



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Unidad Azcapotzalco**

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación

**ANÁLISIS Y MODELADO DE UN PROTOTIPO DE UN
AEROGENERADOR**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA DE MANUFACTURA

P R E S E N T A

ING. GENARO OCHOA CRUZ

DIRECTORES:

DR. JOSÉ DE JESÚS RUBIO AVILA

DR. JAIME PACHECO MARTÍNEZ

MÉXICO, D. F. JUNIO, 2010





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 12:00 horas del día 11 del mes de Junio del 2010 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de SEPI – ESIME UA para examinar la tesis titulada:

Análisis y modelado de un prototipo de un aerogenerador

Presentada por el alumno:

<u>Ochoa</u> Apellido paterno	<u>Cruz</u> Apellido materno	<u>Genaro</u> Nombre(s)
----------------------------------	---------------------------------	----------------------------

Con registro:

B	0	8	1	7	3	8
---	---	---	---	---	---	---

aspirante al grado de:

Maestro en Ingeniería de Manufactura

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director de tesis

Dr. José de Jesús Rubio Avila

Director de tesis

Dr. Jaime Pacheco Martínez

Dr. Salvador Antonio Rodríguez Paredes

M. en C. Raúl Rivera Blas

Dra. Maricela Guadalupe Figueroa García

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dr. Jaime Pacheco Martínez

SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION
AZCAPOTZALCO
UNIDAD PROFESIONAL
ELECTRICA
ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
SECRETARIA DE INGENIERIA MECANICA



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D. F. el día 11 del mes de Junio del año 2010, el que suscribe Genaro Ochoa Cruz alumno del Programa Maestría en Ingeniería de Manufactura con número de registro B081738, adscrito a SEPI-ESIME-UA, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. José de Jesús Rubio Avila y el Dr. Jaime Pacheco Martínez y cede los derechos del trabajo intitulado "Análisis y Modelado de un Prototipo de un Aerogenerador", al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección jrubioa@ipn.mx o jpachecoma@ipn.mx; ing_ochoa1@hotmail.com; Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Nombre y Firma

Genaro Ochoa Cruz

“Mezcla tus placeres en tus preocupaciones.”
“Interpone tuis interdum gaudia curis.”

Miguel de Cervantes Saavedra.

Agradecimientos

Primeramente a **Dios** por prestarme vida
y permitirme realizar uno de mis mayores anhelos.

A mis Padres, Eloisa Cruz R., y Genaro Ochoa S.
con todo mi amor y respeto
por su valioso apoyo y comprensión.

A mis hermanos **Marisol y Germán**
por creer en mi; y a mi linda sobrinita **Karely**
por hacerme la vida más agradable.

Al Instituto Politécnico Nacional
por darme la oportunidad de prepararme en sus instalaciones.

A mis asesores, el **Dr. José de Jesús Rubio Avila**
y al **Dr. Jaime Pacheco Martínez**, por sus enseñanzas
y gran apoyo para la realización de este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)
por el apoyo económico brindado.

Para **Karen** (q.e.p.d), que en donde esté,
sabrás que siempre estará en mi ♡.

Y de manera muy especial a mi linda esposa **Leticia**
por todo su apoyo y haberme aguantado todas esas noches en vela
Gracias!!!

Índice general

Índice general	I
Índice de figuras	IV
Índice de cuadros	VII
1. Estado del Arte	1
1.1. Introducción.	1
1.2. Evolución de los Aerogeneradores.	2
1.3. Clasificación de los Aerogeneradores.	7
1.3.1. Aerogenerador de Eje Horizontal.	7
1.3.2. Aerogenerador de Eje Vertical.	8
1.4. Componentes de un Aerogenerador.	10
1.5. Conversión de Energía.	13
1.5.1. Potencia disponible en el espectro del viento.	13
1.5.2. Potencia y torque en una turbina de viento.	15
1.6. Ley de Voltajes de <i>Kirchhoff</i> .	17
1.7. Ecuación de <i>Euler Lagrange</i> .	19
1.8. Control Clásico.	21
1.8.1. Estructura del Control PID.	21
1.8.2. Sintonización Empírica.	23
1.9. Observador de <i>Luenberger</i> .	26
1.10. Observador de <i>Lyapunov</i> .	28
1.10.1. Notación y Descripción del Sistema.	29

2. Diseño Mecánico.	31
2.1. Introducción.	31
2.2. Elección de la Torre.	32
2.2.1. Torres de Celosía.	32
2.2.2. Torres de Concreto.	33
2.2.3. Torres Tubulares de Acero con Soporte de Tirantes.	33
2.2.4. Torres Tubulares de Acero.	33
2.3. Análisis de Esfuerzos en la Torre.	37
2.3.1. Cálculo del Diámetro de la Torre.	37
2.3.2. Cálculo de Esfuerzos.	39
2.4. Elección de las Palas.	42
2.4.1. Materiales para la Construcción de Palas.	42
2.4.2. Conexión de la Pala con el Rotor.	46
2.4.3. Selección del Diseño de la Pala.	47
2.5. Análisis de Esfuerzos en la Pala.	53
2.5.1. Cálculo por Esfuerzo Cortante.	55
2.5.2. Cálculo y Diagrama de Cortantes.	56
2.5.3. Cálculo de Esfuerzo por Momento Flexionante.	57
2.5.4. Cálculo por esfuerzo cortante producido por el peso del alabe	59
2.6. Análisis de Esfuerzos en la Flecha.	60
2.6.1. Momento Polar de Inercia.	60
2.6.2. Torque Máximo Admisible.	60
2.6.3. Esfuerzo Cortante Mínimo.	61
2.7. Diseño del Aerogenerador.	61
3. Modelado Matemático	64
3.1. Introducción.	64
3.2. El Sistema de una Turbina de Viento.	65
3.3. Aerogeneradores con Disposición a <i>Barlovento</i>	65
3.4. Aerogeneradores con Disposición a <i>Sotavento</i>	67
3.5. Modelado de la Turbina de Viento de Tres Palas.	68

4. Diseño del Observador.	73
4.1. Introducción.	73
4.2. Diseño.	73
5. Simulación y Validación.	75
5.1. Simulación del Modelo Propuesto.	75
5.2. Simulación del Observador Propuesto.	80
6. Conclusiones y Trabajo Futuro.	83
6.1. Conclusiones.	83
6.2. Trabajo Futuro.	84
A. Artículos Derivados del Trabajo de Tesis.	85
B. Artículos Publicados Durante la Maestría.	86
C. Herramientas Matemáticas.	87
D. Herramientas de Sistemas de Control.	91
Bibliografía	93

Índice de figuras

1.1. Molino de eje vertical para la molienda de grano, Afganistán.	2
1.2. Molino de Viento Chino	3
1.3. Post molino de viento Alemán en el siglo XV.	3
1.4. Construcción de un molino de viento.	4
1.5. Molinos de viento en Holanda, para el drenado de tierras.	5
1.6. Aerogenerador de Eje Horizontal.	7
1.7. Aerogenerador tipo Savonius.	9
1.8. Aerogenerador tipo Darrieus.	9
1.9. Componentes de un Aerogenerador.	10
1.10. Lote de aire moviéndose hacia la turbina de viento.	14
1.11. Efecto de la altitud y la temperatura sobre la densidad del aire.	14
1.12. Representación de un circuito.	17
1.13. Ilustración de la <i>Ley de Voltajes de Kirchhoff</i>	18
1.14. Lazo de control básico con retroalimentación.	21
1.15. Magnitud de Bode para una acción derivada	24
1.16. Control PI de Z-N sintonizado (método de oscilación).	25
2.1. Torre de Celosía.	32
2.2. Torre de Concreto.	33
2.3. Torre de Acero.	34
2.4. Torre de Acero con Soportes.	34
2.5. Torres tubulares de turbina de viento del grupo <i>GAMESA</i>	34
2.6. Torres de acero y concreto	36
2.7. Diagrama de viga con carga lineal.	40

