3	-0.0100	1.760	1.2
6	0.20	1.23e-4	1.23e-4	5.80e-05	0	0	0	0	0	0.003	0.060	0.6



La solución de movimientos y la generación de trayectoria se obtienen por los parámetros de la tabla 7.14.

Tabla 7.14. Parámetros del algoritmo genético.

$f(\Delta\theta's)$	$\in[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$
ni	100
p	4
$Prbcr$	0.9
$Prbm$	0.19
Reg	.1
fp	.01
$Máx-gen$	1000

Para todos los casos de estudio la función multiobjetivo a solucionar es muy similar debido a su buen desempeño y las condiciones de posición/orientación, el cual puede observarse en la ecuación 7.49.

$$f_i = e^{-\left(w1Dq_i^2 + w2D_i\right)} \quad (7.49)$$

$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} \left(e_i^{\theta_g} - e_i^{\theta_a}\right)^2} \quad (7.50)$$

$$D_i = \sqrt{\left(x_g - (\Delta x + x)_i\right)^2 + \left(y_g - (\Delta y + y)_i\right)^2} \quad (7.51)$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

D – Distancia entre los el punto deseado y el punto de la configuración inicial.

θ -Desplazamiento angular de los eslabones.

i, j - ésimo iteración.

n -Tamaño de la las soluciones;

m –Generación.

ni – Numero de individuos en la población;

p – Precisión decimal.

$Prbcr$ – Probabilidad de cruce;

$Prbm$ – Probabilidad de mutación.

Reg – Regeneración;

fp – Factor de perturbación.

$Máx-gen$ – Máximo de generaciones. x_g, y_g – Coordenadas del punto deseado.

x, y – Coordenadas del efector final. $\Delta x, \Delta y$ – Conjunto de soluciones encontradas.



La trayectoria generada por el algoritmo genético se muestra en la figura 7.41 derivado de la ecuación 7.49, se observa claramente la búsqueda del punto objetivo (-.2, .8, 1.1570) en base a las coordenadas del efector final, la interpolación de los cuaterniones duales en una orientación de (0°, 0°, 0°) con una configuración inicial de $\theta's = [0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]$.

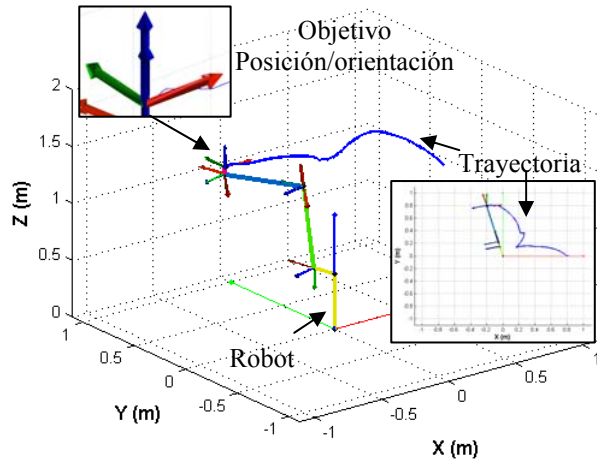


Figura 7.41. Trayectoria.

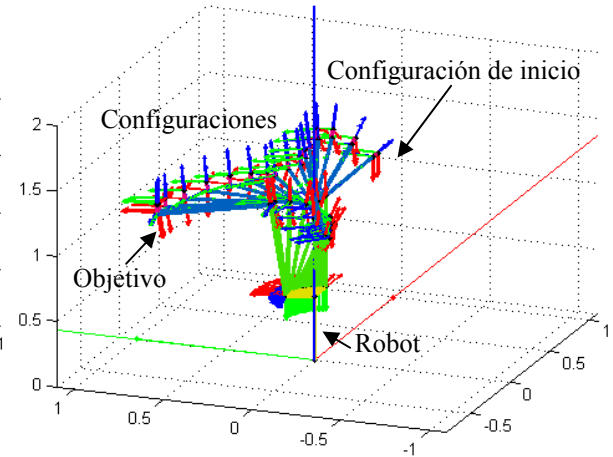


Figura 7.42. Configuraciones.

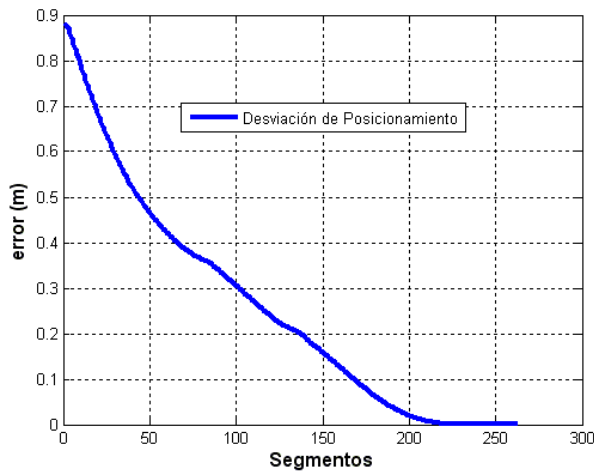


Figura 7.43. Error vs segmentos.

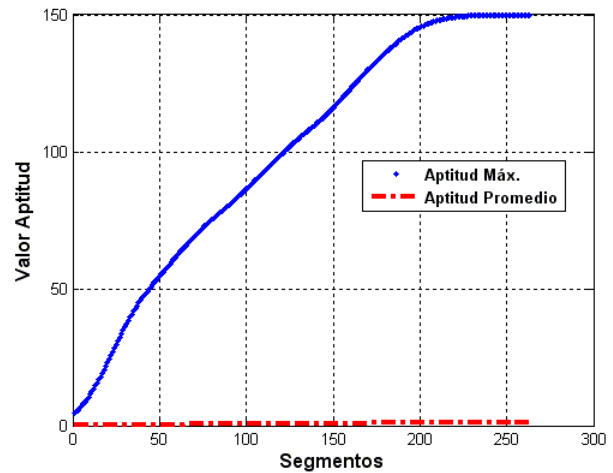


Figura 7.44. Aptitud vs segmentos.

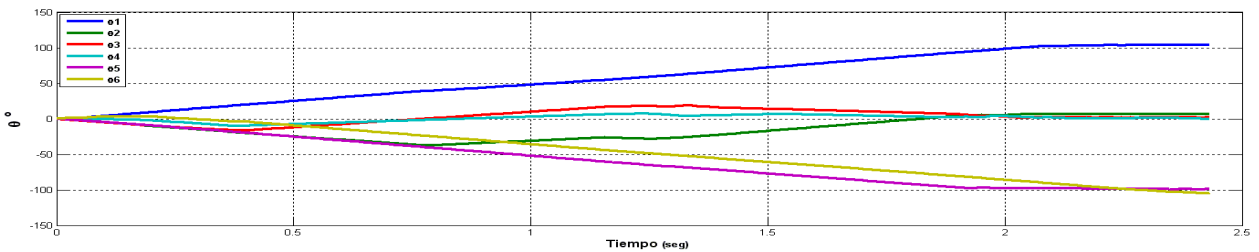


Figura 7.45. Posición en las articulaciones.

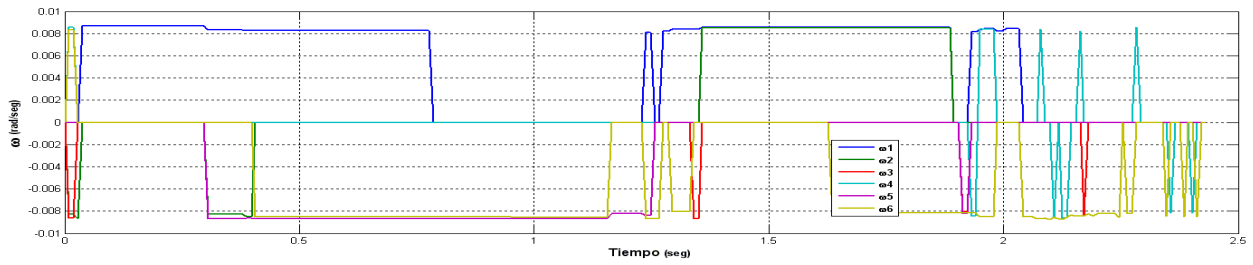


Figura 7.46. Velocidad angular.

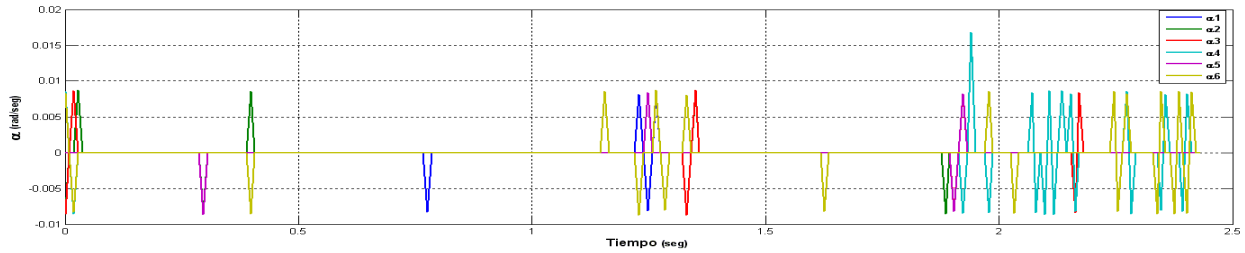


Figura 7.47. Aceleración angular.

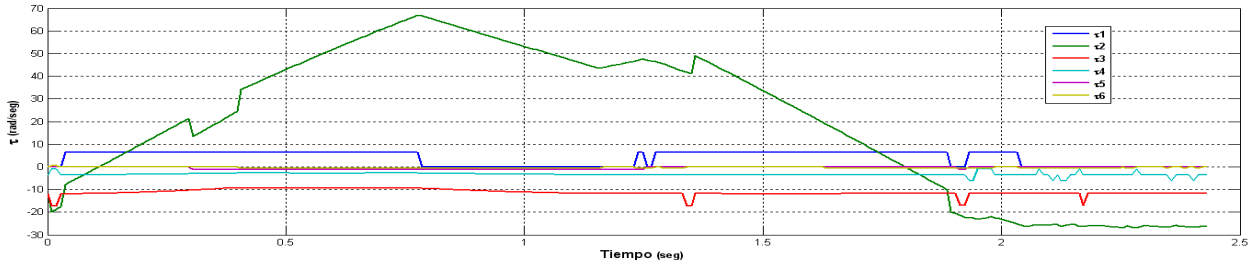


Figura 7.48. Torque.

Así los resultados obtenidos en las figuras 7.45, 7.46, 7.47 y 7.48, señalan los movimientos de la trayectoria planeada por el algoritmo genético y la ecuación 7.52 señala la posición/orientación deseada.

$$T_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 1 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0 & 1 & 1.1570 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.52)$$

Así, la ecuación 7.53 es la posición/orientación alcanzada por el manipulador.

$$T_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 1 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0 & 1 & 1.1569 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.53)$$



El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observarse en la tabla 7.15, el tiempo de convergencia es bastante aceptable en relación a la cantidad de generaciones realizadas.

Tabla 7.15. Resultados del algoritmo genético.

<i>gen</i>	<i>segmentos</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
275	245	6.13-8	149.995	0.99999	2.4307

7.1.4. IMPLEMENTACIÓN PARA EL SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR ESPACIAL

El seguimiento de trayectorias es muy común cuando se habla de robots móviles, ya que estos se desplazan en lugares sumamente poblados por agentes estáticos y dinámicos, los cuales como en la planeación de trayectorias, el robot tiene que llegar de un punto inicial a un punto final generando una ruta o siguiendo una trayectoria establecida. Consecuentemente algunas limitaciones aparecen para seguir trayectorias cuando existe una distribución de obstáculos en el entorno, o por la configuración del robot y las capacidades de movimiento que éste tiene. Por lo tanto, la topología en los algoritmos para la planeación de trayectorias es uno de los puntos más importantes en la robótica, tanto para seguirlas como para generarlas e incluso para evadir obstáculos a través de la exploración del entorno o el mapeo de éstos dentro del espacio cartesiano.

Así, el problema se enfoca más en la gran variedad de controladores que se diseñan para corregir y compensar las perturbaciones mecánicas o externas que aquellos que se basan en los algoritmos de búsqueda confiables, esto hace que se piense en sistemas que eviten las singularidades de las no linealidades sobre todo cuando se habla en términos de dinámica, movimiento y algoritmos de control para robots. Tal problema engloba consideraciones como algunas incertidumbres paramétricas debido a las variaciones de la carga, el errático modelado dinámico debido al desprecio de las fricciones y las incertidumbres generadas por el ruido de medida.

No obstante, la satisfacción para el seguimiento de una trayectoria puede realizarse obteniendo un rendimiento factible a través de simulaciones lo más fiables posible. Esto hace que se analicen todos los datos disponibles y tener ciertas consideraciones con la imprecisión de los parámetros mecánicos sin aumentar el costo computacional en forma auto-adaptiva.



El planteamiento del problema consiste en determinar configuraciones intermedias de los eslabones de un manipulador de seis grados de libertad tipo ABB[®] IRB1600_145_7, entre la configuración inicial y una posición/orientación final cuando se planea a través de una trayectoria preestablecida libre de obstáculos empleando ecuaciones cinemáticas a través de cuaterniones duales y es resuelto por un planeador de algoritmo genético.

Un manipulador robótico de seis grados de libertad que se muestra en la figura 7.40 es analizado para el seguimiento de una trayectoria establecida, sus parámetros cinemáticos y dinámicos se muestran en la tabla 7.11 y 7.12 respectivamente vistos con anterioridad. Las ecuaciones de enlace cinemático se obtienen a través de la ecuación 7.10 y las ecuaciones de cada articulación se muestran en las ecuaciones 7.41-7.46 respectivamente, con la ecuación 7.47 se puede conocer la posición y orientación del sistema de coordenadas del efector final de dicho manipulador.

El manipulador robótico tiene una configuración inicial de $\theta's = [0^\circ, 30^\circ, -30^\circ, 0^\circ, -90^\circ, 0^\circ]$, donde el sistema de coordenadas de la base del robot se encuentra en una posición/orientación de $[1m, .2m, -.2m, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]$. Así, la ecuación 7.54 señala el desplazamiento de la base del robot con respecto al sistema de coordenadas global.

$$DQ^{DH} = 1 + 0.05i\varepsilon + 0.1j\varepsilon - 0.1k\varepsilon \quad (7.54)$$

La ecuación 7.55 la posición/orientación del la punta del robot donde se coloca el efector final con respecto al sistema de coordenadas mundo.

$$DQ^{DH} = 1 + 0.6i\varepsilon + 0.1j\varepsilon + 0.4788k\varepsilon \quad (7.55)$$

En la ecuación 7.56 se muestra su equivalencia en una matriz de transformación homogénea.

$$T_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.2 \\ 0 & 1 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 & 0.957 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.56)$$

Sin embargo, la posición/orientación respecto a las coordenadas de la base se muestra en 7.57.

$${}^0\hat{D}Q_6^{DH} = 1 + 0.55i\varepsilon + 0.578k\varepsilon \quad (7.57)$$



Donde sus valores en una matriz de transformación homogénea según la ecuación 7.58 son:

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1.157 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.58)$$

La figura 7.49 muestra el diagrama de flujo para seguir trayectorias definidas, se puede observar que no tiene mucha variación con el de generación de trayectorias, excepto por una condición de termino, donde se verifica que se cumple cada condición del punto sobre la trayectoria preestablecida.

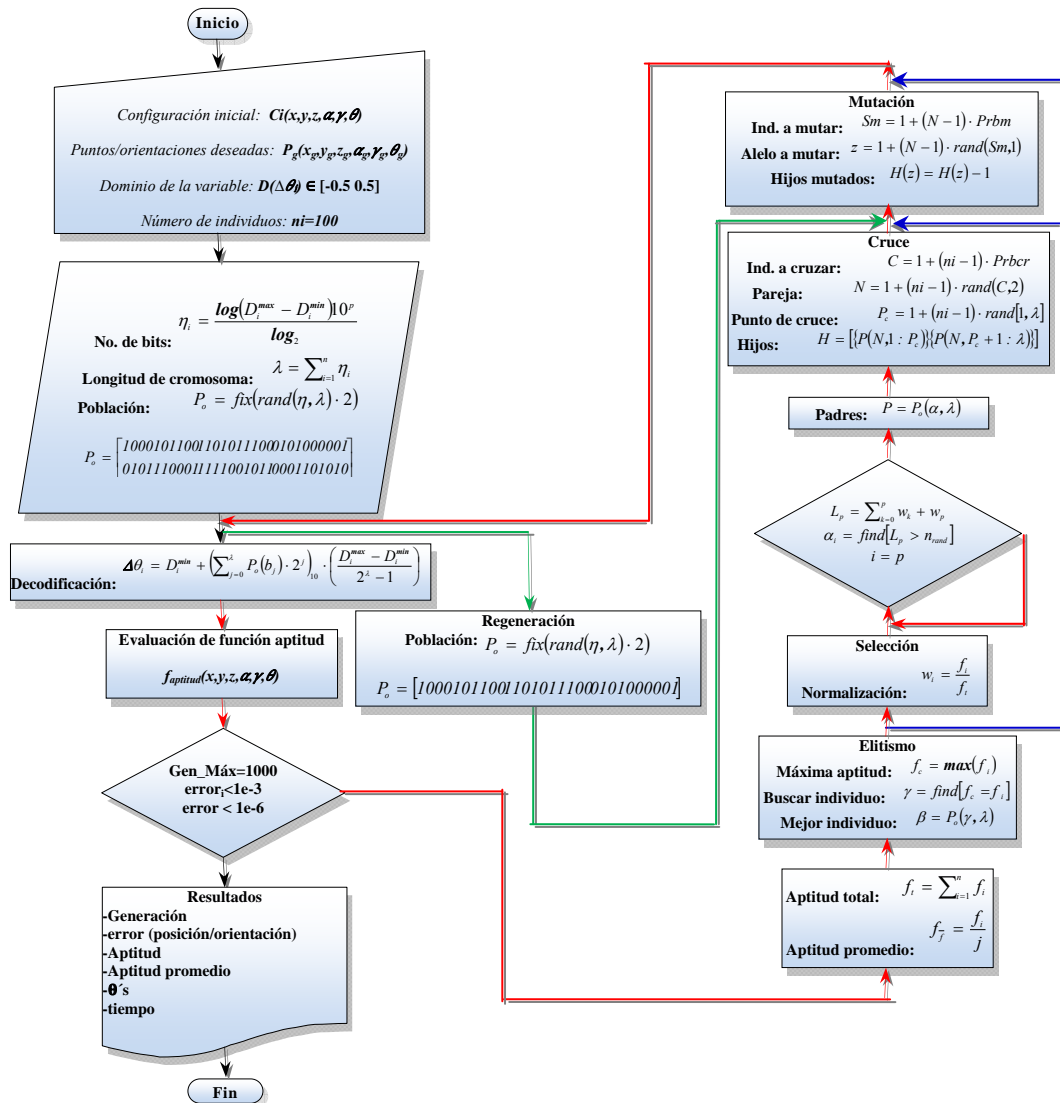


Figura 7.49. Diagrama de flujo del planeador seguidor de trayectorias con algoritmo genético.



Por otro lado, la trayectoria a seguir comienza desde la configuración inicial del robot manipulador hasta la posición/orientación señalada en la ecuación 7.59, donde es una recta segmentada en 50 puntos y la orientación en la punta del manipulador se mantiene sin cambio que el sistema de coordenadas global, es decir, se buscan las configuraciones de una trayectoria lineal sin cambio de orientación.

$${}^0\hat{D}Q_6^{DH} = 1 - 0.450i\varepsilon + 0.1j\varepsilon + 0.4788k\varepsilon \quad (7.59)$$

Donde sus valores en una matriz de transformación homogénea según la ecuación 7.60 son:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.9 \\ 0 & 1 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 & 0.9577 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.60)$$

Algunos parámetros dinámicos se muestran en la tabla anterior 7.13 y son aspectos que determinarán la complejidad del problema basado en la simplicidad del algoritmo genético, así como el diseño de la función aptitud enfocado en una función de optimización en el seguimiento de una trayectoria para satisfacer condiciones de posición y orientación.

La solución de movimientos y los parámetros del algoritmo genético para el seguimiento de una trayectoria se muestra en la tabla 7.15.

Tabla 7.16. Parámetros del algoritmo genético.

$f(\Delta\theta's)$	$\in[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$
ni	100
p	5
$Prbcr$	0.98
$Prbm$	0.85
Reg	.2
fp	.01
$Máx-gen$	1000

La función multiobjetivo a solucionar depende de las condiciones de posición/orientación y del mínimo movimiento de los eslabones, el cual puede observarse en la ecuación 7.61.



$$f_i = \frac{1}{w_1 Dq_i + w_2 O_i} \quad (7.61)$$

$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{Og} - e_i^{Oa})^2} \quad (7.62)$$

$$D_i = \sqrt{(x_g - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_g - (\Delta y + y)_i)^2} \quad (7.63)$$

$$O_i = \sum_{j=1, k=1}^{j=m, k=n} (\theta_k^j + 1 - \theta_k^j)^2 \quad (7.64)$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

D – Distancia entre los el punto deseado y el punto de la configuración inicial.

O – Mínimo movimiento entre las articulaciones.

θ –Desplazamiento angular de los eslabones.

k -Numero de soluciones; i, j -ésimo iteración.

n -Tamaño de la las soluciones; m –Generación.

ni – Numero de individuos en la población; p – Precisión decimal.

$Prbcr$ – Probabilidad de cruce; $Prbm$ – Probabilidad de mutación.

Reg – Regeneración; fp – Factor de perturbación.

$Máx-gen$ – Máximo de generaciones. x_g, y_g – Coordenadas del punto deseado.

x, y – Coordenadas del efector final. $\Delta x, \Delta y$ – Conjunto de soluciones encontradas.

La figura 7.50 y 751 muestran las configuraciones del robot manipulador en cada punto de la trayectoria lineal, donde se aprecia en detalle que el sistema de coordenadas de la punta del manipulador mantiene la orientación deseada.

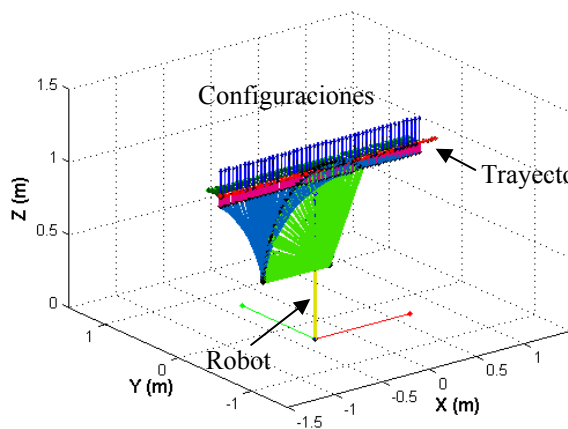


Figura 7.50. Trayectoria.

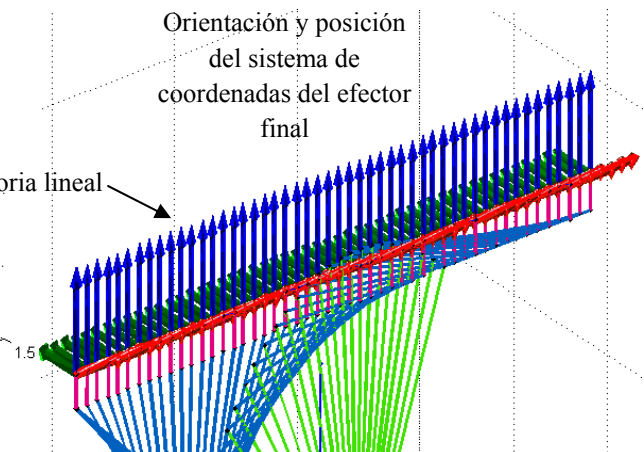


Figura 7.51. Configuraciones.



Las figuras 7.51-7-56 muestran el resultado del seguimiento de una trayectoria lineal con orientación constante y la tabla 7.16 muestra el movimiento en cuaterniones duales.

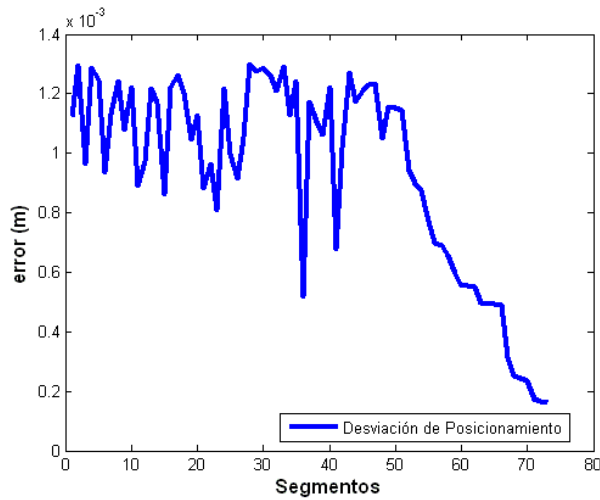


Figura 7.51. Error vs segmentos.

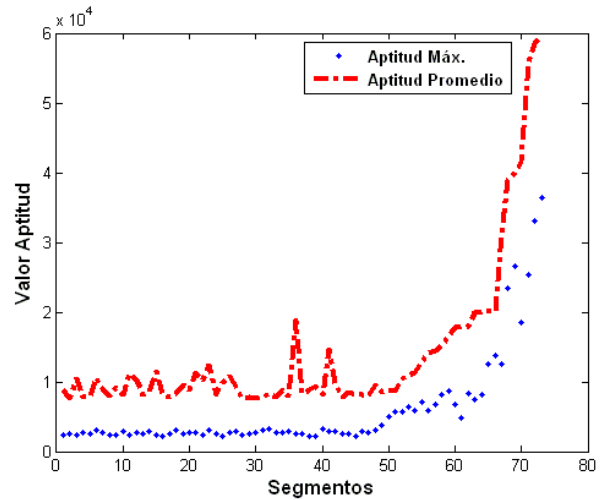


Figura 7.52. Aptitud vs segmentos.

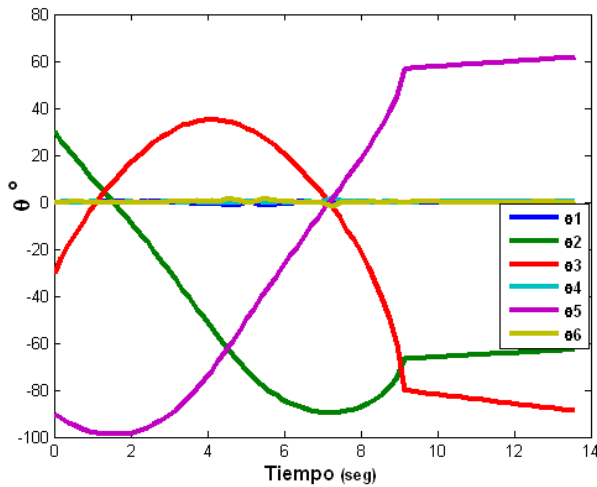


Figura 7.53. Posición en las articulaciones.

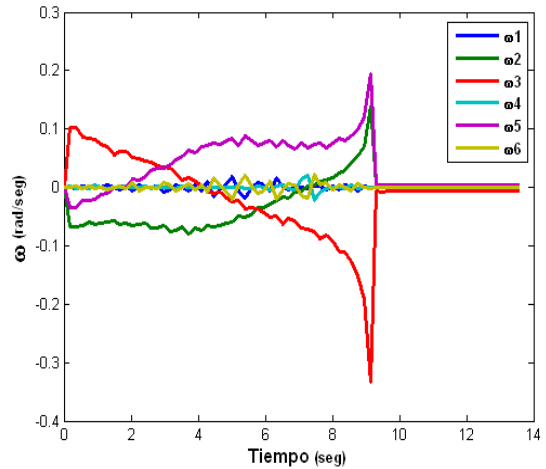


Figura 7.54. Velocidad angular.

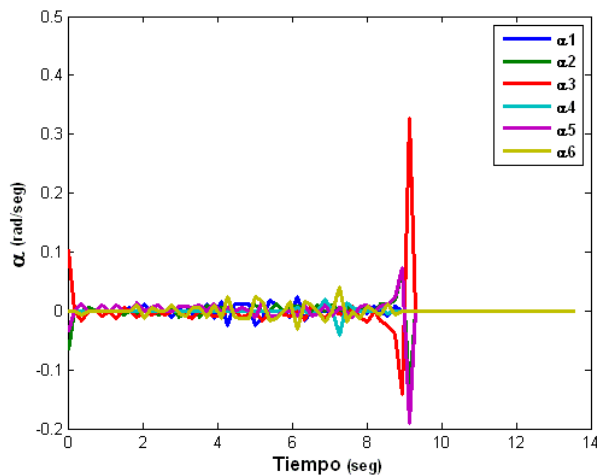


Figura 7.55. Aceleración angular.

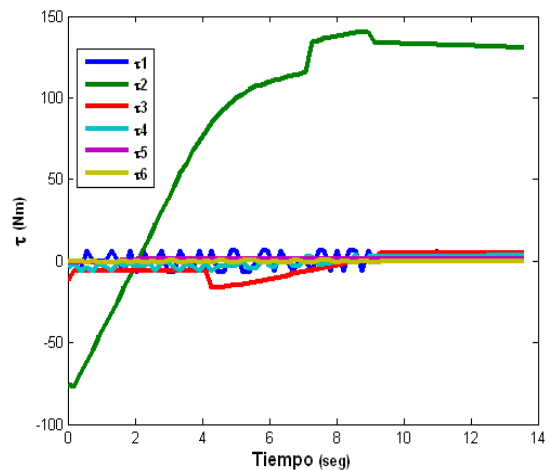


Figura 7.56. Torque.



Tabla 7.17. Configuraciones del robot en cuaterniones duales.

No	w	x_i	y_i	z_k	ε	$x_i\varepsilon$	$y_i\varepsilon$	$z_k\varepsilon$
1	1	0	0	0	0	0.6000000000000000	0.1000000000000000	0.478858891324554
2	1	0	0	0	0	0.578751552178427	0.100471498353598	0.479472923830188
3	1	0	0	0	0	0.556802820078118	0.0986659165983736	0.47889278731303
4	1	0	0	0	0	0.535487340843468	0.0998487300716712	0.480138992210028
5	1	0	0	0	0	0.514566614886243	0.0990310205468223	0.479623301602707
6	1	0	0	0	0	0.492439403747654	0.100484374274546	0.478569374528287
7	1	0	0	0	0	0.470683895726118	0.100282032050095	0.478869284773146
8	1	0	0	0	0	0.449358875845260	0.101029450861045	0.478455156233351
9	1	0	0	0	0	0.429645650351083	0.101416061370071	0.479501639380633
10	1	0	0	0	0	0.407545002744647	0.100309498097724	0.479907279324456
11	1	0	0	0	0	0.386174666147816	0.101398208955089	0.478290198850284
12	1	0	0	0	0	0.364394194733263	0.0989434135266543	0.479505774966974
13	1	0	0	0	0	0.343262237180006	0.100367588674725	0.479040283978538
14	1	0	0	0	0	0.322766879916936	0.100626511649354	0.478826609793595
15	1	0	0	0	0	0.300012491839429	0.100052071315573	0.479477712235113
16	1	0	0	0	0	0.278095008065564	0.100799250518261	0.479757771276757
17	1	0	0	0	0	0.257741524078021	0.0991430783049454	0.4788607618426007
18	1	0	0	0	0	0.235470950136366	0.0985394769572868	0.477769261605616
19	1	0	0	0	0	0.213633856616905	0.0992758817259582	0.477538098447637
20	1	0	0	0	0	0.193661946938025	0.0996820421849673	0.478813901159477
21	1	0	0	0	0	0.170380770487690	0.0989450342367107	0.478563349718990
22	1	0	0	0	0	0.150148479936265	0.0992621635775318	0.477965574525555
23	1	0	0	0	0	0.128269910064353	0.0991957229006350	0.478079291561682
24	1	0	0	0	0	0.107900079370878	0.0996298799100485	0.479258263195035
25	1	0	0	0	0	0.0864061193076416	0.0992245721325906	0.480002442924166
26	1	0	0	0	0	0.0654514924536149	0.0995790064503312	0.479000632817555
27	1	0	0	0	0	0.0438695313491936	0.100149568454544	0.479489514695609
28	1	0	0	0	0	0.0214873934565188	0.100012321437289	0.480058278235376
29	1	0	0	0	0	0.00183138565132881	0.100383537927076	0.479216882229216
30	1	0	0	0	0	-0.0217173364155848	0.101508252336984	0.480181646816927
31	1	0	0	0	0	-0.0436411807501642	0.101841377997228	0.479373639336582
32	1	0	0	0	0	-0.0633289607634456	0.101634447638251	0.479274591430033
33	1	0	0	0	0	-0.0844557705008453	0.101293566491283	0.478839526616243
34	1	0	0	0	0	-0.106848853420262	0.102007757532680	0.479092025091276
35	1	0	0	0	0	-0.127126665455238	0.0992654573119600	0.479155240721834
36	1	0	0	0	0	-0.150255714439490	0.0994621057950664	0.480356374154603
37	1	0	0	0	0	-0.171391439472183	0.100246395944121	0.478496579648602
38	1	0	0	0	0	-0.191025954220336	0.100116624034644	0.478265826973118
39	1	0	0	0	0	-0.213921863338440	0.100472607467382	0.477556755116571
40	1	0	0	0	0	-0.234327911756862	0.100763736052342	0.478643225746442
41	1	0	0	0	0	-0.256061143589289	0.100412006068896	0.478381197415480
42	1	0	0	0	0	-0.279000133625847	0.0994473874649214	0.478805011128454
43	1	0	0	0	0	-0.298429790122967	0.101023397712946	0.479248446373086
44	1	0	0	0	0	-0.319917545101115	0.100025844380817	0.478697507143229
45	1	0	0	0	0	-0.343079040024862	0.101402839299333	0.478193440820843
46	1	0	0	0	0	-0.363918923993130	0.100253129766259	0.477513362080068
47	1	0	0	0	0	-0.384578670166323	0.0985768711406146	0.478317251504315
48	1	0	0	0	0	-0.405541128416029	0.101200402609533	0.4790125591442143
49	1	0	0	0	0	-0.426814437703131	0.100461597517582	0.478274189732306
50	1	0	0	0	0	-0.447343374637280	0.100080875414989	0.478657828164594
51	1	0	0	0	0	-0.447351237239485	0.100371750684004	0.479090372023860
52	1	0	0	0	0	-0.447989557954879	0.100265746457880	0.478132396342114
53	1	0	0	0	0	-0.448011847800594	0.100268426946856	0.478557662335833
54	1	0	0	0	0	-0.448027409325974	0.100271020531135	0.478979459205502
55	1	0	0	0	0	-0.448158085029496	0.100273661948168	0.479028180169815
56	1	0	0	0	0	-0.448403591537390	0.0999443042721757	0.478821254886285
57	1	0	0	0	0	-0.448550149927065	0.100096337307709	0.478863753530755
58	1	0	0	0	0	-0.448662537794488	0.100096476760986	0.478902685234907
59	1	0	0	0	0	-0.448952040434737	0.100047219179012	0.478664345092010
60	1	0	0	0	0	-0.449014330311484	0.0996982802864524	0.478679103302103
61	1	0	0	0	0	-0.449226939651325	0.0997003029857839	0.478567927035728
62	1	0	0	0	0	-0.449349176941933	0.0996690566437804	0.478587191131561
63	1	0	0	0	0	-0.449411194107117	0.0998815162936244	0.478603302692908
64	1	0	0	0	0	-0.449521504510078	0.0998501711203523	0.478616158966689
65	1	0	0	0	0	-0.449614777129875	0.0998685582073191	0.478625779808484
66	1	0	0	0	0	-0.449691321505362	0.0999351511356417	0.478632209259829
67	1	0	0	0	0	-0.449770962107348	0.100001702796016	0.478641016029270
68	1	0	0	0	0	-0.449840327768091	0.100099337706917	0.478647579462213
69	1	0	0	0	0	-0.449901034803385	0.100199746819617	0.478653673302272
70	1	0	0	0	0	-0.449942308415257	0.100267135340325	0.478676321320650
71	1	0	0	0	0	-0.449956169596755	0.100214805064800	0.478695926335993
72	1	0	0	0	0	-0.450010770215847	0.0999535156381818	0.478712525328751
73	1	0	0	0	0	-0.450035033677276	0.100020943844848	0.478725945994532
74	1	0	0	0	0	-0.450045212453801	0.100088320001596	0.478731279190014



Tabla 7.18. Configuraciones del robot en matrices de transformación homogénea.

No.	n_x	s_x	a_x	n_y	s_y	a_y	n_z	s_z	a_z	p_x	p_y	p_z
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1.200000000000000	0.200000000000000	0.957717782649108
2	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1.15792205079654	0.200117381098424	0.958613250751421
3	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1.11441898447953	0.197762530043362	0.956750345691578
4	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1.07071594215795	0.199711108303497	0.960563676356703
5	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1.02957765424457	0.199212075205169	0.958531322294951
6	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.984368580443192	0.199852897605927	0.957897216378485
7	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.941269926645614	0.200151898156556	0.957921365179047
8	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.898794190062331	0.203082585991214	0.956621799852272
9	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.859320906296937	0.203153693978442	0.958908781274178
10	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.815316397176275	0.200293773415203	0.959690521254470
11	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.772866214473706	0.202009555275466	0.956329395753164
12	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.728335013591572	0.197798343917919	0.959374169088705
13	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.685754803442693	0.200668596932165	0.958645675720504
14	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.645059647282466	0.200787091222824	0.958070526042856
15	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.600693153944336	0.200729921785213	0.958406372578309
16	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.556435990097056	0.201514557476544	0.959390555660713
17	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.516319745284760	0.197571655838537	0.957418467829292
18	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.470717299453756	0.196533313735421	0.955761548945562
19	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.427000161174750	0.198672521587428	0.955170855683362
20	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.386898386235351	0.198605075829129	0.957957492037604
21	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.340609808359188	0.197317216489770	0.957299038573306
22	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.300230449825473	0.198906528943270	0.955872625325631
23	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.256742419725860	0.198035016956895	0.956178213417209
24	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.215457094667231	0.199729917439893	0.958495854283230
25	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.172132718343339	0.198653520679561	0.960084695519971
26	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.130213966933638	0.199295224916119	0.958066631131665
27	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.0871919092469514	0.200196729657456	0.959050318204038
28	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.0424822524157215	0.199818424260106	0.960181469361427
29	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0.00376194309768735	0.200179030040999	0.958556482569037
30	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.0432369418898856	0.202958133105723	0.960384554255062
31	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.0875525055033324	0.204114435799856	0.958630836942926
32	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.126557236850261	0.202845489497193	0.958652272378637
33	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.169414013278926	0.202091100674834	0.957695107992249
34	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.213948036598993	0.204431417400438	0.958039574783431
35	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.254500043799017	0.198817626752227	0.958185735112688
36	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.300241010320648	0.198450396911698	0.960895295669636
37	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.342465419987793	0.200224463433225	0.957162979348452
38	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.381543371372106	0.200235324373014	0.956734264274868
39	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.427468271268759	0.200603804140710	0.95535389863373
40	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.468372497824139	0.202221218879228	0.957278827060768
41	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.511420021429550	0.201210382479035	0.957057096017335
42	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.557695365588693	0.199399775688785	0.957682643393575
43	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.597097014821415	0.201919902497896	0.95837573723100
44	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.639188989270322	0.200654087600492	0.957700804087399
45	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.685685159858791	0.203391451810435	0.956601713220953
46	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.728074255502526	0.200373649344053	0.954874696141800
47	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.768702016257352	0.197832810883470	0.956860289597384
48	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.810569906878154	0.202972647815341	0.958337893856135
49	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.853544370069671	0.200271584761885	0.956760445788299
50	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.894775061085837	0.200342512905906	0.957195331785828
51	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.894572327973437	0.200726033527614	0.958305911763233
52	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.896464852871255	0.200812547276029	0.955750437966927
53	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.896236101038415	0.200868747042772	0.956846821597560
54	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.895993333599489	0.200924916304763	0.957936204086684
55	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.896380476404553	0.200981534479022	0.957905194361323
56	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.896708845300008	0.200010618243724	0.957709224056633
57	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.897073010284927	0.200610755652471	0.957665593695195
58	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.897424329385673	0.200659072775125	0.957614825328249
59	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.897770666505028	0.200707426232039	0.957325494913059
60	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.898133606911490	0.199667027324235	0.957203440438970
61	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.898447876725020	0.199723350860548	0.957074257259330
62	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.898673770601607	0.199839566724323	0.957092914317657
63	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.8988877378888231	0.199955842229351	0.957105124404881
64	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.899089685723975	0.200072173249200	0.957110894993321
65	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.899279651208341	0.200188555574022	0.957110233622719
66	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.899457636949949	0.200304985017110	0.957103147902922
67	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.899566866512057	0.200421436749249	0.957171242955650
68	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.899658639330096	0.200510918172339	0.957250510871653
69	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.899739867383200	0.200600315902357	0.957323754443383
70	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.899821562047792	0.200716729743152	0.957373674621474
71	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.899892082091202	0.200398042799047	0.957417523764402
72	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.899951067981072	0.200079316602097	0.957455306906147
73	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.89998525724773	0.200195542859081	0.957487029184179
74	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.900080019900735	0.200311795896724	0.957444078129350

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observarse en la tabla 7.19, el tiempo de convergencia es prolongado debido a la cantidad de puntos a satisfacer, no obstante, puede mejorarse el tiempo si se propone una mayor cantidad de puntos, esto aproximaría mas los puntos y por la tanto la cantidad de individuos se reduciría de tal manera que solo dependería del diseño de la función aptitud y algunas restricciones o reduciendo la cantidad de puntos sobre la trayectoria a seguir, esto conlleva a una búsqueda más amplia con posibilidades de incrementar un poco el tiempo de convergencia. Todo depende de la precisión que se requiera sobre cada punto de la trayectoria.

Tabla 7.19. Resultados del algoritmo genético.

<i>gen</i>	<i>segmentos</i>	<i>error promedio</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
2000	74	0.000932	5933.8	5933.8	13.601

Por otro lado, el algoritmo es flexible a tal grado que puede realizar la búsqueda de las configuraciones siguiendo una trayectoria no lineal con los mismos parámetros y la misma función aptitud, como se muestra en la ecuación 7.65 para los siguientes dos casos: Caso I $r=.3$, $x_0=0.8$, $y_0=0.2$, $z_0=1.1$ y $\alpha, \gamma, \theta \in [0, 2\pi]$. Caso II $r=.1$, $x_0=0.1$, $y_0=0.8$, $z_0=0.957$, $\alpha, \gamma \in [-3\pi, 3\pi]$ y $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, donde r es el radio y x_0, y_0, z_0 la localización del radio.

$$x = x_0 + r \cos \alpha, \quad y = y_0 + r \sin \gamma, \quad z = z_0 + r \sin \theta \quad (7.66)$$

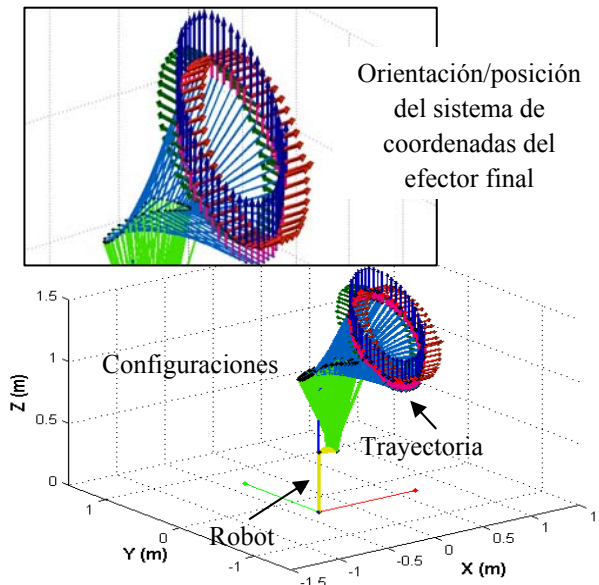


Figura 7.57. Trayectoria caso I.

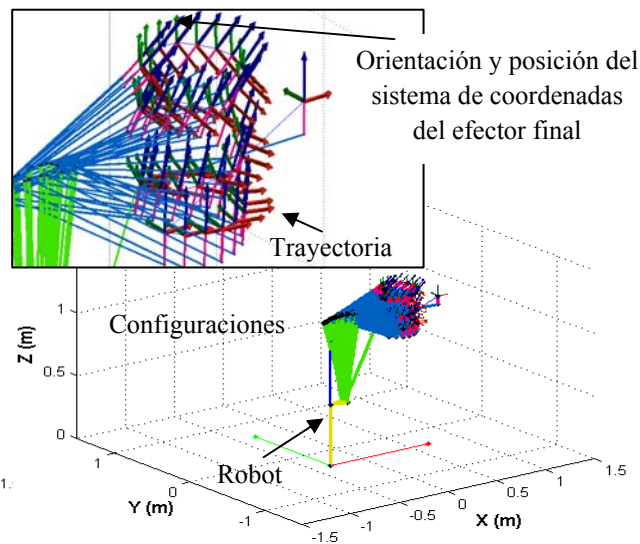
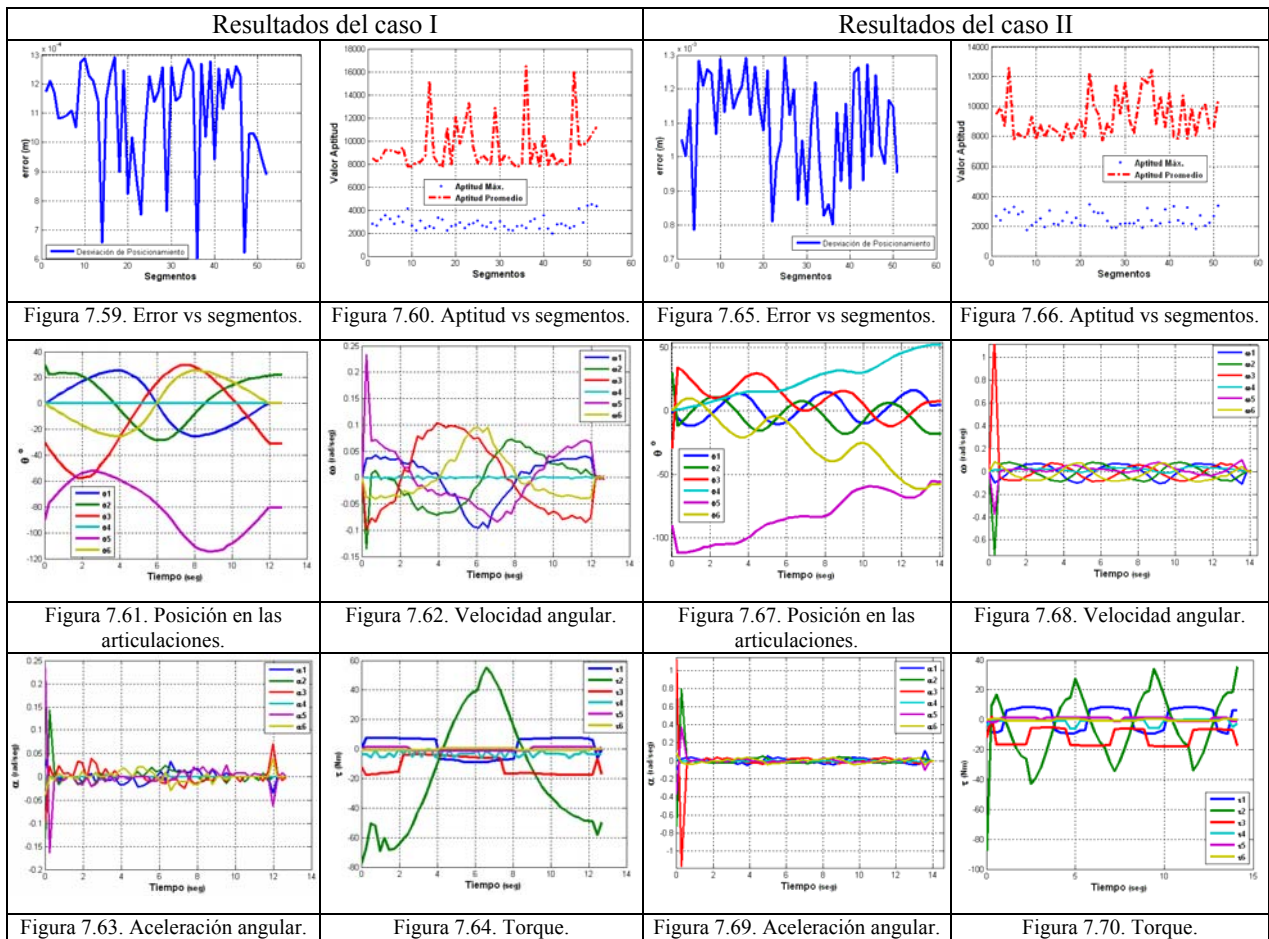


Figura 7.58. Trayectoria caso II.



Las figuras 7.59-7.64 representas los resultados obtenidos para el seguimiento de la trayectoria en el caso I, se puede observar una trayectoria homogénea y un tiempo de convergencia aceptable, además se puede observar que las posiciones, velocidades y aceleraciones son curvas suaves tan similares como las que se obtienen por medio de una interpolación parabólica. Por otro lado, las figuras 7.65-7.70 presentan resultados excelentes del caso II de acuerdo al seguimiento de la trayectoria en forma de espiral.

Los resultados de ambos casos se muestran en la tabla 20, estos muestran el tiempo promedio del seguimiento de las trayectorias y el error promedio durante cada segmento, cabe señalar que el tiempo generado es resultado de las 2000 generaciones transcurridas debido a que los puntos sobre esa trayectoria son distantes.

Tabla 7.20. Resultados del algoritmo genético.

gen	segmentos	error promedio	aptitud	aptitud promedio	tiempo
2000	53	0.0010	2899.56	9427.87	12.70
2000	51	0.00109	2490.73	9279	14.117



7.2. DISCUSIÓN

La planeación de trayectorias para manipuladores robóticos es un problema que manifiesta un gran número de estrategias para resolverla, las herramientas matemáticas que se emplean para su aplicación y solución en forma sencilla es una gran ventaja. Aun más cuando no tienen complejidad en ser combinadas con un algoritmo de optimización como los algoritmo evolutivos.

Esto tiene que ver con las estrategias propuestas por Merchán-Cruz (2005a) y algunos otros autores, donde la solución propuesta se realiza únicamente para manipuladores robóticos articulados bidimensionales, donde la prioridad es llegar desde una configuración inicial a un punto final sin colisionar con mecanismos que comparten un espacio en común. Sin embargo, no puede generalizarse para manipuladores robóticos espaciales, porque la solución a la posición y orientación contempla otras reglas, e incluso, la mayoría de las estrategias propuestas son para posicionamiento en robots articulados bidimensionales y móviles. Esto hace pensar que la solución puede ser en posición u orientación y no en ambas.

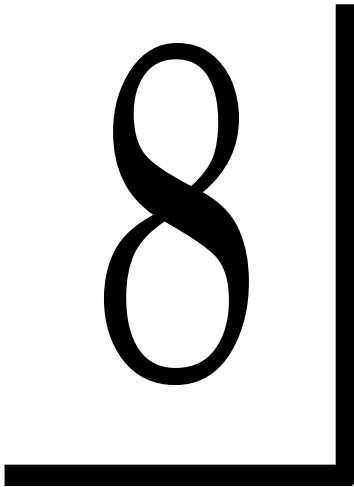
No obstante, la estrategia empleada por medio de la generación de ecuaciones de enlace cinemático empleando cuaterniones duales, presenta una ventaja en comparación con las matrices de transformación homogénea y es esta intuitiva relación que tiene entre rotación y traslación, permite unificar una solución para posición/orientación como una función a resolver, la configuración del cuaternión dual es tan simple que permite tener operaciones de manera sistemática a pesar de que el producto para representar rotaciones y traslaciones no es conmutativo.

Esto conlleva a tener expresiones que al ser evaluadas numéricamente potencializan la eficiencia del algoritmo de planeador evolutivo, donde el diseño de la función aptitud determina en la mayoría de las veces la solución del problema, permitiendo considerar restricciones sin complicar la solución. El algoritmo planeador que genera las trayectorias y a su vez las configuraciones entre los puntos planeados en base a la función aptitud considerada como multiobjetivo, tiene un buen desempeño sin encontrarse con los problemas de singularidades del mecanismo articulado, ya que la configuración de rotación en el cuaternión hace que de algún modo no se presenten y las trayectorias generadas son interpoladas de manera natural por este cuaternión dual.



Sin embargo, el trabajo en los algoritmos genéticos y su combinación con el mecanismo de herencia forzada, hace que el ajuste de los parámetros iniciales del algoritmo evolutivo sean ajustables constantemente, e incluso para cada caso de estudio, esto es una paradoja, que puede solucionarse a través de la combinación de algoritmos de razonamiento y aprendizaje, donde se pueden identificar los casos. Por otro lado, el desempeño obtenido por parte del algoritmo y la tecnología disponible de cómputo, hace que los tiempos de convergencia se reduzcan hasta en un 60% a comparación de aquellos que se empleaban hace una década. No obstante, la posibilidad de que su implementación en línea sea posible no está muy lejos, ya que los robots industriales como el IRB1600_145_7 tienen las herramientas y la arquitectura para aplicarla.

Por otro lado, las estrategias presentadas e implementadas para el problema del seguimiento de trayectorias y la solución al problema de la planeación de movimiento que tuvieron éxito, al encontrar resultados en donde no se tienen que solucionar la cinemática inversa de manera analítica, esto facilita observar el comportamiento que tienen el mecanismo articulado con la mayor cantidad de datos disponibles sobre el robot, ya que esto hace que las leyes de control se simplifique y no tengan que considerar o compensar incertidumbres propias del sistema, lo que se puede traducir una mayor simplicidad de estos controladores y los algoritmos que gobiernan las leyes de control. Sin embargo, existe una limitación, el algoritmo propuesto no ha sido implementado en un sistema 100% dedicado a esta tarea y es una propuesta para el análisis de trabajos futuros que permitirán vislumbrar su aplicación en tiempo línea.



"Donde termina el conocimiento,
comienza la religión".

(Benjamín Disraelí , 1804-1881)

PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS Y EVASIÓN DE OBSTÁCULOS

Este capítulo contiene el desarrollo de un método para posicionar y orientar la herramienta en el espacio en función de las trayectorias generadas sin colisionar con obstáculos a través de cuaterniones duales.



8. PLANEADOR DE TRAYECTORIAS PARA UN ROBOT MANIPULADOR CON OBSTÁCULOS ESTÁTICOS

El siguiente problema a considerar es la planeación de trayectorias para manipuladores robóticos los cuales tienen que moverse a través de obstáculos que se encuentran en el espacio de trabajo. El manipulador inicia desde una configuración específica y tienen que trasladarse hasta un punto final deseado sin colisionar con todo aquello que se encuentre en su entorno, coordinando sus movimientos para satisfacer las condiciones de posición y orientación requeridas. Para abordar el problema y proponer una estrategia de solución, se implementa la aproximación por campo de potencial artificial, descrito en la sección 2.3.1, donde se combina el problema de planeación de trayectorias con la incorporación de obstáculos estáticos y el potencial artificial para evitar colisiones entre éstos.

En la sección 2 se detalla el método de campo de potencial artificial desarrollado por Khatib (1986) y en el presente capítulo se hace la implementación como estrategia para que el manipulador alcance desde una configuración inicial un punto final sin colisionar, el problema contempla la existencia de mínimos locales entre ciertas configuraciones de los obstáculos y la meta en casos de manipuladores no redundantes y redundantes.

La búsqueda de trayectorias libre de obstáculos implica llegar a la mínima global sin colisionar con los obstáculos en una serie de configuraciones coordinadas mediante un algoritmo planeador capaz de escapar de zonas donde se localicen mínimos locales o puntos singulares y para lograrlo un enfoque de optimización facilita el problema y la búsqueda de soluciones factibles.

La estrategia considera a la meta como un dipolo de atracción y los obstáculos superficies con una carga de repulsión respecto a la punta del manipulador que es atraída por la meta. La meta es un mínimo global de la función de potencial y cerca de los obstáculos la función de potencial crece indefinidamente haciendo que el manipulador se aleje de ellos. La idea consiste en buscar el camino más corto entre el manipulador y la meta entre configuraciones libres de colisión a través del gradiente descendiente como una función de potencial caracterizado en los obstáculos por un campo de repulsión.



Al combinar estas dos fuerzas y al dirigir el planeador en dirección de la fuerza resultante es posible obtener hasta cierto punto un camino libre de obstáculos. Cuando las fuerzas de repulsión y atracción tienen la misma magnitud y dirección contraria al planeador, éste puede quedar atrapado en un punto singular cuando se planea de forma global en busca de trayectorias simples, sin embargo, puede escapar si se toma en cuenta su alcance máximo y dirección con respecto a la base del manipulador. Así, la planeación considera el hecho que el robot interactúa con sus componentes mecánicos y con elementos que obstaculizan la realización de tareas al estar geoméricamente restringidos por máquinas u otros robots dentro de un espacio en común, la necesidad de diseñar algoritmos para realizar la ejecución de tareas y su implementación fuera de línea contempla no solo aspectos importantes como la singularidad o la incertidumbre debido a situaciones dinámicas, sino también, considera que su naturaleza no lineal y multimodal del sistema.

Por lo tanto, el campo de potencial artificial es una función escalar, que caracteriza a los obstáculos y genera una trayectoria continua que apunta siempre hacia la meta a través de la desviación de posicionamiento. El posicionar la herramienta en un punto específico del espacio cartesiano sin recurrir a la solución de su cinemática inversa, puede lograrse a través de la exploración del espacio de soluciones factibles, el potencial, las ecuaciones de enlace cinemático a través de cuaterniones duales y el planeador con algoritmo genético, los cuales forman trayectorias con distancias seguras entre el robot y los obstáculos sobre el espacio de trabajo

8.1. MONOTONÍA EN LAS TRAYECTORIAS

En el análisis de los perfiles de velocidad en las trayectorias obtenidas, puede reiterarse el grado de monotonía que existen en la trayectoria, entendiéndose como monotonía la uniformidad que mantiene la variable en un máximo o mínimo durante una cierta duración. Esto es, cuando el manipulador se está moviendo hacia una meta deseada, la velocidad angular en los eslabones manipulador mantiene un desplazamiento constante durante algunos intervalos. Dado a que el planeador de trayectorias emplea un algoritmo genético para determinar iterativamente el conjunto de mejor $\Delta\theta$ que reducen el error entre la punta del manipulador y el objetivo deseado; para los segmentos en la trayectoria mantienen un comportamiento monótono, donde el conjunto óptimo de $\Delta\theta$ calculados por el planeador en la iteración anterior debe ser un conjunto óptimo o muy similares para el segmento actual.



Al igual que el cromosoma se obtiene el mejor entre las generaciones y por lo tanto el mejor conjunto de $\Delta\theta$ que desplazará los eslabones del manipulador desde el segmento de la trayectoria anterior hasta la posición final. Si el manipulador tiene un cambio en la uniformidad de la trayectoria debido a las limitantes cinemáticas o cualquier otra circunstancia, la uniformidad sobre el conjunto de $\Delta\theta$ es afectada, buscando un nuevo conjunto óptimo y clasificado de acuerdo a su aptitud correspondiente.

8.2. PLANEADOR DE TRAYECTORIAS LOCAL PARA MANIPULADORES ROBÓTICOS CON OBSTÁCULOS ESTÁTICOS

La función a evaluar para el problema de la planeación de trayectorias local en manipuladores no redundantes y redundantes con obstáculos en el espacio de trabajo es a través del objetivo principal que es la satisfacción de posicionar y orientar la extremidad del robot evadiendo los obstáculos a través de la función de potencial. La función representativa del potencial genera la diferencia de fuerzas de atracción y repulsión se muestran en las ecuaciones siguientes.

Las condiciones para el potencial de para un análisis bidimensional son:

$$DO < (s + r) \begin{cases} P_{obx} = (\rho \times s) \cos \phi \\ P_{oby} = (\rho \times s) \sin \phi \end{cases} \quad (8.1)$$

$$r \leq DO \leq (s + r) \begin{cases} P_{obx} = (\beta \times (s \times r - DO)) \cos \phi \\ P_{oby} = (\beta \times (s \times r - DO)) \sin \phi \end{cases} \quad (8.2)$$

$$DO < r \begin{cases} P_{obx} = \cos \phi \\ P_{oby} = \sin \phi \end{cases} \quad (8.3)$$

$$DO = \sqrt{(Obs_x - \Delta x)^2 + (Obs_y - \Delta y)^2} \quad (8.4)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{Obs_y - \Delta y}{Obs_x - \Delta x} \right) \quad (8.5)$$

$$Po = \sqrt{P_{obxx}^2 + P_{obyy}^2} \quad (8.6)$$

$$Pg = \sqrt{(G_x - \Delta x)^2 + (G_y - \Delta y)^2} \quad (8.7)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{G_y - \Delta y}{G_x - \Delta x} \right) \quad (8.8)$$



Donde:

DO	Distancia entre el robot y los obstáculos.
s	Distancia de influencia del potencial y el obstáculo.
r	Distancia considerada de contacto inminente.
β	Factor de escala positiva de la zona de influencia del obstáculo.
ρ	Factor de escala positiva de la zona de contacto del obstáculo.
Φ, φ	Dirección del potencial de atracción y repulsión respectivamente.
$Pobx, Poby$	Componentes del potencial de repulsión.
$Obsx, Obsy$	Localización del obstáculo.
Gx, Gy	Localización de la meta.
$\Delta x, \Delta y$	Conjunto de soluciones para la posición del robot.
Po, Pg	Potencial de repulsión y atracción respectivamente.

Así, la función objetivo queda definida en la ecuación 8.9 como el potencial total para poder evita el obstáculo.

$$Pot = Pg + Po \quad (8.10)$$

La expresión de la ecuación 8.7, define el error de la distancia euclidiana entre dos puntos, el punto de la configuración inicial y el punto final, ésta se relaciona directamente con la función del potencial de atracción, en donde el punto final es la mínima global de la función. Así, la función aptitud busca optimizar una función inversa de la función exponencial del potencial total, así cuando la distancia se reduce y esta desviación tiende a cero, el máximo conteo de la función aptitud crece de una forma normalizada, debido a que el potencial de repulsión es muy pequeño Merchán-Cruz et al. (2008), como se muestra en la ecuación 8.11.

$$f_i = \frac{1}{e^{pot_i}} \quad (8.11)$$

Por otro lado, la alternativa propuesta en Merchán-Cruz et al. (2008) y su navegación a través del espacio aptitud es factible cuando se trata de manipuladores robóticos bidimensionales, ya que la función aptitud compuesta por varias funciones objetivo tiende a ponderarse de acuerdo con la complejidad del problema, donde se puede navegar en función del máximo valor aptitud y evitar el problema de los mínimos locales, no obstante, no aplica en casos espaciales o aquellos donde su dimensionalidad es elevada.



Así, el algoritmo realiza la búsqueda del mejor conjunto de valores para $\Delta\theta$'s que minimizan la desviación hacia la meta dentro del rango establecido. Si los objetivos se consiguen, el planeador termina su ejecución, de lo contrario el proceso se repite actualizando el sistema hasta llegar al número máximo de generaciones, alcanzando la mejor solución derivada hasta ese momento ó hasta cumplir con los criterios de termino, como se muestra en la figura 8.1.

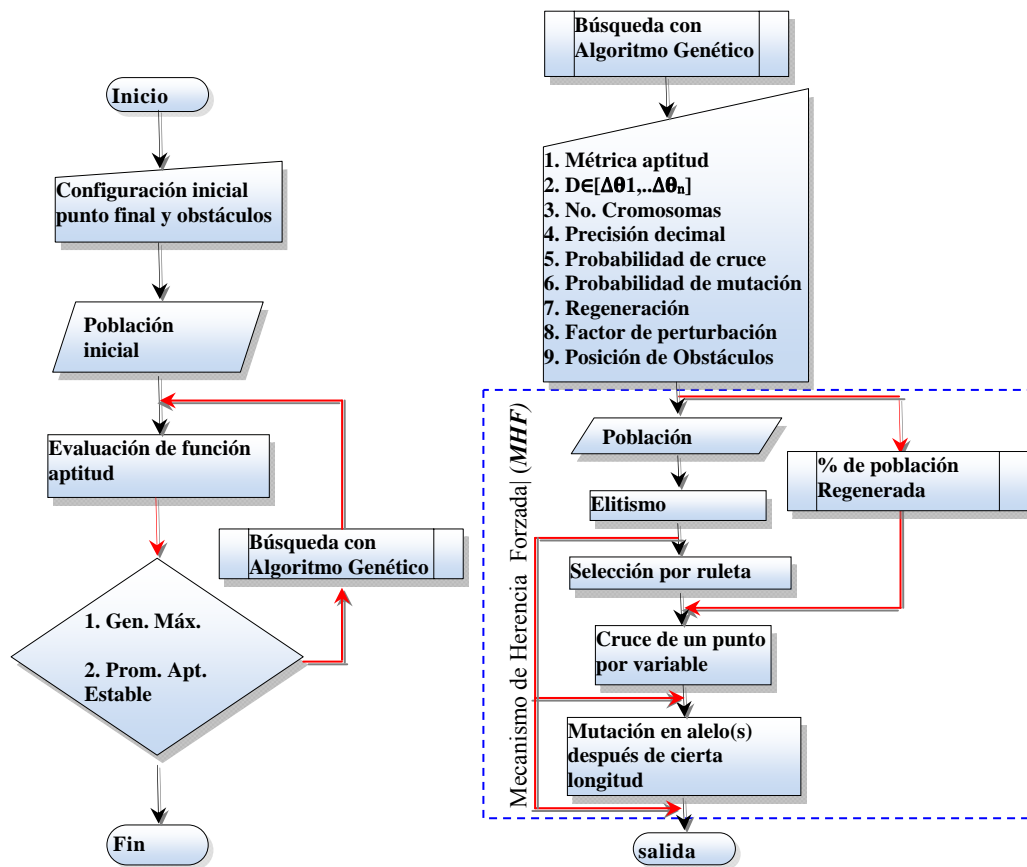


Figura 8.1. Planeador local fuera de línea. Figura 8.2. Mecanismo de herencia forzada.

Este proceso evolutivo fuera de línea con mecanismo de herencia forzada mostrada en la figura 8.2 es diferente al proceso de la sección 7, debido a que se incluyen los obstáculos en la función aptitud a través del potencial de repulsión, por lo que él proceso no sólo contempla más objetivos, sino porque éste, es más sencillo de resolver gracias a las ecuaciones de enlace cinemático diseñadas con cuaterniones duales, el cual generalizan una función objetivo que incluye la posición y rotación en un proceso de interpolación natural, permitiendo tener una mejor distribución en la ponderación de cada objetivo como un conjunto de la función aptitud y la convergencia que relativamente es más corta.

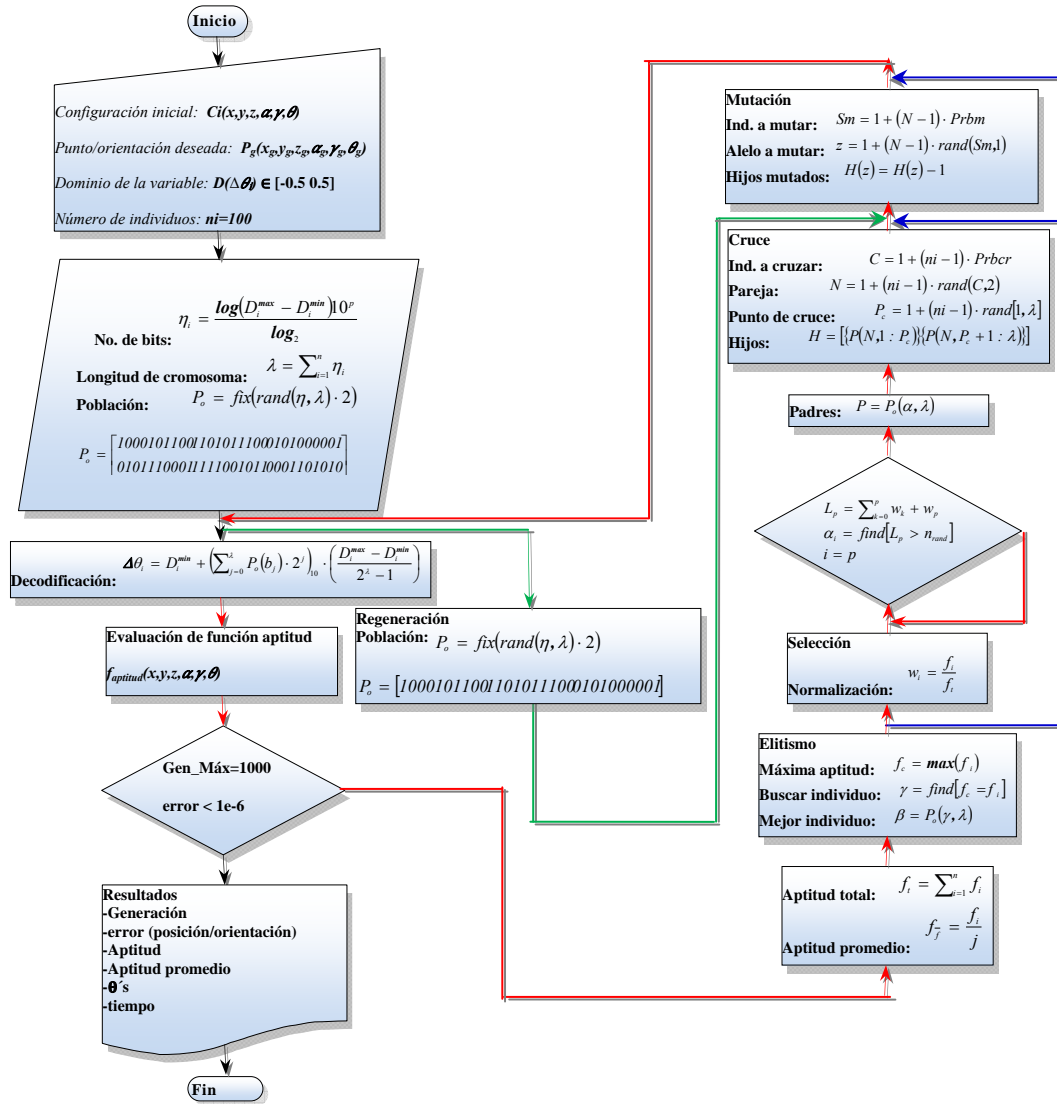


Figura 8.2. Diagrama de flujo del planeador local.

El diseño de la función aptitud se deriva de la maximización de ésta, sin embargo, el objetivo es disminuir la distancia que existe entre el punto inicial de la primera configuración y el punto final deseado sin tener que colisionar con lo que ocupa el espacio de trabajo.

La función aptitud para el caso en particular se basa en una función multiobjetivo, debido a que el buen desempeño del algoritmo depende de las consideraciones a satisfacer como la posición/orientación, el mínimo movimiento en los eslabones y la evasión de obstáculos a través del potencial artificial, el cual puede observarse en la ecuación 8.12.

$$f_i = e^{-(w1Dq_i + w2Pot + w3O_i)} \tag{8.12}$$



$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{\theta_j^g} - e_i^{\theta_j^a})^2} \quad (8.13)$$

$$O_i = \sum_{j=1, k=1}^{j=m, k=n} \left(\theta_k^{j+1} - \theta_k^j \right)^2 \quad (8.14)$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

Pot – Función de potencial (atracción y repulsión).

O – Mínimo movimiento entre las articulaciones.

θ -Desplazamiento angular de los eslabones.

k -Numero de soluciones.

i, j - ésimo iteración.

n -Tamaño de la las soluciones.

m –Generación.

Mediante esta estrategia los casos que se analizarán para la planeación de trayectorias en manipuladores robóticos bidimensionales, mostrarán secuencias de movimientos sobre los eslabones hacia el punto objetivo evadiendo los obstáculos y satisfaciendo las condiciones de posición/orientación a través de la minimización de la función error controlando los parámetros del campo de potencial y de los operadores genéticos.

8.2.1. IMPLEMENTACIÓN PARA LA PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR DE DOS GRADOS DE LIBERTAD BIDIMENSIONAL CON OBSTÁCULOS

El generar trayectorias con obstáculos en el espacio de trabajo del robot aumentan la complejidad de su análisis, sin embargo, su solución puede ser relativamente más sencilla cuando la función objetivo es bien diseñada, ésta permite dirigir la búsqueda y optimizar el conjunto de soluciones factibles en un buen resultado al problema planteado.

La eficiencia en los cálculos cinemáticos y dinámicos, así como su simplificación en el manejo de los marcos de referencias manteniendo una compatibilidad con la sencilla convención $D-H$ permite especificar el problema de la siguiente manera:

Planteamiento del problema consiste en determinar configuraciones intermedias de los eslabones de un manipulador de dos grados de libertad, entre la configuración inicial y una configuración final deseada se planea una trayectoria sin colisionar con los obstáculos empleando ecuaciones cinemáticas a través de cuaterniones duales y resuelto por un algoritmo planeador con algoritmo genético.

La figura 8.3 muestra un manipulador de dos grados de libertad, La tabla 8.1 muestra los parámetros *D-H* para el robot que se mueve en un plano bidimensional.

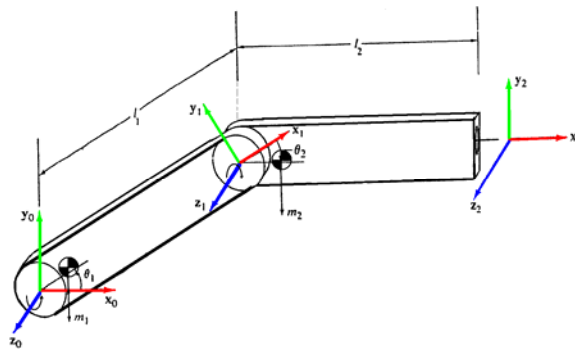


Figura 8.3. Manipulador de dos grados de libertad.

Tabla 8.1. Parámetros *D-H* de un mecanismo articulado de dos grados de libertad.

i	θ	α	a	d
1	θ_1	0	.45	0
2	θ_2	0	.45	0

Las ecuaciones de enlace cinemático son las misma de la sección 7. Los parámetros dinámicos se muestran en la tabla 8.2 y son aspectos que determinarán la complejidad del problema basado en la simplicidad del algoritmo genético, así como el diseño de la función aptitud enfocado en una función de optimización en búsqueda de trayectorias para satisfacer condiciones de posición y orientación sin colisionar con los obstáculos.

Tabla 8.2. Parámetros dinámicos de un mecanismo articulado de dos grados de libertad.

i	Masa [Kg]	Tensor de inercia [Kg·m ²]						Centro de masa [m]			Fricción de Coulomb [N·m]	Fricción Viscosa [N·m·s/rad]
		I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	I_{xy}	I_{yz}	I_{xz}	r_x	r_y	r_z	f_c	f_v
1	2.5	0	0	0.03	0	0	0	0.091	0	0	8.60	0.76
2	1.8	0	0	0.02	0	0	0	0.05	0	0	0.58	0.32



La solución de movimientos tiene base en la solución a la dinámica inversa por medio de la formulación de Lagrange-Euler, debido a que es muy sencilla de calcular y resolver para este caso en particular.

Consecuentemente, en la tabla 8.3 se muestran los parámetros para el algoritmo genético en la búsqueda de generación de trayectorias, es importante señalar que el dominio de la variable es bastante amplio, explorando el espacio de soluciones con una cantidad de individuos suficientemente grande para tener una convergencia en un tiempo considerable.

Tabla 8.3. Parámetros del algoritmo genético.

$f(\Delta\theta's)$	$\in[-10^\circ, 10^\circ]$
ni	100
p	4
$Prbcr$	0.9
$Prbm$	0.19
Reg	.15
fp	.01
$Máx-gen$	1000

El robot se encuentra localizado en el origen y dentro de su espacio de trabajo existen cinco obstáculos, los cuales están localizados en Ob_1 (0.8, -0.2, 0), Ob_2 (0.6, 0.4, 0), Ob_3 (0.4, -0.8, 0), Ob_4 (-0.4, -0.75, 0) y Ob_5 (-0.2, -0.2, 0) respectivamente. El radio del obstáculo es de $r=0.05$ y la zona de influencia alrededor del obstáculo es de $rs=0.05$, los pesos para cada función objetivo es de $w_1=1$, $w_2=1$, $w_3=0.5$ y $w_4=0.0001$; donde w_3 y w_4 son también los factores de escala positivos para el potencial de atracción y repulsión respectivamente.

La trayectoria generada por el algoritmo genético se muestra en la figura 8.4, ahí se observa claramente la búsqueda del punto objetivo en base a las coordenadas del efector final y auxiliada por el mínimo desplazamiento como una configuración óptima establecida en la ecuación 8.12.

Además, se puede ver como las configuraciones sobre la trayectoria planeada evade los obstáculos sin colisionar con estos, generando una trayectoria suave sin tantos relieves o perturbaciones generadas por los cambios de dirección en una transición sin monotonía como lo muestra la figura 8.5.

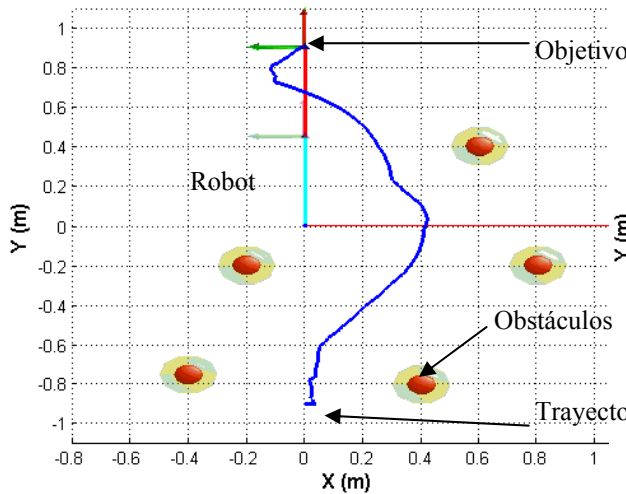


Figura 8.4. Trayectoria.

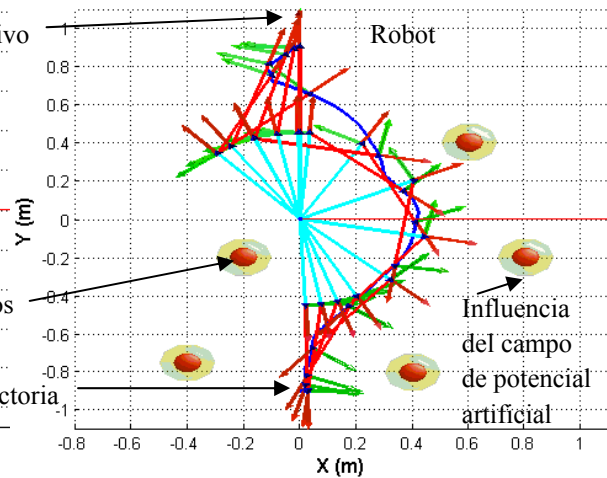


Figura 8.5. Configuraciones.

En la figura 8.6 se muestra la disminución del error, la figura 8.7 se observa el desempeño del algoritmo genético.

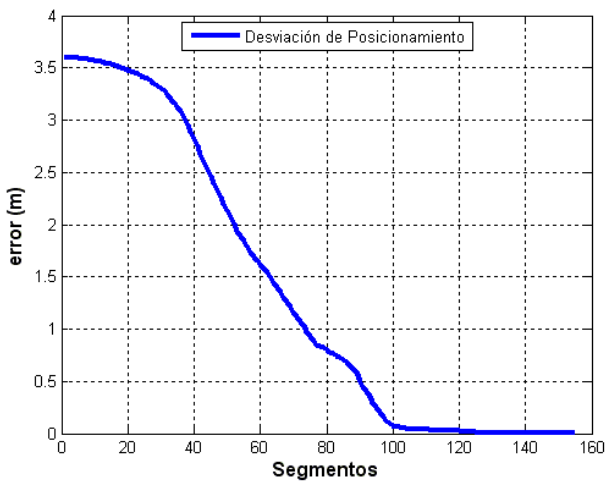


Figura 8.6. Error vs segmentos.

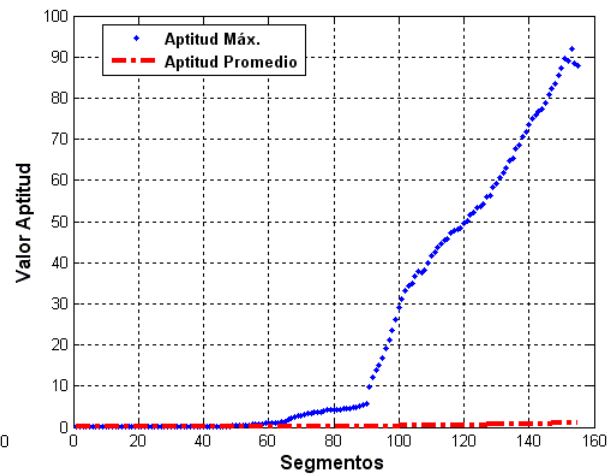


Figura 8.7. Aptitud vs segmentos.

Por otro lado, las figuras 8.8, 8.9, 8.10 y 8.11 respectivamente, muestran el comportamiento dinámico a través de la trayectoria, además puede señalarse los efectos provocados por la disipación de energía a través de la fricción viscosa y la fricción de Coulomb en la trayectoria que evade los obstáculos de acuerdo a la zona de influencia que rodea el obstáculo con la fuerza de potencial de repulsión y como se manifiestan los cambios de dirección en el perfil de velocidades reflejadas en la aceleración, por consiguiente pequeños relieves que se perciben el perfil de torques debido a los tironeos o cambios en la aceleración conocidos como "jerk".

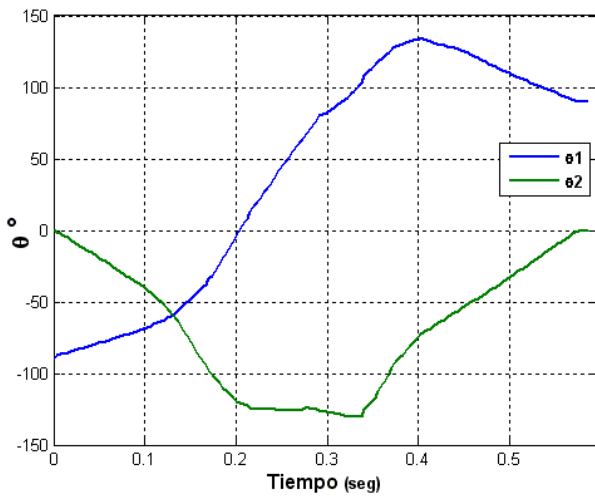


Figura 8.8. Posición en las articulaciones.

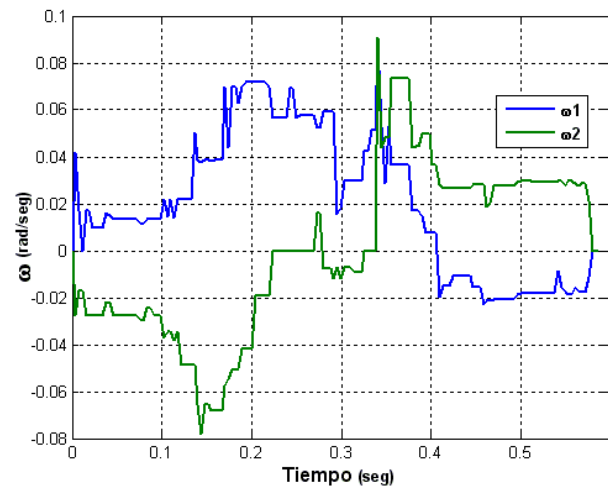


Figura 8.9. Velocidad angular.

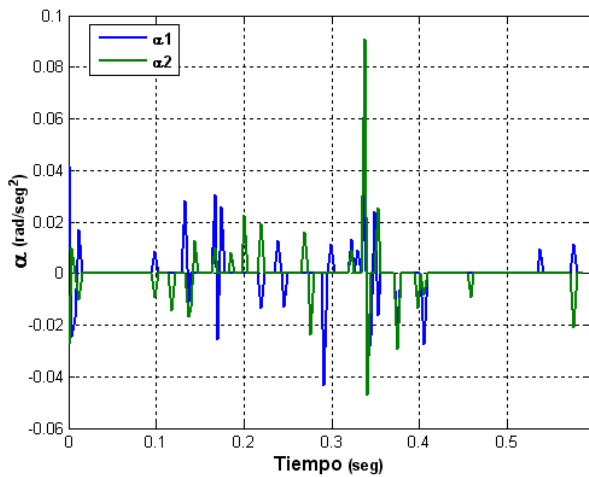


Figura 8.10. Aceleración angular.

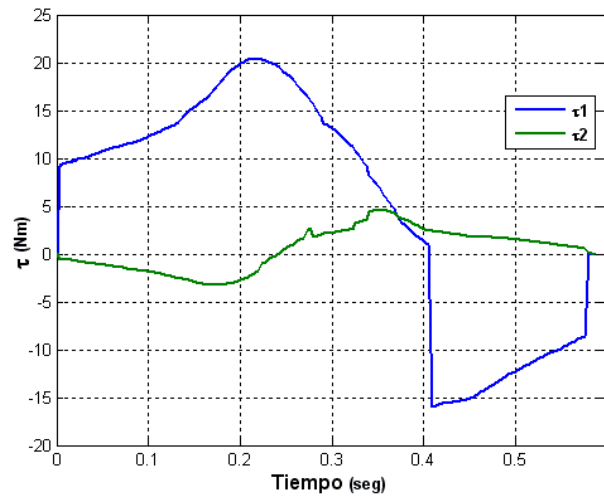


Figura 8.11. Torque.

El análisis en los resultados muestra claramente que el diseño de la función aptitud satisface las condiciones de posición y orientación, no obstante, la ponderación de las funciones objetivos se realiza según la condición del problema para generar trayectorias sin contemplar restricciones y/o penalización alguna. En los resultados obtenidos la ecuación 8.15 señala la posición/orientación deseada de $(0^\circ, 0^\circ, 90^\circ)$ y $(0m, 0.9m, 0m)$.

$$T_g = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.15)$$



Así, la ecuación 8.16 es la posición/orientación alcanzada por el manipulador de dos grado de libertad.

$$T_r = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.16)$$

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observarse en la tabla 8.4, el tiempo de convergencia es relativamente corto debido a que la cantidad de individuos es bastante considerable al igual que los segmentos y el numero de generaciones alcanzadas.