2.8. Diagrama de esfuerzo cortante.	40
2.9. Diagrama de esfuerzo por momento flexionante.	41
2.10. Diseño de construcción de una pala de madera	42
2.11. Diseño de construcción de una pala de aluminio	43
2.12. Diseño de una paleta de materiales compuestos (<i>GFRP</i>).	44
2.13. Ala de avión diseñado con duraluminio.	44
2.14. Pala con diseño en madera	45
2.15. Bridas de acero duales	47
2.16. Conexión de una pala con pernos cruzados.	47
2.17. Bridas de aluminio	48
2.18. Estructura de manga	48
2.19. Conexión de la pala	48
2.20. Influencia del número de palas	49
2.21. Forma de palas para diferentes velocidades y número de palas.	52
2.22. Influencia de las diferentes formas de la pala sobre el coeficiente de potencia del rotor	53
2.23. Forma plana de la pala de un rotor: Forma básica calculada para un rotor de dos palas, $CLD = 1,0$	53
2.24. Influencia de omitir secciones de áreas de la pala cercanas a la estructura sobre el coeficiente de potencia del rotor.	55
2.25. Forma de la pala del rotor y su veleta.	55
2.26. Veleta de extensión sobre una pala de una turbina de viento <i>Enercon E – 66</i>	55
2.27. Dimensiones de la pala del aerogenerador.	56
2.28. Carga lineal sobre la viga que representa a él álabe.	56
2.29. Diagrama de cortante para el álabe.	56
2.30. Diagrama de esfuerzo por momento flexionante.	57
2.31. Diagrama de esfuerzo cortante producido por el peso de la pala.	59
2.32. Diagrama de esfuerzo por corte.	59
2.33. Diagrama de esfuerzo por momento flexionante.	60
2.34. Perfil <i>NACA2410</i>	62
2.35. Figura creada al importar datos del perfil.	62
2.36. Perfil con puntos unidos por líneas.	62

2.37. Estableciendo zoom en el origen de la pala.	63
2.38. Forma final de la pala.	63
3.1. Diagrama de bloques de un aerogenerador.	66
3.2. Aerogenerador con Disposición a <i>Barlovento</i>	66
3.3. Aerogenerador con Disposición a <i>Sotavento</i>	67
3.4. Turbina de viento de tres palas.	68
3.5. Conversión de energía mecánica a energía eléctrica	71
5.1. Prototipo de un Aerogenerador.	75
5.2. Elementos para el Experimento.	76
5.3. Corriente de Armadura en el Prototipo.	77
5.4. Corriente de Armadura del Modelo Matemático.	77
5.5. Número de Vueltas del Eje en el Prototipo.	78
5.6. Revoluciones del eje en el Modelo Matemático.	78
5.7. Entrada y Estados del Aerogenerador.	79
5.8. Comportamiento del Observador Propuesto para 10 <i>segundos</i>	80
5.9. Apreciación del Observador sobre la Planta.	81
5.10. Errores de Estados para el Observador Propuesto.	82

Índice de cuadros

1.1. Partes de un molino de viento	5
1.2. Sintonización de <i>Ziegler-Nichols</i> utilizando el método de oscilación.	25
2.1. Propiedades de la Aleación de Aluminio.	38
2.2. Propiedades de algunos materiales para la construcción de palas.	54
5.1. Parámetros del Prototipo.	76

Lista de Simbolos.

Simbolo	Significado	Unidad de Medida
D	Diámetro del Rotor	m
r	Radio del Rotor	m
A_T	Área del Rotor	m^2
A	Área	cm^2
F	Fuerza	Newtons
m	Masa	kg
v	Velocidad	m/s
E	Energía	Joules
M	Momento Flexionante	Kg.cm
I	Momento de Inercia	cm^4
ρ_a	Densidad del Aire	kg/m^3
V_G	Volumen de Gas	m^3
R_C	Constante Universal del Gas	(-)
T	Temperatura	$^{\circ}C$
P	Presión del Aire	N/m^2
C_P	Coficiente de Potencia	(-)
P_T	Potencia de la Turbina	(W)
T_T	Torque Desarrollado por el Rotor	Newtons
λ	Radio de Velocidad	m^2
N	Velocidad Rotacional del Rotor	rpm
C_T	Coficiente de Torque	(-)
V	Voltaje	Volts
i	Corriente	Amperes
W	Peso	Kg
dW	Potencial Eléctrico	Volts
q	Carga Eléctrica	Watts
dq	Diferencial de Carga	Watts
L	Lagrangiano	(-)
K_b	Energía Cinética	Joules
V_b	Energía Potencial	Joules
τ	Torque	Newtons
t	Tiempo	s
q	Posición	n
\dot{q}	Velocidad	m/s
f	Frecuencia	Hertz

Simbolo	Significado	Unidad de Medida
---------	-------------	------------------

L_b	Longitud de la Torre	m
d	Diámetro de la Torre	m
h	Altura	m
σ	Esfuerzo	Kg/cm ²
ρ	Esfuerzo por Corte	Kg/cm ²
t_{opt}	Longitud Óptima de la Pala	m
v_{WD}	Velocidad del Viento	m/s
v_r	Flujo de Velocidad Efectivo	m/s
c_L	Coefficiente Local de Empuje	(-)
l_b	Longitud de la Pala	m
z	Número de Palas del Rotor	n
b	Base	m
J	Momento Polar de Inercia	m ⁴
τ	Esfuerzo Cortante Mínimo	KPa
g	Gravedad	m/s ²
b_b	Amortiguador	Kgm ² rad/s
τ_b	Torque Aplicado a la Pala	Kgm ² rad/s ²
τ_T	Torque Total	Kgm ² rad/s ²
k_b	Efecto de Resorte	Kgm ² /s ²
k_g	Fuerza Electromotriz	volts
R_g	Resistencia de la Armadura	Ω
L_g	Inductancia de la Armadura	H
V_g	Voltaje del Generador	Volts
i_g	Corriente de la Armadura	Amperes
ω	Velocidad Angular	rpm
R_d	Resistencia del Inductor	Ω
θ_b	Posición Angular de las Palas	radianes

Resumen

La mayor contribución de esta tesis son las siguientes: 1) El modelado de un prototipo de una turbina de viento. Este modelo es obtenido utilizando el método de Euler Lagrange y teoría de circuitos. El modelo obtenido es comparado con un prototipo propuesto en experimentación. El prototipo propuesto es una turbina de viento de tipo barlovento de tres palas. 2) Un observador no lineal es propuesto para observar la posición angular y la velocidad angular de las palas a partir de la corriente de la armadura en la turbina de viento, este observador es muy importante porque es fácil medir la corriente en la armadura de forma directa, pero es difícil obtener la medición de la posición y de la velocidad angular. Esto es probado en el error de estado del observador aplicado al modelo no lineal, ya que el error es exponencialmente estable. El observador propuesto obedece a la solución de una Ecuación Matricial Lineal de Desigualdad (LMI).

Abstract

The major contributions of this Master Thesis are as follows: 1) The modeling of a prototype of a wind turbine is presented. This model is obtained using de Euler Lagrange method and circuit theory. The obtained model is compared with a proposed prototype in experimentations. The proposed prototype is a windward wind turbine of three blades. 2) A nonlinear observer is proposed to see the angular position of a blade and the angular velocity of a blade from the armature current in the wind turbine, this observer is important because it is easy to have the measure of the third one, but it is difficult to have the measure of the first and the second ones. It is proven that the state error of the observer applied to the nonlinear model is exponentially stable. The proposed observer is based in the solution of a Linear Matrix Inequality (LMI) equation.

Objetivo General.

Obtener el modelo matemático de un aerogenerador y validación de este, usando un prototipo, y el diseño de un observador no lineal aplicado a este modelo.

Objetivos Específicos.

1. Realizar el análisis y diseño de un aerogenerador que permita modelar su comportamiento.
2. Realizar el análisis de esfuerzos de la estructura de una turbina de viento.
3. Realizar el modelado matemático del aerogenerador.
4. Diseñar el observador para la medición del ángulo de las palas y la velocidad angular.

Justificación.

La energía es un tema de preocupación en todo el mundo, la demanda de energía que impera en la mayoría de los países afecta de manera singular en sus objetivos de desarrollo social y económico. En la actualidad es necesario llevar a cabo acciones que permitan complementar las fuentes de energía convencionales con fuentes de energía no convencionales como la del viento. Los problemas de calentamiento global y degradación de la capa de ozono a nivel mundial, establecen la pauta para utilizar energías alternas que garanticen el desarrollo sustentable.

Una de las alternativas más viables para generar energía a pequeña escala es la energía eólica. México es uno de los países que esta cimentando campos de turbinas eólicas para abastecer a comunidades rurales. La energía obtenida a través del viento ha demostrado que puede ser una opción confiable para los requerimientos de energía en poblados que se encuentran alejados de la urbanidad, incluso la energía eólica ha demostrado ser de gran utilidad para la agricultura al utilizarse en sistemas de bombeo. En gran medida el desarrollo tecnológico se ha enfocado a incrementar la potencia de generación de las turbinas, como por ejemplo, mejores materiales, tipos de palas, sistemas de transmisión electromecánica, sistemas de protección, como las más importantes. Sin embargo, la variación drástica de la velocidad del viento ocasiona daños estructurales en la turbina, por tal motivo se deben de diseñar sistemas de protección que mantengan estables las condiciones de operación. Es importante satisfacer las demandas de seguridad en los sistemas de generación de electricidad por medio de turbinas de viento, por lo que este trabajo se enfoca en realizar una simulación para la regulación de la velocidad de giro en turbinas de dos y tres palas para establecer un sistema de seguridad de la misma estructura ante cambios drásticos de velocidad del viento. Por tal motivo en este trabajo se realiza un estudio de las energías alternas, en específico la energía eólica, con la finalidad de mostrar los beneficios, alcances y limitaciones de este tipo de soluciones a la crisis energética.