Tabla 8.4. Resultados del algoritmo genético.

<i>generaciones</i>	<i>segmentos</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
199	155	5.126-8	87.9695	0.998	0.5870

8.2.2 IMPLEMENTACIÓN PARA LA PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD BIDIMENSIONAL CON OBSTÁCULOS

El planteamiento del problema consiste en determinar configuraciones intermedias de los eslabones de un manipulador de seis grados de libertad altamente redundante, entre la configuración inicial y una posición final se planea una trayectoria empleando ecuaciones cinemáticas a través de cuaterniones duales y es resuelto por un planeador de algoritmo genético que evade obstáculos que se encuentren en el espacio de trabajo del manipulador.

La figura 8.12 muestra un manipulador de seis grados de libertad, no obstante para este caso de estudio los centros de masa estarán localizados según la tabla 8.6.

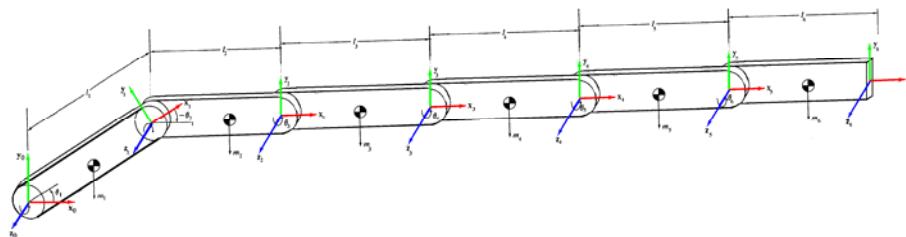


Figura 8.12. Manipulador de seis grados de libertad.



La tabla 8.5 muestra los parámetros $D-H$ para el robot que se mueve en un plano bidimensional.

Tabla 8.5. Parámetros $D-H$ de un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

i	θ	α	a	d
1	θ_1	0	.45	0
2	θ_2	0	.45	0
3	θ_3	0	.40	0
4	θ_4	0	.40	0
5	θ_5	0	.35	0
6	θ_6	0	.35	0

Las ecuaciones de enlace cinemático son las mismas de la sección 7.2 en el caso del manipulador robótico de seis grados de libertad y algunos parámetros dinámicos se muestran en la tabla 8.6.

Tabla 8.6. Parámetros dinámicos de un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

i	Masa [Kg]	Tensor de inercia [Kg·m ²]					Centro de masa [m]			Fricción de Coulomb [N·m]	Fricción Viscosa [N·m·s/rad]	
		m	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	I_{xy}	I_{yz}	I_{xz}	r_x	r_y	r_z	f_c
1	2.50	0	0	0.030	0	0	0	0.091	0	0	0.76	2.60
2	2	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
3	1.80	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
4	1.80	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
5	1.50	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
6	1.30	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58

La solución de movimientos y la generación de trayectoria se obtienen por los parámetros de la tabla 8.7.

Tabla 8.7. Parámetros del algoritmo genético.

$f(\Delta\theta's)$	$\in[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$
ni	100
p	4
$Prbcr$	1
$Prbm$	0.35
Reg	.15
fp	.01
$Máx-gen$	1000



La función aptitud para el caso en particular se base en una función multiobjetivo debido a que se tiene un buen desempeño en el algoritmo al someterla a las consideraciones de satisfacción de posición/orientación y mínimo movimiento de los eslabones, el cual puede observarse en la ecuación 8.17.

$$f_i = e^{-(w1Dqi + w2Pai + w3Pr_i + w4O_i)} \quad (8.17)$$

$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{Og} - e_i^{Oa})^2} \quad (8.18)$$

$$Pa_i = \sqrt{(x_g - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_g - (\Delta y + y)_i)^2} \quad (8.19)$$

$$Pr_i = \sqrt{(x_{obs} - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_{obs} - (\Delta y + y)_i)^2} \quad (8.20)$$

$$O_i = \sum_{j=1, k=1}^{j=m, k=n} \left(\theta_k^j + 1 - \theta_k^j \right)^2 \quad (8.21)$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

Pa – Distancia entre los el punto deseado y el punto de la configuración inicial.

Pr – Distancia entre los el punto deseado y el punto de los obstáculos.

O – Mínimo movimiento entre las articulaciones.

θ -Desplazamiento angular de los eslabones.

k -Numero de soluciones;

i, j - ésimo iteración.

n -Tamaño de la las soluciones;

m -Generación.

ni – Numero de individuos en la población;

p – Precisión decimal.

$Prbcr$ – Probabilidad de cruce;

$Prbm$ – Probabilidad de mutación.

Reg – Regeneración;

fp – Factor de perturbación.

$Máx-gen$ – Máximo de generaciones.

x_g, y_g – Coordenadas del punto deseado.

x, y – Coordenadas del efector final.

$\Delta x, \Delta y$ – Conjunto de soluciones encontradas.

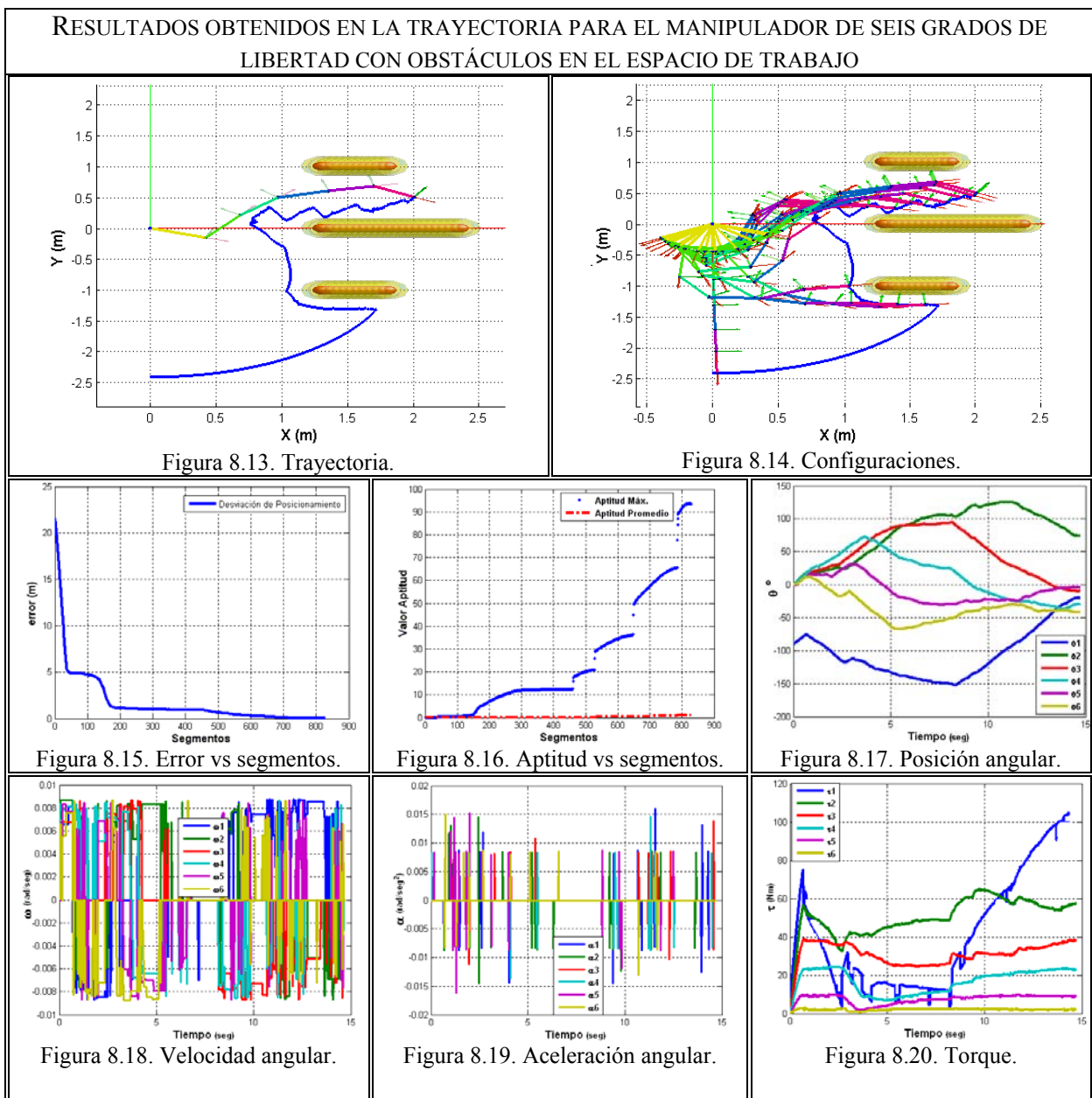
La trayectoria generada por el algoritmo planeador genético se muestra en la figura 813, se observa claramente en detalle el punto objetivo (2, 0.5, 0) en base a las coordenadas del efector final, la interpolación de los cuaterniones duales en una orientación de (0°, 0°, -30°). Así en términos del cuaternión dual puede definirse en la ecuación 8.22 en representación de la posición y orientación deseada.

$$DQ = 0.9659 - 0.2588k + 0.9012i\varepsilon + 0.05003j\varepsilon \quad (8.22)$$



Por otro lado, la configuración inicial del manipulador robótico es $(-90^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$, y se colocan tres configuraciones de obstáculos en forma de bordes, estos comienzan para Ob_1 (1.3,-1, 0) y termina en (1.8,-1,0); para Ob_2 (1.3, 0, 0) y finaliza en (2.4,0,0) y para Ob_3 (1.3,1 0) concluyendo en (1.8,1,0). Donde cada punto que forma el borde tiene un radio $r=0.07$ y una zona de influencia alrededor del obstáculo de $r_s=0.09$.

La figura 8.13 muestra la trayectoria generada sin colisionar con los obstáculos y pasando cerca de la zona de influencia satisfaciendo las condiciones de posición/orientación, la figura 8.14 señala las configuraciones sobre algunos puntos de la trayectoria.





En la figura 8.15 se muestra la disminución de la desviación sobre la posición/orientación, la figura 8.16 se observa el desempeño del algoritmo genético. Por otro lado, las figuras 8.17, 8.18, 8.19 y 8.20 respectivamente, muestran el comportamiento dinámico a través de la trayectoria.

El análisis en los resultados muestran el cambio en la posición de la articulación uno el cual se manifiesta en el perfil de velocidades y por consiguiente los tironeos reflejados al cambio de aceleración, de la misma forma el perfil de la fuerza necesaria para poder desplazar los eslabones con los parámetros dinámicos, sin embargo, las trayectoria generadas son suave con el mínimo de vibraciones por cambios bruscos en la aceleración o cambio de dirección por parte del último eslabón.

En los resultados obtenidos la ecuación 8.23 señala la posición/orientación alcanzada pos el sistema robótico.

$$T_g = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0 & 2 \\ -0.5 & 0.866 & 0 & .5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0_i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.22)$$

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observarse en la tabla 8.8, el tiempo de convergencia es bastante aceptable en relación a la cantidad de generaciones realizadas.

Tabla 8.8. Resultados del algoritmo genético.

<i>gen</i>	<i>segmentos</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
1198	828	9.2108-9	93.5123	0.94064	14.74

Se puede observar que el tiempo de convergencia del algoritmo genético tiene un buen desempeño debido al control de los parámetros que no tienen que ajustarse continuamente al cambio de problema, ya que la función aptitud tiene un buen diseño. Por otro lado, la cantidad de segmentos obtenidos y la cantidad de generaciones iteradas alcanzan casi una cantidad homogénea, esto quiere decir, que por cada generación iterada se encuentra una solución óptima y no tiene que realizarse una búsqueda exhaustiva con una mayor cantidad de generaciones o un mayor número de individuos cromosomas del problema. Así, el mecanismo de herencia forzada en el algoritmo genético potencializa el desempeño de éste, convergiendo en un tiempo relativamente corto tomando en cuenta el dominio de cada variable que es de $\Delta\theta_s=0.5^\circ$.



8.2.3. IMPLEMENTACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE UN MANIPULADOR ESPACIAL DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD CON OBSTÁCULOS EN SU ESPACIO DE TRABAJO

El planteamiento del problema consiste en determinar configuraciones intermedias de los eslabones de un manipulador de seis grados de libertad tipo ABB[®] IRB1600_145_7, entre la configuración inicial y una posición/orientación final se planea una trayectoria libre de obstáculos.

La figura 8.21 muestra un manipulador robótico de seis grados de libertad, sus parámetros cinemáticos y dinámicos se muestran en la tabla 8.9 y 8.10 respectivamente.

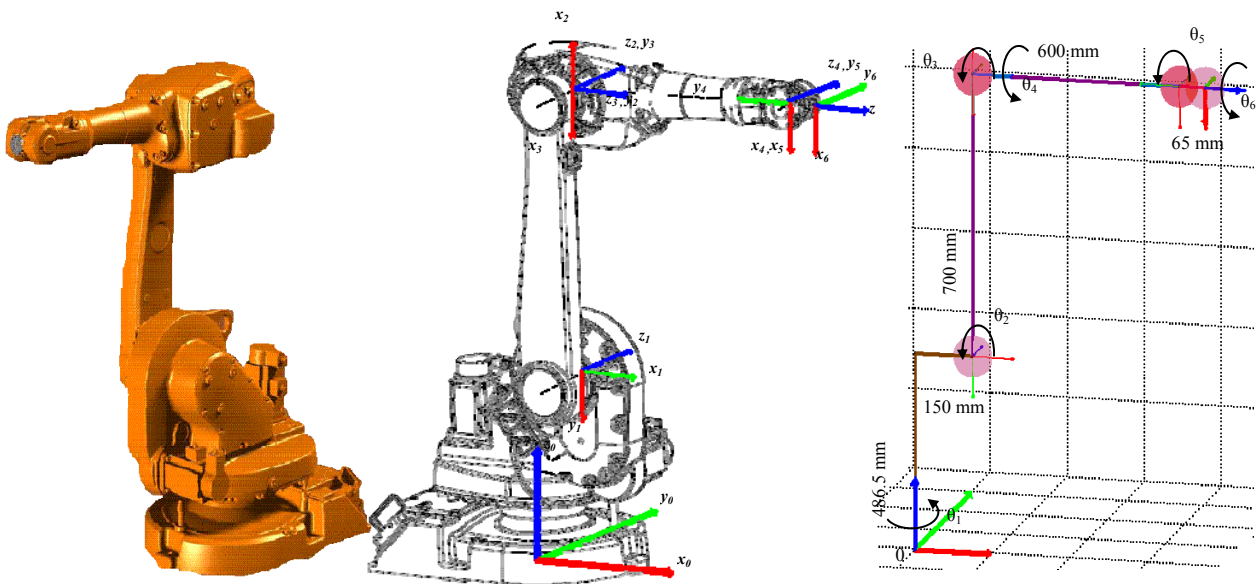


Figura 8.21. Manipulador de seis grados de libertad IRB1600_145_7.

La tabla 8.9 muestra los parámetros $D-H$ para el robot en una configuración de nicho según la convención Denavit-Hartenberg.

Tabla 8.9. Parámetros $D-H$ de un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

i	θ	α	a	d
1	$\theta_1=0$	$-\pi/2$	0.150	0.4865
2	$\theta_2=-\pi/2$	0	0.700	0
3	$\theta_3=\pi$	$\pi/2$	0	0
4	$\theta_4=0$	$-\pi/2$	0	0.600
5	$\theta_5=0$	$\pi/2$	0	0
6	$\theta_6=0$	0	0	.065



Las ecuaciones de enlace cinemático son descritas en la sección 7 a través de la ecuación 7.10 y las ecuaciones de dinámica también pueden encontrarse en la sección antes mencionada, así como sus parámetros que se describen en la tabla 8.10.

Tabla 8.10. Parámetros dinámicos de un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

<i>i</i>	<i>m</i>	Tensor de inercia [Kg·m ²]					Centro de masa [m]			Fricción de Coulomb [N·m]	Fricción Viscosa [N·m·s/rad]	
		<i>I_{xx}</i>	<i>I_{yy}</i>	<i>I_{zz}</i>	<i>I_{xy}</i>	<i>I_{yz}</i>	<i>I_{xz}</i>	<i>r_x</i>	<i>r_y</i>	<i>r_z</i>	<i>f_c</i>	<i>f_v</i>
1	13	1.10	1.11	0.117	0	0	0	0	0.004	-0.309	29.80	6.27
2	22.40	0.403	0.969	0.965	0	0	0	0.103	0.005	-0.0400	14.70	8.89
3	5	0.0748	0.0073	0.0756	0	0	0	0.020	-0.004	0.014	7.370	5.31
4	1.20	0.00532	0.0052	0.00337	0	0	0	0	-0.003	-0.0860	4.760	2.5
5	0.62	4.87e-06	4.82e-06	5.72e-06	0	0	0	0	-1e-3	-0.0100	1.760	1.2
6	0.20	1.23e-4	1.23e-4	5.80e-05	0	0	0	0	0	0.003	0.060	0.6

8.2.3.1. CASO I

La solución de movimientos y la generación de trayectoria para el caso I, se obtienen a partir del manipulador espacial que tiene que satisfacer condiciones de posición y orientación sin colisionar con un obstáculo en su espacio de trabajo, los parámetros para el algoritmo genético se muestran en la tabla 8.11.

Tabla 8.11. Parámetros del algoritmo genético.

<i>f</i> ($\Delta\theta$'s)	$\in[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$
<i>ni</i>	110
<i>p</i>	5
<i>Prbcr</i>	0.85
<i>Prbm</i>	0.11
<i>Reg</i>	.13
<i>fp</i>	.02
<i>Máx-gen</i>	1000

Para todos los casos de estudio la función multiobjetivo a solucionar depende principalmente de las ecuaciones de enlace cinemático resuelto con cuaterniones duales, la función de potencial de atracción, el potencial de repulsión en conjunto con la función de mínimo desplazamiento de los eslabones, el cual puede observarse en la ecuación 8.23.



$$f_i = e^{-(w1Dqi + w2Pai + w3Pri + w4Oi)} \quad (8.23)$$

$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{Og} - e_i^{Oa})^2} \quad (8.24)$$

$$Pa_i = \beta \sqrt{(x_g - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_g - (\Delta y + y)_i)^2 + (z_g - (\Delta z + z)_i)^2} \quad (8.25)$$

$$Pr_i = \rho \sum_{k=1}^l \sqrt{(x_{obs} - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_{obs} - (\Delta y + y)_i)^2 + (z_{obs} - (\Delta z + z)_i)^2} \quad (8.26)$$

$$O_i = \sum_{j=1, k=1}^{j=m, k=n} \left(\theta_k^j + 1 - \theta_k^j \right)^2 \quad (8.27)$$

$$Pr < (s + r) \{Pr \quad (8.28)$$

$$r \leq Pr \leq (s + r) \{ s + r - Pr \quad (8.29)$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

Pa – Distancia entre los el punto deseado y el punto de la configuración inicial.

β – Factor de escala positivo para el potencial de atracción.

Pr – Distancia entre los el punto deseado y el punto de los obstáculos.

ρ – Factor de escala positivo para el potencial de repulsión.

r – Distancia de contacto inminente.

s – Distancia de zona de influencia del obstáculo.

O – Mínimo movimiento entre las articulaciones.

θ – Desplazamiento angular de los eslabones.

k – Numero de soluciones.

i, j – ésimo iteración.

n – Tamaño de la las soluciones.

m – Generación.

ni – Numero de individuos en la población.

p – Precisión decimal.

$Prbcr$ – Probabilidad de cruce.

$Prbm$ – Probabilidad de mutación.

Reg – Regeneración.

fp – Factor de perturbación.

$Máx-gen$ – Máximo de generaciones.

x_g, y_g, z_g – Coordenadas del punto deseado.

$x_{obs}, y_{obs}, z_{obs}$ – Coordenadas del punto los obstáculos.

l – Número total de obstáculos.

x, y – Coordenadas del efector final.

$\Delta x, \Delta y$ – Conjunto de soluciones encontradas.



El robot manipulador tiene una configuración inicial de $(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 180^\circ)$ y se encuentra desplazado en $(0.2 \text{ m}, 0.2 \text{ m}, -0.2 \text{ m})$ del sistema de coordenadas mundo; Por otro lado, la orientación y posición deseada es de $(0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 1.1 \text{ m}, 0 \text{ m}, -0.4 \text{ m})$. No obstante, el espacio de trabajo del robot se adiciona un conjunto de obstáculos y cuya configuración forman un cuerpo el cual tiene que evadir el robot al buscar la trayectoria y planear las configuraciones de movimiento para llegar a la meta.

Por lo tanto, la orientación/posición de la punta del manipulador se encuentra representada por la ecuación 8.30 respecto al sistema de coordenadas global wD_6 .

$${}^wDQ_6 = 0.5 + 0.5i + 0.5j + 0.5k - 0.550375\varepsilon + 0.05712i\varepsilon + 0.042875j\varepsilon + 0.450375k\varepsilon \quad (8.30)$$

La orientación/posición deseada se muestra en la ecuación 8.31.

$$DQ = 0.7071 + 0.7071j - 0.07071\varepsilon + 0.67175i\varepsilon + 0.07071j\varepsilon + 0.247483k\varepsilon \quad (8.31)$$

Los obstáculos se encuentran localizados de tal forma que representan dos superficies con los vértices en las coordenadas de inicio para $Ob_1 (0.75, -0.2, 0.55)$ y $Ob_2 (1.3, -0.2, 0.55)$, los cuales terminan en $Ob_1 (1.3, 0.2, 0.55)$ y $Ob_2 (1.3, 0.2, 0.95)$ respectivamente. La trayectoria generada por el algoritmo genético se muestra en la figura 8.22, donde cada punto que forma la superficie tiene un radio $r=0.1$ y una zona de influencia alrededor del obstáculo de $rs=0.05$.

La figura 8.23 muestra la trayectoria generada en una secuencia de movimientos coordinados donde no colisiona con los obstáculos que forman la superficie y aunque pasa cerca de la zona de influencia, depende del factor de escala positiva del campo de repulsión para aproximar o alejar los eslabones del manipulador de los obstáculos tanto como el problema lo requiera. Además, se contemplan restricciones en el movimiento en los eslabones, estos tienen un límite de movimiento debido a la configuración física del manipulador robótico, donde los eslabones pueden colisionar con ellos mismos, así, los límites de cada articulación son descritos en la tabla 8.12, cabe señalar que cuando se violan los límites de movimiento angular automáticamente se descarta esa configuración de movimiento en el algoritmo genético, penalizando a la función aptitud y anulando su valor alcanzado.



Tabla 8.12. Límites de movimiento para las articulaciones.

$\theta's$	$+\theta's$	$-\theta's$
θ_1	180°	-180°
θ_2	150°	-90°
θ_3	65°	-245°
θ_4	200°	-200°
θ_5	115°	-115°
θ_6	400°	-400°

Por lo que ecuación 8.32 describe la función aptitud del problema, donde se muestra la penalización del sistema cuando las restricciones son violadas.

$$f_i = C_1 e^{-(w_1 Dq_i + w_2 P a_i + w_3 P r_i + w_4 O_i)} \quad (8.32)$$

Sujeto a:

$$l_s = [(\theta_i + \Delta\theta_i) > +\theta] == 0 \quad (8.33)$$

$$l_i = [(\theta_i + \Delta\theta_i) < -\theta] == 0 \quad (8.34)$$

$$C_1 = l_s * l_i \quad (8.35)$$

Donde:

C_i – Constante de penalización [0, 1].

l_s – Límite superior de movimiento angular.

l_i – Límite inferior de movimiento angular.

Sobre la trayectoria se puede observar que es suave sin tantos cambios bruscos en la dirección de movimiento, esto se debe a los factores de escala positivos que tiene el potencial de repulsión, que para el caso particular es bastante pequeño, así el factor de escala positiva del potencial de atracción es bastante grande. Se puede observar que trayectoria está dirigida hacia la meta con una interpolación sobre la orientación del sistema de coordenadas de la punta del manipulador, esto permite navegar en el espacio de trabajo del robot sin colisionar con las superficies representadas por esferas, las cuales representan cada una un potencial de repulsión con las articulaciones del robot. Por otro lado, las configuraciones muestran como llegan a la meta sin chocar los eslabones con la superficie que obstaculiza la tarea, al mismo tiempo se puede observar cómo están coordinados los movimientos de los eslabones en un tiempo de solución por parte del algoritmo planeador bastante aceptable a comparación de de los casos bidimensionales.

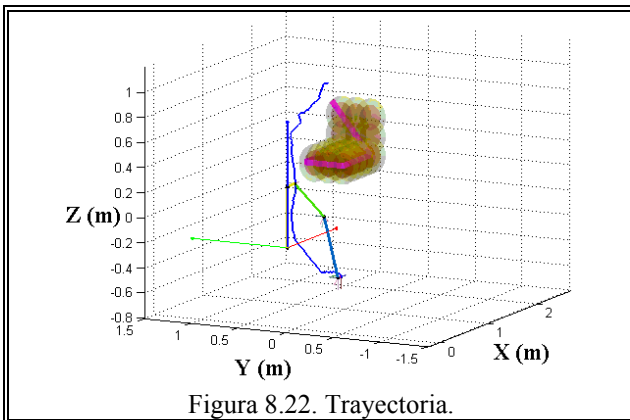


Figura 8.22. Trayectoria.

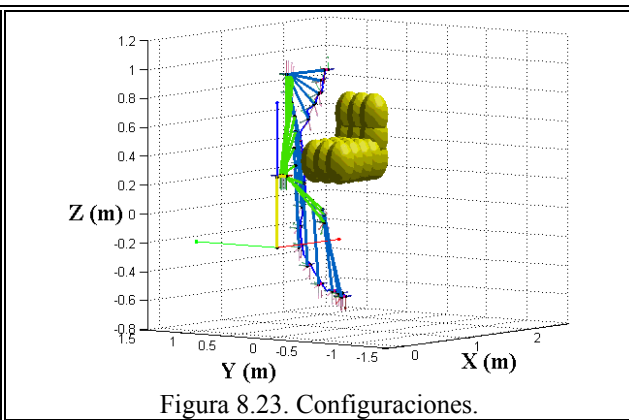


Figura 8.23. Configuraciones.

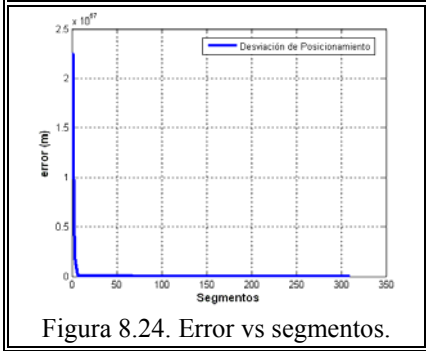


Figura 8.24. Error vs segmentos.

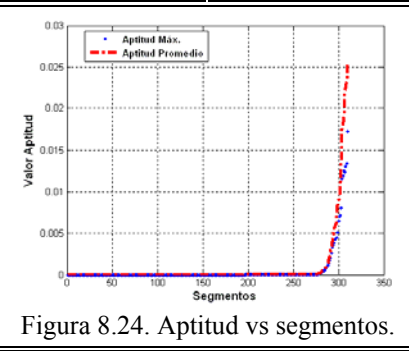


Figura 8.24. Aptitud vs segmentos.

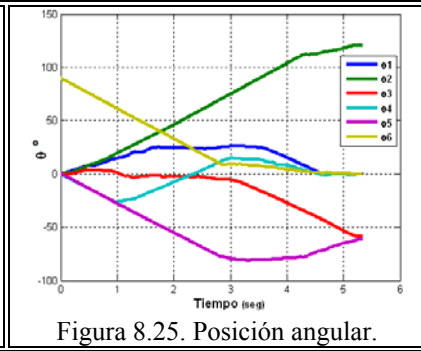


Figura 8.25. Posición angular.

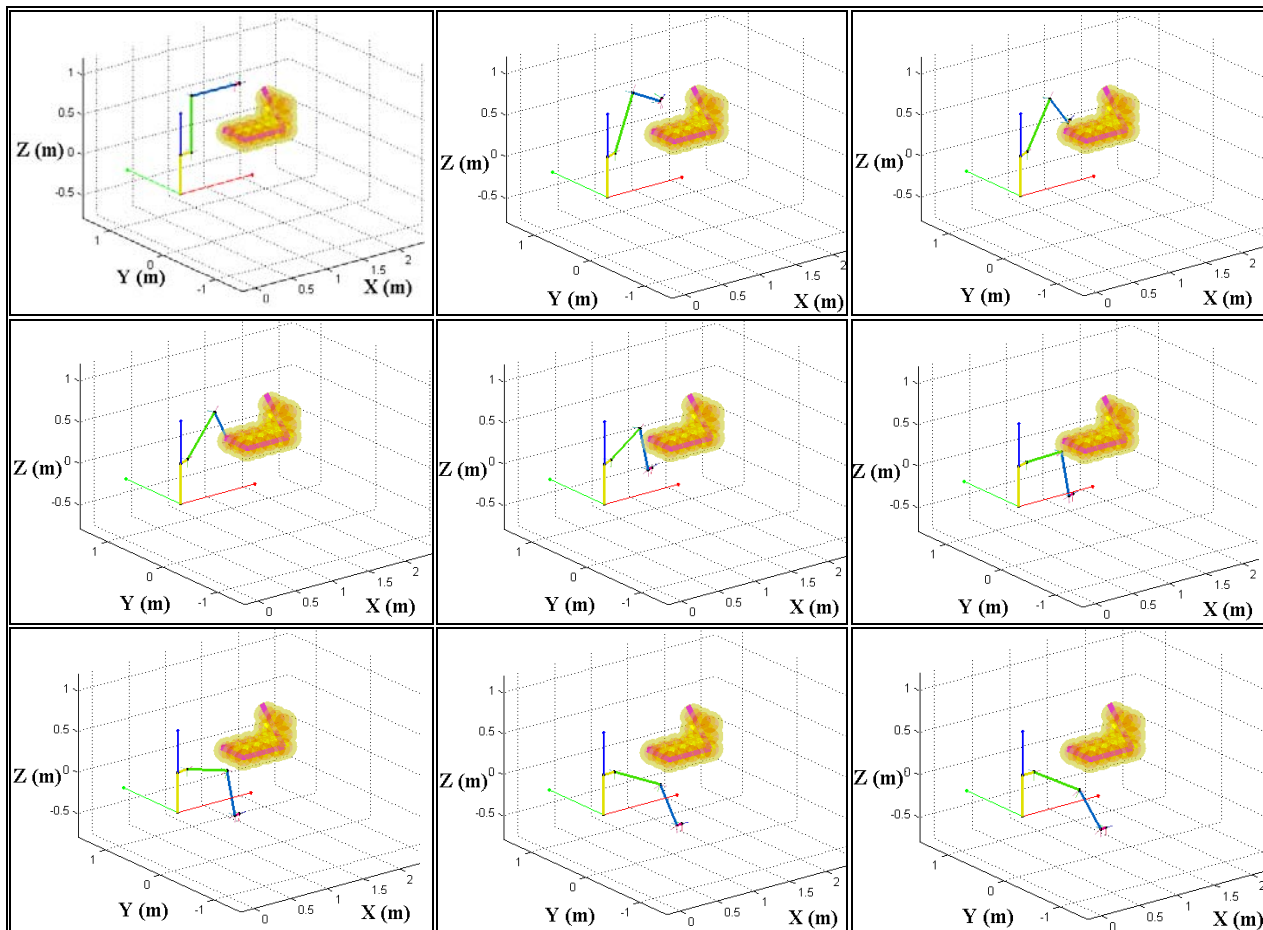


Figura 8.26. Perfil de configuraciones del Manipulador.

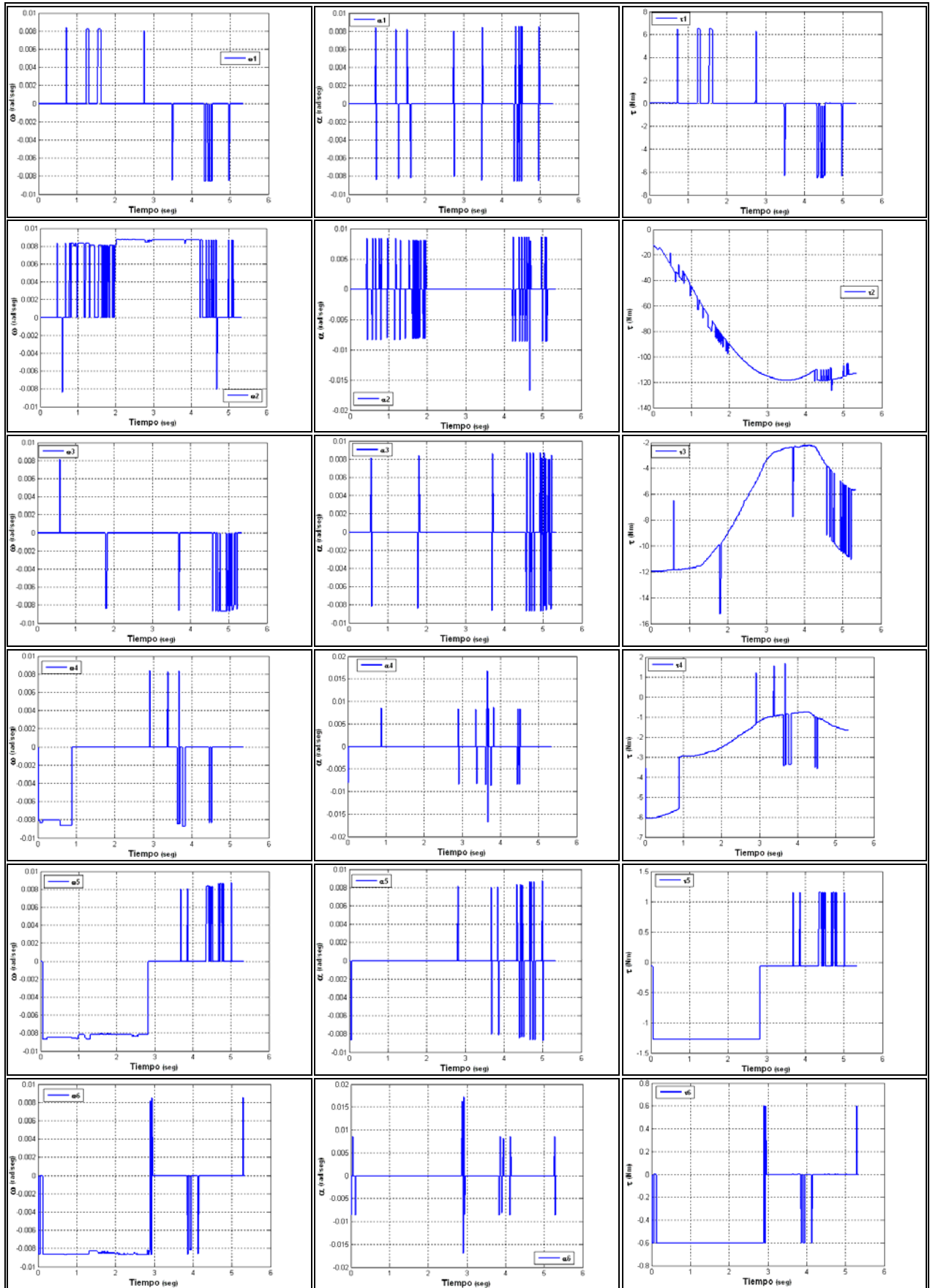


Figura 8.27. Perfil de velocidades, aceleraciones y torque en la trayectoria.



Así los resultados obtenidos en las figuras 8.26 y 8.27, señalan los movimientos de la trayectoria planeada por el algoritmo genético y la ecuación la ecuación 8.36 es la posición/orientación alcanzada por el manipulador.

$$T_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1.3 \\ 0 & 1 & 0 & 0.2 \\ -1 & 0 & 0 & -0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.36)$$

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observarse en la tabla 8.13.

Tabla 8.13. Resultados del algoritmo genético.

<i>gen</i>	<i>segmentos</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
1000	385	.103	0.01618	0.02443	5.338

8.2.3.2. CASO II

La solución de movimientos y la generación de trayectoria para el caso II, se obtienen a partir del manipulador espacial que tiene que satisfacer condiciones de posición y orientación sin colisionar con los obstáculos que forman dos estaciones de trabajo, los cuales el robot tiene que realizar la tarea salir sin chocar con la primera estación, planear a través del planeador genético y auxiliarse del campo de potencial artificial para evadir la segunda estación de trabajo al cual tiene que entrar, todo esto lo tiene que llevarse a cabo con una posición/orientación del robot conocida como empotramiento en el pórtico ("gantry"). Los parámetros cinemáticos y dinámicos se pueden consultar en las tablas 8.9 y 8.10 de la sección 8.2.3. También los alcances máximos de las articulaciones se muestran en la tabla 8.12 y para el algoritmo genético en el caso en particular se pueden observar en la tabla 8.14.

Tabla 8.14. Parámetros del algoritmo genético.

<i>f(Δθ's)</i>	∈[-0.5°, 0.5°]
<i>ni</i>	50
<i>p</i>	4
<i>Prbcr</i>	1
<i>Prbm</i>	0.37
<i>Reg</i>	.2
<i>fp</i>	.02
<i>Máx-gen</i>	1000



El robot manipulador tiene una configuración inicial de $(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ y se encuentra orientado y desplazado en $(-180^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0.2 \text{ m}, 0.2 \text{ m}, 2.2 \text{ m})$ respecto al sistema de coordenadas mundo; Por otro lado, la orientación y posición deseada es de $(-90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, .2 \text{ m}, 1 \text{ m}, 1 \text{ m})$. No obstante, el espacio de trabajo del robot se adiciona un conjunto de obstáculos y cuya configuración forman un dos cuerpos el cual tiene que evadir el robot al buscar la trayectoria y planear las configuraciones de movimiento para llegar a la meta que se encuentra dentro de uno de estos objetos.

Por lo tanto, la orientación/posición de la punta del manipulador se encuentra representada por la ecuación 8.37 respecto al sistema de coordenadas global wD_6 .

$${}^wDQ_6 = -0.7071i - 0.7071k + 0.7071\varepsilon - 0.07071i\varepsilon + 0.00053j\varepsilon + 0.07071k\varepsilon \quad (8.37)$$

O en su representación matricial:

$${}^wT_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1.015 \\ 0 & -1 & 0 & 0.2 \\ 1 & 0 & 0 & 1.0135 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.38)$$

La orientación/posición deseada se muestra en la ecuación 8.39.

$$DQ = 0.5 - 0.5i + 0.5j + 0.5k - 0.45\varepsilon + 0.05i\varepsilon - 0.05j\varepsilon + 0.55k\varepsilon \quad (8.39)$$

Los obstáculos se encuentran localizados de tal forma que representan dos estaciones en forma de cubos. La trayectoria generada por el algoritmo genético se muestra en la figura 8.28, donde cada punto que forman los cubos tienen un radio $r=0.15$ y una zona de influencia alrededor del obstáculo de $rs=1$.

El proceso algorítmico general para solucionar el problema de la planeación de trayectorias en todos los casos analizados y principalmente con los valores numéricos para el caso II se describe en la figura 8.28.

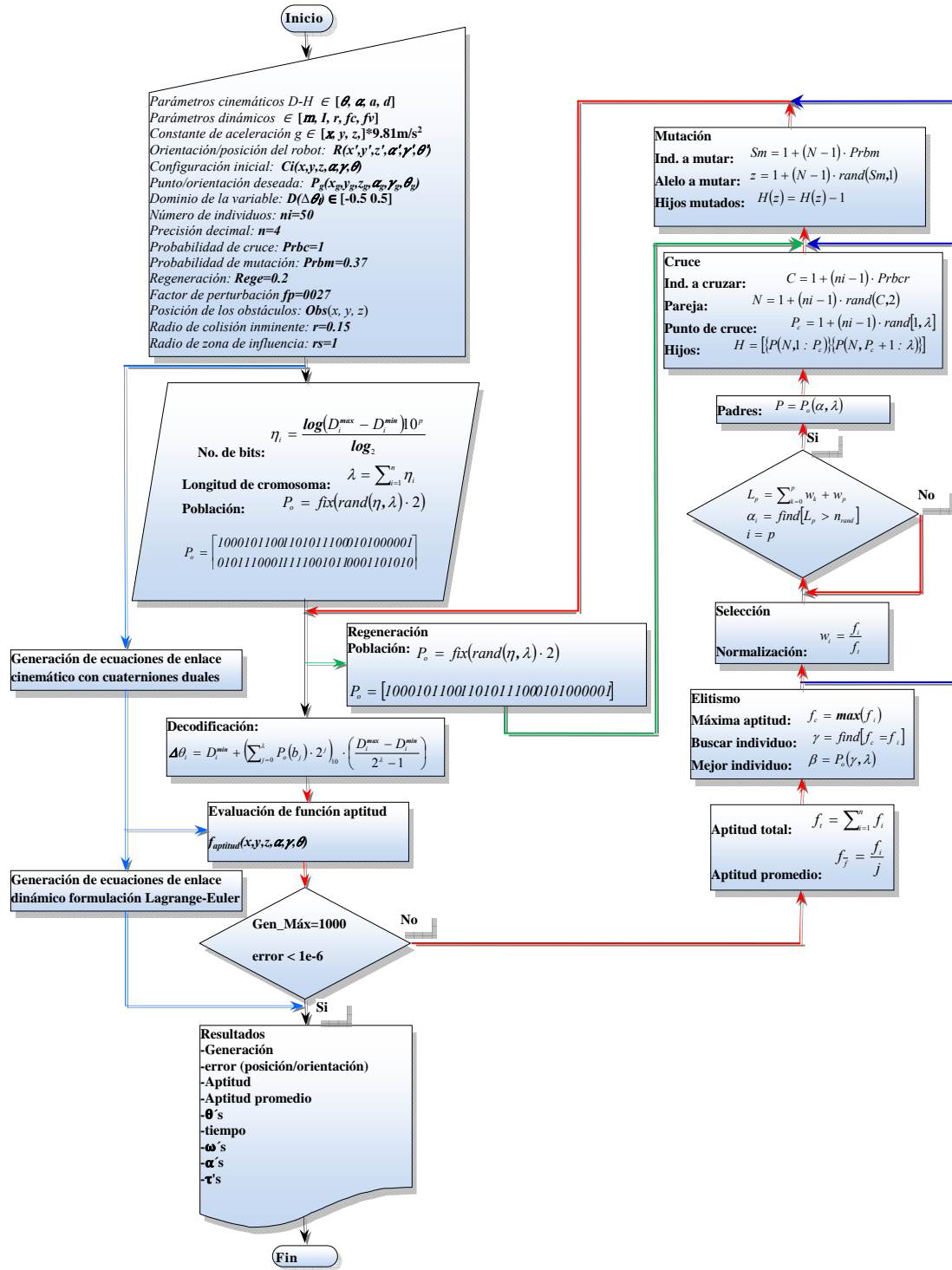


Figura 8.28. Diagrama de flujo del planeador local.