Alcances.

Los alcances a los que se pretende llegar son hacer un análisis de la turbina de viento con el objeto de obtener el modelo matemático y realizar la simulación del aerogenerador, además de validarlo con un prototipo propuesto, así también, se pretende obtener la medición del ángulo de rotación y de la velocidad angular de los álabes, aplicando un observador no lineal para tal efecto.

Capitulado.

Capítulo I.- En el primer capítulo que se presenta en este trabajo de tesis se presenta el estado del arte del aerogenerador, se comenta su evolución a través del tiempo y la importancia que desde entonces este ha tenido para ayudar a realizar los trabajos de forma más fácil, se describen sus partes que lo conforman y su clasificación dependiendo del tipo de estructura. También se presenta información acerca de la conversión de energía del viento, así como teoría de circuitos. Un aspecto importante en esta tesis es la ecuación de *Euler Lagrange* que también se hace una breve explicación en este capítulo y por supuesto se hace una explicación del observador tanto de *Luenberger* como de *Lyapunov*.

Capítulo II.- En este capítulo se hace un breve análisis mecánico sobre la estructura de un aerogenerador, aludiendo sólo a sus partes principales como lo es la torre y las palas y es en este capítulo donde se elige el diseño del aerogenerador.

Capítulo III.- A partir de este capítulo comenzamos con el modelado matemático del aerogenerador, tomando en cuenta sus variables de entrada y las variables de salida. Es en este capítulo donde aplicamos el método de *Euler Lagrange* para realizar el modelado matemático y así obtener los estados del sistema.

Capítulo IV.- En este capítulo hacemos el diseño del observador, utilizando el método de *Lyapunov* para sistemas no lineales.

Capítulo V.- Por último se dan a conocer los resultados obtenidos durante el desarrollo de este trabajo y también las investigaciones futuras que se podrán llevar a cabo para complementar este trabajo de tesis.

Capítulo 1

Estado del Arte

1.1. Introducción.

A nivel mundial, el consumo y la disponibilidad de energía además de ser un problema serio, es uno de los grandes medidores del progreso y bienestar de una sociedad. El concepto de crisis energética aparece cuando las fuentes de energía que abastecen a la sociedad, se agotan. Un modelo económico como el actual, cuyo funcionamiento depende de un continuo crecimiento, exige también una demanda igualmente creciente de energía. Las fuentes de energía fósil y nuclear son finitas, es inevitable que en un determinado momento la demanda no pueda ser abastecida y todo el sistema colapse, salvo que se descubran y desarrollen nuevas fuentes para obtener energía, como lo son las energías alternativas. La discusión energía alternativa-convencional no es solamente una clasificación de las fuentes de energía, sino que representa un cambio que necesariamente tendrá que producirse durante este siglo. En la actualidad se siguen buscando soluciones para resolver esta crisis inminente ya que según los pronósticos actuales, en el transcurso de este siglo las fuentes fósiles actualmente explotadas terminarán agotándose. El uso de fuentes de energía renovable es una alternativa que permite abandonar los procesos de combustión convencionales y la fisión nuclear. La producción de energías limpias, alternativas y renovables no es por tanto una cultura o un intento de mejorar el medio ambiente, sino una necesidad en la que el ser humano va a tener que realizar desde ahora, no importando creencias, gustos u opiniones.

1.2. Evolución de los Aerogeneradores.

A pesar de las especulaciones contradictorias sobre el origen histórico de los molinos de viento, algunos autores mantienen que estos fueron descubiertos en los remanentes molinos de piedra en Egipto, cercanos a Alejandría, con una supuesta edad de 3000 años. Esta no es una prueba convincente, sin embargo, los egipcios, fenicios, griegos o romanos realmente conocieron los molinos de viento. Las primeras pruebas confiables sobre la existencia de los molinos de viento desde su origen histórico remonta al año 644 A.D. Se dice de molinos de viento desde las fronteras persas- afganas en la región de Seistan. Una descripción después, incluye un boceto, con datos desde los años 945 y describe un molino de viento con ejes verticales de rotación. Estos fueron usados obviamente para la molienda de granos. Similarmente, los molinos primitivos han sobrevivido desde Afganistán hasta nuestros tiempos (fig. 1.1) [8]. Algunos siglos después, con la llegada a Europa de los



Figura 1.1: Molino de eje vertical para la molienda de grano, Afganistán.

chinos fueron utilizados los molinos de viento para el drenado de arroz en los campos de cultivo. Ya sea que los chinos conocieran los molinos de viento desde antes que los persas y así que los molinos Europeos sólo hayan sido una rama de la invención de los chinos, esto aún no podemos determinarlo con certeza hoy en día. Esto es remarcable, sin embargo, los molinos de viento chinos, también, fueron simples estructuras hechas de varas de bambú y velas fabricadas y de ellos se obtuvieron los ejes verticales de rotación (fig. 1.2).

El molino de viento con ejes horizontales de rotación, el cuál es un molino de viento tradicional, fue probablemente inventado en Europa, independientemente de los molinos de eje vertical de oriente. La primera información verídica tiene origen en el año 1180 en el duque de Normandía. Acorde con este suceso, fueron llamados “poste o molino de caballete” que estuvieron puestos allí. Información similar apunta también a la provincia de Brabant, en donde un post molino de viento fue comentado que este fue construido cercano al 1119. Desde la esquina noreste de Europa, los molinos de viento rápidamente se esparcieron por todo el norte y el este desde lugares tan lejos como Finlandia y Rusia.



Figura 1.2: Molino de viento de la china antigua para el bombeo de agua.

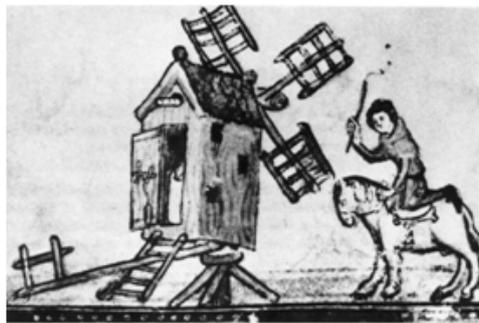


Figura 1.3: Post molino de viento Alemán en el siglo XV.

Numerosos post molinos de viento fueron encontrados en Alemania en el siglo XIII. En adición a los post molinos de viento, los cuales fueron hechos enteramente de madera, se llamaron torres de molinos de viento por su apariencia, uno o dos siglos después. En este tipo de construcción, la base de los molinos de rueda fue hecha de una torre de piedra. Este tipo de molino fue principalmente esparcido desde el sureste de Francia dentro de la región del Mediterráneo, el cuál es porque este es frecuentemente referido como el molino de viento del tipo mediterráneo. En Europa, el poderoso molino Alemán no fue capaz de desplazar al simple molino de aire. Esto se debió al considerablemente barato molino de viento que fue una solución más económica, así como lo fue el molino de granos pequeño. El post o caballete sobre el cual se encuentra la casa del molino de viento y sobre el cual gira, es la característica principal del post molino de viento. El caballete consiste en una base principal el cual es reforzado por cuatro barras diagonales. Este se extiende por arriba dentro de la casa molino hasta la mitad de su tamaño donde es sostenida hasta

una viga el cual soporta el molino de piedra (fig. 1.4). La viga divide la casa del molino dentro de un nivel en la parte de arriba, el piso de piedra y el nivel de debajo de la planta. La rueda de viento, es comúnmente de cuatro velas, es montado en la parte de arriba de la casa del molino. La ligera inclinación, del “eje de viento” soporta un diámetro grande de una “rueda dentada”. En Europa central, las velas de un post molino de viento fueron casi siempre cubiertas por telas.