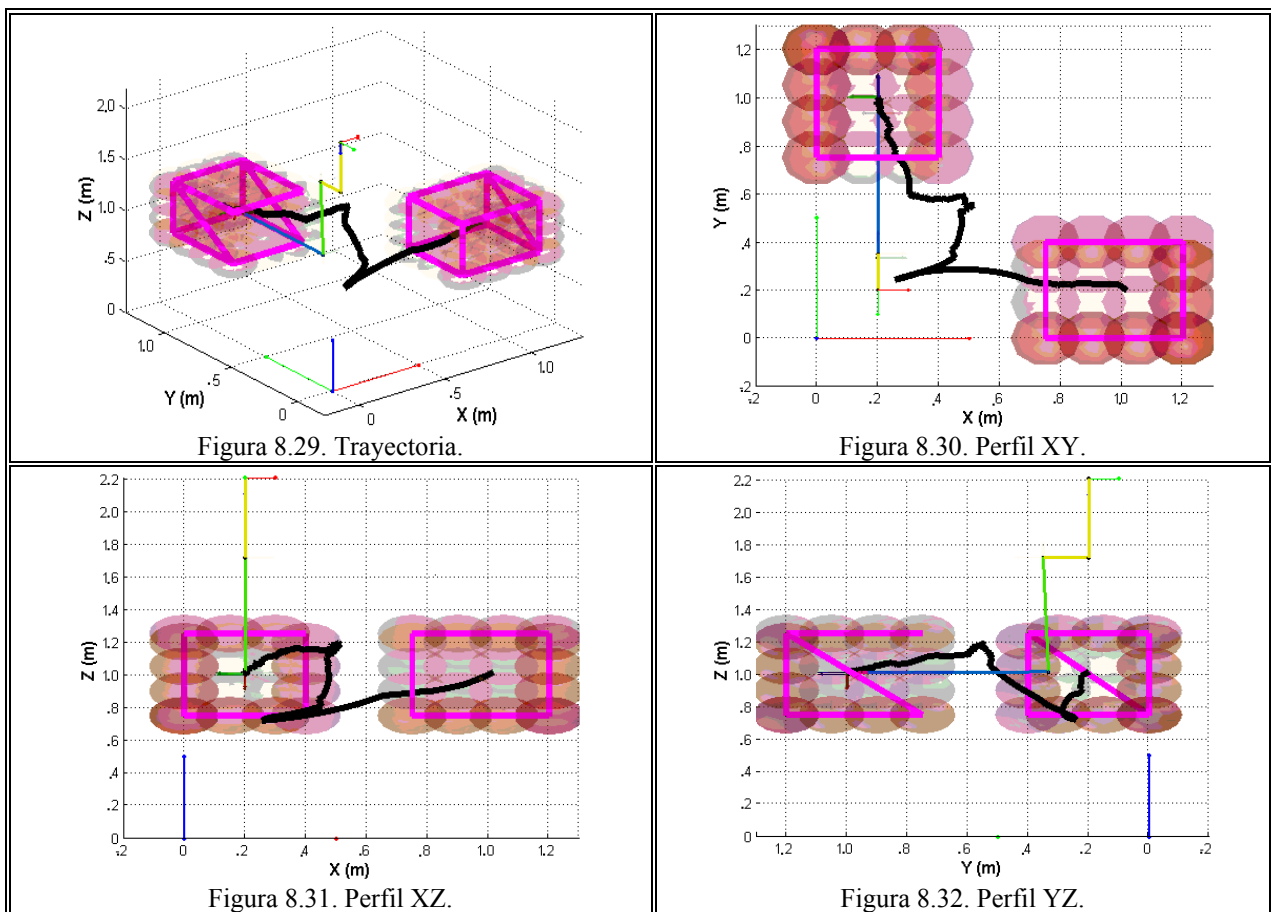
La ecuación 8.40 describe la función aptitud del problema, donde se muestra la penalización del sistema cuando las restricciones son violadas.

$$f_i = C_i e^{-(w1Dqi + w2Paj + w3Prj + w4Oj)} \quad (8.40)$$



Al igual que el caso I, la trayectoria presenta curvas suaves sin tantos cambios bruscos en la dirección de movimiento, esto se debe a los factores de escala positivos que tiene el potencial de repulsión y atracción representado por la cinemática de cuaterniones duales, que para el caso particular es bastante pequeño, así el factor de escala positiva del potencial de atracción es bastante grande. Se puede observar que trayectoria está dirigida hacia la meta con una interpolación sobre la orientación del sistema de coordenadas de la punta del manipulador, esto permite navegar en el espacio de trabajo del robot sin colisionar con la primera bahía, donde se le de manera lineal y al estar fuera de la zona de influencia la manera de interpolar rotación y traslación en la última articulación es más perceptible, dirigiéndose hacia la segunda bahía sin colisionar con sus paredes para entrar y posicionarse en la meta con la orientación deseada.

Por otro lado, las configuraciones muestran como llegan a la meta sin chocar los eslabones con la superficie que obstaculiza la trayectoria, al mismo tiempo se puede observar cómo están coordinados los movimientos de los eslabones en un tiempo de solución por parte del algoritmo planeador que es bastante aceptable a pesar de su complejidad e incrementos de las $\Delta\theta$'s de 0.4° .



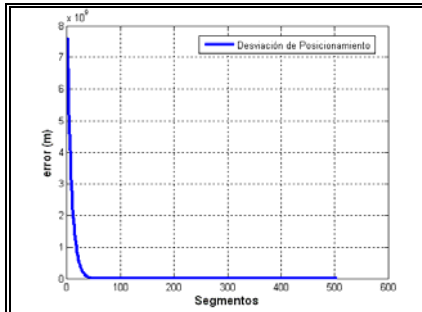


Figura 8.33. Error vs segmentos.

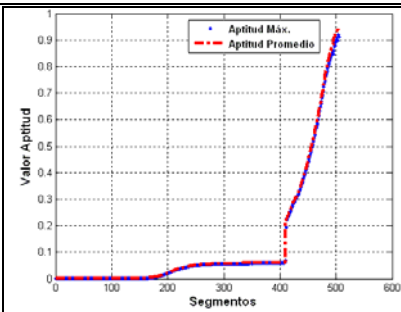


Figura 8.34. Aptitud vs segmentos.

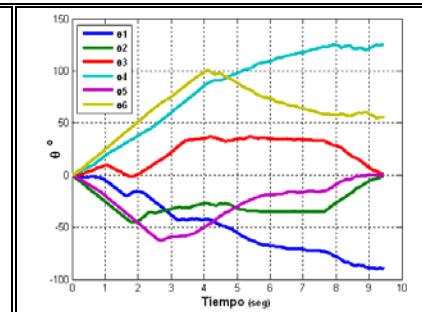


Figura 8.35. Posición angular.

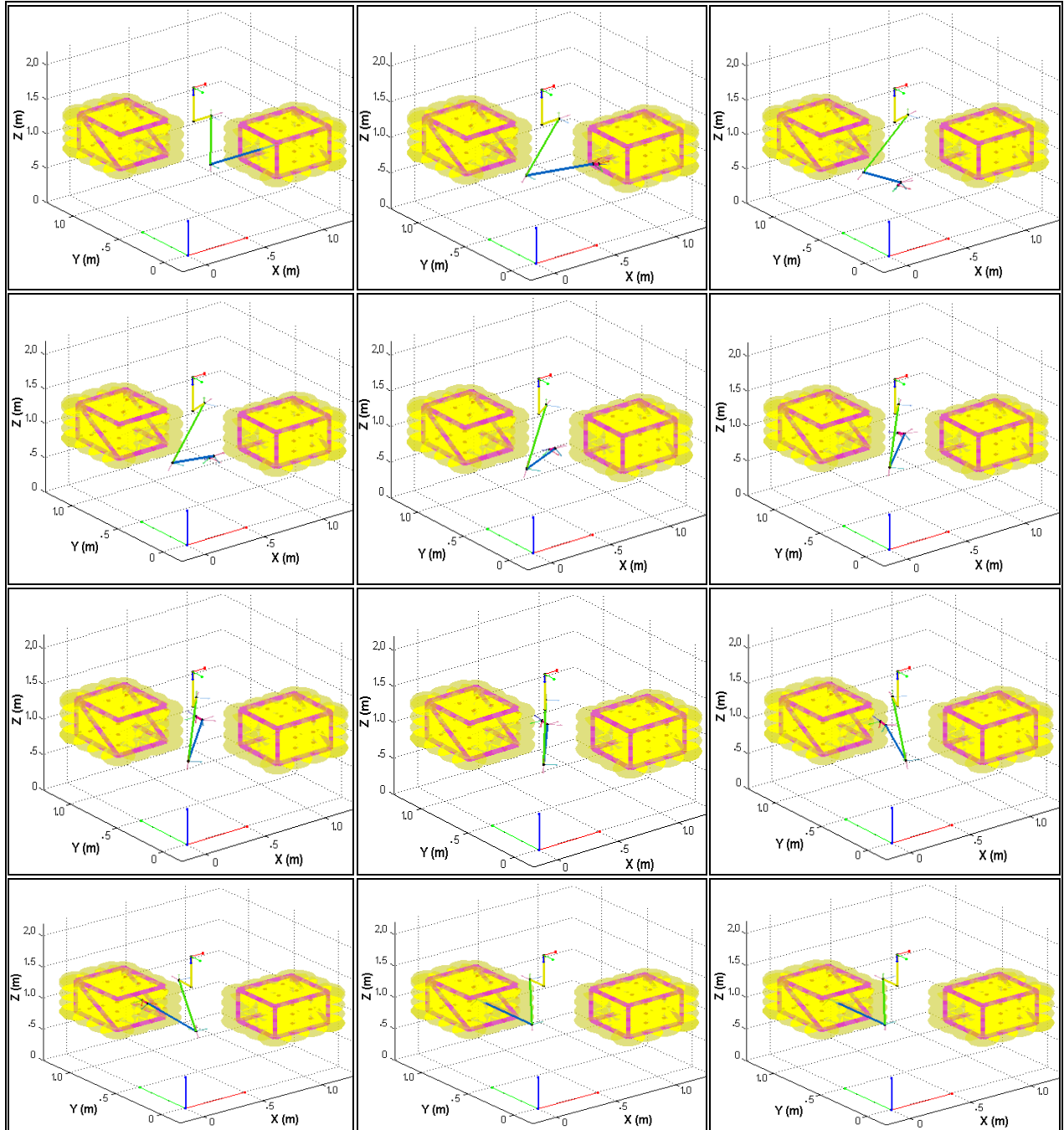


Figura 8.26. Perfil de configuraciones del Manipulador.

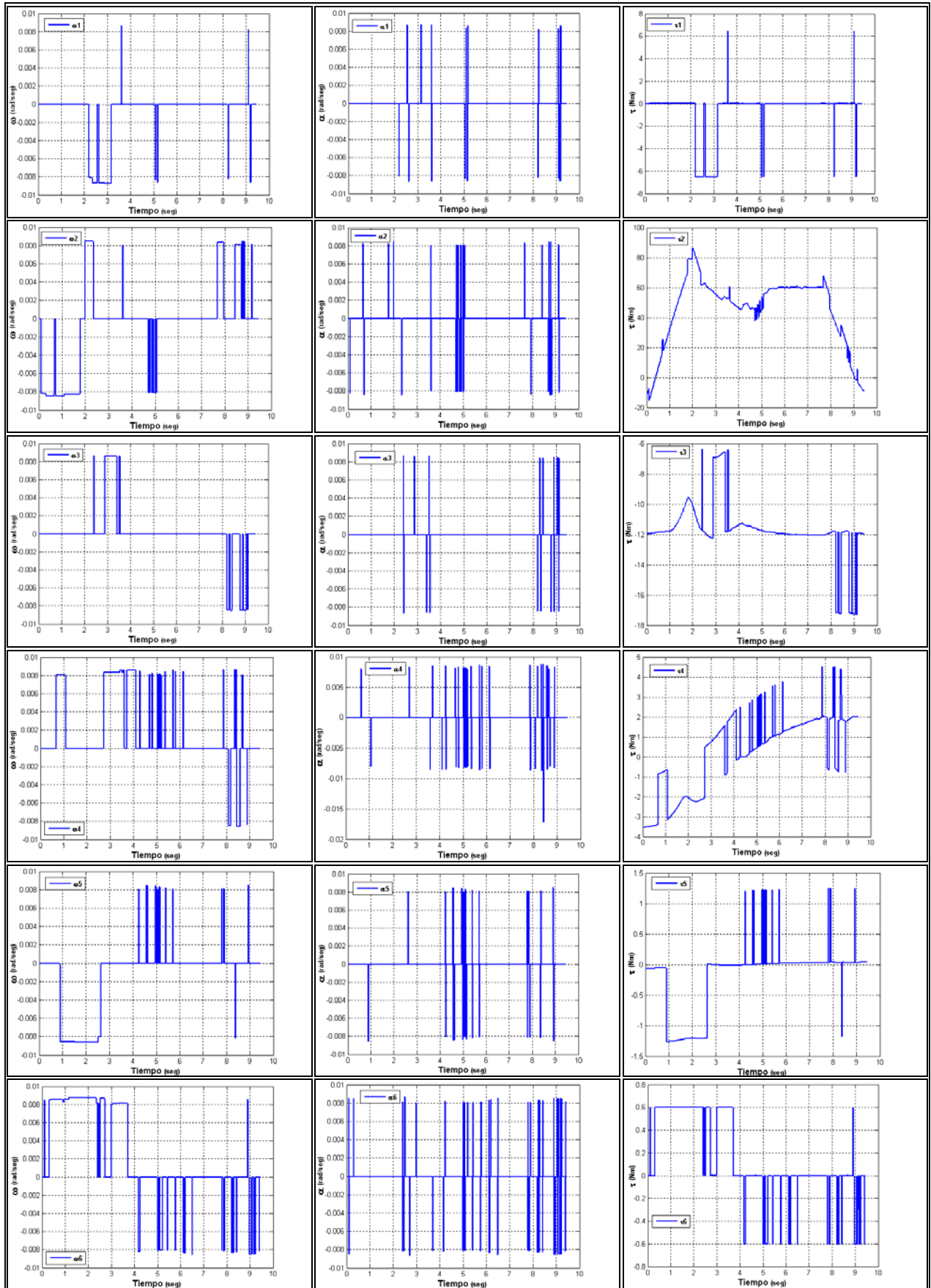


Figura 8.27. Perfil de velocidades, aceleraciones y torque en la trayectoria.



Así los resultados obtenidos en las figuras 8.26 y 8.27, señalan los movimientos de la trayectoria planeada por el algoritmo genético y la ecuación 8.36 es la posición/orientación alcanzada por el manipulador.

$$T_g = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 9.998 \\ -1 & 0 & 0 & 1.006 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.36)$$

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observarse en la tabla 7.15, el tiempo de convergencia es bastante aceptable en relación a la cantidad de generaciones realizadas.

Tabla 8.15. Resultados del algoritmo genético.

<i>gen</i>	<i>segmentos</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
761	506	1.06235	0.9119	0.9413	9.4593

8.3. DISCUSIÓN

En este capítulo se describen las aplicaciones del algoritmo genético como planeador de trayectorias para resolver la planeación de movimientos para manipuladores robóticos articulados. En contraste con los métodos jerárquicos, el manipulador no tiene una prioridad que le asigna en este algoritmo. Dirigir manipuladores para alcanzar sus objetivos, implica buscar conjuntos de desplazamientos óptimos, que se limite a explorar una gama limitada de soluciones que puede ser menor o igual a un desplazamiento máximo especificado por unidad de tiempo y así determinar no sólo las posiciones angulares, sino también las velocidades, aceleraciones y torques necesarios para que los manipuladores puedan describir las trayectorias deseadas. Esto evita la necesidad de un proceso de programación sincronizado para trazar rutas seguras y evitar alguna colisión, así la planeación de trayectorias se disocia y se obtienen los perfiles fácilmente derivados de la trayectoria. Los perfiles dinámicos de las trayectorias se obtienen simplemente alimentando la posición, velocidad y perfiles de aceleración en el modelo de enlace dinámico del manipulador. Esto produce los perfiles de par necesario para dirigir a los manipuladores a lo largo de las trayectorias obtenidas.



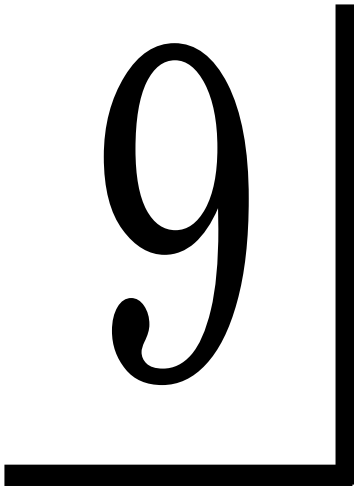
El algoritmo planeador evoluciona a partir de un enfoque puramente genético y las trayectorias se obtuvieron en base únicamente al rendimiento del algoritmo dado por la función de aptitud, el desempeño mejora por la aplicación del mecanismo de herencia forzada, desarrollado en el Capítulo 5, el proceso de planeación de trayectorias explota el hecho de que los manipuladores tienden a moverse de manera uniforme en algunas etapas en su trayectoria.

Durante tal movimiento uniforme, el esquema del cromosoma las $\Delta\theta$'s es idéntica o muy próxima a la que se acaba de determinar. Por lo tanto, mediante la hipotética mejor solución colocada en la población inicial, el siguiente conjunto mueve al manipulador de manera uniforme en ese instante y el número necesario de las generaciones para producir una nueva actualización por parte del planeador disminuye, reduciendo así el tiempo de ejecución global. Si el manipulador tiene que cambiar de dirección, la inserción de $\Delta\theta$'s en el paso anterior no representa ningún problema, ya que la aptitud para este cromosoma se evalúa como para cualquier otro en el conjunto de la población. La aplicación de este mecanismo reduce el tiempo de ejecución del proceso general.

Estas observaciones nos llevan a pensar que algunas vibraciones que se manifiestan en los perfiles de par son debidos no solo a los cambios de dirección por parte del algoritmo planeador como parte del conjunto de soluciones encontradas durante la trayectoria, sino también, por factores como la fricción viscosa y coulomb, observaciones que en otros trabajos no se toman en cuenta en sus análisis dinámicos y se resuelven sometiendo al problema en estrategias de control para despreciar las perturbaciones naturales del sistema dinámico.

Por otra parte, los manipuladores se mueven de manera estable. Sin embargo, pueden disminuirse a través de un paso más pequeño pero esto puede afectar el desempeño del algoritmo planeador y su tiempo de convergencia. En este sentido la planeación de trayectorias para manipuladores robóticos es un problema que manifiesta un gran número de estrategias para resolverla, las herramientas matemáticas que se emplean para su aplicación y solución en forma sencilla es una gran ventaja.





"Es ignorancia es no saber distinguir entre lo que necesita demostración y lo que no necesita".

(Aristóteles, 384-322)

PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS BASADO EN ALGORITMOS GENÉTICOS PARA MANIPULADORES QUE COMPARTEN UN ESPACIO EN COMÚN

Este capítulo contiene el desarrollo de un método para posicionar y orientar la herramienta en el espacio en función de las trayectorias generadas sin colisionar con obstáculos a través de cuaterniones duales en sistemas múltiples con resoluciones distribuidas en paralelo.



9. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS EN SISTEMAS DE MANIPULADORES ROBÓTICOS MÚLTIPLES

En este capítulo se describe la planeación de trayectorias basada en la conjunción del algoritmo genético y su mecanismo de herencia forzada, la navegación a través del campo de potencial artificial y la generación de ecuaciones de enlace cinemático derivado de cuaterniones duales en el proceso paralelo para observar el comportamiento de dos manipuladores redundantes que comparten un espacio de trabajo común. De acuerdo con los capítulos anteriores, el enfoque presentado aquí no es prioridad los movimientos de los manipuladores que se describen, sino la observación de sus trayectorias como un el enfoque disociado.

9.1. SINAPSIS Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En contraste con la estrategia planteada en los capítulos anteriores, mientras que los manipuladores son dirigidos hacia sus metas como resultado de encontrar el mejor conjunto de configuraciones para reducir el error entre la configuración actual y la meta deseada expresada en una función aptitud en el algoritmo genético, la previsión de colisiones se realiza mediante un una función objetivo parte de la función de aptitud para ser optimizado por el algoritmo genético: el objetivo de este nuevo enfoque es lograr una reducción en el tiempo de cómputo necesario para resolver el problema de planificación de trayectoria en un sistema de manipuladores robóticos múltiples.

La búsqueda de rutas libres de colisión dentro de un espacio ocupado por obstáculos no es un problema puramente geométrico, pero es resuelto así por Gill *et al.* (1998); Latombe (1999) en un principio, sin embargo, en Janabi-Sharifi *et al.* (1999) describe implementaciones fuera de línea que contempla aspectos como las singularidades o la aparición de incertidumbres, factores que hoy en día se estudian debido a su naturaleza no lineal multimodal de las interacciones cinemáticas, restricciones y dinámicas inherentes al sistema como lo relaciona Kumar *et al.* (2004). No obstante, los aspectos de exactitud e incertidumbre analizados por Hwang *et al.* (1992); Rosell (1998) manifiestan la importancia de características como el entorno y el tipo del robot; relacionados con los algoritmos que se emplearán para solucionar el problema de acuerdo a la complejidad computacional y el alcance que tienen con estos métodos para planear movimientos globales y/o locales a través de algún proceso de acuerdo a Hwang *et al.* (1992).



Cabe señalar que el espacio de las configuraciones es una buena estrategia para planear trayectorias seguras para un manipulador robóticos mediante la caracterización de obstáculos asociados a una trayectoria libre de colisiones como lo describe Udupa (1977), Berthold *et al.* (1977b), Raibert (1978), Lozano-Pérez (1979a), Lozano-Pérez (1983a), Branicky *et al.* (1990a); Fox *et al.* (1994), Burns *et al.* (2005) Kavraki (1995a); Moreno *et al.* (1997); Curto (1998), Kohler *et al.* (1995a), Ivanisevic *et al.* (1998), Helgason *et al.* (2001); Williams *et al.* (2001), Pitkänen (2006) y Ramírez-Gordillo *et al.* (2008), sin embargo, es complejo visualizar y calcular los parámetros cuando se trata de un problema de varios grados de libertad.

No obstante, el método del campo de potencial artificial se asocia a manipuladores robóticos articulados el cual pretende que el manipulador alcance desde una configuración inicial un punto final sin colisionar con los obstáculos que se encuentran en el espacio de trabajo en una serie de configuraciones coordinadas. El potencial desarrollado por Khatib (1986) y empleado por Khosla *et al.* (1988b); Borenstein *et al.* (1989); Hussien (1989); Warren (1989b); Warren (1990b); Canny *et al.* (1990); Rimon *et al.* (1990a); Borenstein *et al.* (1991); Latombe (1991); Rimon *et al.* (1992a); Kim *et al.* (1992b); Ko *et al.* (1996); Chuang *et al.* (1998b); Merchán-Cruz (2005b) resalta la importancia y simplicidad del método aun cuando la existencia de mínimos locales entre ciertas configuraciones del objetivo y los obstáculos se presenta.

El análisis matemático es simple cuando se trata con obstáculos en estado estacionario en torno a una solución dinámica como se establece en Ge *et al.* (2004), Khosla *et al.* (1988a); Rimon *et al.* (1992b); Barisic *et al.* (2006) y se simplifican cuando se implementa computación evolutiva tal como es desarrollado en Abbott *et al.* (2004). Un aspecto importante se observa en Planas *et al.* (2002) con las técnicas para navegar y planear trayectorias a través de un campo de potencial donde su magnitud en cada punto puede ser interpretado como una probabilidad de colisión y que posteriormente se obtiene una composición jerárquica del mismo, los cuales son también señalados en Song *et al.* (2002). El variar el campo en forma regulable para la distribución de la probabilidad sobre la posición de la meta conforme al entorno de las estrategias de coordinación con equipos de robots cooperativos y que reducen al mínimo las incertidumbres en las actividades de seguir una meta mediante histogramas, fueron implementados por Tsuji *et al.* (2002), Sahara *et al.* (2004), Mottaghi *et al.* (2006), Leng-Feng *et al.* (2006). Por otra parte, las aplicaciones de funciones armónicas es solución al problema de los mínimos locales en el potencial artificial, esto hace que el problema sea un poco más complejo.



Sin embargo, se consideran que los robots que operan en entornos reales y son capaces de interactuar con un mundo dinámico o que están poblados de objetos, personas y en general, con otros agentes, ha mostrado impresionantes resultados, tanto en la mecánica, dinámica y el control de movimientos, resaltando la capacidad para desarrollar tareas resultantes como características importantes para una nueva planeación, como se menciona en Chella *et al.* (2008) . Los sistemas múltiples de manipuladores robóticos en operación en conjunto, la coordinación y la comunicación presentan algunos problemas, debido a la influencia que tienen las acciones de un robot sobre el comportamiento del otro, aumentando la potencia en el cálculo para organizar todo en torno a la distribución de tareas en el cómputo, con el fin de explotar la sinergia entre las diferentes entidades como un resultado de la aplicación de nuevas estrategias.

Por lo tanto, existen algunos desafíos comunes para este tipo de sistemas y la coordinación es difícil cuando los robots son realmente el interés propio. Si cada robot es muy complejo y presenta múltiples funciones inteligentes que interactúan con otros robots y entornos, los sistemas globales serían computacionalmente intratable a gran escala. A pesar de lo anterior, es posible lograr una cooperación inteligente de sistemas multirobóticos como en Francois *et al.* (2008); Meng (2008) que proponen, la distribución de métodos en coordinación a través de una solución más atractiva en comparación con los métodos centralizados, debido a su robustez, flexibilidad y adaptabilidad.

No obstante, el diseño de un sistema multirobótico auto-adaptativo no es una tarea trivial, ya que es difícil predecir el comportamiento de los resultados en un determinado conjunto de normas y reglas detrás de un comportamiento supervisado. Los sistemas multirobóticos son incorporados para actuar de manera autónoma en base a sus propias decisiones individuales a través de algoritmos de inteligencia computacional que se han ido proponiendo.

9.2. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIA EN UN SISTEMAS MULTIROBÓTICO LIBRE DE OBSTÁCULOS

Se puede solucionar el problema de planeación de trayectorias para un sistema multirobotico que comparte el espacio de trabajo al especificar la meta como un conjunto de valores comunes para el cada manipulador y que describen la configuración deseada del brazo, el cual es fácilmente de



solucionar cuando se interpreta como un sistema cooperativo. Pero cuando se analiza desde el punto de vista individual donde la configuración final deseada pasa cerca de algún obstáculo e incluso de otro robot, este puede encontrar problemas para trazar una ruta ya que algunas de las articulaciones han alcanzado sus metas individuales y en el mismo tiempo están fuera de la zona de influencia del obstáculo pero algunos otros no.

En términos prácticos, el efector de un manipulador con frecuencia requiere ser colocado en algún sitio dentro del área de trabajo del manipulador, para evitar singularidades y las coordenadas deben tomarse desde la base del manipulador como el origen de tal sistema de referencia. Esto indicaría la necesidad de resolver la cinemática inversa del manipulador para encontrar el conjunto de posiciones angulares de las articulaciones del robot que se ajustan a la meta deseada.

Sin embargo, esta estrategia no es factible debido a la cantidad de datos que deben proporcionarse y la solución analítica del sistema para una solución a la cinemática inversa consumiría una cantidad de recursos mayor a la comparada con un proceso de búsqueda robusta en base a las ecuaciones de enlace cinemático. El planeador de trayectoria basado en un algoritmo genético permite dirigir inicialmente a los manipuladores para alcanzar sus objetivos. Unidades individuales de soluciones proporcionan un conjunto óptimo de desplazamientos para cada articulación y los objetivos se especifican en el área de trabajo como coordenadas y configuraciones de obstáculos para aprovechar al máximo la destreza de los manipuladores redundantes.

Como se trata de un enfoque local, el campo de potencial artificial sólo calcula la trayectoria para cumplir con sus requerimientos de posición y orientación de forma individual o conjunta para satisfacer una condición global, determinando los conjuntos iniciales de configuraciones que reduzcan mejor el error cartesiano entre la posición actual del efector de cada manipulador y el objetivo como se muestra en el siguiente caso:

Planear las trayectorias de un sistema de manipuladores robóticos múltiples compuesto por dos manipuladores espaciales de seis grados de libertad y cuyo modelo cinemático y dinámico es igual para ambos manipuladores como se muestra en la figura 9.1.

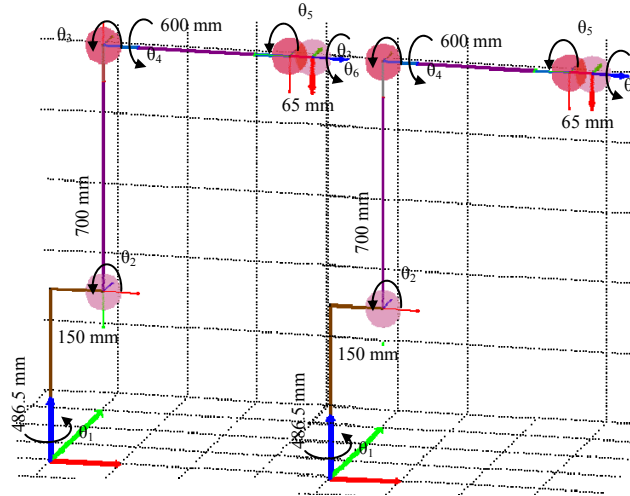


Figura 9.1. Manipulador A y B de seis grados de libertad IRB1600_145_7.

La tabla 9.1 muestra los parámetros $D-H$ para ambos manipuladores en una configuración de nicho según la convención Denavit-Hartenberg.

Tabla 9.1. Parámetros $D-H$ de ambos mecanismo articulados espaciales.

i	θ	α	a	d
1	$\theta_1=0$	$-\pi/2$	0.150	0.4865
2	$\theta_2=-\pi/2$	0	0.700	0
3	$\theta_3=\pi$	$\pi/2$	0	0
4	$\theta_4=0$	$-\pi/2$	0	0.600
5	$\theta_5=0$	$\pi/2$	0	0
6	$\theta_6=0$	0	0	.065

Las ecuaciones de enlace cinemático se obtienen en la sección 7 a través de la ecuación 7.10 y algunos parámetros dinámicos se muestran en la tabla 9.2.

Tabla 9.2. Parámetros dinámicos de ambos mecanismo articulado espaciales.

i	Masa [Kg]	Tensor de inercia [Kg·m ²]						Centro de masa [m]			Fricción de Coulomb [N·m]	Fricción Viscosa [N·m·s/rad]
	m	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	I_{xy}	I_{yz}	I_{xz}	r_x	r_y	r_z	f_c	f_v
1	13	1.10	1.11	0.117	0	0	0	0	0.004	-0.309	29.80	6.27
2	22.40	0.403	0.969	0.965	0	0	0	0.103	0.005	-0.0400	14.70	8.89
3	5	0.0748	0.0073	0.0756	0	0	0	0.020	-0.004	0.014	7.370	5.31
4	1.20	0.00532	0.0052	0.00337	0	0	0	0	-0.003	-0.0860	4.760	2.5
5	0.62	4.87e-06	4.82e-06	5.72e-06	0	0	0	0	-1e-3	-0.0100	1.760	1.2
6	0.20	1.23e-4	1.23e-4	5.80e-05	0	0	0	0	0	0.003	0.060	0.6

Las condiciones iniciales para cada manipulador se muestran en la tabla 9.3. Ahi se determinan la posición y orientación de cada manipulador con respecto al sistema de coordenadas global.

Tabla 9.3. Parámetros de inicio.

	Manipulador robótico A	Manipulador robótico B
Orinetación/Posición inicial respecto al sistema global	$(-15^\circ, 0^\circ, 30^\circ) - (0.1 \text{ m}, 0.5 \text{ m}, -0.05 \text{ m})$	$(15^\circ, 0^\circ, -30^\circ) - (0.07 \text{ m}, -0.3 \text{ m}, 0.05 \text{ m})$
Configuración inicial	$(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$	$(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$
Orinetación/Posición final	$(90^\circ, 0^\circ, 0^\circ) - (0.75 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0.5 \text{ m})$	$(-90^\circ, 0^\circ, 90^\circ) - (0.75 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0.5 \text{ m})$

La posición y orientación de la punta del manipulador A y B se encuentran descritas en las ecuaciones 9.1 y 9.2 respecto al sistema de referencia global.

$$DQ_A = 0.6532 - 0.2705i + 0.7010j + 0.0922k - 0.3575\varepsilon - 0.02860i\varepsilon + 0.2209j\varepsilon + 0.7684k\varepsilon \quad (9.1)$$

$$DQ_B = 0.6532 + 0.2705i + 0.7010j - 0.0922k + 0.2961\varepsilon - 0.08269i\varepsilon - 0.1435j\varepsilon + 0.7635k\varepsilon \quad (9.2)$$

El proceso de búsqueda evolutivo fuera de línea con mecanismo de herencia forzada es mostrado en la figura 9.2 y 9.3, el cual se emplea para solucionar el problema de planeación de trayectorias en un sistema múltiple de dos robots, los cuales tienen que satisfacer una posición y orientación para ambos manipuladores espaciales en un espacio libre de obstáculos.

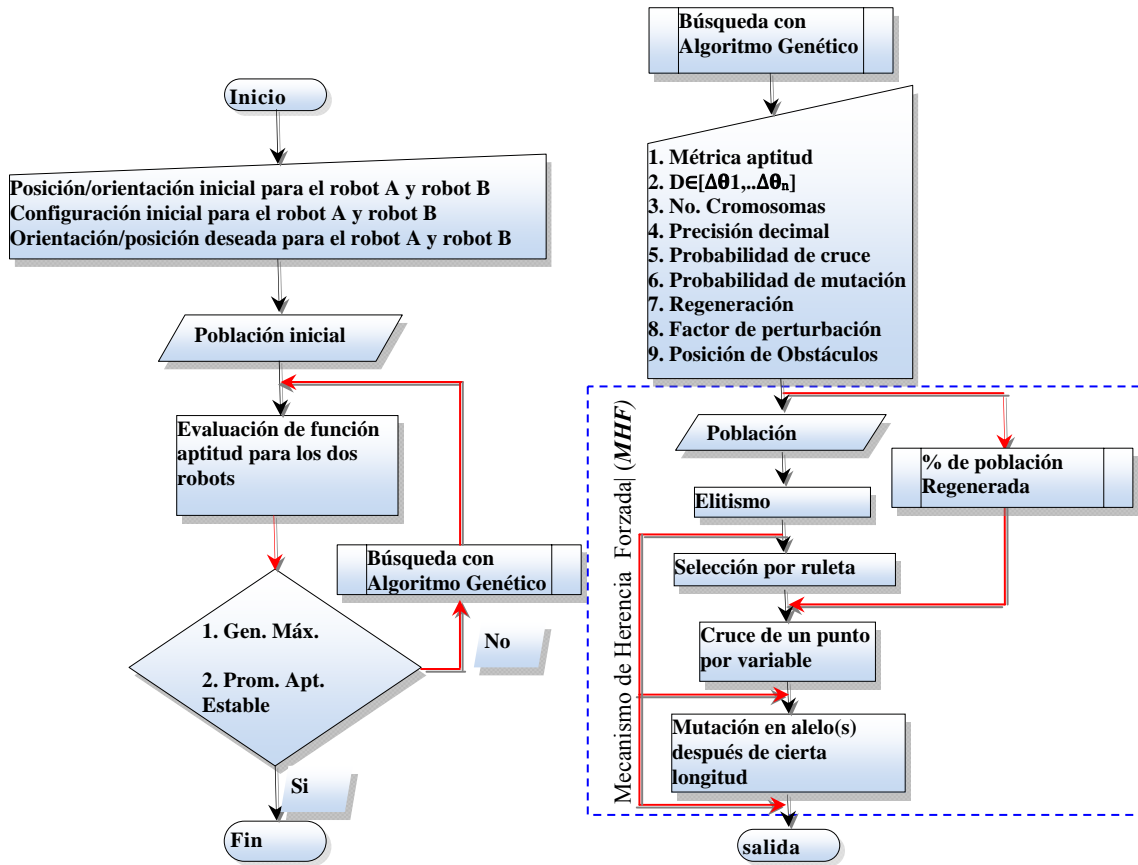


Figura 9.2. Planeador local fuera de línea.

Figura 9.3. Mecanismo de herencia forzada.



Así, la estructura del cromosoma contienen las variables de los dos manipuladores en una codificación binaria y la población inicial del algoritmo genético codificada se describe en la figura 9.3, donde las variables $\Delta\theta_{s_A}$ y $\Delta\theta_{s_B}$ se encuentran en un dominio de $[-0.5, 0.5]$.

$$\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times & \times & \dots & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \dots & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times & \dots & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \dots & \times \\ \pm & 2^1 & 2^0 & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & \dots & 2^p & \pm & 2^1 & 2^0 & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & \dots & 2^p \\ & & \Delta\theta_A^1 & \dots & \Delta\theta_A^6 & & & & & \Delta\theta_B^1 & \dots & \Delta\theta_B^6 & & & & \end{bmatrix}$$

Figura 9.3. Estructura del cromosoma.

El algoritmo realiza una búsqueda para mejorar el conjunto de valores comunes que minimiza el error de distancia a la meta dentro del rango establecido. Si el objetivo se ha conseguido, el planificador termina su ejecución, de lo contrario el proceso se repite a partir de la nueva configuración actualizada del sistema. El algoritmo genético se basa en una estructura simple en que el número máximo de generaciones es criterio de término, la nueva población se genera y se evalúa la función aptitud. El proceso sigue hasta alcanzar una solución óptima como la mejor solución derivada hasta ese momento ó hasta cumplir con los criterios de terminación del algoritmo al menos con una cuantificación promedio estable de la función aptitud.

Consecuentemente, la función aptitud es sencilla, su base es a través de la posición/orientación actual de la punta del manipulador y la meta expresados en cuaterniones duales, además se combina con la función de optimización de movimiento por parte de las articulaciones, ambas funciones objetivos conforman la función aptitud, cada una de ellas acompañadas por un peso de cual objetivo debe satisfacerse primero, como se muestra en la ecuación 9.3.

$$f_i = C_1 e^{-(w_1 DQ_i + w_2 O_i)} \quad (9.3)$$

Para:

$$DQ_i = \frac{Dq_i}{Dq_i^2} \quad (9.4)$$

$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{og} - e_i^{oa})^2} \quad (9.5)$$

$$O_i = \sum_{j=1, k=1}^{j=m, k=n} \left(\theta_k^{j+1} - \theta_k^j \right)^2 \quad (9.6)$$



Sujeto a:

$$l_s = [(\theta_i + \Delta\theta_i) > +\theta] == 0 \tag{9.6}$$

$$l_i = [(\theta_i + \Delta\theta_i) < -\theta] == 0 \tag{9.7}$$

$$C_1 = l_s * l_i \tag{9.8}$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

O – Mínimo movimiento entre las articulaciones.

θ -Desplazamiento angular de los eslabones.

k -Numero de soluciones.

i, j - Éximo iteración.

n -Tamaño de la las soluciones.

m –Generación.

w_1, w_2 - de la función objetivo.

Q_g – Cuaternión meta.

Q_a – Cuaternión actual de la posición/orientación de la punta del manipulador.

C_i – Constante de penalización [0, 1].

l_s – Limite superior de movimiento angular.

l_i – Limite inferior de movimiento angular.

El termino DQ_i en la ecuación 9.4 es una arreglo donde se pretende disminuir el valor diferencial entre la posición/orientación actual del manipulador y la posición/orientación meta, esto se hace porque el valor de la función es demasiado grande para ser aplicado con la función exponencial, por lo tanto, no se trata de normalizar el valor, sino de mantenerlo en una relación uniforme durante toda la solución para que actúe de manera análoga a una función de potencial de atracción, el cual tiene éxito y presenta buenos resultados con un mínimo de error.

La solución de movimientos y la generación de trayectoria se obtienen por los parámetros de la tabla 9.4.

Tabla 9.4. Parámetros para algoritmo genético.

$f(\Delta\theta's)$	$\in[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$
ni	50
p	4
$Prbcr$	0.84
$Prbm$	0.17
Reg	.25
fp	.01
$Máx-gen$	2000

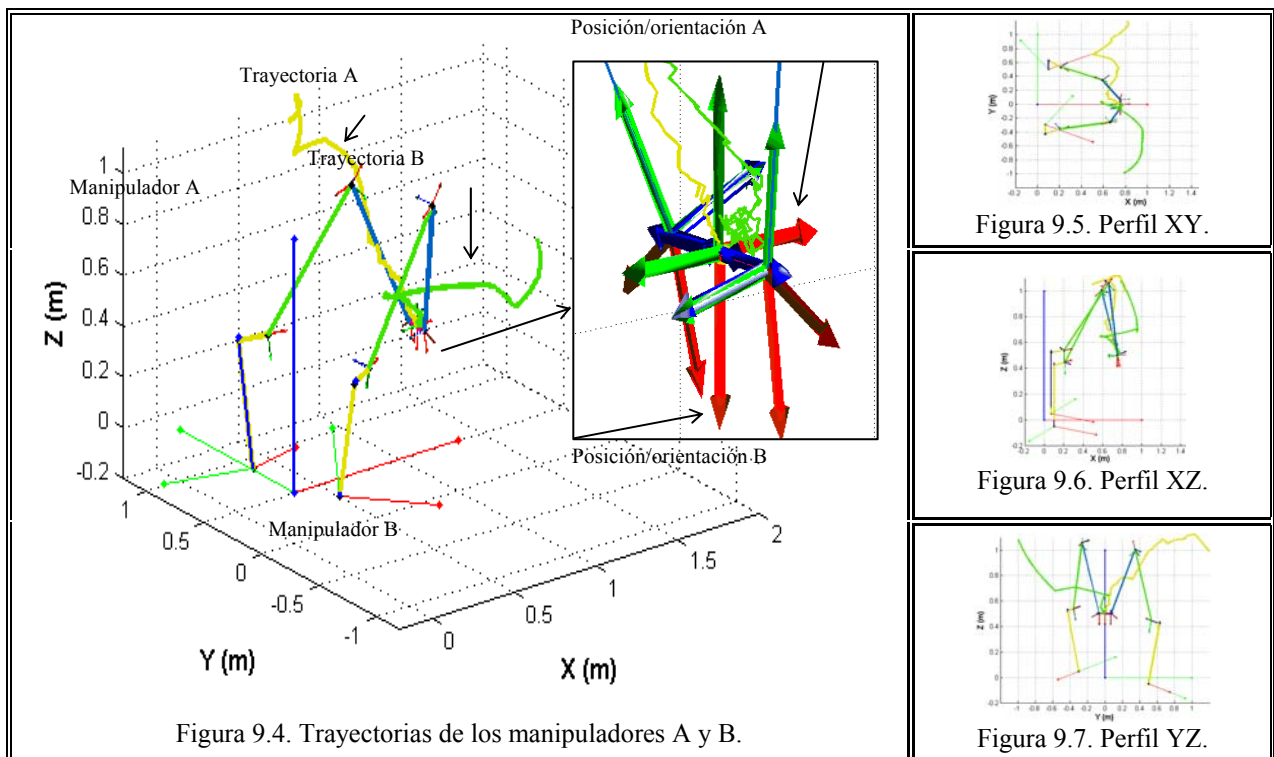


Donde:

- n_i – Numero de individuos en la población.
- p – Precisión decimal.
- $Prbc$, $Prbm$ – Probabilidad de cruce y probabilidad de mutación.
- Reg – Regeneración.
- fp – Factor de perturbación.
- $Máx-gen$ – Máximo de generaciones.
- $\Delta\theta's$ – Conjunto de soluciones basadas en el dominio de la variable.

Los resultados obtenidos y la trayectoria encontrada por el algoritmo genético se muestra en la figura 9.5, ahí se observa claramente la búsqueda del punto objetivo que es común para ambos manipuladores en base a las coordenadas global y el conjunto de configuraciones coordinados que mueven al manipulador.

Sobre la trayectoria se puede observar que apunta hacia la meta formando una curva no tan suave y esto se debe principalmente a la configuración del cromosoma que contienen las variables de los dos manipuladores robóticos, haciendo que el valor de cuantificación de la métrica aptitud dependa del comportamiento de ambos manipuladores, afectando tanto la trayectoria de uno como del otro en la búsqueda del mismo objetivo.



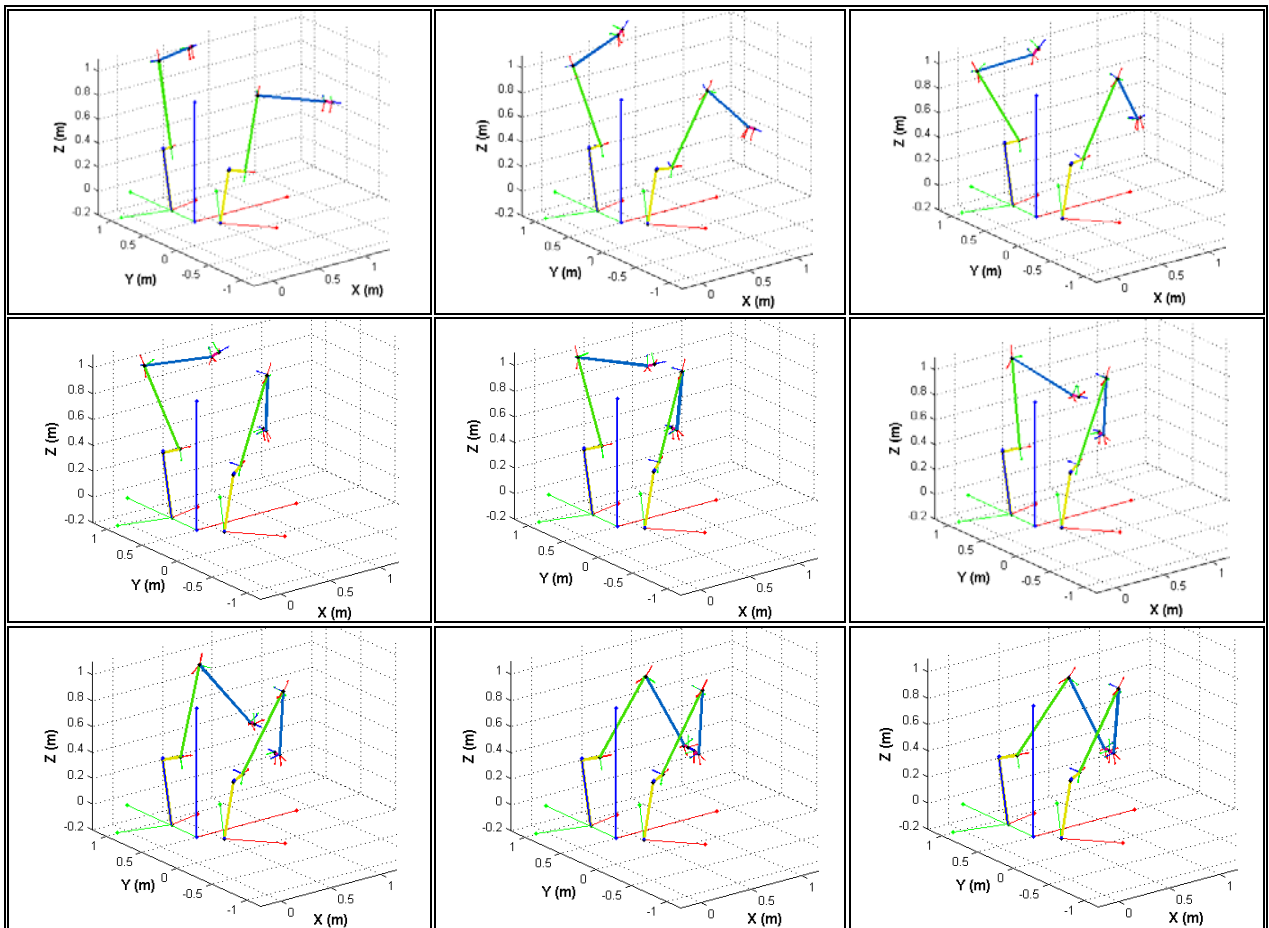
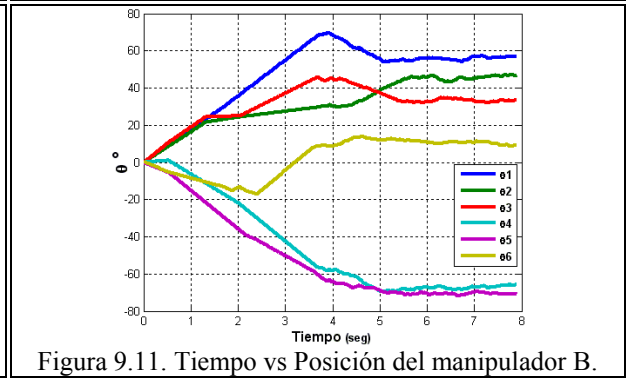
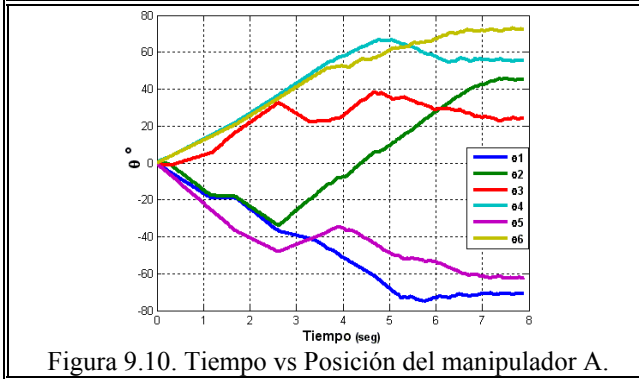
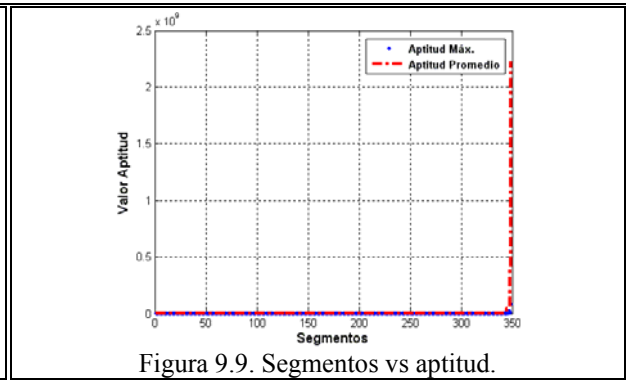
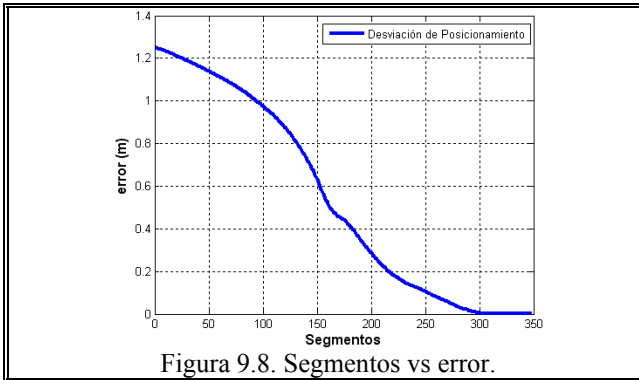


Figura 9.11. Perfil de configuraciones del Manipulador A y B.

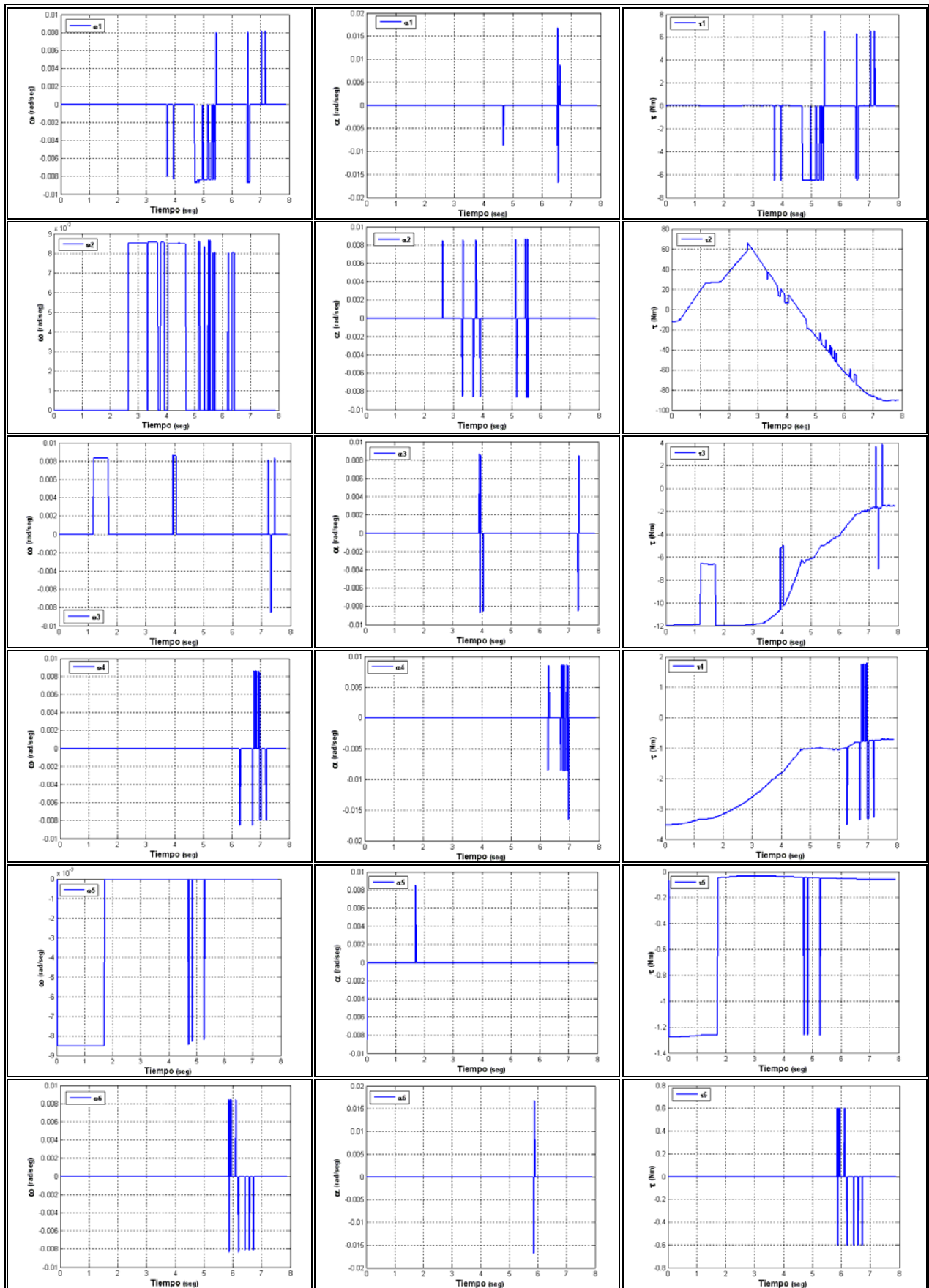


Figura 9.12. Perfil de velocidades, aceleraciones y torques en la trayectoria para el manipulador A.

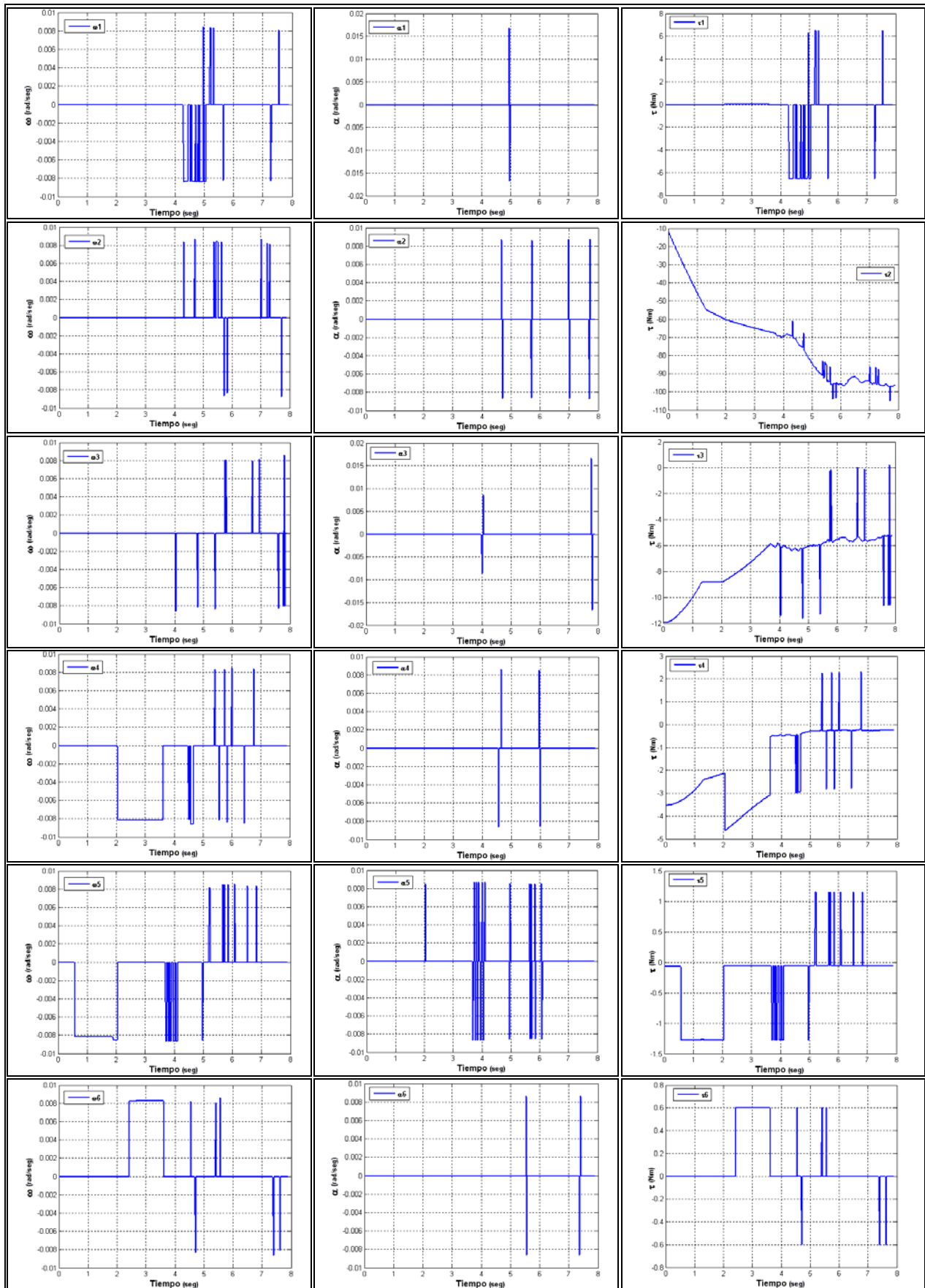


Figura 9.13. Perfil de velocidades, aceleraciones y torques en la trayectoria para el manipulador B.



Así los resultados obtenidos en las figuras 9.12 y 9.13, estos señalan los movimientos de la trayectoria planeada por el algoritmo genético en ambos manipuladores robóticos y las ecuaciones 9.9 y 9.10 muestran las posición/orientación alcanzada por cada uno de los manipuladores.

$$T_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.7501 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.4999 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.9)$$

$$T_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1.3 \\ 0 & 1 & 0 & 0.2 \\ -1 & 0 & 0 & -0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.10)$$

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observarse en la tabla 9.5.

Tabla 9.5. Resultados del algoritmo genético para el sistema de manipuladores múltiple.

<i>gen</i>	<i>segmentos</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
2000	349	4.490e-10	2226822931.31	85192300.198	7.8904

Los resultados señalan la importancia de tener casos de estudios con la información cinemática y dinámica lo más cercano a la realidad posible y así poder observar el comportamiento de dicho sistema cuando el problema a solucionar es la planeación de trayectorias. En el caso en particular se ha llegado a conjuntar un sistema múltiple de manipuladores robóticos espaciales, donde el planteamiento del problema es resuelto en gran parte por una disociación de información dinámica a partir de la obtención de los parámetros de posición, velocidad y aceleración angular, que conllevan a un resultado de el par necesario para el movimiento durante una trayectoria que es solucionada por un planeador con algoritmo genético. La solución es bastante sencilla, gracias a la adición del mecanismo de herencia forzada que ayuda a la búsqueda de las soluciones óptimas sin llegar a una convergencia prematura y obteniendo al menos alguna solución factible.

A pesar de que el problema se soluciona con éxito, en cierta forma no presenta una estabilidad al tener una estructura cromosómica donde las variables de los dos manipuladores se concentren, debido a que la cuantificación de la métrica aptitud tiene una mayor cantidad de soluciones factibles cuando dos configuraciones viables pueden solucionar el valor de la aptitud máxima en la trayectoria.



Bajo este enfoque es necesario tener una solución donde el procesamiento de las trayectorias por parte del algoritmo planeador se realice en forma descentralizada, llevando los cálculos de manera independiente en un procesador individual y estudiar su comportamiento dependiente de la trayectoria en cada uno de los manipuladores.

9.3. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIA EN SISTEMAS DE MANIPULADORES ROBÓTICOS BIDIMENSIONALES MÚLTIPLE

El planteamiento del problema consiste en determinar configuraciones intermedias de los eslabones de un manipulador de seis grados de libertad altamente redundante, entre la configuración inicial y una posición final se planea una trayectoria empleando ecuaciones cinemáticas a través de cuaterniones duales y es resuelto por un planeador de algoritmo genético que evade obstáculos que se encuentren en el espacio de trabajo del manipulador, así como los elementos mecánicos de otro manipulador que obstaculiza su trayectorias el cual puede presentarse una potencial acción de colisión.

La figura 9.14 muestra un manipulador de seis grados de libertad, no obstante para este caso de estudio los centros de masa estarán localizados según la tabla 9.7.

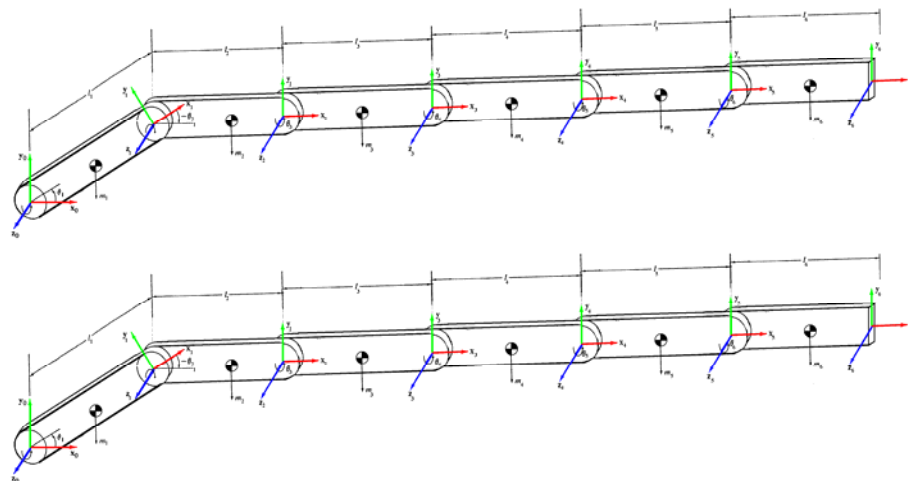


Figura 9.14. Dos Manipulador de seis grados de libertad.

La tabla 9.6 muestra los parámetros *D-H* para ambos robots que se mueven en un plano bidimensional.

Tabla 9.6. Parámetros *D-H* de dos mecanismos articulado de seis grados de libertad.

<i>i</i>	θ	α	<i>a</i>	<i>d</i>
1	θ_1	0	1.5	0
2	θ_2	0	1.5	0
3	θ_3	0	1.5	0
4	θ_4	0	1.5	0
5	θ_5	0	1.5	0
6	θ_6	0	1.5	0

Las ecuaciones de enlace cinemático son las mismas de la sección 7.2 en el caso del manipulador robótico de seis grados de libertad y algunos parámetros dinámicos se muestran en la tabla 9.7.

Tabla 9.7. Parámetros dinámicos para un mecanismo articulado de seis grados de libertad.

<i>i</i>	<i>m</i>	Tensor de inercia [Kg·m ²]						Centro de masa [m]			Fricción de Coulomb [N·m]	Fricción Viscosa [N·m·s/rad]
		<i>I_{xx}</i>	<i>I_{yy}</i>	<i>I_{zz}</i>	<i>I_{xy}</i>	<i>I_{yz}</i>	<i>I_{xz}</i>	<i>r_x</i>	<i>r_y</i>	<i>r_z</i>	<i>f_c</i>	<i>f_v</i>
1	2.50	0	0	0.030	0	0	0	0.091	0	0	0.76	2.60
2	2	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
3	1.80	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
4	1.80	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
5	1.50	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58
6	1.30	0	0	0.020	0	0	0	0.050	0	0	0.32	0.58

En términos prácticos, la punta de un manipulador robotico con frecuencia requiere ser colocado en algún sitio dentro del área de trabajo del manipulador, para evitar singularidades las coordenadas deben tomarse desde la base del manipulador como el origen de tal sistema de referencia y el planear trayectorias basadas en algoritmos geneticos permite dirigir inicialmente a los manipuladores para alcanzar sus objetivos de manera individual. Asi, el proceso se descentraliza y se reliza la distribución de tareas afin de buscar unidades individuales de soluciones que proporcionen un conjunto óptimo de desplazamientos para cada articulación y los objetivos se especifican en el área de trabajo como coordenadas y configuraciones de obstaculos para aprovechar al máximo la destreza de los manipuladores redundantes en un procesamiento de calculos en paralelo.

Como se trata de un enfoque local en un sistema de manipuladores multiple, el campo de potencial artificial sólo calcula la trayectoria para cumplir con sus requerimientos de posición y orientación de forma individual para satisfacer una condicion global, determinando los conjunto iniciales de configuraciones que reduzcan mejor el error cartesiano entre la posición actual del



efector de cada manipulador y el objetivo, al mismo tiempo que transferir datos de un procesador a otro para actualizar las posición/orientación de cada uno de los manipuladores que operan en un espacio en común como forma de actualizar su trayectoria sin tener que colisionar con los obstáculos que los rodean o con ellos mismos. La estructura del cromosoma mantiene una codificación binaria y la población inicial del algoritmo genético codificada se genera como una tarea distribuida en cada procesador, donde las variables $\Delta\theta_{s_A}$ y $\Delta\theta_{s_B}$ se encuentran en un dominio de $[-0.5, 0.5]$.

El algoritmo realiza una búsqueda para mejorar el conjunto de valores comunes que minimiza el error de distancia a la meta dentro del rango establecido. Si el objetivo se ha conseguido, el planificador termina su ejecución, de lo contrario el proceso se repite a partir de la nueva configuración actualizada del sistema llevándose a cabo un intercambio de información de las trayectorias actualizadas en cada procesador a través del administrado. El algoritmo genético se basa en una estructura simple en que el número máximo de generaciones es criterio de término, la nueva población se genera y se evalúa la función aptitud que mantiene la información de los manipuladores. El proceso sigue hasta alcanzar una solución óptima como la mejor solución derivada hasta ese momento ó hasta cumplir con los criterios de terminación del algoritmo al menos con una cuantificación promedio estable de la función aptitud, esto se muestra en la figura 9.15.

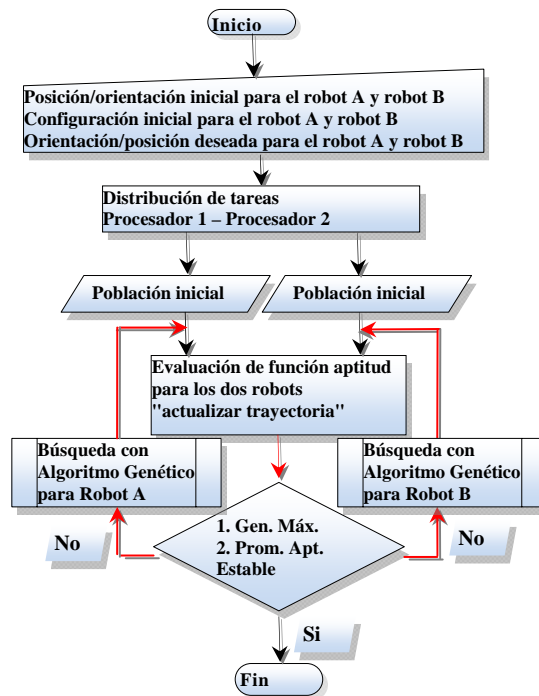


Figura 9.15. Planeador local fuera de línea en paralelo.



Consecuentemente, la función aptitud se basa a través de la posición/orientación actual de la punta de cada manipulador, la configuración de la meta expresados en cuaterniones duales y la función de optimización de movimiento por parte de las articulaciones, en conjunto conforman la función aptitud acompañadas por un peso de cual objetivo debe satisfacerse primero, como se muestra en la ecuación 9.11.

$$f_i = C_1 \left(\frac{1}{w_1 Dq_i + w_2 Pa_i + w_3 Pr_i + w_4 O_i + w_5 Pr_{Robot}} \right) \quad (9.11)$$

$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{Qg} - e_i^{Qa})^2} \quad (9.12)$$

$$Pa_i = \sqrt{(x_g - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_g - (\Delta y + y)_i)^2} \quad (9.13)$$

$$Pr_i = \sqrt{(x_{obs} - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_{obs} - (\Delta y + y)_i)^2} \quad (9.14)$$

$$O_i = \sum_{j=1, k=1}^{j=m, k=n} \left(\theta_k^{j+1} - \theta_k^j \right)^2 \quad (9.15)$$

$$Pr_{Robot} = \sqrt{(x_{Robot} - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_{Robot} - (\Delta y + y)_i)^2} \quad (9.16)$$

Sujeto a:

$$l_s = [(\theta_i + \Delta\theta_i) > +\theta] == 0 \quad (9.17)$$

$$l_i = [(\theta_i + \Delta\theta_i) < -\theta] == 0 \quad (9.18)$$

$$C_1 = l_s * l_i \quad (9.19)$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

Pa – Distancia entre los el punto deseado y el punto de la configuración inicial.

Pr – Distancia entre los el punto deseado y el punto de los obstáculos.

Pr_{robot} – Distancia entre los eslabones de los manipuladores.

O – Mínimo movimiento entre las articulaciones. θ -Desplazamiento angular de los eslabones.

k -Numero de soluciones;

i, j - ésimo iteración.

x_g, y_g – Coordenadas del punto deseado.

x, y – Coordenadas del efector final.

$\Delta x, \Delta y$ – Conjunto de soluciones encontradas.

w_1, w_2 - de la función objetivo.

Q_g – Cuaternión meta.

Q_a – Cuaternión actual de la posición/orientación de la punta del manipulador.

C_i – Constante de penalización [0, 1].

l_s – Limite superior de movimiento angular.

l_i – Limite inferior de movimiento angular.



Las condiciones iniciales para cada manipulador se muestran en la tabla 9.8. Ahi se determinan la posición y orientación de cada manipulador con respecto al sistema de coordenadas global.

Tabla 9.8. Parámetros de inicio.

	Manipulador robótico A	Manipulador robótico B
Orinetación/Posición inicial respecto al sistema global	$(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ) - (0 \text{ m}, 5 \text{ m}, 12.5 \text{ m})$	$(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ) - (10 \text{ m}, 5 \text{ m}, 12.5 \text{ m})$
Configuración inicial	$(-90^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$	$(90^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$
Orinetación/Posición final	$(0^\circ, 0^\circ, 90^\circ) - (5.5 \text{ m}, 9 \text{ m}, 12.5 \text{ m})$	$(0^\circ, 0^\circ, 270^\circ) - (6 \text{ m}, 1 \text{ m}, 12.5 \text{ m})$

La posición y orientación de la punta del manipulador A y B son respecto al sistema de referencia global. Por otro lado, los obstáculos son dos superficies donde cada punto que forman cada superficie tiene un radio $r=0.1$ y una zona de influencia alrededor del obstáculo de $r_s=1.1$.

La solución de movimientos y la generación de trayectoria se obtienen por los parámetros de la tabla 9.9.

Tabla 9.9. Parámetros del algoritmo genético.

Procesador	Core 1	Core 2
$f(\Delta\theta's)$	$\in[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$	$\in[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$
ni	30	30
p	4	4
$Prbcr$	1	1
$Prbm$	0.27	0.37
Reg	.15	.15
fp	.01	.015
$Máx-gen$	1500	1500

La figura 9.16 muestra las trayectorias generadas por cada procesador, las configuraciones de cada manipulador llegan a sus objetivos sin colisionar con los obstáculos que se encuentran en su espacio de trabajo y con los cuales pasan cerca de la zona de influencia satisfaciendo las condiciones de posición/orientación, además, se puede observar como estando cerca de una zona que tiene una influencia bastante alta por la configuración estrecha de los obstáculos, los elementos de los manipuladores se evaden entre ellos, manifestando una trayectoria libre de obstáculos encontrada por el algoritmo genético. La trayectoria es una ruta tan suave y el cual es resultado de la influencia que tiene un manipulador sobre el otro, principalmente cuando ambos manipuladores planean en forma autónoma sin que alguno de ellos tenga alguna prioridad sobre el otro. Esto lo hace más complejo debido que los pesos sobre la función aptitud deben ser equilibrados para no tener un manipulador con una ponderación alta.

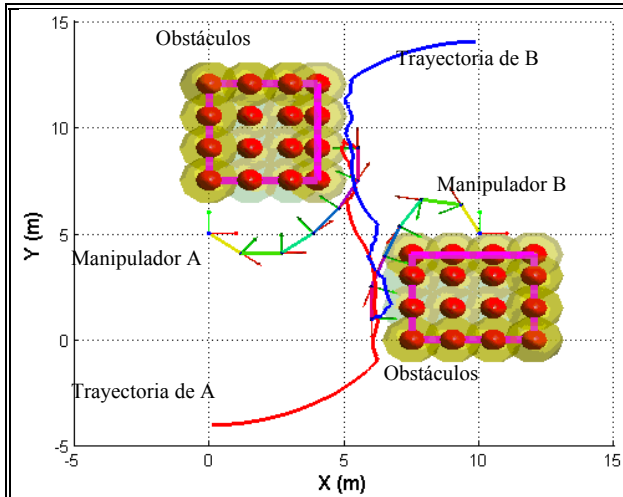


Figura 9.16. Trayectorias de los manipuladores A y B.

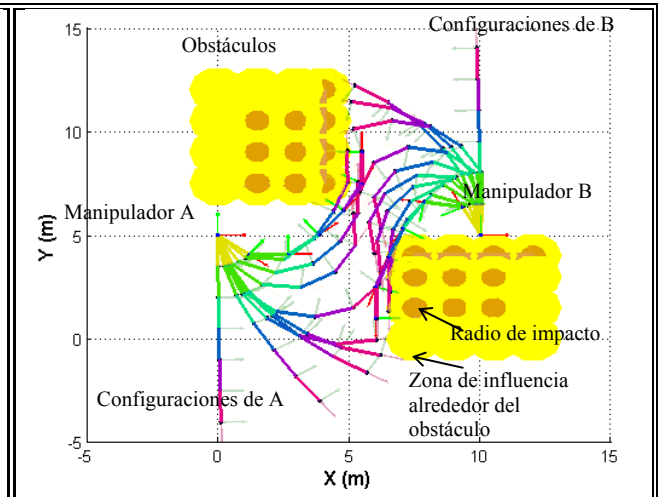


Figura 9.17. Perfil de configuraciones de los manipuladores A y B.

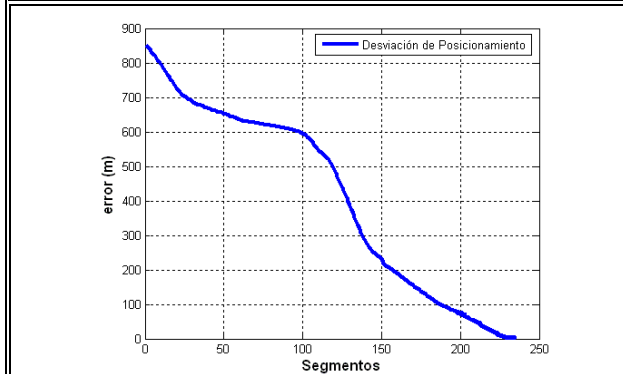


Figura 9.18. error vs Segmentos en manipulador 1.

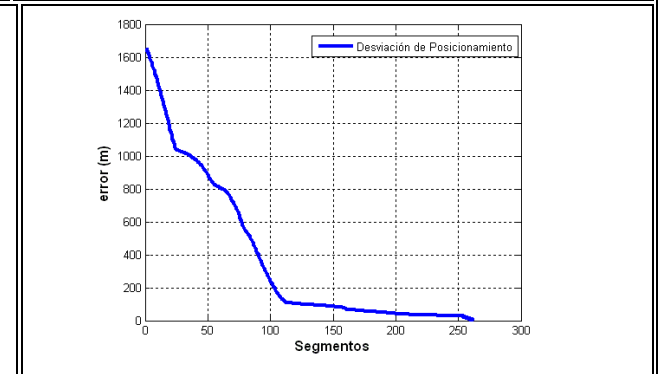


Figura 9.19. error vs Segmentos en manipulador 2.

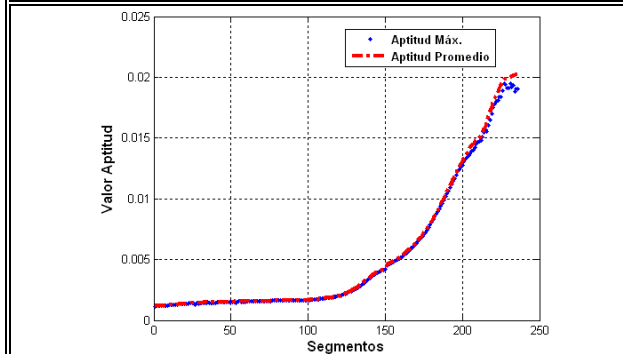


Figura 9.20. Aptitud vs Segmentos en manipulador 1.

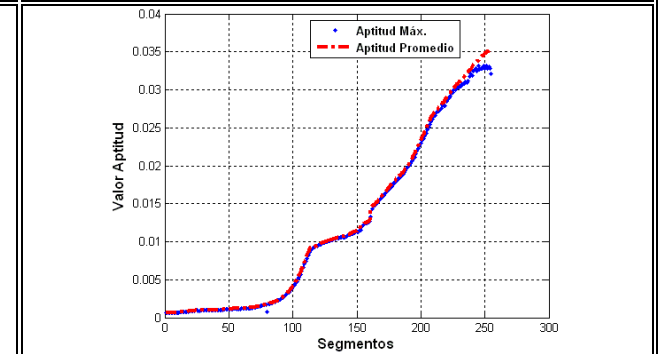


Figura 9.21. Aptitud vs Segmentos en manipulador 2.

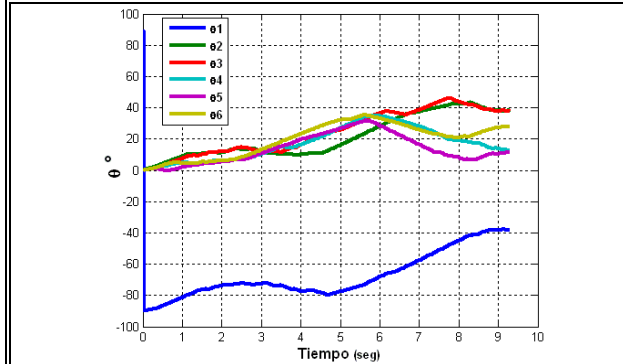


Figura 9.22. Perfil de posición en manipulador 1.

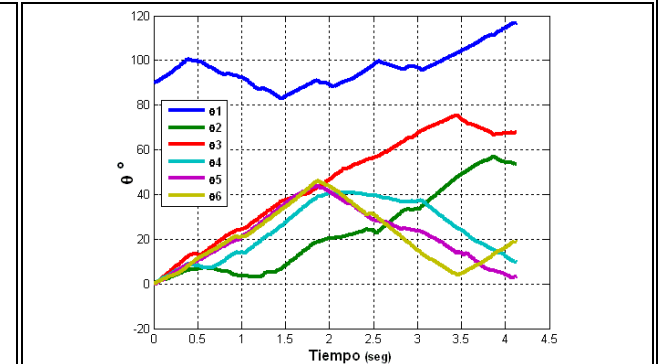


Figura 9.23. Perfil de posición en manipulador 2.



Las figuras 9.16-9.23 muestran los perfiles obtenidos en cada procesador en la planeación de trayectorias para los manipuladores A y B respectivamente, se observa el error y la aptitud máxima alcanzada, el cual es evidente que tiene un valor muy pequeño y esto se debe a la ponderación asignada a cada función objetivo, así como los potenciales de repulsión tanto entre los obstáculos como entre los manipuladores.

Las configuraciones alcanzadas por cada manipulador en la trayectoria planeada se muestran en la figura 9.24, donde se muestran configuraciones óptimas sobre una trayectoria libre de colisiones y alcanzando sus objetivos individuales de posición/orientación deseada.

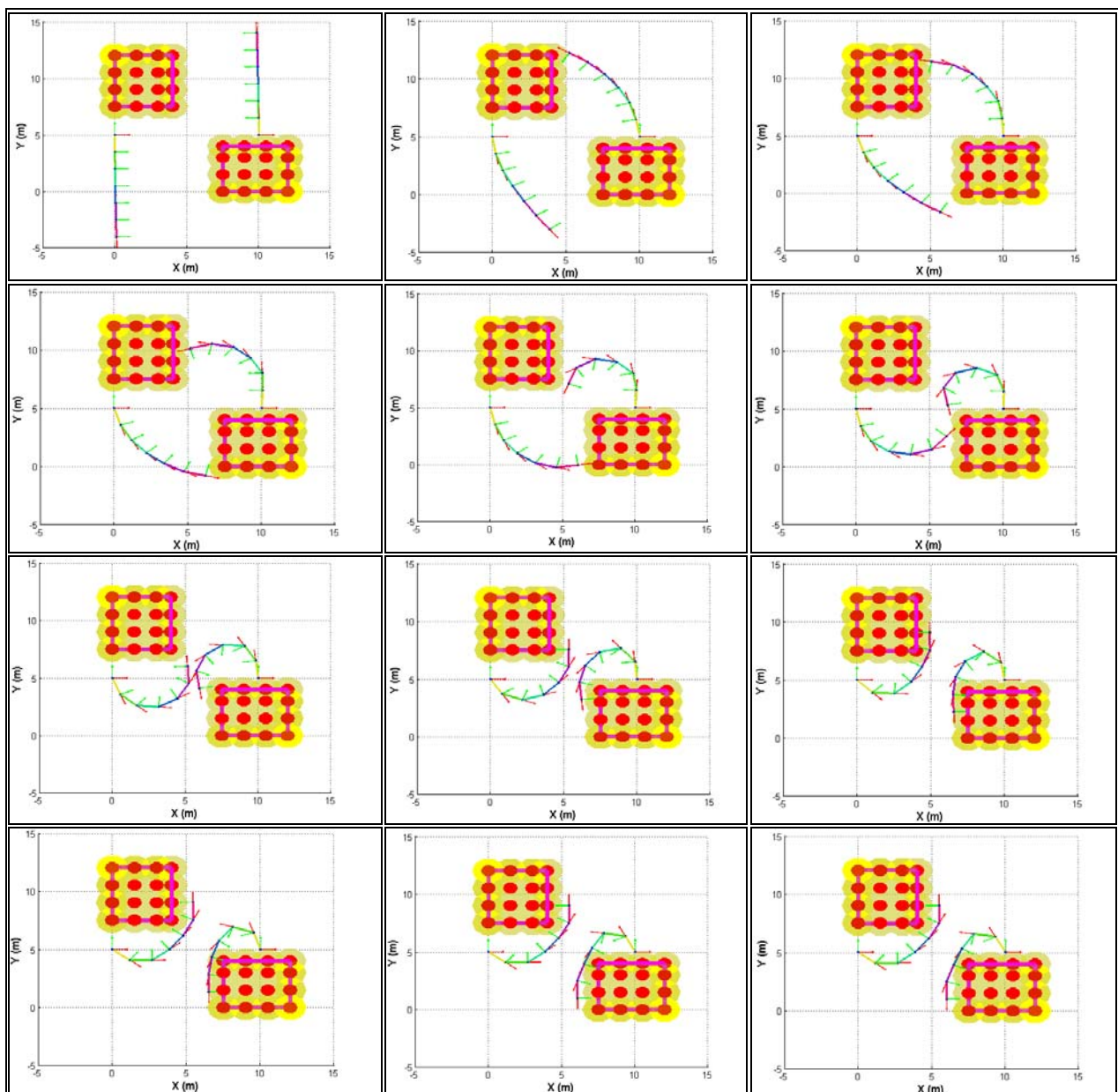


Figura 9.24. Perfil de configuraciones del Manipulador A y B.

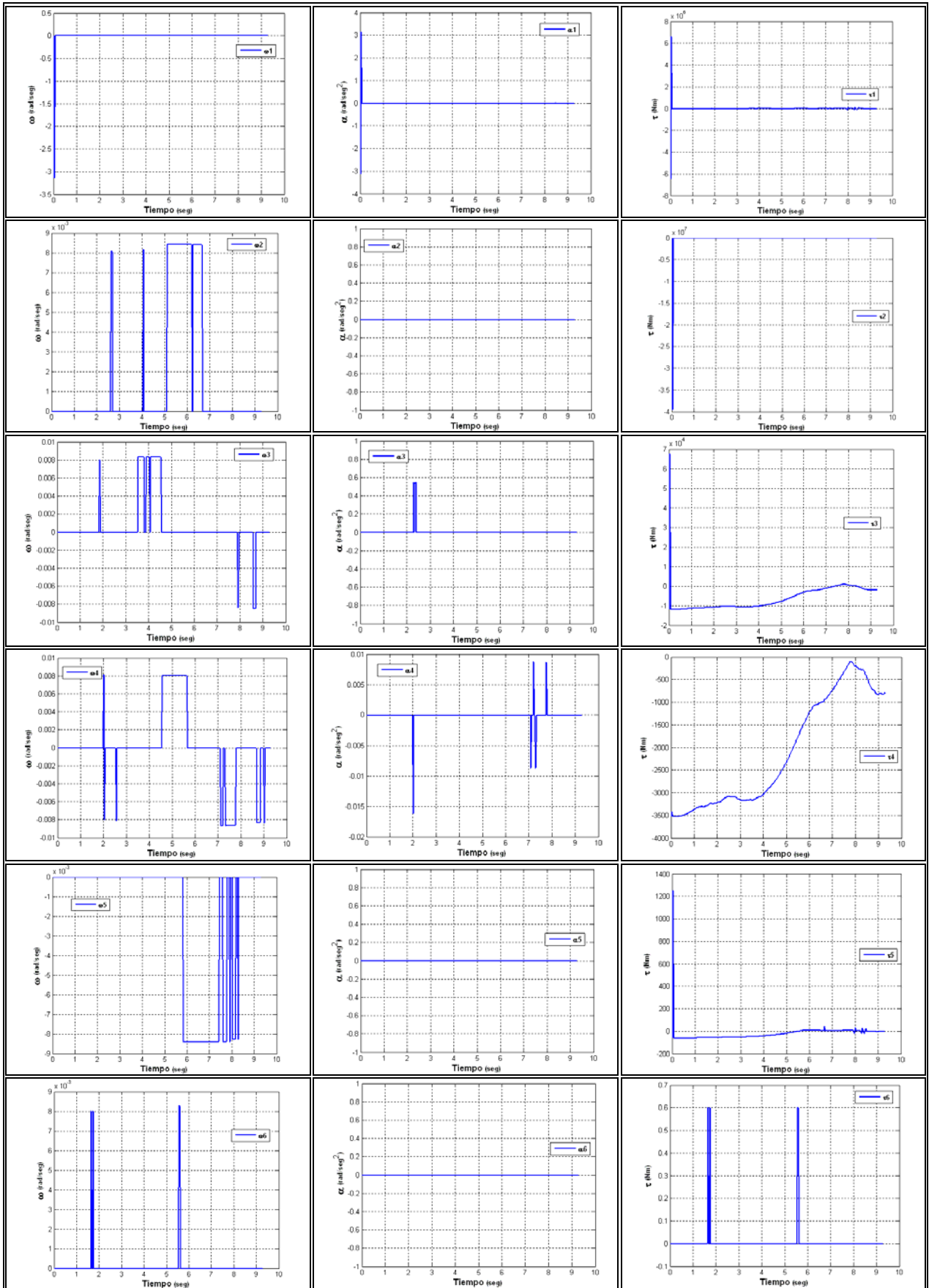


Figura 9.25. Perfil de velocidades, aceleraciones y torques en la trayectoria para el manipulador A.