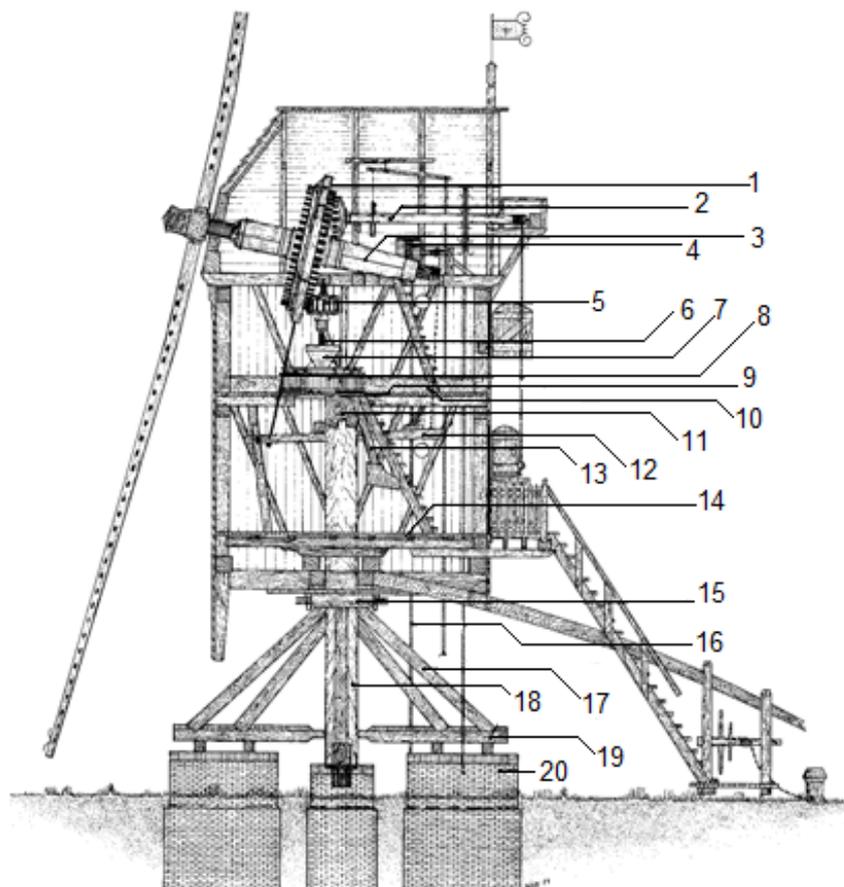


Figura 1.4: Construcción de un molino de viento.

La casa del molino giraba en la dirección del viento con ayuda de una llamada “cola” puesta en la parte de atrás. La cual se extendía hacia el exterior y abajo casi alcanzando la tierra. El giro se facilitaba con una cuerda que servía de malacate la cual era atada alrededor del poste puesto concéntricamente alrededor del molino. El poste del molino de viento era hecho casi en su totalidad de madera y fueron utilizados exclusivamente para la molienda de granos.

En suma estaba el agua, donde también empezaban a reclamar el suministro de agua, y esto era una segura indicación de la importancia económica en el cuál los molinos de

Cuadro 1.1: Partes para la construcción de un molino de viento.

1.- Rueda dentada	8.- Molino mecánico	15.- Corona del árbol
2.- Toma de ensaque	9.- Piso de piedra	16.- Cadena de freno
3.- Árbol del motor	10.- Soportes	17.- Barras de soporte
4.- Freno	11.- Viga	18.- Poste principal
5.- Revolcador	12.- Viga de freno	19.- Árbol de cruce
6.- Eje en posición vertical	13.- Pico	20.- Base
7.- Tolva	14.- Piso principal	



Figura 1.5: Molinos de viento en Holanda, para el drenado de tierras.

viento se situarían rápidamente en este campo. Como consecuencia de la operación y construcción de los molinos de viento estos fueron sujetos de complejas leyes. Términos como obligaciones de los “molinos” o “abolición en la construcción de molinos” aparecieron en numerosas crónicas de la antigüedad. “Obligaciones de los molinos” prescribió que los habitantes de una cierta región sólo les fuera permitida su grano en un sólo molino por un cierto arancel, obviamente. Esta restricción a menudo evitaba una propagación de los molinos de viento. En muchos países, después de cierto tiempo la abolición de los molinos sólo fue hasta el año 1800 con la invasión de las tropas Napoleónicas. Aparte de la necesidad de los molinos de granos, el drenado para el achique de tierras desarrolló un segundo papel en el campo de aplicación. Los daneses comenzaron con la construcción de diques y el rescate de tierras en el siglo *XV*. Sin la utilización de la potencia del viento para las ruedas de cuchara, utilizadas inicialmente para el drenado y entonces para un permanente secado de grandes volúmenes de agua, los cuales retornaban para ser nuevamente el rescate de áreas de tierra, lo cual los países bajos no serían lo que fueron en los siglos *XVI* y *XVII* (fig. 1.5). Comparado con otros países Europeos, la economía de los países bajos experimentó un aumento en el siglo *XVII*, los países de la era de oro. Alrededor de 1700, allí estaban alrededor de 1200 molinos de viento en la región de

Zaan, al norte de Amsterdam, los cuales alimentaban a una completa área industrial con potencia. La economía significativa de los molinos de viento continuaba creciendo hasta la mitad del siglo *XIX*. En la mitad de este siglo los países bajos tenían más de 9000 molinos de viento y Alemania contaba con más de 2000 molinos. Por toda Europa el número total fue estimado alrededor de 200000 molinos. Entonces vino el declive. Con la introducción de las máquinas de vapor, el número de turbinas de viento comenzaron a decrecer. El total de los molinos de viento preservados hasta el día de hoy son de alrededor de 400 en Alemania, cerca de 1000 en Holanda y 160 en Bélgica. Hoy en día, están incrementando la protección de los molinos de viento antiguos, ya que están siendo restaurados y se le está proporcionando mantenimiento en muchos lugares con la ayuda del financiamiento de los gobiernos.

No fue hasta el siglo *XVII* y *XVIII*, cuando físicos matemáticos pensaron de forma más sentada, que la tecnología de los molinos de viento fue considerada por primera vez. El primer sujeto que salió emergió de las ciencias naturales. Y este no fue otro más que Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) quien se desarrolló profundamente en esta materia. En un escrito sobre el “Arte del viento”, el provee numerosos impulsos para la construcción de molinos de viento y también propone nuevos diseños. Daniel Bernoulli (1700 – 1782) aplicó sus recientemente formuladas leyes básicas del fluido mecánico en el diseño de las velas en los molinos de viento. El matemático Leonhard Euler (1707 – 1783) fue el primero en calcular el valor de torsión de las velas. Desarrollos importantes llegaron también de Gran Bretaña. Cercano al año 1750, los escoceses Meikle y Lee inventaron la cola de pavo con el cual permitían un automático giro para los molinos de viento escoceses. Algún tiempo después (1792), Meikle construyó el primer molino de viento el cual fue llamado “Velas Elásticas”. Sin embargo, la eficiencia aerodinámica de las velas de primavera no fue alta como la buena vela de lonas. Este hecho hizo que aparentemente después el físico Charles Augustin de Coulomb empezara a acarrear de forma sistemática experimentos aerodinámicos con las velas de los molinos de viento en 1821 y cuando el profesor danés Poul La Cour, alrededor de 1890, acarrea investigaciones científicas comprensivas en el sistema aerodinámico de las velas y en el diseño de los molinos de viento. Para la segunda mitad del siglo *XIX*, también se vio el uso de nuevos materiales para su construcción. En este punto, los molinos de viento fueron casi exclusivamente fabricados de madera. Sobre todo el eje, el cual podía soportar grandes cargas debido a que fueron hechas de hierro fundido. Después, el aerodinámico Albert Betz formuló los modernos principios físicos de conversión de la energía del viento en 1920 y, así mismo, diseñó los planos aerodinámicos que fueron desarrollados en la ingeniería aeronáutica, el Mayor Kurt Bilau aplicó este conocimiento al diseño de molinos de viento.