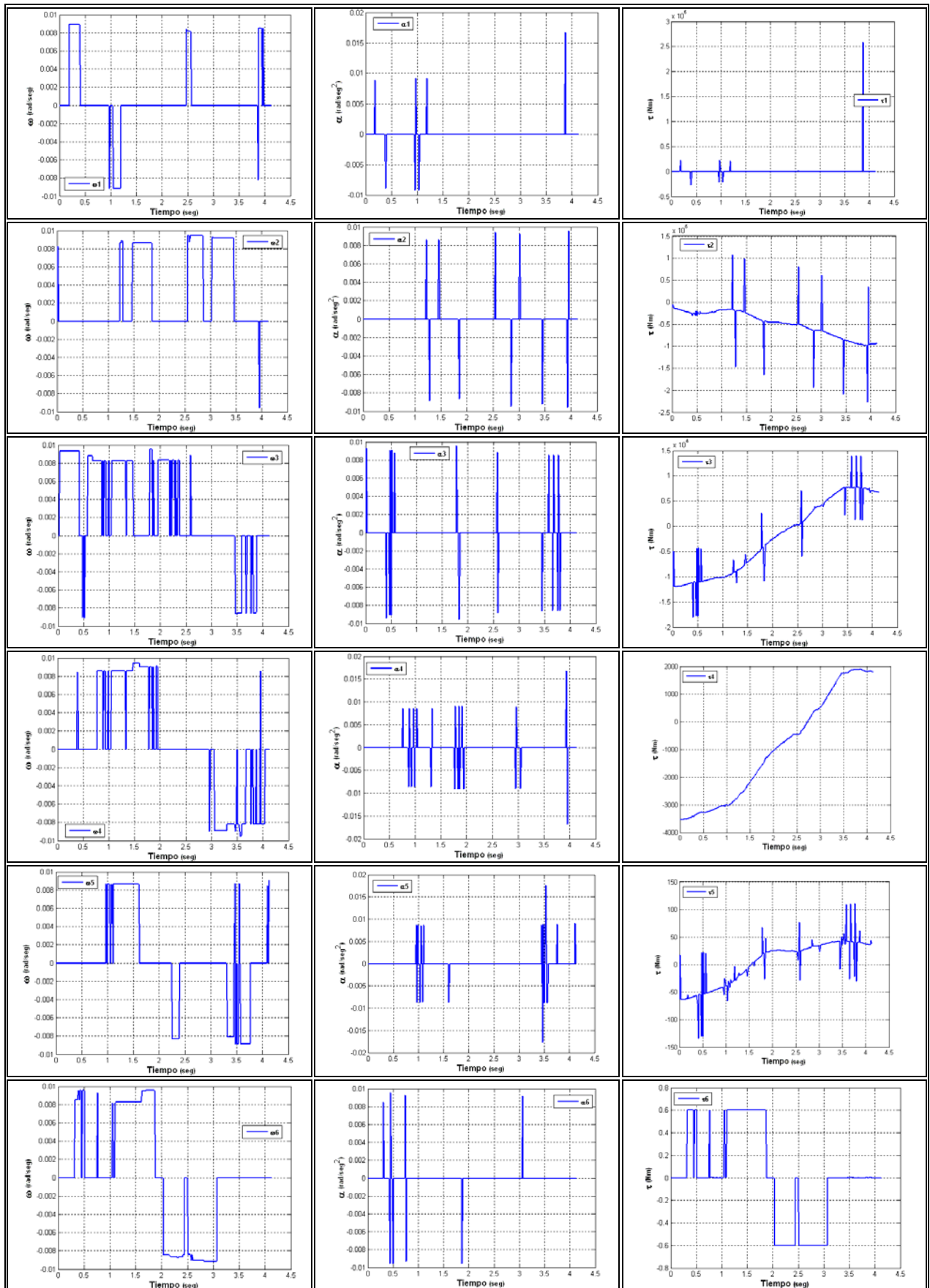


Figura 9.26. Perfil de velocidades, aceleraciones y torques en la trayectoria para el manipulador B.



Las figuras 9.25 y 9.26 muestran el perfil dinámico de acuerdo a los parámetros asignados para ambos manipuladores A y B, en ellos se pueden observar como el cambio de dirección en las articulaciones producto del potencial de repulsión conllevan a movimientos que en un momento dado son traducidos en vibraciones sobre los eslabones, afectados por el tironeo que se genera y los cambios de aceleración que manifiestan sobretiros en los pares aplicados a los movimientos de las articulaciones.

Por otro lado, los resultados de los movimientos obtenidos en la trayectoria planeada por el algoritmo genético para ambos manipuladores robóticos muestran la posición/orientación alcanzada en cada uno de ellos y se pueden observar en las ecuaciones 9.20 y 9.21.

$$T_A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 5.5 \\ 1 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 12.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.20)$$

$$T_B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 6 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 12.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.21)$$

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observar en la tabla 9.10 y las figuras 9.27 y 9.28 muestran el desempeño del administrador que distribuye las tareas a los procesadores para que se realicen las tareas en un proceso paralelo.

Tabla 9.10. Resultados del algoritmo genético para el sistema de manipuladores múltiple.

<i>gen</i>	<i>segmentos</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
1500	238	1.490e-3	0.01876	0.2123	4.282
1500	276	8.490e-4	0.03284	0.0369	9.365

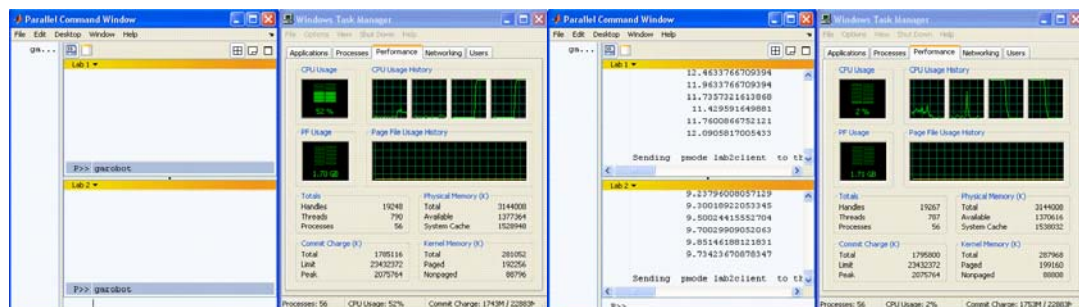


Figura 9.27. Perfil del administrador y la distribución de tareas en los procesadores inicial y final.

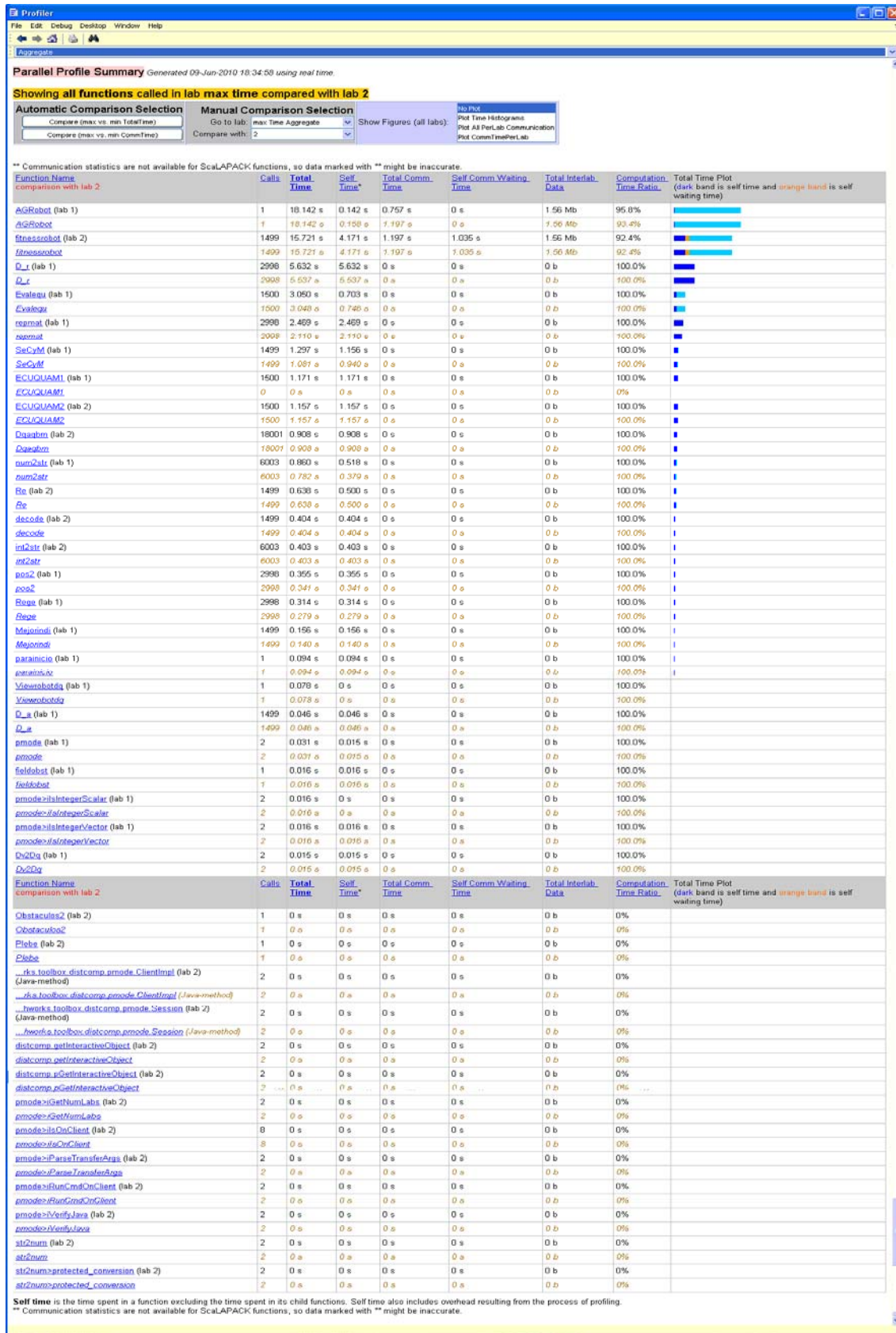


Figura 9.28. Perfil del administrador de MATLAB® y la distribución de tareas en PMODE® (Interactive Parallel Command Window).



9.4. PLANEACIÓN DE TRAYECTORIA EN SISTEMAS DE DOS MANIPULADORES ROBÓTICOS ESPACIALES

Un sistema de manipuladores robóticos múltiples compuesto por dos manipuladores espaciales de seis grados de libertad y cuyo modelo cinemático y dinámico es igual para ambos manipuladores se muestra en la figura 9.29.

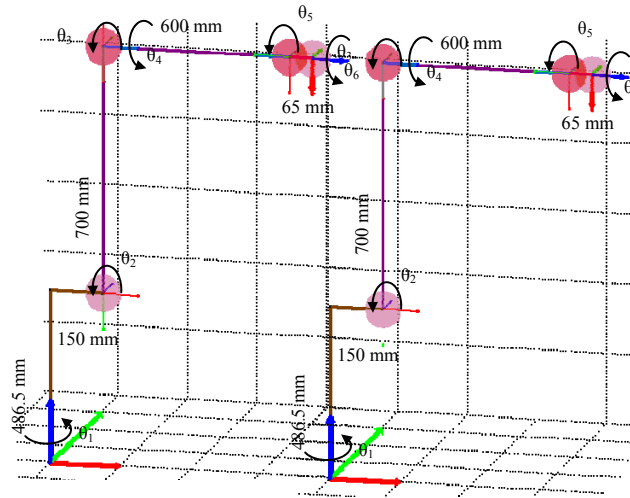


Figura 9.29. Manipulador A y B de seis grados de libertad IRB1600_145_7.

La tabla 9.11 muestra los parámetros *D-H* para ambos manipuladores en una configuración de nicho según la convención Denavit-Hartenberg, esta configuración es distinta a la configuración de inicio dado en el caso de estudio. Así, las ecuaciones de cinemática y dinámica es empleada para evaluarse con los parámetros mencionados y utilizados para ambos manipuladores como un mismo modelo.

Tabla 9.11. Parámetros *D-H* de ambos mecanismo articulados espaciales.

<i>i</i>	θ	α	<i>a</i>	<i>d</i>
1	$\theta_1=0$	$-\pi/2$	0.150	0.4865
2	$\theta_2=-\pi/2$	0	0.700	0
3	$\theta_3=\pi$	$\pi/2$	0	0
4	$\theta_4=0$	$-\pi/2$	0	0.600
5	$\theta_5=0$	$\pi/2$	0	0
6	$\theta_6=0$	0	0	.065

Las ecuaciones de enlace cinemático para ambos casos se obtienen a través de la sección 7 aplicando la ecuación 7.10 y los parámetros dinámicos se muestran en la tabla 9.12, donde estos parámetros son referencias de los obtenidos en un robot manipulador PUMA.



Tabla 9.12. Parámetros dinámicos de ambos mecanismo articulado espaciales.

<i>i</i>	Masa [Kg]	Tensor de inercia [Kg·m ²]						Centro de masa [m]			Fricción de Coulomb [N·m]	Fricción Viscosa [N·m·s/rad]
	<i>m</i>	<i>I_{xx}</i>	<i>I_{yy}</i>	<i>I_{zz}</i>	<i>I_{xy}</i>	<i>I_{yz}</i>	<i>I_{xz}</i>	<i>r_x</i>	<i>r_y</i>	<i>r_z</i>	<i>f_c</i>	<i>f_v</i>
1	13	1.10	1.11	0.117	0	0	0	0	0.004	-0.309	29.80	6.27
2	22.40	0.403	0.969	0.965	0	0	0	0.103	0.005	-0.0400	14.70	8.89
3	5	0.0748	0.0073	0.0756	0	0	0	0.020	-0.004	0.014	7.370	5.31
4	1.20	0.00532	0.0052	0.00337	0	0	0	0	-0.003	-0.0860	4.760	2.5
5	0.62	4.87e-06	4.82e-06	5.72e-06	0	0	0	0	-1e-3	-0.0100	1.760	1.2
6	0.20	1.23e-4	1.23e-4	5.80e-05	0	0	0	0	0	0.003	0.060	0.6

Las condiciones iniciales para cada manipulador se muestran en la tabla 9.13. Ahi se determinan la posición y orientación de cada manipulador con respecto al sistema de coordenadas global.

Tabla 9.13. Parámetros de inicio.

	Manipulador robótico A	Manipulador robótico B
Orientación/Posición inicial respecto al sistema global	(0°,0°,0°) - (0.2 m, 0.2 m, -0.3 m)	(180°,0°,0°) - (0.2 m, 0.2 m, 3.3 m)
Configuración inicial	(0°, 0°, 0°, 0°, 0°, 0°)	(-90°, 0°, 0°, 0°, 0°, 0°)
Orientación/Posición final	(-90°,0°,90°) - (0.2 m, 0.9 m, 1.0 m)	(-90°,0°,-90°) - (1.0 m, 2 m, 1.0 m)

La posición y orientación de la punta del manipulador A y B se encuentran descritas en las ecuaciones 9.1 y 9.2 respecto al sistema de referencia global.

$$DQ_A = 0.7372 + 0.6755j - 0.06755\varepsilon + 0.0542i\varepsilon + 0.07372j\varepsilon + 0.6901k\varepsilon \quad (9.22)$$

$$DQ_B = 0.4777 - 0.5213i - 0.5213j - 0.4777k + 0.5681\varepsilon + 0.08108i\varepsilon + 0.0144j\varepsilon + 0.4639k\varepsilon \quad (9.23)$$

El planteamiento del problema consiste en determinar configuraciones intermedias de los eslabones par un sistema de dos manipulador se seis grados de libertad , entre la configuración inicial y una posición final se planea una trayectoria empleando ecuaciones cinemáticas a través de cuaterniones duales y es resuelto por un planeador de algoritmo genético que evade obstáculos que se encuentren en el espacio de trabajo del manipulador, así como los elementos mecánicos de otro manipulador que obstaculiza su trayectorias el cual puede presentarse una potencial acción de colisión.

El proceso de búsqueda evolutivo fuera de línea con mecanismo de herencia forzada es mostrado en la figura 9.30, el cual se emplea para solucionar el problema de planeación de trayectorias en un sistema múltiple de dos robots.

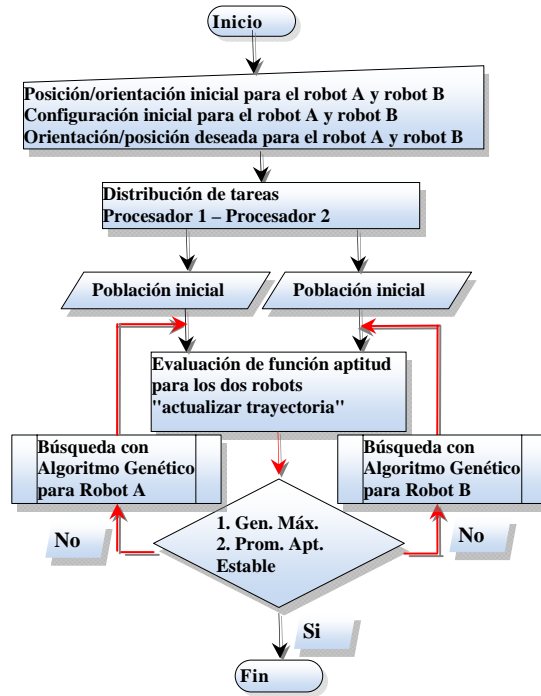


Figura 9.30. Planeador local fuera de línea en paralelo.

Consecuentemente, la función aptitud se basa a través de la posición/orientación actual de la punta de cada manipulador, la configuración de la meta expresados en cuaterniones duales y la función de optimización de movimiento por parte de las articulaciones, en conjunto conforman la función aptitud acompañadas por un peso de cual objetivo debe satisfacerse primero, como se muestra en la ecuación 9.24.

$$f_i = C_i \left(\frac{1}{w1Dq_i + w2Pa_i + w3Pr_i + w4O_i + w5Pr_{Robot}} \right) \quad (9.24)$$

$$Dq_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=8} (e_i^{Og} - e_i^{Oa})^2} \quad (9.25)$$

$$Pa_i = \sqrt{(x_g - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_g - (\Delta y + y)_i)^2 + (z_g - (\Delta z + z)_i)^2} \quad (9.26)$$

$$Pr_i = \sqrt{(x_{obs} - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_{obs} - (\Delta y + y)_i)^2 + (z_{obs} - (\Delta z + z)_i)^2} \quad (9.27)$$

$$O_i = \sum_{j=1, k=1}^{j=m, k=n} \left(\theta_k^{j+1} - \theta_k^j \right)^2 \quad (9.28)$$

$$Pr_{Robot} = \sqrt{(x_{Robot} - (\Delta x + x)_i)^2 + (y_{Robot} - (\Delta y + y)_i)^2 + (z_{Robot} - (\Delta z + z)_i)^2} \quad (9.29)$$

$$Pr < (s + r) \{Pr \quad (8.30)$$

$$r \leq Pr \leq (s + r) \{ s + r - Pr \quad (8.31)$$



Sujeto a:

$$l_s = [(\theta_i + \Delta\theta_i) > +\theta] == 0 \quad (9.32)$$

$$l_i = [(\theta_i + \Delta\theta_i) < -\theta] == 0 \quad (9.33)$$

$$C_1 = l_s * l_i \quad (9.34)$$

Donde:

Dq – Distancia entre los elementos de dos cuaterniones duales que tienden a cero.

Pa – Distancia entre los el punto deseado y el punto de la configuración inicial.

β – Factor de escala positivo para el potencial de atracción.

Pr – Distancia entre los el punto deseado y el punto de los obstáculos.

ρ – Factor de escala positivo para el potencial de repulsión.

r – Distancia de contacto inminente.

s – Distancia de zona de influencia del obstáculo.

Pr_{robot} – Distancia entre los eslabones de los manipuladores.

O – Mínimo movimiento entre las articulaciones. θ -Desplazamiento angular de los eslabones.

k -Numero de soluciones; i, j - ésimo iteración.

x_g, y_g – Coordenadas del punto deseado. x, y – Coordenadas del efector final.

$\Delta x, \Delta y$ – Conjunto de soluciones encontradas. w_1, w_2 - de la función objetivo.

Q_g – Cuaternión meta.

Q_a – Cuaternión actual de la posición/orientación de la punta del manipulador.

C_i – Constante de penalización [0, 1].

l_s – Limite superior de movimiento angular.

l_i – Limite inferior de movimiento angular.

Las restricciones en el movimiento en los eslabones debido a los límites de movimiento como una función de la configuración física del manipulador robótico, donde los eslabones pueden colisionar con ellos mismos son señalados en la tabla 9.14, cabe señalar que cuando se violan los limites de movimiento angular automáticamente se descarta esa configuración de movimiento en el algoritmo genético, penalizando a la función aptitud y anulando su valor alcanzado.

Tabla 9.14. Limites de movimiento para las articulaciones.

$\theta's$	$+\theta's$	$-\theta's$
θ_1	180°	-180°
θ_2	150°	-90°
θ_3	65°	-245°
θ_4	200°	-200°
θ_5	115°	-115°
θ_6	400°	-400°



Para el caso de estudio la función multiobjetivo a solucionar depende principalmente de las ecuaciones de enlace cinemático resuelto con cuaterniones duales, la función de potencial de atracción, el potencial de repulsión en conjunto con la función de mínimo desplazamiento de los eslabones y del conocimiento de la posición/orientación del otro manipulador.

Los obstáculos se encuentran localizados de tal forma que representan dos estaciones de trabajo en forma de caja. La trayectoria generada por el algoritmo genético se muestra en la figura 9.31, donde cada punto que forma la superficie tiene un radio $r=0.01$ y una zona de influencia alrededor del obstáculo de $r_s=0.11$. Así, la trayectoria generada en una secuencia de movimientos coordinados donde no colisiona con los obstáculos que forman la superficie y aunque pasa cerca de la zona de influencia, depende del factor de escala positiva del campo de repulsión para aproximar o alejar los eslabones del manipulador de los obstáculos tanto como el problema lo requiera

La solución de movimientos y la generación de trayectoria se obtienen por los parámetros de la tabla 9.15.

Tabla 9.15. Parámetros del algoritmo genético.

Procesador	Core 1	Core 2
$f(\Delta\theta's)$	$\in[-0.3^\circ, 0.3^\circ]$	$\in[-0.3^\circ, 0.3^\circ]$
ni	50	50
p	4	4
$Prbcr$	1	1
$Prbm$	0.12	0.37
Reg	.2	.15
fp	.015	.015
$Máx-gen$	1500	1500

Por lo tanto, las trayectorias generadas por cada procesador y las configuraciones de cada manipulador llegan a sus objetivos sin colisionar con los obstáculos que se encuentran en su espacio de trabajo y con los cuales pasan cerca de la zona de influencia satisfaciendo las condiciones de posición/orientación, además, se puede observar como estando cerca de una zona que tiene una influencia bastante alta por la configuración estrecha de los obstáculos, los elementos de los manipuladores se evaden entre ellos, manifestando una trayectoria libre de obstáculos encontrada por el algoritmo genético.

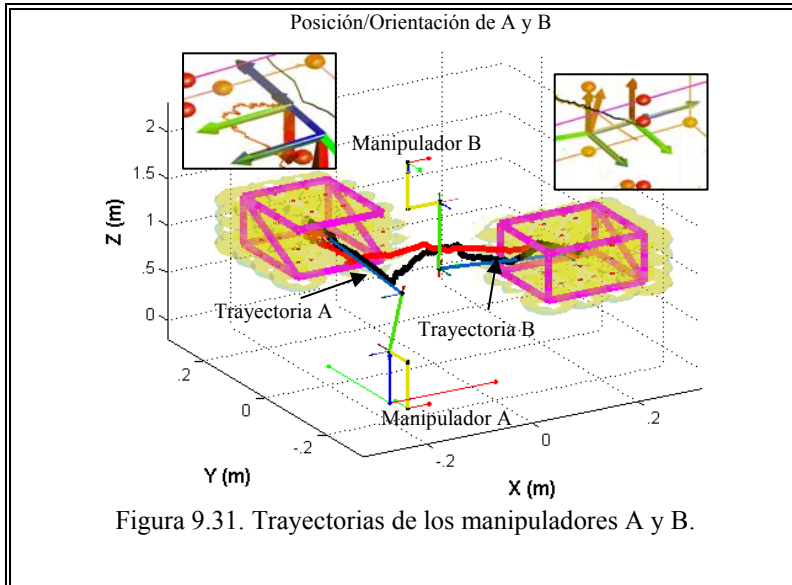


Figura 9.31. Trayectorias de los manipuladores A y B.

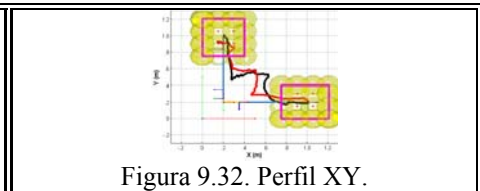


Figura 9.32. Perfil XY.

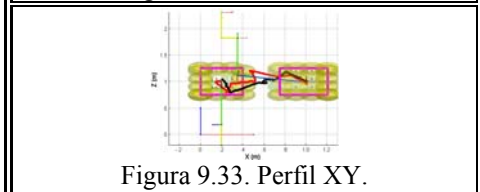


Figura 9.33. Perfil XY.

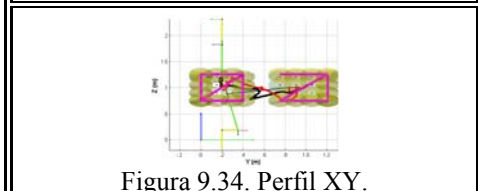


Figura 9.34. Perfil XY.

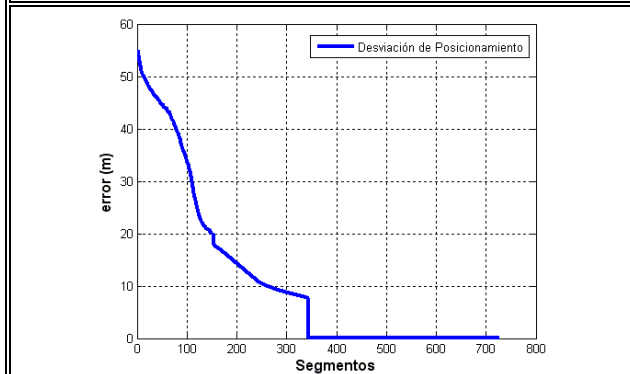


Figura 9.35. Error vs Segmentos en manipulador A.

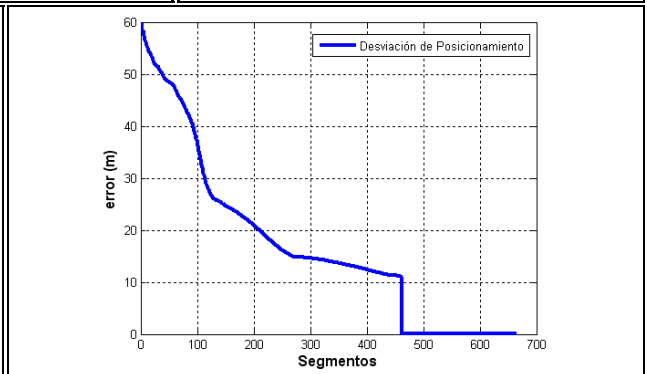


Figura 9.36. Error vs Segmentos en manipulador B.

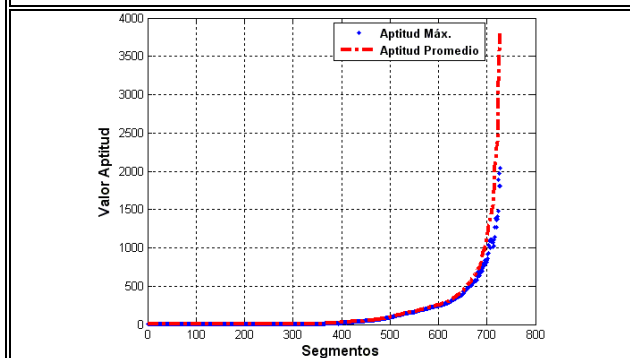


Figura 9.37. Aptitud vs Segmentos en manipulador A.

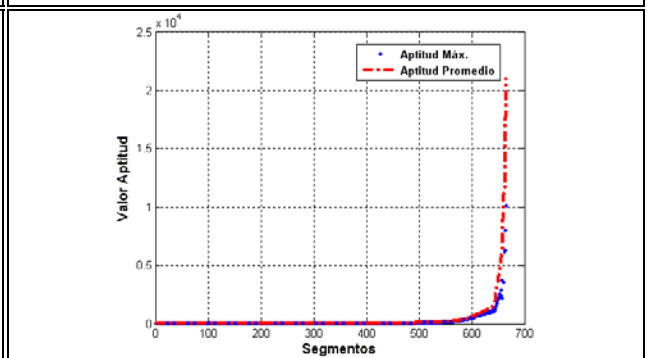


Figura 9.38. Aptitud vs Segmentos en manipulador B.

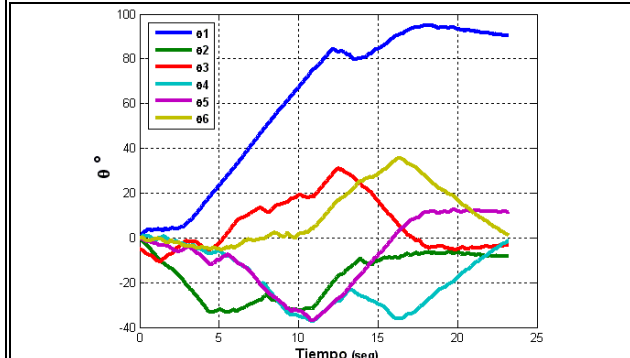


Figura 9.39. Perfil de posición en manipulador A.

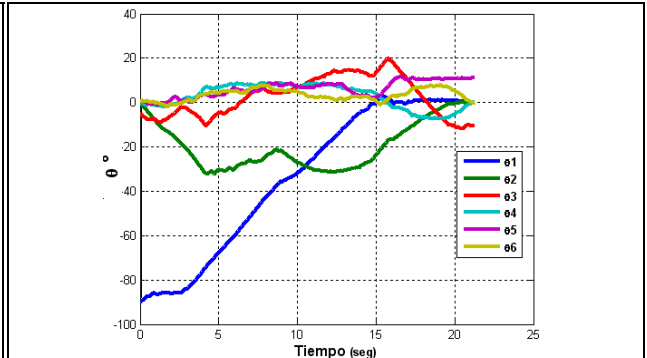


Figura 9.40. Perfil de posición en manipulador B.



Las figuras 9.35-9.39 muestran los perfiles obtenidos en cada procesador en la planeación de la trayectoria el cual es una ruta suave y se debe al resultado de la influencia que tiene un manipulador sobre el otro, principalmente cuando ambos manipuladores planean en forma autónoma sin que alguno de ellos tenga alguna prioridad sobre el otro.

Las configuraciones alcanzadas por cada manipulador en la trayectoria planeada se muestran en la figura 9.40, donde se observan configuraciones óptimas sobre una trayectoria libre de colisiones y alcanzando sus objetivos individuales de posición/orientación deseada.

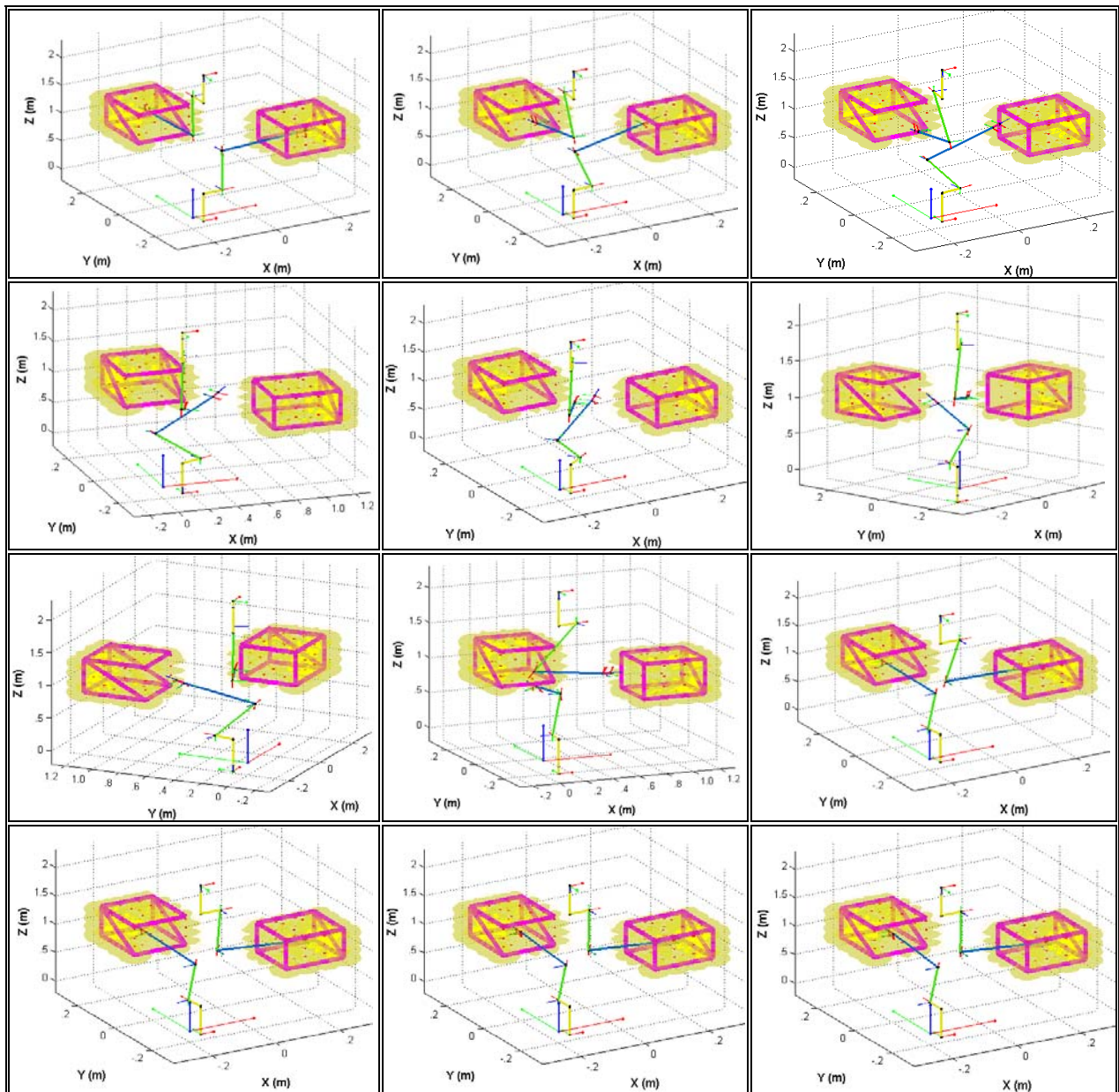


Figura 9.40. Perfil de configuraciones del Manipulador A y B.

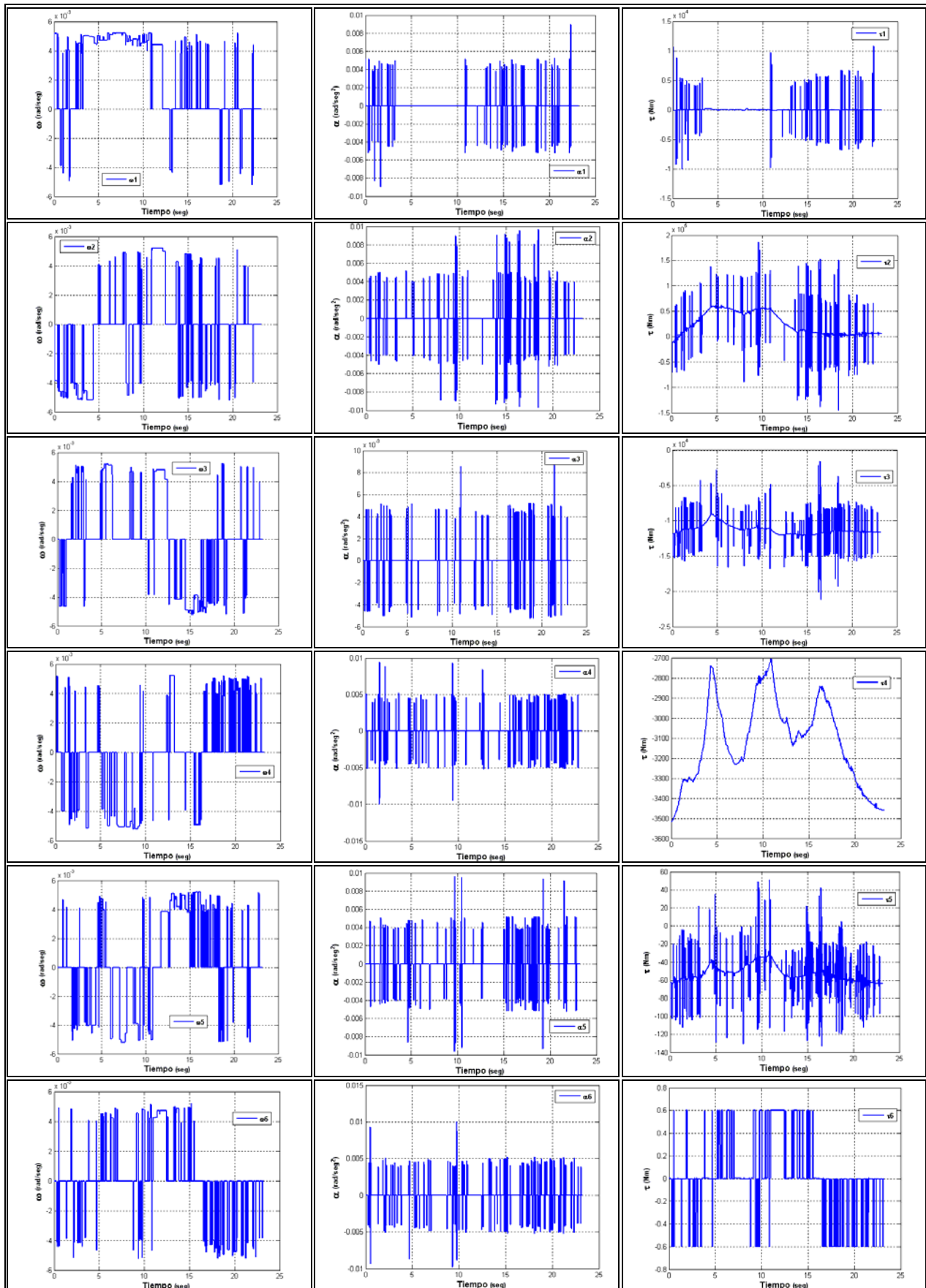


Figura 9.41. Perfil de velocidades, aceleraciones y torques en la trayectoria para el manipulador A.

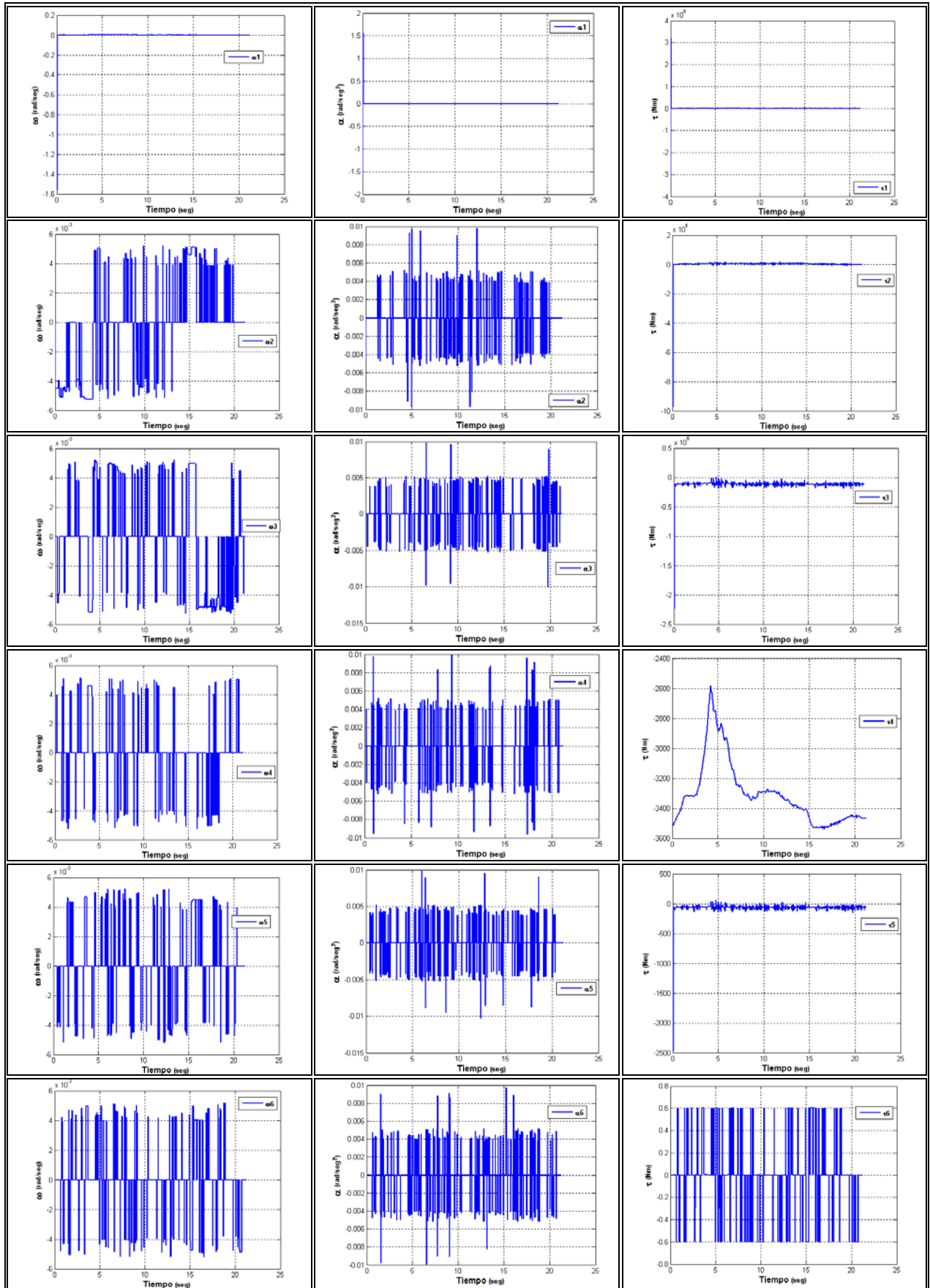


Figura 9.42. Perfil de velocidades, aceleraciones y torques en la trayectoria para el manipulador B.



Las figuras 9.41 y 9.42 muestran el perfil dinámico de acuerdo a los parámetros asignados para ambos manipuladores A y B, en ellos se pueden observar como el cambio de dirección en las articulaciones producto del potencial de repulsión conllevan a movimientos que en un momento dado son traducidos en vibraciones sobre los eslabones, afectados por el tironeo que se genera y los cambios de aceleración que manifiestan sobretiros en los pares aplicados a los movimientos de las articulaciones. Esto se debe a los factores de escala positivos que tiene el potencial de repulsión y el potencial de atracción, sin embargo, el resultado está dirigida hacia la meta con una interpolación sobre la orientación del sistema de coordenadas de la punta del manipulador, esto permite navegar en el espacio de trabajo del robot sin colisionar con las superficies representadas por esferas, las cuales representan cada una un potencial de repulsión con las articulaciones del robot.

Por otro lado, los resultados de los movimientos obtenidos en la trayectoria planeada por el algoritmo genético para ambos manipuladores robóticos muestran la posición/orientación alcanzada en cada uno de ellos y se pueden observar en las ecuaciones 9.20 y 9.21.

$$T_A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 & 0.9 \\ -1 & 0 & 0 & 1.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.20)$$

$$T_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1.0 \\ 0 & -1 & 0 & 0.2 \\ 1 & 0 & 0 & 1.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.21)$$

El desempeño del algoritmo y sus resultados pueden observar en la tabla 9.16 y las figuras 9.43 muestran el desempeño del administrador que distribuye las tareas a los procesadores para que se realicen las tareas en un proceso paralelo.

Tabla 9.16. Resultados del algoritmo genético para el sistema de manipuladores múltiple.

<i>gen</i>	<i>segmentos</i>	<i>error</i>	<i>aptitud</i>	<i>aptitud promedio</i>	<i>tiempo</i>
1300	728	2e-4	1807.6	3823.3094	23.2670
1300	665	4.73e-5	10123.13	21117.445	21.2727

Por último en la figura 9.43, muestra el perfil obtenido por parte de la simulación ejecutada en PMODE® de MATLAB® en la distribución de tareas en paralelo.



9.5. DISCUSIÓN

En este capítulo se ha introducido un nuevo enfoque basado en una combinación de un sistema multirrobótico y para solucionarlo se implemento un algoritmo genético el cual resuelve en paralelo la planificación de trayectorias de dos manipuladores que comparten un espacio de trabajo común donde ambos manipuladores tienen que ajustar sus trayectorias en el caso de una posible colisión.

El enfoque presentado aquí ha demostrado un desempeño sólido y estable a lo largo de los diferentes casos simulados. Estos ocasionaron trayectorias adecuadas que son fáciles de obtener ya que la estrategia empleada a través de una interpolación con la cinemática de cuaterniones duales redujeron la complejidad del problema hasta llevarlo a la aplicación de manipuladores robóticos espaciales y cuyo diseño de la función aptitud para el planeador genético es sencillo, sin embargo el definir valores de ponderación para las funciones objetivo puede ser una tarea un poco extenuante, ya que puede ser solucionada a través de un razonamiento de acuerdo al caso en estudio, por ejemplo con la combinación de lógica difusa.

Por otro lado, cuando la dimensión de tiempo se agrega, proporcionan información no sólo de posición sino también las velocidades y aceleraciones angulares necesarias para describir los perfiles de la trayectoria de cada manipulador y permitir el cálculo de los momentos que deban aplicarse en cada articulación para producir la trayectoria obtenida.

Dado que la planificación se hace en paralelo, tanto para los manipuladores como la simplificación de sus movimientos son necesarios para un análisis con enfoque de disociación desde las trayectorias que están libres de cualquier colisión. Se puede concluir que el criterio que se expone en este capítulo podría ser aplicable para aplicación en tiempo real desde la compilación de los algoritmos que conforman el enfoque sugerido en ficheros ejecutables que podrían reducir aún más el tiempo de ejecución, sin embargo, hay que pensar en la estructura de comunicación disponible. No obstante, la estrategia planteada en este capítulo manifiesta el éxito de poder navegar en un sistema donde el espacio en común lo comparten obstáculos que complican la realización de tareas de los manipuladores en la búsqueda en paralelo de trayectorias y configuraciones libres de colisión, al mismo tiempo la reducción de ejecución y la posibilidad de ser aplicación en tiempo real.



10

"Teme al hombre de un solo libro."

(Tommaso D'Aquino, 1225 a -1274)

CONCLUSIONES

El precedente trabajo conlleva a las determinaciones hechas a través del análisis en los resultados y procedimientos prácticos sobre la planeación de trayectorias en sistemas de manipuladores robóticos múltiples, el cual se describe de forma concreta el éxito obtenido.



10. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

La planeación de trayectorias desempeña un papel muy importante en varios campos de la investigación y el planear trayectorias para algún sistema robótico entre una configuración de inicio y una posición final sobre un entorno incierto no es fácil. Sin embargo, los primeros sistemas robóticos autónomos que se introdujeron en los procesos industriales durante la década de los 60's tienen como aportación principal el desarrollo de novedosas tecnologías, las cuales han evolucionado rápidamente en las últimas dos décadas, tareas más complejas que las consideradas en un principio se han resuelto y la sinergia de los sistemas actuales se han explotado al máximo.

La planeación de movimientos en manipuladores robóticos a menudo es vista como una tarea tediosa debido a que las configuraciones de los robots son cada día más complejas y dificultan la tarea de planear un camino libre de colisión. Esto suele resolverse mediante un operador, el cual dirige al manipulador a través de la visualización y el ajuste de velocidades con el fin de realizar la tarea deseada. No obstante, esto conlleva a paros en los procesos y la generación de tiempos sin actividades, dependiendo por completo de la destreza del operador para realizar los ajustes y cambios pertinentes del sistema.

Cuando se realiza fuera de la línea de proceso, la planeación requiere de un modelo completo y preciso del manipulador en función de su espacio de trabajo a fin de simular las operaciones que se llevarán a cabo por el robot en un entorno virtual confiable, que cuando se ejecuta en un sistema real, el robot no colisione con los obstáculos y todas las metas sean alcanzadas adecuadamente.

Ahí, la planeación de trayectorias consiste en una serie de movimientos específicos y ejecutados en secuencia con cierto grado de dificultad guiando automáticamente al manipulador alrededor de un ambiente ocupado o no por obstáculos, ésta define trayectorias y rutas libres de colisión las cuales permiten realizar esquemas sobre la planeación de movimientos con obstáculos y reducir la complejidad del problema en una completa interacción con sus componentes mecánicos y elementos que obstaculizan la realización de tareas, permitiendo la reprogramación del sistema y evitar la pérdida de tiempo.



Los sistemas que comprenden más de un manipulador los cuales comparten un espacio de trabajo en común dan lugar a nuevos retos en la planeación y ejecución de sus movimientos, ya que cada manipulador tiene que hacer frente no sólo con los obstáculos fijos que están presentes en el área de trabajo, sino también considerar al otro manipulador como un obstáculo en movimiento, aumentando así el riesgo de una colisión en curso debido a la influencia que tienen cuando interactúan entre sí.

Para resolver este problema, algunos enfoques han sido propuestos previamente, en concreto, se ha observado el movimiento de los manipuladores de forma independiente que luego son programados para que no colisionen o a través de sistemas que se ponderan para que el manipulador lleve a cabo su tarea normalmente mientras se adapta su trayectoria con el fin de evitar una colisión.

Bajo este enfoque, el trabajo propuesto verifica la oportunidad y el desempeño de novedosas estrategias de planeación de movimiento basado en algoritmos genéticos para manipuladores robóticos no redundantes y redundantes que comparten un espacio de trabajo común. La aplicación y el análisis de las técnicas propuestas han enfatizado las diferentes características del problema de la planeación de movimiento, los cuales se han desarrollado un planteamiento completo a la solución de este problema.

Cinco aspectos de esta investigación se pueden identificar dentro de esta tesis. En primera instancia, las ventajas y limitaciones al problemas de aplicar un planeador de rutas en el espacio de las configuraciones utilizando el método de campo potencial para modelar los obstáculos en el área de trabajo de un manipulador con más de 2 grados de libertad. Justifica el enfoque propuesto, porque ahí se obtiene una solución directamente en el área de trabajo del manipulador, donde, inicialmente, un planeador de ruta global basado en un algoritmo simple que usa el gradiente descendiente para generar la ruta es usado y analizado para evaluar el rendimiento de algoritmo como una propuesta para adaptarlo con un enfoque local que se adecue en las etapas posteriores de esta investigación.

En segundo lugar, la evaluación del algoritmo clásico de búsqueda realza la necesidad de aplicar algoritmos genéticos como herramienta para la planeación de trayectorias en los manipuladores a partir de un enfoque local de optimización, iniciando con la identificación de las características específicas del problema.



Un tercer aspecto, es el enfoque propuesto a través de las ecuaciones de enlace cinemático realizado con cuaterniones duales, esto como una extensión para resolver las trayectorias de los sistemas de manipuladores robóticos en la satisfacción de la posición y orientación como una función única entre rotación y traslación de la punta del manipulador y la configuración de la posición/orientación de la meta deseada.

El Cuarto aspecto, contempla el éxito en la conjunción del algoritmo genético, el potencial artificial y la asociación con las ecuaciones de enlace cinemático a través de cuaterniones duales en generación de trayectorias para sistemas libre y ocupado de obstáculos, tienen gran importancia debido a la ponderación de los objetivos al unísono de una sola función a resolver.

Por último, un quinto eje temático que se enfoca a dos diferentes consideraciones de implementación en paralelo del planeador de trayectorias basado en un algoritmo genético. Esto produce una estimación inicial de los movimientos del manipulador que encuentra una solución óptima a la configuración actual a través de un sistema múltiple compuesto por dos manipuladores robóticos articulados, donde el primero se soluciona a través del paralelismo implícito del cromosoma en el algoritmo genético, concentrando las variables de los dos manipuladores en un solo individuo y el segundo, la individualidad de solución para cada manipulador en busca de su trayectoria libre de obstáculos con la interacción del otro manipulador en un aspecto dinámico propuesto en esta última sección.

Dos enfoques finales propuestos en esta tesis se comparan mediante la resolución de los diferentes escenarios tanto de las estrategias como técnicas para establecer un punto de referencia sobre el desempeño de los planeadores. Es importante mencionar en este punto que el enfoque de campo de potencial se adoptó a lo largo de esta investigación para caracterizar tanto a los obstáculos estáticos como en los manipuladores que se comportan como obstáculos móviles.

La mayoría de los enfoques anteriores a este problema de planeación de trayectorias lo han simplificado al satisfacer únicamente las posiciones iniciales y finales de los manipuladores como un conjunto de configuraciones específicas del robot. Por el contrario, la investigación en esta tesis considera el hecho que un punto en el espacio de trabajo se puede llegar a satisfacer en varias configuraciones diferentes cuando se trata de una posición en particular, incluso para el caso de los manipuladores no redundante.



Sin embargo, cuando se considera una orientación específica del punto final, el objetivo para un manipulador no redundante cambia y entonces no hay más que una reducción en las configuraciones de un robot no redundante para satisfacer esa condición en el espacio de trabajo.

En referencia al objetivo principal de la investigación y los objetivos expresados en el punto 1.2, se puede decir que el objetivo de producir trayectorias con algoritmos de planeación adecuados para su aplicación en resolver el problema de la planeación de movimientos de dos robots manipuladores que comparten un espacio de trabajo en común que se ha logrado mediante el análisis de técnicas de computación inteligente.

Los objetivos específicos se han cumplido de la siguiente manera:

-El problema de la planeación de movimientos para robots fue investigado y demostrado mediante el desarrollo de enfoques basados en algoritmos genéticos para resolver el problema inicialmente bajo un enfoque global, así como para solucionarlo bajo un régimen de planeación local.

- Un algoritmo de planeación de trayectorias basado en algoritmos genéticos adecuado para sistemas de manipuladores no redundantes o redundantes fue desarrollado con la capacidad de adoptarse a un enfoque local después de considerar los resultados obtenidos por el desempeño y limitaciones de los algoritmos clásicos basados en un enfoque global. Por lo que el algoritmo de planeación de trayectorias propuesto se aplicó con éxito para resolver las trayectorias de los manipuladores bidimensionales y espaciales redundantes y no redundantes.

- El algoritmo de planeación de trayectorias propuesto para la solución de los movimientos de los sistemas manipuladores se extendió con éxito a resolver el problema de planeación de trayectorias en un sistema múltiple de dos manipuladores que comparten el espacio de trabajo en común en virtud de un régimen que no tiene prioridad alguna. Los algoritmos propuestos entorno a trayectorias adecuadas de los manipuladores convergen en un tiempo aceptable y menor propuesto por otros análisis como parte de garantizar el movimiento libre de colisiones en los manipuladores.

- Por último, el desempeño de las estrategias propuestas depende de la función a resolver por el algoritmo como un enfoque de optimización, esta mejora la identificación de las características particulares de la naturaleza de las trayectorias del robot, como la monotonía en trayectorias libre de colisiones.



Así como la investigación de los efectos de la variación de los parámetros del algoritmo genético como el factor de perturbación durante la mutación que permite la exploración del conjunto de soluciones de manera más amplia y la combinación del mecanismo de herencia forzada que mantiene al proceso evolutivo fuera de una convergencia prematura durante el proceso de la planeación de trayectorias y manteniendo la simplicidad de un algoritmo genético sencillo.

10.1. CONCLUSIONES GENERALES

Teniendo en cuenta las distintas cuestiones relacionadas con la aplicación de las estrategias basadas en las técnicas de computación inteligente (*soft-computing*), como los algoritmos genéticos en una disciplina individual para resolver el problema de la planeación de movimientos para manipuladores robóticos, se puede establecer que este tipo de técnicas son las más adecuadas para resolver el problema cuando son tratados desde un enfoque local. Los resultados obtenidos en esta investigación muestran que el tiempo necesario para obtener una ruta de acceso conveniente en virtud de un enfoque global era bastante grande (mayores a un intervalo de tiempo alrededor de 1500 segundos para el caso de un manipulador con obstáculos estáticos, sección 3.2), que no ofrece una gran ventaja sobre los métodos existentes.

Resolver el problema de planeación de movimiento directamente en el área de trabajo del manipulador es más conveniente, sin embargo, hay que caracterizar este espacio y todo lo que se encuentra dentro para limitar algunas configuraciones que en particular son no deseables para el manipulador. Esto potencializa la cantidad la solución de un robot en sus configuraciones específicas, ya que la destreza física de los manipuladores redundantes se explota al máximo para alcanzar un objetivo determinado y evitar cualquier obstáculo.

Los enfoques propuestos y desarrollado en esta tesis se enfocan en los obstáculos fijos y móviles sin ningún cambio en su estructura, gracias a la adaptabilidad de los mecanismos aprobados. Estos permite planear trayectorias paralelas para el caso de los manipuladores de compartir un espacio de trabajo en común, donde se utiliza la misma función aptitud para minimizar el error con ciertos objetivos del manipuladores a satisfacés, ninguno de los manipuladores tiene prioridad sobre el otro. Ambos manipuladores tienen que adaptar sus trayectorias con el fin de alcanzar sus metas individuales, ahorrando así la necesidad de adicionar programación para coordinar sus movimientos.



Una estrategia alterna derivada de las observaciones investigadas en este trabajo es tomar los parámetros del algoritmo genético y que se autoadaptan de acuerdo a la dinámica del problema adicionando la combinación propuesta de adaptabilidad en el tamaño de la población en virtud de un comportamiento correctivo de las unidades difusas para cada articulación del manipulador y así explotar la monotonía del sistema como una ventaja y no como una característica de la convergencia prematura. Esto produce una solución alternativa al problema de la planeación de movimientos que pueden ser considerados para aplicaciones en tiempo real.

10.1.1 EN LA PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS GLOBALES

En un principio, un enfoque global basado en un algoritmo sencillo de gradiente descendiente se aplicó para obtener una ruta de acceso adecuada que mediante el error entre la posición inicial y el efector genera una secuencia de configuraciones del manipulador, donde el objetivo en el área de trabajo se reduce al mínimo mientras que se evitan las colisiones con aquello que obstaculiza la tarea, la información utilizada a través de un enfoque de campo potencial artificial sobre el espacio de las configuraciones para modelar los obstáculos estáticos tiene éxito, sin embargo, la alta dimensionalidad en base a las coordenadas generalizadas del manipulador impide que este se pueda observar de manera sencilla sin tener que reunir una gran cantidad de datos para el conocimiento total del entorno. Por el cual es una estrategia no adecuada para la solución de este problema en particular debido al tiempo requerido para producir una solución adecuada cuando se trata de manipuladores espaciales.

10.1.2 ENFOQUE LOCAL PARA LA PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS DE MANIPULADORES ROBÓTICOS

Mediante el desarrollo de un planeador de trayectoria basado en algoritmos genéticos y su incorporación de un mecanismo de herencia forzada, el manipulador se mueve solo en un espacio libre de obstáculos, donde la característica de movimiento uniforme en los eslabones del manipulador durante la trayectoria es efecto de la monotonía y esta permite una constancia que permite en un momento dado reducir la cantidad de soluciones a procesar en el algoritmo como parte de las soluciones. Esta consideración fue estudiada y analizada por Merchán-Cruz en 2004 y consiguientemente reduce el tiempo de ejecución del algoritmo en su conjunto ofreciendo buenos resultados.



Consecuentemente la consideración del problema con obstáculos estáticos en el espacio de trabajo de los manipuladores, implicó utilizar un enfoque de campo potencial para mantener los eslabones del manipulador fuera del alcance de los obstáculos, donde una función aptitud adecuada fue diseñada para evitar que el manipulador se enfrentara al problema de los mínimos locales. Esto se logró mediante la adición de un modelo con ecuaciones de enlace cinemático basado en matrices de transformación homogénea y con parámetros de Denavit-Hartenberg para modelar el cálculo del campo de potencial, en lugar de crear una estrategia para escapar de un mínimo local una vez que el manipulador se ha estacionado. Sin embargo, el algoritmo genético mantiene el manipulador en una trayectoria estable hasta que empieza a moverse bajo la influencia de un obstáculo y el potencial. En este caso, después de un par de cambios en las configuraciones del robot, el algoritmo aprovecha las características de la monotonía y a medida que el manipulador rodea el obstáculo para evitar colisionar con él sigue el contorno del campo de potencial correspondiente, asegurando un camino suave en la trayectoria estable y una distancia segura entre el manipulador y los obstáculos, lo que reduce los tiempos de ejecución.

Este enfoque fue ampliado para resolver las trayectorias de dos manipuladores que comparten un espacio de trabajo en común donde ambos manipuladores se consideran como obstáculos móviles. En primera instancia, el enfoque permite la planeación de trayectorias de manipuladores que se mueven en un espacio bidimensional con buenos resultados en virtud de satisfacer la posición del efector final, sin embargo, cuando éste se lleva a un nivel espacial, la estrategia complica la solución debido al diseño de la función aptitud, el cual implica resolverse para un punto que contiene la orientación específica del efector final, elevando la complejidad del problema y obligando a buscar otra estrategia.

No obstante, un cambio de enfoque en cuanto al diseño de las ecuaciones de enlace cinemático a través de cuaterniones duales, permite reducir la complejidad del problema espacial, éste permite satisfacer la posición y orientación del efector final por medio de la rotación y traslación basado en una perspectiva octadimensional. Así, la planeación de trayectorias en manipuladores robóticos espaciales y el diseño de la función aptitud simplifican el problema a resolver y en combinación con el potencial artificial, conlleva aun éxito en su implementación, tanto de los casos bidimensionales como en el caso espacial.



Como segundo punto, el desempeño del algoritmo genético fue realizado como estudio del efecto de la variación del tamaño de la población en búsqueda de mejores resultados, permitiendo mantener un equilibrio entre el tamaño de la población y el número máximo de generaciones transcurridas en el algoritmo genético. A partir de esta investigación se estableció que cuando el manipulador se mueve en un espacio libre de obstáculos, el espacio físico correspondiente al manipulador puede ser encontrado con éxito mediante el empleo de una población reducida. Sin embargo, cuando el manipulador está cerca de un obstáculo o de su meta, el espacio físico correspondiente sufre cambios dramáticos debido al modelado del potencial sobre el espacio de trabajo del robot, el cual incluye términos exponenciales que montan los resultados en valores más específicos sin ambigüedades en la magnitud. En estos puntos, que representan una fuerza pequeña de acuerdo al tamaño de la población de tamaño el algoritmo se direcciona hacia una convergencia de un óptimo local como consecuencia de la diversidad truncada de los padres en la población. Esto crea la necesidad de aumentar las iteraciones para que finalmente tome el manipulador una configuración lejana de los obstáculos o de su objetivo, cualquiera que sea el caso. Por otro lado, un gran tamaño de la población permiten una representación más diversa del espacio de búsqueda y por lo tanto una mayor cantidad de operaciones serán necesarias para calcular una sola generación del proceso de búsqueda en el algoritmo genético. No obstante, el número de pasos necesarios para evitar un obstáculo o para converger hacia el objetivo se reduce considerablemente cuando se combina con el mecanismo de herencia forzada, donde permite explorar el espacio y magnifica la combinación de soluciones sin tener que esperar una cantidad considerable de cálculos, cuando se presentan los casos antes mencionados.

Una vez demostrado la implementación del método de campo potencial artificial para modelar el espacio de trabajo y que permite la proximidad del manipulador a la meta y genera la evasión en la cercanía del obstáculo. En consecuencia, unidades independientes de poblaciones generadas a partir del algoritmo genético representa un nuevo enfoque para la solución de la planeación de trayectorias en sistema de manipuladores robóticos múltiples.

Finalmente, la estrategia de la planeación de trayectorias basado en algoritmos genéticos y su implementación en proceso paralelo, se lleva a cabo y éste no requiere ninguna otra acción adicional sobre las trayectorias devuelta por el planeador o el cambio en el diseño de la función aptitud que de forma paralela involucra las condiciones del potencial de atracción y la percepción de los manipuladores en una interacción dinámica sin tener un elemento con prioridad,



navegando hasta cumplir con sus metas de posición y orientación en busca de una trayectoria libre de colisión. Aunque el número de segmentos en la trayectoria devuelta por el planeador es significativamente mayor, éste puede ajustarse de tal manera que el tiempo promedio por segmento actualizado sea tan aceptable para darle un enfoque de implementación en tiempo real.

10.1.3 ANÁLISIS PRÁCTICO DE LAS TRAYECTORIAS GENERADAS

Los perfiles obtenidos a partir de la trayectoria incluyen perfiles de pares teóricamente necesarios para alcanzar la resolución adecuada en los manipuladores durante la trayectoria, para que puedan alcanzar sus objetivos sin colisionar y los cuales estos torques pueden utilizar como señales de referencia en el diseño de controladores prealimentados para manipuladores robóticos industriales, tomando en cuenta que no sería recomendable utilizar esta información bajo una estrategia para sistemas de control de lazo abierto debido a la incertidumbre en el modelo de los robots los cuales están obligados a estar presentes. Por lo tanto, una extensión del trabajo presentado en esta tesis sería investigar la aplicación práctica de las trayectorias obtenidas para manipuladores reales y proponer estrategias de control adecuado.

10.1.4 IMPLEMENTACIÓN EN UN SISTEMA INDUSTRIAL

Los perfiles obtenidos a partir de la trayectoria analizada sobre el caso 8.2.3.1 de la sección 8.2 incluyen una simulación con perfiles de posición teóricamente necesarios para planear la trayectoria adecuada en el manipulador para no colisionar con un obstáculo presente en el espacio de trabajo. Los resultados generados por el planeador de trayectorias basado en algoritmos genéticos fueron obtenidos en MATLAB®, a través de un programa desarrollado se colocan los parámetros encontrados para cada articulación en el lenguaje que utiliza RobotStudio® 5.12 de ABB® Industrial IT, el cual se ejecuta en la interface hombre maquina por medio del FlexPendant®. El éxito de la implementación manifiesta los resultados esperados en cuanto a la generación de trayectorias en manipuladores industriales y se demuestra la viabilidad de planear a través del diseño cinemático con cuaterniones duales, los cuales ofrecen una precisión en los resultados además de la interpolación natural del sistema octadimensional, donde la rotación y traslación de plato de herramientas coincide con los resultados calculados, además la evasión de obstáculos en un sistema simple como éste y su ejecución plenamente exitosa como análisis experimenta, motiva a seguir experimentando en otros casos de estudio en línea.



10.2 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

El desarrollo de esta tesis es sólo un paso hacia el desarrollo práctico de los sistemas inteligentes en la robótica y simplifica la programación automática de dichos sistemas. Desde el análisis del trabajo resumido en estas páginas, el avance de la obra y la sugerencia de la siguiente recomendación.

10.2.1 EVALUACIÓN DE OTRA TÉCNICAS DE COMPUTACIÓN INTELIGENTE

Tomando en cuenta que la relación del modelo cinemático entre los elementos dentro de un manipulador robótico no se alteran a menos que cambien las condiciones físicas del robot, la combinación del movimientos en sus elementos para avanzar hacia una meta deseada y evitar colisiones con obstáculos presentes en el área de trabajo puede ser clasificado bajo patrones específicos de movimiento que podría deducirse a través de un algoritmo de aprendizaje. La combinación de técnicas como las redes neuronales con algoritmos genéticos y lógica difusa puede ser parte de un algoritmo de aprendizaje, después de que el proceso de formación correspondiente se lleva a cabo, éste de como resultado un planeador de trayectorias inteligente, el cual sería conveniente en un entorno dinámico y críticamente poblado.



R

REFERENCIAS

Se reconoce las aportaciones hechas a la investigación contemporánea por autores que más que buscar conocimiento averiguan como dejar enseñanzas.

Gracias.



REFERENCIAS

- Aarno, D., Kragic, D. & Christensen, H. I. (2004), Artificial potential biased probabilistic roadmap method. *Proceedings. ICRA '04. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISSN: 1050-4729, ISBN: 0-7803-8232-3, **1**, pp. 461- 466.
- Abbott, R. & Crespi, V. (2004), Potential-Based Processing for Action-Game Experimentation. *Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence, IC-AI '04*, ISBN: 1-932415-32-7, **2**.
- Abrams, A. & Ghrist, R. (2000a), Finding Topology in a Factory: Configuration spaces. *RG supported in part by NSF Grant, DMS-9971629*, ISSN: 1472-2739.
- Abrams, A. & Ghrist, R. (2000b), Finding Topology in a Factory: Configuration spaces. *RG supported in part by NSF Grant, DMS-9971629*, ISSN: 1472-2739, **1**.
- Affenzeller, M., Winkler, S. & Wagner, S. (2008), Evolutionary Systems Identification: New Algorithmic, Concepts and Applications. *Advances in Evolutionary Algorithms, Edited by: Witold Kosinski, Publisher: IN-TECH*, ISBN 978-953-7619-11-4, 29-48.
- Ahuactzin, J. M., Talbi, E.-G., Bessière, P. & Mazer, E. (1992), Using Genetic Algorithms for Robot Motion Planning *Lecture Notes in Computer Science, Springer Berlin / Heidelberg*, ISSN: 0302-9743, ISSN: 1611-3349, ISBN: 978-3-540-57132-2, **708**, pp. 84-93.
- Akyar, B. (2008a), Dual Quaternions in Spatial Kinematics in an Algebraic Sense. *Turkish Journal of Mathematics*, 1300-0098 **32**(2), 373-391.
- Akyar, B. (2008b), Dual Quaternions in Spatial Kinematics in an Algebraic Sense. *Turkish Journal of Mathematics*, ISSN:1300-0098 **32**(2), pp.373-391.
- Althoefer, K. (1996), Neuro-Fuzzy Motion Planning for Robotic Manipulators. *PhD Thesis, Department of Electric of Electronic and Electrical Engineering. King's College London, University of London, London, UK*.
- Althoefer, K., Kregelberg, B., Husmeier, D. & Seneviratne, L. (2001), Reinforcement Learning in a Rule-Based Navigator for Robotic Manipulators. *Neurocomputing*, ISSN: 0925-2312 / PII:S0925-2312(00)00307-6, **37**, pp. 51-70.
- Alves Da Silva, A. P. & Falcao, D. M. (2008), Fundamentals of Genetic Algorithms. *Modern Heuristic Optimization Techniques: Theory and Applications to Power Systems, by Kwang Y. Lee and Mohamed A. El-Sharkawi*, ISBN: 978-0471-45711-4, pp. 25-50.
- Aurenhammer, F. (1991), Voronoi Diagrams - A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, ISSN: 0360-0300, **23**(3), pp. 345-406.
- Back, T., Hoffmeister, F. & Schwefel, H.-p. (1991), A survey of evolution strategies. *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*.
- Baeza, Y. R. (2002), Al-Khorezmi: Un Matemático Olvidado *Blush | Fiat Lux, Revista de cultura y humanidades, Depto. de Ciencias de la Computación, Univ. de Chile*, **11**(2), pp. 11-13.
- Bandi, S. & Thalmann, D. (1997), A Configuration Space Approach for Efficient Animation of Human Figures. *Proceedings IEEE Workshop on Motion of Non-Rigid and Articulated Objects*, ISBN:0-8186-8040-7, pp. 38.
- Barisic, M., Vukic, Z. & Miskovic, N. (2006), Kinematic Simulative Analysis of Virtual Potential Field Method for AUV Trajectory Planning. *Technical Report, University of Zagreb, Faculty of Electrical Engineering and Computing, Department of Computer and Control Engineering, Laboratory for Underwater Systems and Technologies, Zagreb, Croatia*.



- Bartlett, D. (2001), Dynamic Analysis of Robots. *International User Conference and Exposition of Solidworks Fanuc*.
- Bellman, R. E. & Zadeh, L. A. (1977), Local and Fuzzy Logics. *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, G. Epstein, ed., ISBN: 9027707472, pp. 103-165.
- Berthold, K. P. H. (1987), Closed-Form Solution of Absolute Orientation Using Unit Quaternions. *Journal of the Optical Society of America*, ISSN:0740-3232, **4**, pp. 629-642.
- Berthold, K. P. H. & Raibert., M. H. (1977a), Configuration Space Control. *industrial Robot*, **4**(2), pp. 69-73.
- Berthold, K. P. H. & Raibert., M. H. (1977b), Configuration Space Control. *industrial Robot*, Vol. 4, No. 2, June 1978, pp. 69-73, **4**(2), pp. 69-73.
- Blanco, R. F. J. (1997), Un nuevo enfoque en la planificación de caminos libres de colisiones para estructuras robóticas. *PhD thesis, Universidad de Salamanca*.
- Borenstein, J. & Koren, Y. (1989), Real-time obstacle avoidance for fast mobile robots. *IEEE Trans. Sys. Man, Cyb.*, ISSN: 0018-9472, **19**(5), pp. 1179-1187.
- Borenstein, J. & Koren, Y. (1991), The vector field histogram fast obstacle avoidance for mobile robots. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, ISSN: 1042-296X, **7**(3), pp. 278-288.
- Branicky, M. S. & Newman, W. S. (1990a), Rapid Computation of Configuration-Space Obstacles. *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Cincinnati*, doi: 10.1109, **1**, pp. 304-310.
- Branicky, M. S. & Newman, W. S. (1990b), Rapid Computation of Configuration-Space Obstacles. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, doi: 10.1109, **1**, pp. 304-310.
- Branicky, M. S. & Newman, W. S. (1991), Real-Time Configuration Space Transforms for Obstacle Avoidance. *International Journal of Robotics Research*, ISSN: 0278-3649, **10**(6), pp. 650-667.
- Brassard, G. & Bratley, P. (1997), Fundamentos de Algoritmia. SBN: 84-89660-00-X, ISBN: 978-84-89660-00-7.
- Brock, O. & Khatib, O. (2002), Elastic Strips: A Framework for Motion Generation in Human Environments. *International Journal of Robotics Research*, ISSN: 0278-3649, **21**(12), pp. 1031-1052.
- Brodsky, V. & Shoham, M. (1999), Dual numbers representation of rigid body dynamics. *Mechanism and Machine Theory*, 0094-114X **34**(5), 693-718.
- Burns, B. & Oliver, B. (2005), Toward Optimal Configuration Space Sampling. pp. 105-112.
- Canny, J. F. (1987), The Complexity of Robot Motion Planning. *ACM Doctoral Dissertation Award, the MIT press*, ISBN-10: 0-262-03136-1, ISBN-13: 978-0-262-03136-3, pp. 1-4.
- Canny, J. F. & Lin, M. C. (1990), An opportunistic global path planner. *In Proc. of IEEE Conf. Robot. Autom.*, ISBN: 0-8186-9061-5, **3**, pp. 1554-1559.
- Cardona, S. & Clos, D. (2001a), Teoría de máquinas. ISBN: 84-8301-452-1 ISBN-13: 9788483014523, **Edicions de la Universisdad Politecnica de Cataluña, SL. Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona**, pp. 43-44.
- Cardona, S. & Clos, D. (2001b), Teoría de Máquinas. *Ediciones de la Universisdad Politecnica de Cataluña, SL. Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona*, ISBN: 84-8301-452-1, ISBN-13: 9788483014523, pp. 43-44.
- Cayley, A. (1889), On The Application of Quaternion to the Theory of Rotation. *The Collected Mathematical Papers, Cambridge at the University Press.*, **1**, pp. 405-409.



- Conkur, E. (2005), Path planning using potential fields for highly redundant manipulators. *Robotics and Autonomous Systems*, ISSN: 0921-8890, **52**(2-3), pp. 209-228.
- Conner, D. C., Rizzi, A. A. & Choset, H. (2003), Composition of local potential functions for global robot control and navigation. *Proceedings.IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, (IROS 2003)*, ISBN: 0-7803-7860-1, **4**, pp. 3546- 3551.
- Connolly, C. I., Burns, J. B. & Weiss, R. (1990a), Path planning using Laplace's Equation. *In proceeding of International Conference on Robotics and Automations*, ISBN: 0-8186-9061-5, **3**, pp. 2102-2106.
- Connolly, C. I., Burns, J. B. & Weiss, R. (1990b), Path Planning Using Laplace's Equation. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISBN: 0-8186-9061-5, **3**, pp. 2102-2106.
- Connolly, C. I. & Grupen, R. (1992a), Applications of Harmonic Functions to Robotics. *Journal of Robotic Systems*, ISSN 0741-2223, **10**(7), pp. 931-946.
- Connolly, C. I. & Grupen, R. A. (1992b), Harmonic Control. *IEEE In proceeding of the international symposium inteligent control*, ISBN: 0-7803-0546-9.
- Connolly, C. I. & Grupen, R. A. (1993a), The Applications of Harmonic Functions to Robotics. *Journal of Robotic Systems*, ISSN: 0741-2223, **10**(7), pp. 931-946.
- Connolly, C. I. & Grupen, R. A. (1994), Nonholonomic Path Planning Using Harmonic Functions. *UMass Amherst computer science department technical report*, No. UM-CS-1994-050, pp. 1-20.
- Connolly, C. I., Roderic, A. & Grupen, A. (1993b), On the applications of Harmonic Functions to Robotics. *Journal of Robotic Systems*, **10**(7), pp. 931-946.
- Cortéz, A. (2004), Teoría de la Complejidad Computacional y Teoría de la Computabilidad. *Rev. Investig. Sist. Inform., Facultad de Ingeniería de Sistemas e Informática, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima-Perú*, ISSN: 1815-0268, **1**(1), pp. 102-105.
- Craig, E. & Keble, C. (2001), Heuristic algorithms for motion planning. *Computing Laboratory, The University of Oxford*.
- Curto, B. (1998), Formalismo matemático para la representación de obstáculos en el espacio de las configuraciones de un robot. *PhD thesis, Universidad de Salamanca*.
- Chella, A., Lo Re, G., Macaluso, I., Ortolani, M. & Peri, D. (2008), A Networking Framework for Multi-Robot Coordination. *Multi Robot Systems, Recent Advances, Edited by Aleksandar Lazinica*, ISBN: 978-3-902613-24-0.
- Cheng, H. H. (1994), Programming with dual numbers and its applications in mechanisms design. *Engineering with Computers*, 0177-0667 **10**(4), 212-229.
- Chengqing, L., Hang, M. J., Krishnan, H. & L., S. Y. (2000), Virtual Obstacle Concept for Local-minimum-recovery in Potential-field Based Navigation. *Proceedings of the IEEE, International Conference on Robotics & Automation, San Francisco, CA • April*, ISSN: 0-7803-5886-4, **2**, pp. 983-988.
- Chevalier, R. F. & Chevalier, R. F. (2008), Using Genetic Algorithms to Search for an Optimal Solution to the Schaffer f6 Function. *CiteSeerX - Scientific Literature Digital Library and Search Engine (United States)* DOI: 10.1.1.93.7337.
- Chuang, J. H. & Ahuja, N. (1998a), An Analytically Tractable Potential Field Model of Free Space and its Application in Obstacle Avoidance. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, ISSN: 1083-4419, **28**(5), pp. 729-736.



- Chuang, J. H. & Ahuja, N. (1998b), An analytically tractable potential field model of free space and its application in obstacle avoidance. *IEEE Trans. Sys. Man, Cyb.—Part B: Cyb.*, **28**(5), pp. 729–736.
- Dam, E. B., Koch, M. & Lillholm, M. (1998), Quaternions, interpolation and animation. *Technical Report DIKU-TR-98/5 Department of Computer Science University of Copenhagen*.
- Daniilidis, K. & Bayro-Corrochano, E. (1996a), The Dual Quaternion Approach to Hand-eye Calibration. *Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition*, 0-8186-7282-X, **1**, 318-322.
- Daniilidis, K. & Bayro-Corrochano, E. (1996b), The Dual Quaternion Approach to Hand-eye Calibration. *Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition*, ISSN:0-8186-7282-X, **1**, pp. 318-322.
- Dapper, F., Prestes, E., Idiart, M. & Nedel, L. (2006), Simulating Pedestrian Behavior with Potential Fields. *Lecture Notes in Computer Science*, ISSN: 0302-9743, ISSN: 1611-3349, ISBN: 978-3-540-35638-7, **4035/2006**, pp. 324-335.
- Darwin, C. (1859), The Origen of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life. *London: Jonh Murray, Albemarle Street*.
- Davido, Y. (1991), Genetic Algorithms and Robotics: a Heuristic Strategy for Optimization. *Robotics and Automated Systems, World Scientific Publishing Co. Pte Ltd.*, ISBN: 9810202172, **1**, pp. 55-92.
- De Jong, K. A. (1988), Learning With Genetic Algorithms: An Overview *Journal of Machine Learning*, ISSN: 0885-6125, ISSN: 1573-0565, **3**(2-3), 121-138.
- Deb, K. (2004), Genetic Algorithms for Optimization. *Statistical Computing: Existing Methods and Recent Developments. In D. Kundu and A. Basu (eds.), New Delhi, India: Narosa Publishing House*, **ISBN-10: 1842652028** pp. 85-123.
- Denavit, J. & Hartenberg, R. S. (1955), A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanics based on Matrices. *ASME, Journal Applied Mechanics*, ISSN: 0021-8936, **22**(2), pp. 215-221.
- Dettman, J. W. (1965), Applied complex variables. ISBN: 0-486-64670-x.
- Dudek, G., R., M. M. & Wilkes, D. (1996), A Taxonomy for Multi-Agent Robotics. *Autonomous Robots*, **3**, 375-397.
- Fernández, M. O. (2005), Algoritmos de Búsqueda Heurística en Tiempo Real: Aplicación a la Navegación en los Juegos de Video. *34 Jornadas Argentinas de Informática e Investigación Operativa (JAIIO)*, ISSN: 1666-1095.
- Fleming, P. J. & Purshouse, R. C. (2001), Genetic Algorithms In Control Systems Engineering. *Proceedings of the 12th IFAC World Congress*, pp. 383-390.
- Fogel, D. B. (2008), Introduction to Evolutionary Computation. *Modern Heuristic Optimization Techniques: Theory and Applications to Power Systems*, by Kwang Y. Lee and Mohamed A. El-Sharkawi, ISBN: 978-0471-45711-4, pp. 3-23.
- Fox, J. J. & Maciejewski, A. A. (1994), Utilizing the topology of configuration space in real-time multiplemanipulator path planning. *Proceedings of the IEEE/RSJ/GI International Conference on Intelligent Robots and Systems. 'Advanced Robotic Systems and the Real World'*, ISBN: 0-7803-1933-8, **1**, pp. 665-672.
- Francois, S. & Gilbert, P. (2008), A User Multi-robot System Interaction Paradigm for a Multi-robot Mission *Multi Robot Systems, Recent Advances, Edited by Aleksandar Lazinica*, ISBN: 978-3-902613-24-0, 171-196.