1.3. Clasificación de los Aerogeneradores.

Los aerogeneradores se definen en general, según la posición de su eje de rotación con relación a la dirección del viento, en dos principales configuraciones:

1.3.1. Aerogenerador de Eje Horizontal.

Los aerogeneradores de eje horizontal con el eje paralelo a la dirección del viento, en la actualidad son las máquinas más difundidas y con mayores rendimientos que las otras existentes, esto es muy importante al momento de iniciar un diseño fig. (1.6). Este grupo incluye aquellas que tienen 1, 2, 3 o 4 palas, denominadas turbinas rápidas, además de las típicas multipalas muy utilizadas para el bombeo de agua y que poseen entre 12 y 24 palas. El utilizar hélices de una pala comúnmente denominada turbina eólica monopala o monóptero aumenta la velocidad de rotación del rotor y consiguientemente reduce la masa y costos de los demás elementos, como el multiplicador y el generador eléctrico. Además, este tipo de hélice resulta muy atractiva económicamente por el costo mismo al poseer una sola pala. Sin embargo, estas hélices requieren un contrapeso que compense a la pala y el balanceo de esta misma debe realizarse con mucha precisión. Un rotor de este tipo tiene un desequilibrio aerodinámico muy acentuado, lo que causa complejos esfuerzos de fatiga y complicadas construcciones en el centro para controlar adecuadamente la turbina que las hacen poco prácticas. La desventaja principal para su uso comercial es el elevado

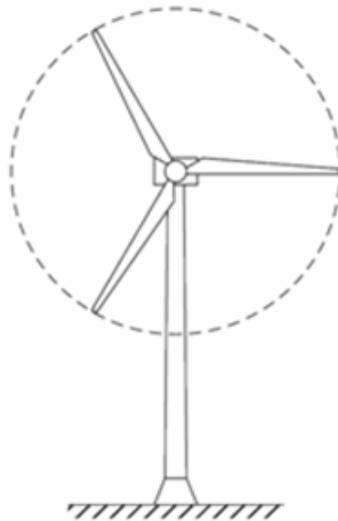


Figura 1.6: Aerogenerador de Eje Horizontal.

nivel de ruido aerodinámico que producen, causado por una gran velocidad en la punta de la pala. Comparado con rotores de tres palas esta velocidad es dos veces mayor, lo que

provoca un nivel sonoro bastante elevado. A lo cual se suma la perturbación visual en el paisaje provocado al ver rodar una sola pala. Para comprender la verdadera importancia de este aspecto, se debe tener en cuenta que en algunas comunidades de Alemania no se permite la instalación de este tipo de rotores. En los dispositivos con hélices de dos palas comparándolas con un rotor de tres palas, se logra disminuir en cierto porcentaje el costo de la hélice, pero debido a las fluctuaciones y a los esfuerzos dinámicos que se originan con esta configuración se requieren dispositivos especiales para disminuir el estado de carga, lo que eleva finalmente el costo global de la máquina, perdiéndose la ventaja económica respecto a los dispositivos de tres palas. Siendo diferente a lo que sucede en el rotor de tres palas, las de dos, poseen una componente no inercial oscilante durante el movimiento de la góndola a lo largo del eje longitudinal de la torre originada por la fuerza de Coriolis, lo que incrementa los esfuerzos sobre la estructura. También se cuenta con la ventaja técnica para la fabricación de las palas, si la turbina es de poca potencia y su sistema de control es de palas de paso fijo (stall), se pueden hacer en un único bloque. Además, en los dispositivos encargados del control de la potencia captada, si se trata de un sistema de palas de paso variable (pitch), se torna mucho más sencillo que en el caso de una turbina de tres palas.

1.3.2. Aerogenerador de Eje Vertical.

Los aerogeneradores de eje vertical fueron las primeras máquinas que se utilizaron para la captación de energía eólica, conceptualmente más sencillas que las de eje horizontal, y sin necesidad de algún sistema de orientación, constituyeron una ventaja constructiva nada despreciable. En funcionamiento, las palas, los rodamientos y los ejes, no están sometidos a esfuerzos importantes por cambios de orientación, son de fácil construcción; sin embargo tienen la gran desventaja de poseer un rendimiento más bajo, tan sólo el rotor Savonius alcanza un 20 % del límite de Betz, es por ello que no se experimentó un gran desarrollo en estos equipos.

Derivado del bajo rendimiento de este tipo de máquinas, en comparación con las de eje horizontal, sólo se mencionará en forma breve los tipos más comunes de aeromotores de eje vertical que existen:

Aerogenerador derivado del rotor Savonius.

Este tipo de dispositivos esencialmente utilizan el arrastre diferencial creado por las palas que pueden ser de diversas formas fig. (1.7). El par de arrastre es elevado, pero la velocidad máxima es claramente inferior que los rotores de eje horizontal.

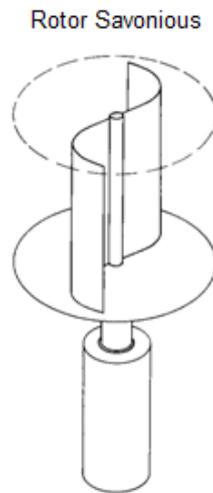


Figura 1.7: Aerogenerador tipo Savonius.

Aerogenerador derivado del rotor Darrieus.

Estos emplea la sustentación de las palas y están caracterizados por un débil par de arranque y una velocidad de rotación elevada que permite la recuperación de una gran potencia fig. (1.8). Para mejorar el par de arranque se pueden acoplar otro tipo de rotores haciéndolo mixto, por ejemplo: (*Savonius-Darrieus*). Lo cual afectará seguramente otras propiedades, siendo necesario buscar las condiciones óptimas, además este tipo de máquinas no pueden competir con los aerogeneradores rápidos, bipalas y tripalas de eje horizontal que son en la actualidad objeto de estudio y desarrollo.

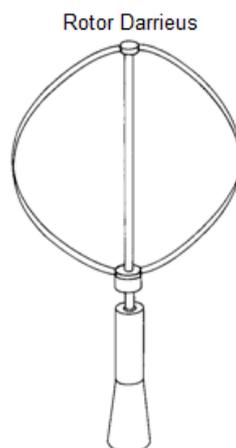


Figura 1.8: Aerogenerador tipo Darrieus.

1.4. Componentes de un Aerogenerador.

La Fig. (1.9) muestra una máquina eólica típica, más allá de las peculiaridades de los modelos y de los adelantos tecnológicos, que varían de acuerdo a la empresa constructora ¹.

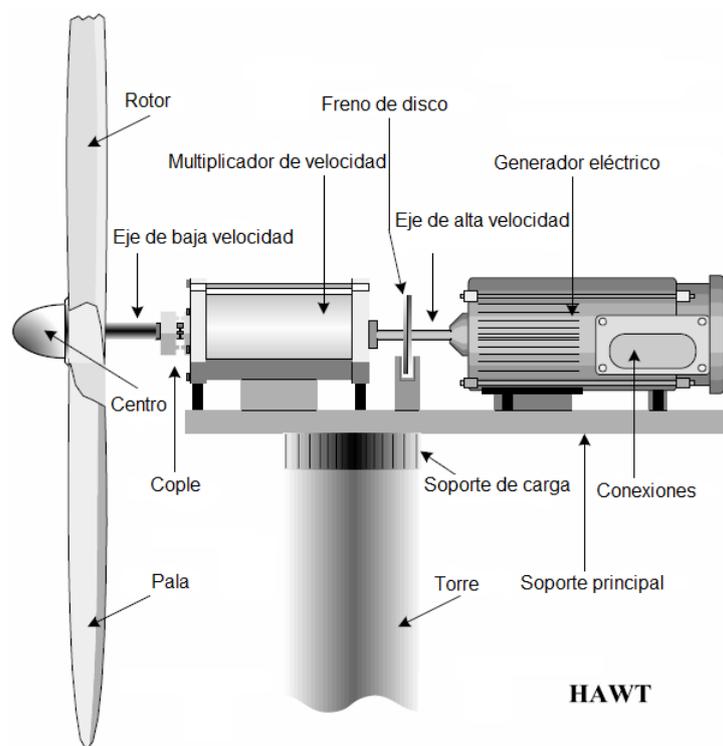


Figura 1.9: Componentes de un Aerogenerador.

Rotor

Es uno de los principales subsistemas del que se compone un aerogenerador, ya que es aquí donde el aire golpea las palas que están sujetas a este, y producen el movimiento necesario para la generación de energía.

Centro.

Como su nombre lo indica es la parte cilíndrica del rotor, utilizado como rompeviento y dar estabilidad a las palas.

¹Author name *Wind Energy Conversion Systems*, HAWT model.

Palas.

Éstas capturan el viento y transmiten su potencia hacia el buje. Un aerogenerador moderno de 1,500 kW, tiene palas que miden alrededor de 40 metros de longitud y su diseño es muy parecido al del ala de un avión.

Eje de baja velocidad.

Conecta el buje del rotor al multiplicador. En un aerogenerador moderno de 1,500 kW el rotor gira muy lento, a unas 20 a 35 revoluciones por minuto. El eje contiene conductos del sistema hidráulico para permitir el funcionamiento de los frenos aerodinámicos.

Cople.

Esta parte conecta al eje de baja velocidad con el multiplicador de velocidad.

Multiplicador.

También referido como caja de cambios o caja de engranaje, tiene a su izquierda el eje de baja velocidad. Permite que el eje de alta velocidad que está a su derecha gire 50 veces más rápido que el eje de baja velocidad. El eje de alta velocidad gira aproximadamente a 1,500 rpm lo que permite el funcionamiento del generador eléctrico. Está equipado con un freno de disco mecánico de emergencia. El freno mecánico se utiliza en caso de fallo del freno aerodinámico, o durante las labores de mantenimiento de la turbina.

Generador eléctrico.

Suele ser un generador asíncrono o de inducción. En los aerogeneradores modernos la potencia máxima suele estar entre 500 y 2,000 kW.

Freno de disco.

Es un freno mecánico utilizado para frenado en caso de fallo aerodinámico, o durante las labores de mantenimiento de la turbina.

Eje de alta Velocidad.

Gira aproximadamente a 1500 rpm y esto permite que el generador eléctrico opere de forma normal, el eje de alta velocidad se encuentra entre el multiplicador de velocidad y el generador eléctrico.

Torre.

Soporta la góndola y el rotor. Generalmente es una ventaja disponer de una torre alta, dado que la velocidad del viento aumenta conforme nos alejamos del nivel del suelo. Una turbina moderna de 1,500 kW tendrá una torre de unos 60 metros. Las torres pueden ser bien tubulares o de celosía. Las torres tubulares son más seguras para el personal de mantenimiento de las turbinas ya que pueden tener y usar una escalera interior para acceder a la parte superior de la turbina. La principal ventaja de las torres de celosía es que son más baratas.

Soporte de carga.

Esta parte se encuentra en la parte alta de la torre y tiene la finalidad de soportar y mantener el peso de la turbina de viento, está hecho de un material muy resistente al impacto.

Conexiones.

Aquí se encuentran las conexiones tanto del generador, como de la red a la cual alimenta, normalmente se encuentra constituido por un tablero y un sistema de enfriamiento el cual controla la temperatura de los componentes.

Soporte principal.

Esta parte está conformada por una plancha de acero sobre el cual van instalados todos los componentes de la turbina, esta parte está conectada al soporte de carga y este a la vez a la torre del aerogenerador.

1.5. Conversión de Energía.

La energía disponible del viento es básicamente la energía cinética de grandes masas de aire moviéndose sobre la superficie de la tierra. Las palas de la turbina de viento reciben esta energía cinética, la cual es entonces transformada a una forma mecánica o eléctrica. La eficiencia de la conversión del viento a otra forma de energía útil depende grandemente de la eficiencia con el cual el rotor interactúa con la corriente de aire. En este apartado, se discutirá los principios fundamentales que envuelve este proceso de conversión de la energía del viento.

1.5.1. Potencia disponible en el espectro del viento.

La energía cinética de una ráfaga de aire con una masa m y moviéndose a una velocidad v está dada por:

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1.1)$$

Considerando un rotor con un área seccional A expuesta a una ráfaga de aire como se muestra en la fig. (1.10). La energía cinética de la ráfaga de aire disponible para esta turbina puede ser expresada como:

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_a v^2 \quad (1.2)$$

En donde ρ_a es la densidad del aire y v es el volumen de aire de un lote disponible en el rotor. El lote de aire interactúa con el rotor por unidad de tiempo con un área seccional igual a la del rotor (A_T) y con un espesor igual a la velocidad del viento (v). Por lo tanto, la energía por unidad de tiempo, que es igual a la potencia, queda expresada de la siguiente forma:

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_a A_T v^3 \quad (1.3)$$

En la Ec. (1.0), podemos ver la influencia del factor de potencia disponible en una ráfaga de viento con aires más densos. El efecto de la velocidad del viento es más prominente si se tiene una relación cúbica con la potencia. Factores como la temperatura, presión atmosférica, altitud y constituyentes del aire afectan la densidad de este. El aire limpio puede ser considerado como un gas ideal. Acorde a las leyes de un gas ideal, se puede expresar de la forma:

$$pV_G = nRT \quad (1.4)$$

En donde p es la presión, V_G es el volumen del gas, n es el número de kilo moles del gas, R es la constante universal del gas y T es la temperatura. La densidad del aire, el cual es el radio de la masa de un kilo mol de aire en un volumen, está dado por:

$$\rho_a = \frac{m}{V_G} \quad (1.5)$$

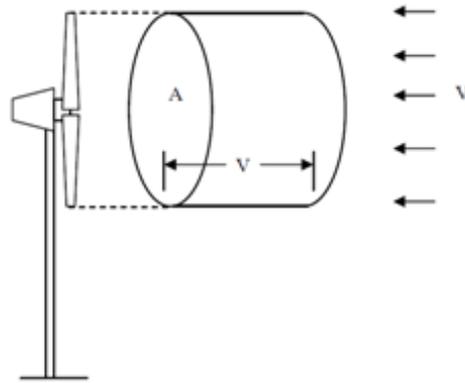


Figura 1.10: Lote de aire moviéndose hacia la turbina de viento.

A partir de la ecuación (1.3) y (1.4), la densidad está dada por:

$$\rho_a = \frac{mP}{RT} \quad (1.6)$$

Si conocemos la altitud Z y la temperatura T en un lugar, entonces la densidad del aire puede ser calculado como sigue:

$$\rho_a = \frac{353,049}{T} e^{-0,034 \frac{Z}{T}} \quad (1.7)$$

La densidad del aire decrece con el incremento de la altitud del lugar y la temperatura co-

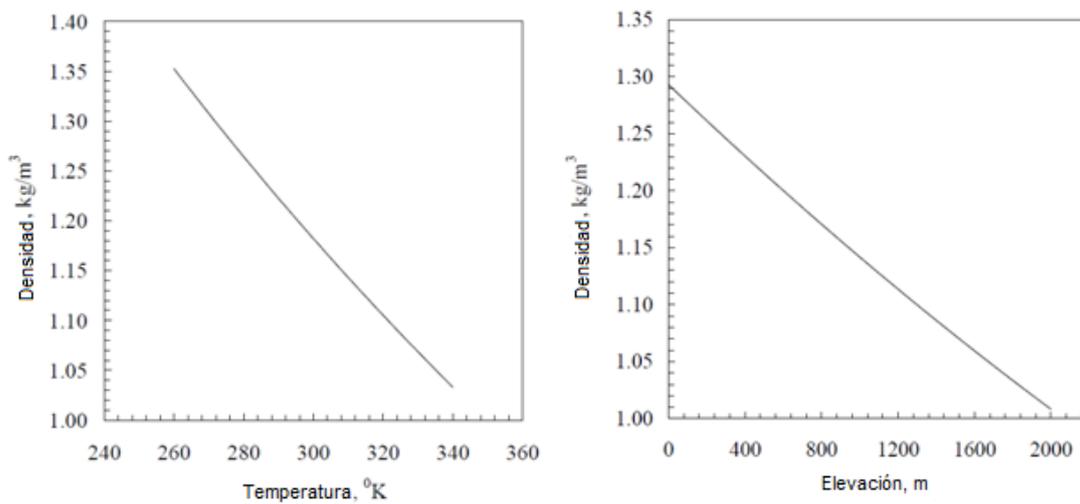


Figura 1.11: Efecto de la altitud y la temperatura sobre la densidad del aire.

mo se ilustra en la fig. (1.11). La densidad del aire puede ser tomada como $\rho = 1,2\text{kg}/\text{m}^3$ para casos prácticos. El factor que mayor influye sobre la potencia disponible en el viento es su velocidad. Cuando la velocidad del viento es duplicado, la potencia disponible incrementa 8 veces. En otras palabras, para una misma potencia, el área del rotor puede ser reducido por un factor de 8, esto si el sistema es colocado en un sitio con una doble velocidad de viento.

1.5.2. Potencia y torque en una turbina de viento.

Teóricamente la potencia disponible en una corriente de aire está dada por la ecuación (1.2). Como sea, una turbina no puede extraer esta potencia completamente desde el viento. Cuando la corriente de aire pasa la turbina, una parte de esta energía cinética es transferida al rotor y el aire dejado por la turbina es llevado lejos. Esta eficiencia es llamada comúnmente como coeficiente de potencia (C_p). Así, el coeficiente de potencia del rotor puede ser definido como el radio de la actual potencia desarrollada por un rotor con una potencia teórica disponible en el viento. De esta forma,

$$C_p = \frac{2 P_T}{\rho_a A_T v^3} \quad (1.8)$$

en donde P_T es la potencia desarrollada por la turbina. El coeficiente de potencia de una turbina depende de muchos factores, como el perfil de la pala del rotor, arreglo de la pala, su colocación, etc. La fuerza de empuje por un rotor (F) puede ser expresado como:

$$F = \frac{1}{2} \rho_a A_T v^2 \quad (1.9)$$

de esta manera podemos representar el torque de un rotor como:

$$T = \frac{1}{2} \rho_a A_T v^2 R \quad (1.10)$$

en donde R es el radio del rotor. Este es un torque máximo teórico y un eje puede desarrollar sólo una fracción de este límite máximo. El radio entre el torque actual desarrollado por un rotor y el torque teórico es llamado coeficiente de torque (C_T). De esta manera, el coeficiente de torque está dado por:

$$C_T = \frac{2 T_T}{\rho_a A_T v^2 R} \quad (1.11)$$

En donde T_T es el actual torque desarrollado por el rotor. El radio entre la velocidad del rotor y la velocidad del viento es llamado radio de velocidad (λ). De esta manera,

$$\lambda = \frac{R\omega}{v} = \frac{2\pi NR}{v} \quad (1.12)$$

En donde ω es la velocidad angular y N es la velocidad rotacional del rotor. El coeficiente de potencia y el coeficiente de torque de un rotor varían con la velocidad de radio pico. Ahí está una óptima λ para un rotor dado en el cual la transferencia de energía es más eficiente y así el coeficiente de potencia máximo es ($C_{(P_{max})}$). Ahora, vamos a considerar la relación entre el coeficiente de potencia y la velocidad de radio.

$$C_p = \frac{2 P_T}{\rho_a A_T v^3} = \frac{2 T_T \omega}{\rho_a A_T v^3} \quad (1.13)$$

Dividiendo la ecuación (1.12) entre la ecuación (1.10) tenemos:

$$\frac{C_p}{C_T} = \frac{R \omega}{v} = \lambda \quad (1.14)$$

De esta manera, el radio de velocidad esta dado por el radio entre el coeficiente de potencia y el coeficiente del torque del rotor.