- Funda, J. (1988a), A Computational Analysis Of Line- Oriented Screw Transformations In Robotics. *Department of Computer and Information Science, School of Engineering and Applied Science, University of Pennsylvania.*
- Funda, J. (1988b), A Computational Analysis Of Line- Oriented Screw Transformations In Robotics. *Department of Computer and Information Science, School of Engineering and Applied Science, University of Pennsylvania.*
- Funda, J. & Paul, R. P. (1990a), A Computational Analysis of Screw Transformations in Robotics. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X, **6**(3), pp. 348-356.
- Funda, J., Taylor, R. H. & Paul, R. P. (1990b), On Homogeneous Transforms, Quaternions, and Computational Efficiency. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1042-296X, **6**(3).
- Funda, J., Taylor, R. H. & Paul, R. P. (1990c), On Homogeneous Transforms, Quaternions, and Computational Efficiency. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN:1042-296X, **6**(3), pp. 382-388.
- Ge, Q. J. (1998a), On the Matrix Realization of the Theory of Biquaternions. *Journal of mechanical design*, 1050-0472 **120**(4), 404-407.
- Ge, Q. J. (1998b), On the Matrix Realization of the Theory of Biquaternions. *Journal of Mechanical Design*, ISSN:1050-0472, **120**(4), pp. 404-407.
- Ge, S. S. & Cui, Y. J. (2002), Dynamic Motion Planning for Mobile Robots Using Potential Field Method. *Autonomous Robots*, ISSN: 0929-5593, **13**(3), pp. 207-222.
- Ge, S. S. & Y.J, C. (2004), Dynamic Motion Planning for Mobile Robots Using Potential Field Method. *Autonomous Robots*, ISSN: 0929-5593, **13**(3), pp. 207-222.
- Gervasi, P. (1999), Serial manipulator kinematics with dual quaternions and grassmannians. *eScholarship_McGill' Collection, (McGill University),.*
- Gill, M. A. C. & Zomaya, A. Y. (1998), A Parallel Collision-Avoidance Algorithm for Robot Manipulators. *Concurrency, IEEE Parallel & Distributed Technology*, ISSN: 1092-3063, **6**(1), pp. 68-78.
- Glasius, R., Komoda, A. & Gielen, S. C. A. M. (1995), Neural Network Dynamics for Path Planning and Obstacle Avoidance. *Neural Networks* ISSN: 0893-6080 **8**(1), pp. 125-133.
- Goldberg, D. E. & Deb, K. (1991), A Comparative Analysis of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms. *Foundations of Genetic Algorithms, Gregory J. E. Rawlins (Eds)*, ISBN: 1-55860-170-8, pp. 69-93.
- Goldberg, D. E. & Holland, J. H. (1989), Genetic Algorithms and Machine Learning. *Journal of Machine Learning*, ISSN: 0885-6125, ISSN: 1573-0565, **3**(2-3), 95-99.
- Guldner, J. & Utkin, V. I. (1995), Sliding Mode Control for Gradient Tracking and Robot Navigation Using Artificial Potencial Fields. *IEEE Trans. Robotics and Automat.*, **11**(2), pp. 247-254.
- Hamilton, W. R. (1853), Lecture on Quaternions. *The Halls of Trinity College.*
- Hart, J. C., Francis, G. K. & Kauffman, L. H. (1994a), Visualizing Quaternion Rotation. *ACM Transactions on Graphics*, ISSN:0730-0301, **13**(3), pp. 256 - 276.
- Hart, J. C., Francis, G. K. & Kauffman, L. H. (1994b), Visualizing quaternion rotation. *ACM Transactions on Graphics* 0730-0301, **13**(3), 256 - 276.
- Hart, P., Nilsson, J. & B., R. (1968a), A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minmum Cost Paths. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, ISSN: 0536-1567, **4**(2), pp. 100-107.



- Hart, P. E., Nilsson, N. J. & Raphael, B. (1968b), Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, DOI:10.1109/TSSC.1968.300136, **4**(2), pp. 100-107.
- Helgason, R. V., Kennington, J. L. & Lewis, K. R. (2001), Cruise missile mission planning: A heuristic algorithm for automatic path generation. *Journal of Heuristics*, ISSN: 1381-1231, **7**(5), pp. 473-494.
- Henrich, D., Wurrll, C. & Worn, H. (1998), Online Path Planning with Optimal C-space Discretization. *Proceedings IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, ISBN: 0-7803-4465-0, **3**, pp. 1479-1484.
- Holland, J. (1975), Adaptation in Natural and Artificial Systems. *Ann Arbor: The University of Michigan Press*, pp.1-183.
- Hung, T. N., Nadipuram, R. P., Carol, L. W. & Ebert, A. W. (2002), A First Course in Fuzzy and Neural Control. *Chapman & Hall / CRC* ISBN 10: 1584882441, ISBN 13: 9781584882442.
- Hussien, B. (1989), Robot path planning and obstacle avoidance by means of potential function method. *PhD Dissertation, University of Missouri-Columbia*.
- Husty, M. L., Purner, F. M. & Schrockner, H.-P. (2007), A New and Efficient Algorithm for the Inverse Kinematics of a General Serial 6R Manipulator. *Mechanism and machine theory*, ISSN: 0094-114X, **42**(1), pp. 66-81.
- Hwang, Y. K. & Ahuja, N. (1992), Gross motion planning-a survey. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, ISSN: 0360-0300, **24**(3), pp. 219-291.
- In-Kwon, L. & Myung-Soo, K. (1998), Polynomial/Rational Approximation of Minkowski Sum Boundary Curves. *Graphical Models and Image Processing*, ISSN: 1077-3169/98, **60**(2), pp.136-165.
- Iñiguez, P. & Rosell, J. (2005), Combining Harmonic Functions and Random Sampling in Robot Motion Planning: A lazy approach. *Proceedings of the IEEE Symposium on Assembly and Task Planning*, ISBN: 0-7803-9080-6.
- Iñiguez, P. & Rosell, J. (2002), Planificación Eficiente de Movimientos Mediante el Uso de Funciones Armónicas Calculadas en Espacios Discretizados no Uniforme. *Dept. Eng. Electrónica Eléctrica i Automática (URV), Av. Països Catalans 26, 43007, Tarragona*, ISSN: 0302-9743), ISSN: 1577-1989, pp. 345-354.
- Iñiguez, P. & Rosell, J. (2003a), Combining Harmonic Functions and Random Sampling in Robot Motion Planning: A Performance Evaluation. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, ISBN: 0-7803-7770-2, pp. 253-258.
- Iñiguez, P. & Rosell, J. (2003b), Combining Harmonic Functions and Random Sampling in Robot Motion Planning: A Performance Evaluation. *Proceedings IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, ISBN: 0-7803-7770-2, pp. 253-258.
- Iñiguez, P. & Rosell, J. (2004), Path Planning Using Harmonic Functions and Probabilistic Cell Decomposition. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISBN: 0-7803-8914-X, pp.1803-1808.
- Isto, P. & Saha, M. (2006a), A Slicing Connection Strategy for Constructing PRMs in High-Dimensional Cspaces. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISSN: 1050-4729; ISBN: 0-7803-9505-0, pp.1249-1254.
- Isto, P. & Saha, M. (2006b), A slicing connection strategy for constructing PRMs in high-dimensional cspaces. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, SSN: 1050-4729, ISBN: 0-7803-9505-0, pp.1249-1254.



- Ivanisevic, I. & Lumelsky, V. (1998), A human-machine interface for teleoperation of arm manipulators in a complex environment. *Proceedings IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, ISBN: 0-7803-4465-0, **3**, pp. 1590-1595.
- Janabi-Sharifi, F. & Wilson, W. J. (1999), A Fast Approach for Robot Motion Planning. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, ISSN: 0921-0296, **25**(3), pp. 187-212.
- Jang, J. S. R. & Chuen-Tsai, S. (1995), Neuro-Fuzzy Modeling and Control. *Proceedings IEEE*, ISSN: 0018-9219, **83**(3), pp. 378-406.
- Johnson, M. P. (2003), Exploiting quaternions to support expressive interactive character motion. *Thesis (Ph. D.)--Massachusetts Institute of Technology, School of Architecture and Planning, Program in Media Arts and Sciences*, .
- Joskowicz, L. & Sacks, E. (1998), Dynamical Simulation of Planar Systems with Changing Contacts Using Configuration Spaces. *Journal of Mechanical Design*, ISSN: 1050-0472, **120**(2), pp.181-187.
- Jyh-Ming, L., Keyser, J. & Amato, N. M. (2006), Simultaneous Shape Decomposition and Skeletonization. *ACM Symposium on Solid and Physical Modeling* ISBN: 1-59593-358-1, 219-228.
- Kasac, J., Brezak, D., Majetic, D. & Novakovic, B. (2001), Mobile Robot Path Planning Using Gauss Potential Functions and Neural Network. *Technical Report, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb, Zagreb, Croatia*
- Kavraki, L. E. (1995a), Computation of configuration-space obstacles using the fast fourier transform. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X, **11**(3), pp. 408-413.
- Kavraki, L. E. (1995b), Computation of Configuration-Space Obstacles Using the Fast Fourier Transform. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X, **11**(3), pp. 408-413.
- Kavraki, L. E., Svestka, P., Latombe, J.-C. & Overmars, M. H. (1996), Probabilistic Roadmaps for Path Planning in High-Dimensional Configuration Spaces. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X **12**(4), pp. 566 - 580.
- Kelly, R., Santibáñez, V. & Loria, A. (2005), Control of Robot Manipulators in Joint Space. *Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, Springer-Verlag London Limited*, ISBN-10: 1-85233-994-2, ISBN-13: 978-1-85233-994-4, **26**, pp. 110.
- Kenneth, E., Hoff III, T. C., Keyser, J., Ming, L. & Manocha, D. (1999), Fast Computation of Generalized Voronoi Diagrams Using Graphics Hardware. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, ISSN: 0-201-48560-5/99/08, pp.277-286.
- Khatib, O. (1986), Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *International Journal of Robotics Research*, ISSN: 0278-3649, **5**(1), pp. 90-98.
- Khosla, P. & Volpe, R. (1988a), Superquadric Artificial Potentials for Obstacle Avoidance and Approach. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISBN: 0-8186-0852-8, **3**, pp. 1778-1784.
- Khosla, P. & Volpe, R. (1988b), Superquadric artificial potentials for obstacle avoidance and approach. *In Proc. IEEE Conf. Robot. Autom.*, ISBN: 0-8186-0852-8, **3**, pp. 1778-1784.
- Kim, J. & Khosla, K. (1992a), Real-Time Obstacle Avoidance Using Harmonic Potential Functions. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X, **8**(3), pp. 338-349.
- Kim, J. O. & Khosla, P. K. (1992b), Real-time obstacle avoidance using harmonic potential functions. *Proceedings. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISBN: 0-8186-2163-X, **1**, pp. 790-796.



- Kiupers, J. B. (2000), Quaternion and Rotation Sequences. *Proceedings of the First International Conference on Geometry, Integrability and Quantization*, 954-90618-1-7, 127-143.
- Ko, N. Y. & Lee, B. H. (1996), Avoidability measure in moving obstacle avoidance problem and its use for robot motion planning. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems* ISBN:0-8186-7108-4, **2**, pp. 2482.
- Koenig, S., Likhachev, M., Liu, Y. & Furcy, D. (2004), Incremental Heuristic Search in Artificial Intelligence. *AI Magazine, American Association for Artificial Intelligence*, ISSN: 0738-4602, **25**(7), pp. 99 -112.
- Kohler, M. & Spreng, M. (1995a), Fast computation of the C-space of convex 2D algebraic objects. *The International Journal of Robotics Research*, ISSN: 0278-3649, **14**(6), pp. 590-608.
- Kohler, M. & Spreng, M. (1995b), Fast Computation of the C-space of Convex 2D Algebraic Objects. *International Journal of Robotics Research*, ISSN: 0278-3649, **14**(6), pp. 590-608.
- Kohonen, T. (1990), The Self-Organizing Maps. *Proceedings IEEE*, ISBN: 3-540-62017-6, **78**(9), pp. 1466-1480.
- Koren, Y. & Borenstein, J. (1991), Potential Field Methods and Their Inherent Limitations for Mobile Robot Navigation. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISBN: 081862163X, **2**(9-11), pp. 1398 -1404.
- Koza, J. R. (1998), Genetic Programming. *Encyclopedia of Computer Science and Technology, Entity Identification to Virtual Reality in Driving Simulation Edited by Allen Kent, James G. Williams, CRC Press*, ISBN: 978-0-8247-2292-0, **39**(24).
- Kucuk, S. & Bingul, Z. (2007), Robot Kinematics Forward and Inverse Kinematics. *Industrial Robotics: Theory, Modelling and Control / Edited by Sam Cubero*, ISBN: 3-86611-285-8, pp. 117-148.
- Kumar, S. A. & Morris, S. A. (2004), Dynamic control of multi-arm co-operating manipulator systems. *Robotica*, ISSN: 0263-5747, **22**(3), pp. 271-283.
- Lagoudakis, M. G. (1997), Hopfield Neural Network for Dynamic Path Planning and Obstacle Avoidance. *Report: The Center for Advanced Computer Studies University of Southwestern Louisiana*, pp.1-36.
- Larochelle, P. M. (1996), Synthesis of Planar RR Dyads by Constraint Manifold Projection. *Proceedings of the 1996 ASME Mechanisms Conference, Irvine, California. ASME Press.*, 1-8.
- Larochelle, P. M. (2003), Approximate Motion Synthesis of Open and Closed Chains via Parametric Constraint Manifold Fitting: Preliminary Reslys. *Proceedings of Design Engineering Technical Conferences and Computers and Info in Engineering Conference: ASME*, 0791836983, 1-9.
- Latombe, J. (1991), Robot Motion Planning *International Journal of Robotics Research*, ISSN:0278-3649 **10**(6), pp. 628 - 649
- Latombe, J. C. (1999), Motion Planning: A Journey of Robots, Molecules, Digital Actors, and Other Artifacts. *International Journal of Robotics Research*, ISSN: 0278-3649, **18**(11), pp. 1119-1128.
- Leng-Feng, L., Bhatt, R. & Krovi, V. (2005), Comparison of Alternate Methods for Distributed Motion Planning of Robot Collectives within a Potential Field Framework. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISBN: 0-7803-8914-X, pp. 99- 104.
- Leng-Feng, L. & Venkat, K. (2006), A Standardized Testing-Ground for Artificial Potential-Field based Motion Planning for Robot Collectives. *Mechanical & Aerospace Engineering, State University of New York at Buffalo*, pp. 332-339.
- Li, Y. & Meng Lo, K. (2009), Dynamics and Kinematics of Novel Underwater Vehicle-Manipulator for Cleaning Water Pool. *IEEE Proceedings of the International Conference on Mechatronics and Automation*, ISSN: 978-1-4244-2693-5/09, pp. 1196-1202.



- Liangjun, Z., Kim, Y. J., Varadhan, G. & Manocha, D. (2006), Fast C-obstacle query computation for motion planning. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISSN: 1050-4729, ISBN: 0-7803-9505-0, pp. 3035- 3040.
- Lozano-Pérez, T. (1979a), An algorithm for planning collision-free paths among polyhedral obstacles. *Communications of the ACM*, ISSN: 0001-0782, **22**(10), pp. 224–238.
- Lozano-Pérez, T. (1979b), An Algorithm for Planning Collision-Free Paths Among Polyhedral Obstacles. *Communications of the ACM*, ISSN: 0001-0782, **22**(10), pp. 224–238.
- Lozano-Pérez, T. (1983a), Spatial planning: a configuration space approach. *IEEE Transactions on computers*, ISSN: 0018-9340, **C-32**(2), pp. 108-120.
- Lozano-Pérez, T. (1983b), Spatial Planning: A Configuration Space Approach. *IEEE Transactions on Computers*, ISSN: 0018-9340, **C-32**(2), pp. 108-120.
- Maciejewski, J. & Fox, A. A. (1993), Path planning and the topology of configuration space. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X, **9**(4), pp. 444-456.
- Manikanth, M., Busquets, D., Lopez, M. & Sierra, S. (2004), Integrating a Potential Field Based Pilot into a Multiagent Navigation Architecture for Autonomous Robots. *Proceedings of the First International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, Portugal, August.*, ISBN: 972-8865-12-0, pp. 287-290.
- Masehian, E. & Amin-Naseri, M. R. (2004), A Voronoi Diagram–Visibility Graph–Potential Field Compound Algorithm for Robot Path Planning. *Journal of Robotic Systems*, ISSN: 0741-2223, **21**(6), pp. 275-300.
- Masoud, A. A. (2006), Managing the dynamics of a potential field-guided robot in a cluttered environment. *IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, ISBN: 0-7803-9511-1, pp. 272- 277.
- Masoud, A. A. (2007), Decentralized Self-Organizing Potential Field-Based Control for Individually Motivated Mobile Agents in a Cluttered Environment: A Vector-Harmonic Potential Field Approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—part A: Systems and Humans*, vol. 37, no. 3, may 2007, ISSN: 1083-4427, **37**(3), pp. 372-390.
- Masoud, A. A. (2010) Kinodynamic Motion Planning, A Novel Type of Nonlinear, Passive Damping Forces and Advantages. *IEEE Robotic & Automatization Society*. New York, NY 10016-5979 USA, IEEE-RAS, by Peter Corke (Editor-in-Chief).
- Masoud, S. A. & Masoud, A. A. (2000), Constrained motion control using vector potential fields. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A*, ISSN: 1083-4427, **30**(3), pp. 251-272.
- Masoud, S. A. & Masoud, A. A. (2002), Motion Planning in the Presence of Directional and Regional Avoidance Constraints Using Nonlinear, Anisotropic, Harmonic Potential Fields: A Physical Metaphor. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A*, ISSN: 1083-4427, **32**(6), pp. 705-723.
- McCarthy, J. M. & Joskowicz, L. (2002), Kinematic Synthesis. *Formal engineering design synthesis*. Ed. Antonsson, Erik. K. Cagan, Jonathan. Cambridge University Press, 978-0-521-79247-9, **1**.
- Mehdi, F. M. (2009), Dynamic Modeling of Robot Manipulators in D-H Frames. *World Applied Sciences Journal*, ISSN: 1818-4952, **6**(1), pp. 39 44.
- Meng, Y. (2008), Q-Learning Adjusted Bio-Inspired Multi-Robot Coordination. *Multi Robot Systems, Recent Advances*, Edited by Aleksandar Lazinica, ISBN: 978-3-902613-24-0, 139-153.
- Merchán-Cruz, E. A. (2000), Metodología para la Generación de Trayectorias de Manipuladores Robóticos, su Cinemática y Dinámica. *Tesis de Maestría, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Politécnico Nacional. México, D.F.*



- Merchán-Cruz, E. A. (2005a), Soft-Computing Techniques in the Trajectory Planning of Trajectory Planning of Robot Manipulators Sharing a Common Workspace. *Ph.D. Thesis, Department of Automatic Control and Systems Engineering, The University of Sheffield, UK.*
- Merchán-Cruz, E. A. (2005b), Soft-Computing Techniques in the Trayectory Planning of Multi-Robot Manipulators Systems (Part I). *Científica, Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica*, ISSN: 1665-0654, **9**(4), pp. 197-208.
- Merchán-Cruz, E. A., Hernández-Gómez, L. H., Velazquez-Sánchez, A. T., Lugo-González, E. & Urriolagoitia-Sosa, G. (2007), Exploiting Monotony on a Genetic Algorithm based Trajectory Planner (GABTP) for Robot Manipulators. *Proceedings of the IASTED International Conference Applied Simulation and Modeling*, ISBN: 978-0-88986-688-1, pp. 581-051--581-058.
- Merchán-Cruz, E. A. & Morris, A. S. (2004), GA based Trajectory Planner for Robot Manipulators Sharing a Common Workspace. *Proceedings of the IASTED International conference on Applied Simulation and Modelling*, ISSN: 1021-8181, pp. 443-049/443-051
- Merchán-Cruz, E. A. & Morris, A. S. (2006), Fuzzy-GA-Based Trajectory Planner for Robot Manipulators Sharing a Common Workspace. *IEEE Transactions on Robotics*, ISSN: 1552-3098, **22**(4), 613 - 624.
- Merchán-Cruz, E. A., Morris, A. S. & Ramírez-Gordillo, J. (2008) *Soft-Computing Techniques for the Trajectory Planning of Multi-robot Manipulator Systems*, Printed in Croatia, I. Marco Ceccarelli.
- Merchán-Cruz, E. A., Urriolagoitia-Calderón, G., Hernández Gómez, L. H., Villa y Rabasa, G., Flores-Herrera, L. A. & Flores-Campos, J., A. (2005), Soft-Computing Techniques in the Trajectory Planning of Multi-Robot Manipulators Systems (Part I). *Científica, Instituto Politecnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Electrica*, ISSN: 1665-0654, **5**(4), 197-208.
- Michalewicz, Z. (1996), Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. *Springer-Verlag*, ISBN: 978-3-540-60676-5.
- Michalewicz, Z. & Schoenauer, M. (1996), Evolutionary Algorithms for Constrained Parameter Optimization Problems. *Evolutionary Computation*, ISSN: 1063-6560 **4**(1), 1-32.
- Moreno, V. & Curto, B. (1997), Mathematical Formalism to Perform a Fast Evaluation of the Configuration Space for Redundant Robots *Proceedings IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, ISBN: 0-8186-8138-1, pp. 194-199.
- Mottaghi, R. & Vaughan, R. (2006), An integrated particle filter and potential field method for cooperative robot target tracking. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISSN: 1050-4729, ISBN: 0-7803-9505-0, pp. 1342- 1347.
- Osman, I. H. & Kelly, J. P. (1980), Meta-Heuristics: Theory & Applications. *Kluwer Academic Publisher*, ISBN: 0792397002.
- Parker, L. E. (2003), Current Research in Multirobot Systems *Artificial Life and Robotics*, ISSN: 1433-5298, ISSN: 1614-7456, **7**(1-2), pp. 1-5.
- Paul, G. V. (1997), Kinematics of Objects in Contact using Dual Vectors and its Applications. *doctoral dissertation, tech. report CMU-RI-TR-97-40, Robotics Institute, Carnegie Mellon University.*
- Perez, A. & McCarthy, J. M. (2002), Dual Quaternion Synthesis of a Parallel 2-TPR Constrained Parallel Robot. *Proceedings of the WORKSHOP on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators*, 150-158.
- Perez, A. & McCarthy, J. M. (2004a), Dual Quaternion Synthesis of a Parallel 2-TPR Robot. *Proceedings of the WORKSHOP on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators*, 1-9.



- Perez, A. & McCarthy, J. M. (2004b), Dual Quaternion Synthesis of Constrained Robotic Systems. *Journal of Mechanical Design, ASME.*, **126**(3), 425-435.
- Pervin, E. & Webb, J. A. (1982), Quaternions in Computer Vision and Robotics. *Carnegie Mellon, Univ Pittsburgh, PA. Dept. of Computer Science.*
- Pitkänen, M. (2006), The capther Identification of the configuration space Kähler function. *Quantum Physics as Infinite-Dimensional Geometry*, <http://www.physics.helsinki.fi/~matpitka/tgdgeom/tgdgeom.html>.
- Planas, R. M., Fuertes, J. M. & Martínez, A. B. (2002), Qualitative Approach for Mobile Robot Path Planning based on Potential Field Methods. *Sixteenth International Workshop on Qualitative Reasoning (QR'02)*, Poster present.
- Prestes e Silva, E., Engel, P. M., Trevisan, M. & Idiart, M. A. P. (2002), Exploration method using harmonic functions. *Robotics and Autonomous Systems*, doi: 10.1016/S0921-8890(02)00209-9, **40**(1), pp. 25-42.
- Purwar, A. & Ge, Q. J. (2005), On the effect of dual weights in computer aided design of rational motions. *Journal of mechanical design*, 1050-0472 **127**(5), 967-972.
- Raibert, M. H. (1978), Manipulator control using the configuration space method. *An International Quarterly Journal the Industrial Robot*, **5**(2), pp. 69-73.
- Rajkumar, J. & Pushparaj, M. P. (2008), Trajectory Planning of 2 DOF Planar Space Robot Without Attitude Controller. *World Journal of Modelling and Simulation. England, UK.*, ISSN: 1 746-7233, **4**(3), pp. 196-204.
- Ramírez-Gordillo, J. (2003), Diseño de un Efecto Final de Ventosa por Vacío. *Tesis de Maestría, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Politécnico Nacional. México, D.F.*
- Ramírez-Gordillo, J., Merchán-Cruz, E. A., Lugo-González, E., Ponce-Reynoso, R., Rodríguez-Cañiso, R. G., Urriolagoitia-Sosa, G. & Subudhi, B. (2008), The Laplacian Artificial Potential Field (LAPF) for the Path Planning of Robotic Manipulators. *Proceedings IEEE on Electronics, Robotics and Automotive Mechanics*, ISBN: 978-0-7695-3320, pp. 508-513.
- Renán, A. C. (2004), Obtención de la Ecuación de Euler-Lagrange Utilizando los Vectores Base y Vectores Recíprocos. *Ingeniería Revista Académica, Universidad Autónoma de Yucatán*, ISSN: 1665-529X, **8**(1), pp. 17-22.
- Rimon, E. & Koditschek, D. E. (1990a), Exact robot navigation using artificial potential functions. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X, **8**(5), pp. 501-518.
- Rimon, E. & Koditschek, D. E. (1990b), Exact Robot Navigation Using Artificial Potential Functions. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X, **8**(5), pp. 501-518.
- Rimon, E. & Koditschek, D. E. (1992a), Exact robot navigation using artificial potential functions. *PhD Dissertation, Yale University.*
- Rimon, E. & Koditschek, D. E. (1992b), Exact Robot Navigation Using Artificial Potential Functions. *PhD Dissertation, Yale University.*
- Rizk, N. J. (2006), Parallel Computing for Bioinformatics and Computational Biology: Models, Enabling Technologies, and Case Studies. *John Wiley & Sons, Inc., Editor: Zomaya, Albert, Y.*, ISBN: 9780471756491, ISBN: 9780471756507, pp. 3-28.
- Rooney, J. (2007), William Kingdon Clifford (1845-1879) *Distinguished Figures in Mechanism and Machine Science*, 1875-3442, ISBN:978-1-4020-6365-7 **1**, 79-116.



- Rosell, J., Basanez, L. & Suarez, R. (1997), Embedding rotations in translational configuration space. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISBN: 0-7803-3612-7, **4**, pp. 2825-2830.
- Rosell, J. & Iniguez, P. (2002a), A Hierarchical and Dynamic Method to Compute Harmonic Functions for Constrained Motion Planning. *IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems*, ISBN: 0-7803-7398-7, pp. 2335-2340.
- Rosell, J. & Iniguez, P. (2002b), A hierarchical and dynamic method to compute harmonic functions for constrained motion planning. *EEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems*, ISBN: 0-7803-7398-7, pp. 2335-2340.
- Rosell, J. & Iniguez, P. (2003), Combining harmonic functions and random sampling in robot motion planning: a performance evaluation. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning, 2003.*, ISBN: 0-7803-7770-2, pp. 253- 258.
- Rosell, J. G. (1998), Fine-motion planning for robotic assembly under modelling and sensing uncertainties. *PhD dissertation, Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials, Universitat politecnica de catalunya, España.*
- Sacks, E. (2003), Path Planning for Planar Articulated Robots Using Configuration Spaces and Compliant Motion. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X, **19**(3), pp. 381-390.
- Sacks, E. & Allen, J. (1999), MEMS Functional Validation Using the Configuration Space Approach to Simulation and Analysis. *Technical Proceedings of the International Conference on Modeling and Simulation of Microsystems*, ISBN: 0-9666135-4-6 **5**, pp. 136 - 138.
- Sahara, A., Imai, M. & Anzai, Y. (2004), CAHRA: collision avoidance system for humanoid robot arms with potential field. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics.*, doi: 10.1109/ICSMC.2004.1400771, **3**(10-13), pp. 2889 - 2895.
- Sahul, S., Biswall, B. B. & Subudhi, B. (2008a), A Novel Method for Representing Robot Kinematics using Quaternion Theory. *IEEE Sponsored Conference on Computational Intelligence, Control And Computer Vision In Robotics & Automation, NIT Rourkela*, pp. 75-82.
- Sahul, S., Biswall, B. B. & Subudhi, B. (2008b), A Novel Method for Representing Robot Kinematics using Quaternion Theory. *IEEE Sponsored Conference on Computational Intelligence, Control And Computer Vision In Robotics & Automation, NIT Rourkela*, 75-82.
- Salamin, E. (1995a), Applications of Quaternions to Computation with Rotations. *Working Paper, Stanford AI Lab*, pp. 1-9.
- Salamin, E. (1995b), Applications of Quaternions to Computation with Rotations. *Working Paper, Stanford AI Lab*, 1-9.
- Savage, J., Espinosa, H., Marquez, M., Hernández, E. & Vázquez, G. (2000), Automatic Creation of Virtual Trips in Websites Using a Mobile Robot. *Laboratory of Intelligent Interfaces, University of Mexico, UNAM.*
- Shimoda, S., Kuroda, Y. & Iagnemma, K. (2005), Potential Field Navigation of High Speed Unmanned Ground Vehicles on Uneven Terrain. *IEEE International Confence on Robotics and automation*, ISSN:1050-4729, **3**, pp. 2828-2833.
- Song, P. & Kumar, V. (2002), A Potential Field Based Approach to Multi-Robot Manipulation. *Proceedings, IEEE International Conference on Robotics and automation. ICRA '02*, ISSN: 1050-4729, **2**, pp. 1217-1222.
- Su, H.-J., Dietmaier, P., ; & McCarthy, J. M. (2003), Trajectory Planning for Constrained Parallel Manipulators. *Journal of Mechanical Design* **125**(4), 709-716.



- Suzuri, H. M. (2007), Design and Implementation of Fuzzy Control for Industrial Robot. *Industrial Robotics: Theory, Modelling and Control / Edited by Sam Cubero*, ISBN: 3-86611-285-8, pp.409-438.
- Tait, P. G. & M.A. (1890), An Elementary Treatise on Quaternions. *Cambride at the University, Third Edition*.
- Tankelevichy, R., Fairweathery, G., Karageorghisz, A. & Sokratis, Y. (2004), Potential Field Based Geometric Modeling Using the Method of Fundamental Solutions. *Technical reports, University of Cyprus, P.O. Box 20537, CY 1678, Nicosia*.
- Tawfik, K., Ata, A. A. & Al-Tabey, W. A. (2009), Kinematics and dynamics analysis of micro-robot for surgical applications, England, UK. *World Applied Sciences Journal*, ISSN: 1 746-7233, **5**(1), pp. 22-29.
- Trevisan, M. & Idiart, M. A. (2005), Exploratory Navigation Based on Dynamical Boundary Value Problems. *Journal of intelligent & robotic systems : Theory & applications*, ISSN: 0921-0296, **45**(2), pp. 101-114.
- Tsourveloudis, N. C., Valavanis, K. P. & Hebert, T. (2002), Autonomous vehicle navigation utilizing electrostatic potential fields and fuzzy logic. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, ISSN: 1042-296X, **17**(4), pp. 490-497.
- Tsuji, T., Tanaka, Y., Morasso, P. G., Sanguineti, V. & Kaneko, M. (2002), Bio-mimetic trajectory generation of robots via artificial potential field with time base generator. *IEEE transactions on systems, man and cybernetics. Part C, Applications and reviews (IEEE trans. syst. man cybern., Part C Appl. rev.)*, ISSN: 1094-6977, **32**(4), pp. 426-439.
- Tzafestas, S. G. & P., Z. (2007), Industrial and Mobile Robot Collision-Free Motion Planning Using Fuzzy Logic Algorithms. *Industrial Robotics: Theory, Modelling and Control / Edited by Sam Cubero*, ISBN: 3-86611-285-8, pp. 301-334.
- Udapa, S. (1977), Collision Detection and Avoidance in Computer Controlled Manipulators. *PhD dissertation, Department of Electrical Engineering, California Institute of Technology, Pasadena, California*, pp. 737-748.
- Uriol, M. C. V., Gracia, A. P. & Kuester, F. (2006), Humanoid synthesis using Clifford algebra. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006.*, 0-7803-9505-0, 107-112.
- Varadhan, G. & Manocha, D. (2004), Accurate Minkowski Sum Approximation of Polyhedral Models. *Proceedings. 12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, ISBN: 0-7695-2234-3, pp. 392- 401.
- Vaščák, J. (2007), Navigation of Mobile Robots Using Potential Fields and Computational Intelligence Means. *Centre for Intelligent Technologies, Department of Cybernetics and Artificial Intelligence, Faculty of Electrical Engineering and Informatics, Technical University in Košice, Letná 9, 042 00 Košice, Slovakia*, **4**(1), pp. 63-74.
- Vazquez, I. & Rosell, J. (2005), Contact Tracking in Configuration Space for Haptic Rendering Purposes. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, ISBN: 0-7803-9080-6.
- Volpe, R. & Khosla, P. (1990a), Manipulator Control with Superquadratic Artificial Potencial Functions: Theory and Experiments. *IEEE Transc. Syst., Man, Cybern. Special Issue on Unnamed Vehicles and Intelligent System*, ISSN: 0018-9472 **20**(6), pp. 1423-1436.
- Volpe, R. & Khosla, P. (1990b), Manipulator Control with Superquadratic Artificial Potencial Functions: Theory and Experiments. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Special Issue on Unnamed Vehicles and Intelligent System*, ISSN: 0018-9472, **20**(6), pp. 1423-1436.
- Wang, P. & Gupta, K. (2006), A Configuration Space View of View Planning. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, ISBN: 1-4244-0259-X, pp. 1291-1297.



- Wang, P. & Gupta, K. (2007), View Planning for Exploration Via Maximal C-Space Entropy Reduction for Robot Mounted Range Sensors. *Advanced Robotics*, ISSN: 0169-1864, Online ISSN: 1568-5535, **21**(7), pp. 771-792.
- Warren, C. W. (1989a), Global Path Planning Using Artificial Potential Fields. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISBN: 0-8186-1938-4, **1**, pp. 316-321.
- Warren, C. W. (1989b), Global path planning using artificial potential fields. *In Proc. IEEE Conf. Robot. Autom.*, ISBN: 0-8186-1938-4, **1**, pp. 316-321.
- Warren, C. W. (1990a), Multiple Robot Path Coordination Using Artificial Potential Fields. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISBN: 0-8186-9061-5, **1**, pp. 500-501.
- Warren, C. W. (1990b), Multiple robot path coordination using artificial potential fields. *In Proc. IEEE Conf. Robot. Autom.*, ISBN: 0-8186-9061-5, **1**.
- Waurzyniak, P. & Engelberger, J. F. (2006), Masters of Manufacturing: Joseph F. Engelberger. *Society of Manufacturing Engineers, Manufacturing Engineering Magazine*, dio: ME06ART39_ME20060709_SME, **137**(1).
- Waydo, S. & Murray, R. M. (2003), Vehicle Motion Planning Using Stream Functions. *IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings. ICRA '03*, ISSN: 1050-4729, ISBN: 0-7803-7736-2, **2**, pp. 2484-2491.
- Wein, R., van den Berg, J. P. & Halperin, D. (2007), The Visibility-Voronoi Complex and its Applications. *Computational Geometry: Theory and Applications*, ISSN: 0925-7721, **36**(1), pp. 0925-7721.
- Whitley, D. (1994), A Genetic Algorithm Tutorial. *Statistics and Computing*, Id: 1449453, **4**(2), pp. 65-85.
- Williams, M. & Jones, D. I. (2001), A rapid method for planning paths in three dimensions for a small aerial robot. *Robotics*, ISSN: 0263-5747, **19**(2), pp. 125-35.
- Wu, X. J., Li, Q. & Heng, K. H. (2005), Development of a General Manipulator Path Planner using Fuzzy Reasoning. *An International Journal Industrial Robot*, ISSN: 0143-991X, **32**(3), pp. 248-258.
- Xi-yong, Z. & Jing, Z. (2003), Virtual local target method for avoiding local minimum in potential field based robot navigation. *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, ISSN: 1009-3095, **4**(3), pp. 264-269.
- Yang, S. X. & Max, M. (2000), An Efficient Neural Network Method for Real-Time Motion Planning with Safety Consideration. *Neural Networks* ISSN: 0893-6080, **13**(2), pp. 143-148.
- Yang, S. X. & Max, M. (2001), Neural Network Approaches to Dynamic Collision-Free Trajectory Generation. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, ISSN: 1083-4419, **31**(3), pp. 302-318.
- Yongji, W., Liu, H., Mingshu, L., Qing, W., Jinhui, Z., Matthew, C. & (2004), A Real-Time Path Planning Approach Without the Computation of Cspace Obstacles. *Robotica*, ISSN: 0263-5747, **22**(2), pp. 173-187.
- Zadeh, L. A. (1965), Fuzzy sets. *Information and Control*, ISSN: 0019-9958, **8**(3), pp. 338-353.
- Zadeh, L. A. (1975a), The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning - I. *Journal Information and Science*, DOI: 0020-0255(75)90036-5, **8**(3), pp. 199-249.
- Zadeh, L. A. (1975b), The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning - II. *Journal Information and Science*, DOI: 0020-0255(75)90046-8, **8**(4), pp. 301-357.
- Zadeh, L. A. (1975c), The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning - III. *Journal Information and Science*, DOI: 0020-0255(75)90017-1, **9**(1), pp. 43-80.



- Zadeh, L. A. (1976), A Fuzzy-Algorithmic Approach to the Definition of Complex or Imprecise Concepts. *International Journal of Human-Computer Studies*, **8**(3), pp. 249-365.
- Zadeh, L. A. (1994), Fuzzy Logic, Neural Networks, and Soft Computing. *IEEE Computer Society Press*, ISSN: 0740-7459, **11**(6), pp. 48-56.
- Zavlangasp, P. G. & Tzafestas, S. G. (2004), Industrial Robot Navigation and Obstacle Avoidance Employing Fuzzy Logic *Journal of Intelligent and Robotic Systems* ISSN:0921-0296, ISSN:1573-0409, **27**(1-2), pp. 85-97.
- Zavlangasp, P. G., Tzafestas, S. G. & Althoefer, K. (2000), Fuzzy Obstacle Avoidance and Navigation for Omnidirectional Mobile Robots. *European Symposium on Intelligent Techniques*.
- Zlatanov, D., Bonev, I. A. & Gosselin, C. M. (2002), Constraint Singularities as C-Space Singularities. *8th International Symposium on Advances in Robot Kinematics*, pp. 24-28.



PRODUCTOS DERIVADOS DE LA INVESTIGACIÓN

CONGRESOS NACIONALES 2006

Primer Congreso Científico Tecnológico de la Carrera de IME de la UNAM-FES Cuautitlán, 4 al 8 de Septiembre de 2006, México. **“ESTRATEGIA BASADA EN ALGORITMOS GENÉTICOS (GA’S) PARA LA PLANEACIÓN GLOBAL DE TRAYECTORIAS DE MANIPULADORES ROBÓTICOS”**. Emmanuel A. Merchán-Cruz, **Javier Ramírez Gordillo**, Alejandro T. Velázquez-Sánchez, Gabriel Villa y Rabasa., 2006.

Primer Congreso Científico Tecnológico de la Carrera de IME de la UNAM-FES Cuautitlán, 4 al 8 de Septiembre de 2006, México. **“METODOLOGÍA QFD APLICADO AL DISEÑO DE UN GRIPPER DE SUCCIÓN”**. **Ramírez-Gordillo Javier**, Merchán-Cruz Emmanuel A., Flores-Herrera Luis A., Urriolagoitia-Sosa Guillermo., 2006.

CONGRESOS NACIONALES 2007

Tercer Encuentro Institucional de Tutorías, IPN, 13 al 15 de Junio de 2007, México. **“FORMACION DEL NUEVO DOCENTE Y SU IMPORTANCIA COMO TUTOR”**. **Javier Ramírez Gordillo**, Luis Héctor Hernández Gómez.

CONGRESOS NACIONALES 2008

Tercer Congreso Científico Tecnológico de la Carrera de IME de la UNAM-FES Cuautitlán, 1 al 5 de Septiembre de 2008, México. **“Generación de trayectorias para manipuladores robóticos con algoritmos genéticos”**. **Ramírez-Gordillo Javier**, Emmanuel Alejandro Merchán Cruz, Esther Lugo González, Iván Alberto Vértiz Maldonado y Gerardo Hernández Hernández.

Primer Congreso del Centro de Investigación de la Universidad de Cuautitlán Izcalli CIUCI, Mayo del 2008, México. **“Modelado de campo de potencial artificial Laplaciano para la planeación de Trayectorias para Manipuladores Robóticos”**. **Javier Ramírez Gordillo**, Emmanuel Alejandro Merchán Cruz, Esther Lugo González.

CONGRESOS INTERNACIONALES 2006

XII Congreso Anual SOMIM, 20 al 22 de Septiembre de 2006, Acapulco, GRO, México. **“METODOLOGÍA PARA LA AGENERACIÓN DE TRAYECTORIAS DE MANIPULADORES ROBÓTICOS A PARTIR DE LA SOLUCIÓN RECURSIVA DE LA CINEMÁTICA INVERSA”**. Merchán-Cruz, E. A., **Ramírez-Gordillo J.**, Flores-Herrera L. A., Urriolagoitia-Sosa, G. ISBN: 968-9173-00-6, pp. 5-76--5-82.

CONGRESOS INTERNACIONALES 2007

XIII Congreso Internacional Anual de la SOMIM y Congreso Internacional de Metal Mecánica, 19 al 21 de Septiembre de 2007, Durango, DGO, México. **“CARACTERIZACIÓN DE OBSTÁCULOS EN EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES PARA MANIPULADORES ROBÓTICOS”**. **Ramírez-Gordillo J.**, Merchán-Cruz, E. A., Jaidar-Monter, I., Ponce-Reynoso, R., Urriolagoitia-Sosa. G., ISBN: 968-9173-02-2, pp. 830-837.

CONGRESOS INTERNACIONALES 2008

XIV Congreso Internacional Anual de la SOMIM y Congreso Internacional de Metal Mecánica, 17 al 19 de Septiembre de 2008, Cholula, PUE, México. **“GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS PARA MANIPULADORES ROBÓTICOS CON ALGORITMOS GENÉTICOS”**. **Ramírez-Gordillo Javier**, Lugo-González Esther, Ponce-Reynoso Rodolfo, ISBN: 978-968-9773-03-8, pp. 1394-1404.



V Congreso Cubano de Ingeniería Mecánica (V CCIM), 14 Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura, (CCIA 2008) del Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (ISPJAE), 1 al 5 de Diciembre del presente año; La Habana, CUBA. **“Generación de Trayectorias para Manipuladores Robóticos Aplicando Algoritmos Genéticos”**. Javier Ramírez-Gordillo, Emmanuel Alejandro Merchán-Cruz, Esther Lugo-González E, Guillermo Urriolagoitia-Calderón, Alejandro Velázquez-Sánchez.

CONGRESOS INTERNACIONALES 2009

V Congreso Cubano de Ingeniería Mecánica (V CCIM), 14 Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura, Enero de 2009; La Habana, CUBA. **“Generación de Trayectorias para Manipuladores Robóticos Aplicando Algoritmos Genéticos”**. Javier Ramírez-Gordillo, Emmanuel Alejandro Merchán-Cruz, Esther Lugo-González E, Raul Rivera Blas.

PUBLICACIÓN INTERNACIONAL 2009

El trabajo titulado “TRAJECTORY GENERATION OF ROBOT MANIPULATORS USING AN ARTIFICIAL POTENTIAL FUNCTION AND GENETIC ALGORITHMS” publicado en TRANS TECH PUBLICATIONS, Applied Mechanics and Materials Vol. 15, pp 73-78. La revista se puede encontrar en la base de datos de <http://www.scientific.net/AMM.15.73>, del cual su servidor es AUTOR y está referido al desarrollo del trabajo doctoral.

PUBLICACIÓN DE CAPITULO DE LIBRO INTERNACIONAL 2009

Un capítulo titulado “SOFT-COMPUTING TECHNIQUES FOR THE TRAJECTORY PLANNING OF MULTI-ROBOT MANIPULATOR SYSTEMS” publicado por I-Tech en el libro ROBOT MANIPULATORS, ISBN: 978-953-7619-06-0. El libro se puede encontrar en la base de datos <http://www.intechweb.org/downloadfinal.php?is=978-953-7619-06-0&type=B>.

Asimismo, un capítulo titulado “SOFT-COMPUTING TECHNIQUES FOR THE TRAJECTORY PLANNING OF MULTI-ROBOT MANIPULATOR SYSTEMS” publicado por Bidyadhar Subudhi y editado por Narosa Pub. House en Mayo de 2009, en el libro COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, CONTROL AND COMPUTER VISION IN ROBOTICS AND AUTOMATION, ISBN: 978-81-7319-953-0. El cual el M. en C. Javier Ramírez Gordillo es COAUTOR referido al mismo trabajo doctoral,