Ejemplo

Considere una turbina de viento de 5 m de diámetro de rotor. La velocidad del rotor a 10 m/s de velocidad del viento es de 130 rpm y con esto el coeficiente de potencia en este punto es de 0,35. Calcular el radio de velocidad y el coeficiente de torque de la turbina. ¿Cuál será el torque en el eje del rotor?. Asumiendo una densidad de aire de $1,24 \text{ kg/m}^3$. El área del rotor es de:

$$A_T = \frac{\pi}{4} \times 5^2 = 19,63 \text{ m}^2$$

Como la velocidad del rotor es de 130 rpm , su velocidad angular es de:

$$\omega = \frac{2 \times \pi \times 130}{60} = 13,6 \text{ rad/s}$$

La aceleración del radio en esta velocidad es,

$$\lambda = \frac{2,5 \times 13,6}{10} = 3,4$$

El coeficiente del torque es,

$$C_T = \frac{0,35}{3,4} = 0,103$$

De esto, el torque desarrollado podrá ser calculado como,

$$T_T = \frac{1}{2} \times 1,24 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2 \times 10^2 \times 0,103 = 313,39 \text{ Nm}$$

1.6. Ley de Voltajes de *Kirchhoff*.

La ley de voltajes de *Kirchhoff* es una herramienta útil para el modelado matemático de circuitos eléctricos y redes eléctricas. Por ejemplo, en la Figura (1.12) se muestra una red que consiste de una fuente de voltaje independiente que suministra corriente i a través de cada una de las resistencias. De acuerdo a la *Ley de Ohm* [2] los voltajes en las resistencias

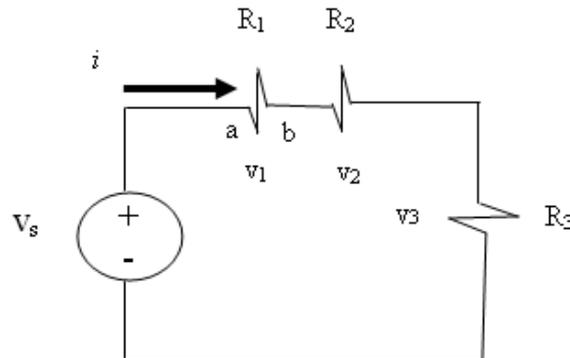


Figura 1.12: Representación de un circuito.

R_1 , R_2 y R_3 se expresan de la siguiente manera:

$$V_1 = i R_1 \quad (1.15)$$

$$V_2 = i R_2 \quad (1.16)$$

$$V_3 = i R_3 \quad (1.17)$$

De la definición fundamental de voltaje o potencial, dW , la cantidad que se absorbe, cuando una cantidad diferencial de carga dq se mueve desde a hasta b es:

$$dW_1 = V_1 dq \quad (1.18)$$

Para cada una de las otras diferencias de potencial en el circuito se tiene una relación análoga. En el caso de los resistores, dW es la energía eléctrica consumida o convertida en calor al forzar la carga dq a través del voltaje V .

En el circuito de la Figura (1.12), $V_s dq$ es la energía suministrada por la fuente, por lo que ésta, es la energía total consumida por los tres resistores. Entonces la energía suministrada por la fuente debe ser igual a la energía total consumida, esto es:

$$V_s dq = V_1 dq + V_2 dq + V_3 dq \quad (1.19)$$

Esto permite llegar a una aplicación particular de la *Ley de Voltajes de Kirchhoff*:

$$V_s = V_1 + V_2 + V_3 \quad (1.20)$$

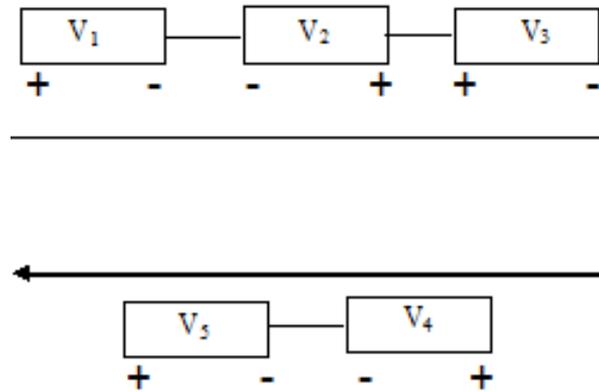


Figura 1.13: Ilustración de la *Ley de Voltajes de Kirchhoff*.

O bien:

$$-V_s + V_1 + V_2 + V_3 = 0 \quad (1.21)$$

La Figura (1.13) permite visualizar lo que establece la *Ley de Voltajes de Kirchhoff*. Cada rectángulo puede representar, una resistencia, una capacitancia, inductancia o algún otro elemento pasivo. La resistencia solamente puede absorber energía promedio, sin embargo, la inductancia y la capacitancia la pueden almacenar momentáneamente y luego regresarla al circuito o sistema. Para una dq que fluye en la dirección de la corriente como se indica en la Figura (1.13), $V_1 dq$ es la energía que se absorbe del sistema por el elemento V_1 , en tanto que $V_2 dq$, es una energía suministrada al sistema, por lo tanto:

$$V_1 dq - V_2 dq + V_3 dq + V_4 dq - V_5 dq = 0 \quad (1.22)$$

O bien:

$$V_1 - V_2 + V_3 + V_4 - V_5 = 0 \quad (1.23)$$

La ecuación (1.22) muestra la aplicación de la *Ley de Voltajes de Kirchhoff* a una situación particular, y de forma general se enuncia como sigue:

Teorema 1.6.1 *La Ley de Voltajes de Kirchhoff establece que cuando a cada voltaje se le aplica el signo correcto, la suma algebraica de todos los voltajes por separado, alrededor de cualquier trayectoria cerrada debe ser igual a cero [2].*

$$\sum_{k=1}^n V_k = V_1 + V_2 + V_3 \dots + V_n = 0 \quad (1.24)$$

La ecuación (1.23) indica la *Ley de Voltajes de Kirchhoff* que aplica a cualquier trayectoria cerrada cuando circula una corriente por esta.

1.7. Ecuación de *Euler Lagrange*.

Las ecuaciones *Euler Lagrange* establecen el cambio de un sistema mecánico. Para definir en qué consiste el método de *Euler Lagrange*, se debe de conceptualizar el término de *Lagrangiano*, que se le renombra a la diferencia entre la energía potencial y cinética del sistema [9]. Energía cinética total del sistema:

$$K = \sum_{i=1}^k \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i \quad (1.25)$$

La sumatoria de arriba puede ser expresada de manera compacta de la forma:

$$\sum_{i=1}^k m_i \ddot{r}_i^T \frac{\partial r_i}{\partial q_j} = \frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} \quad (1.26)$$

Entonces,

$$\sum_{i=1}^k \dot{p}_i^T \delta r_i = \sum_{j=1}^n \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} \right] \delta q_j \quad (1.27)$$

Finalmente se obtiene:

$$\sum_{j=1}^n \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} - \psi_j \right] \delta q_j = 0 \quad (1.28)$$

Además como los desplazamientos virtuales δq_j son independientes, se asevera que cada coeficiente de la ecuación (1.25), es cero, es decir, que:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} = \psi_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (1.29)$$

Si la fuerza generalizada ψ_j es la suma de una fuerza externa generalizada aplicada y otra exactamente igual al campo potencial, entonces una modificación profunda es posible. Suponiendo que existen funciones τ_j y V_q las cuales:

$$\psi_j = -\frac{\partial V}{\partial q_j} + \tau_j \quad (1.30)$$

Entonces, la ecuación (1.28) puede ser escrita de la forma:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = \tau_j \quad (1.31)$$

Donde $L = K - V$ es el *Lagrangiano*. La función V es llamada energía potencial.

De aquí se observa que las ecuaciones (1.28) y/o (1.30) son las ecuaciones *Lagrangianas* o las ecuaciones de *Euler Lagrange* de movimiento.

Como el *Lagrangiano* L es un arreglo de ecuaciones de movimiento que permiten conocer el comportamiento dinámico de un sistema, definiendo la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial de un sistema, a saber:

$$L [q, \dot{q}] = K [q, \dot{q}] - V(q) \quad (1.32)$$

Donde K es la energía cinética y V es la energía potencial, ambos escritos en coordenadas generalizadas de posición q y de velocidad \dot{q} .

Las coordenadas generalizadas (q, \dot{q}) son los ángulos de rotación de las palas (posición y velocidad). Estos ángulos determinan de manera única la posición de las palas en un rotor de viento.

Partiendo de:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (1.33)$$

Donde $i = 1, \dots, n$ y es una fuerza externa que actúa en la i -ésima coordenada generalizada. De la ecuación (1.32) se establece la forma de calcular las ecuaciones dinámicas para la turbina de viento y que en forma vectorial se escribe como:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \quad (1.34)$$

Donde Q es el torque o los torques producidos y el punto denota derivada con respecto al tiempo.

La ecuación (1.33) se conoce como la del movimiento de *Lagrange*; ésta simplifica la aplicación de la física a sistemas complejos y es punto de partida de la mecánica cuántica. A partir de los sistemas físicos descritos en coordenadas cartesianas, pero expresados en función de los parámetros del movimiento, se obtienen de manera natural los conceptos de velocidad, momento y fuerza generalizada, así como las relaciones de la energía cinética traslacional con las velocidades y aceleraciones generalizadas.

En general, ya que las ecuaciones de *Euler Lagrange* se pueden aplicar para sistemas mecatrónicos no lineales [9], estas ecuaciones tienen una ventaja sobre la ecuación correspondiente a la segunda *Ley de Newton*, que solamente se puede aplicar a sistemas lineales. [3]

1.8. Control Clásico.

En esta sección veremos un control basado en una estructura muy particular y que es usado casi de forma universal en la industria de control. Está comprobado que es robusto en el control de muchas aplicaciones. La simplicidad de estos controles es también su debilidad, desde el rango límite de la planta que pueden controlar satisfactoriamente. Ciertamente, existen muchas inestabilidades en las plantas las cuales no pueden ser estabilizadas con ningún miembro de la familia del control PID. Sin embargo, la sorprendente versatilidad del control PID, asegurará una relevancia continua y popular para este control. [7]

1.8.1. Estructura del Control PID.

Consideramos un lazo simple de control como el mostrado en la figura (1.14).

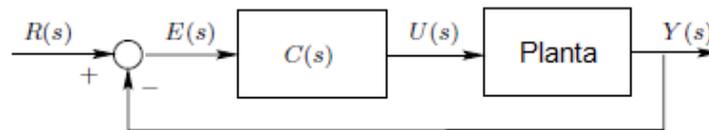


Figura 1.14: Lazo de control básico con retroalimentación.

La expresión tradicional para el control PI y el control PID pueden ser descritos por sus funciones de transferencia relacionadas con el error $E(s) = R(s) - Y(s)$ y la salida del controlador $U(s)$ como sigue,

$$C_P(s) = K_P \quad (1.35)$$

$$C_{PI}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_r s} \right) \quad (1.36)$$

$$C_{PD}(s) = K_P \left(1 + \frac{T_d s}{\tau_D s + 1} \right) \quad (1.37)$$

$$C_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_r s} + \frac{T_d s}{\tau_D s + 1} \right) \quad (1.38)$$

en donde T_r y T_d se conocen como el *tiempo de reset* y el *tiempo derivativo*, respectivamente. Como vimos de la ecuación (1.35) a (1.38), los miembros de esta familia incluyen, en diferentes combinaciones, tres modos de control o acciones: *proporcional (P)*, *integral (I)* y *derivativo (D)*. [7]

Hay que tener cuidado cuando se estén aplicando las reglas de la sintonización al control PID, ya que existen un gran número de otros parámetros. La ecuación (1.38) se conoce como la *forma estandar*. Una alternativa, *forma serie*, es

$$C_{serie}(s) = K_s \left(1 + \frac{I_s}{s}\right) \left(1 + \frac{D_s s}{\omega_s D_s s + 1}\right) \quad (1.39)$$

La forma paralela es,

$$C_{paralela}(s) = K_p + \frac{I_p}{s} + \frac{D_s s}{\omega_s D_s s + 1} \quad (1.40)$$

La terminología, tal como *P-ganancia* no son definidos exclusivamente y pueden referirse si así se desea a cualquier K_s en (1.39), K_p en (1.40) o K_p en (1.38). Esto es importante, para saber cual de estas parametrizaciones se refiere a alguna técnica en particular y, si es implementado en forma diferente, para que los parámetros sean transformados apropiadamente. Antes de que el PID fuera reconocido como un controlador simple o de segundo orden, la sintonización del PID fué visto en términos de los parámetros P, I y D. Aunque su impacto sobre el lazo cerrado está lejos independientemente de cualquier otro, sus efectos tuvieron un propósito como se muestra a continuación:

Acción Proporcional.

Provee una contribución la cual depende del valor instantáneo del error de control. El control proporcional puede controlar cualquier planta estable, pero provee un comportamiento limitado y un error de estado estable diferente de cero. Estas limitaciones son un factor para la respuesta en frecuencia definida para todas las frecuencias.

También se ha hecho tradicional el uso de la expresión *banda proporcional* (PB) que describe la acción proporcional. La equivalencia es,

$$PB [\%] = \frac{100 [\%]}{K_p} \quad (1.41)$$

La banda proporcional es definida como el error requerido (como un porcentaje de la escala completa) para hacer un cambio del 100% en la salida del controlador. [13]

Acción Integral.

En otras palabras, da una salida en el controlador que es proporcional al error acumulado, la cual implica una *reacción pobre* en el modo de control. Esta característica es también evidente en las respuestas a bajas frecuencias. El modo integral juega un papel importante

para conseguir una inversión perfecta de la planta en $\omega = 0$. Estas fuerzas de error de estado estable a cero en la presencia de una referencia de paso y disturbios. El modo integral, aparenta un alejamiento, como sus dos mayores fallas: el polo en el origen es perjudicial para la estabilidad del lazo y también da un rizo que es un efecto indeseable (en la presencia de actuadores en saturación) conocido como *viento-arriba*. [7]

Acción Derivativa.

Actúa sobre un radio de cambio del error de control. Consecuentemente, este es un *modo rápido* el cual últimamente desaparece en la presencia de un error constante. Esto es algunas veces referido como un *modo predictivo* porque esta dependencia recae sobre el curso y la dirección del error. La principal limitación del modo derivativo, es el distanciamiento, que es una tendencia que debilita la señal de control en respuesta a altas frecuencias de los errores de control, tal que los errores inducen un cambio en el punto de referencia o en la medición del ruido. Desde la implementación requiere una adecuada función de transferencia, un polo es normalmente sumado en el control derivativo, esto es evidente en las ecuaciones (1.37) y (1.38). En la ausencia de otras constantes, el tiempo adicional constante τ_D es normalmente seleccionado tal que $0,1T_d \leq \tau_D \leq 0,2T_d$. Esta constante es llamada, constante de tiempo derivativo; el pequeño es este, el mayor rango de frecuencia sobre el cual es filtrada las aproximaciones derivativas a una derivada exacta con igualdad en el límite:

$$\lim_{\tau_D=0} u_{PID}(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_r} \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} + i.c. \quad (1.42)$$

El argumento clásico al seleccionar $\tau_D \neq 0$ fue, aparte de asegurar la propiedad del controlador, atenuar el ruido a altas frecuencias. Este punto es ilustrado en la figura (1.15), la cual muestra que las aproximaciones derivativas filtradas a derivativas exactas bien a frecuencias arriba de $\frac{1}{\tau_D}$ [rad/s], pero esta tiene una ganancia finita en altas frecuencias, como sea, un derivativo exacto tiene una ganancia infinita. [13]

1.8.2. Sintonización Empírica.

Una forma tradicional de diseñar un control PID fue el utilizar una sintonización empírica basado en mediciones hechas en una planta real. Hoy en día sugerimos que es más preferible para el diseño de un control PID el empleo de técnicas basadas en modelos. Desde técnicas clásicas que fueron referidas por practicantes, en la siguiente sección se resume lo mejor de los métodos de sintonización de los cuales se tienen conocimiento. [7]

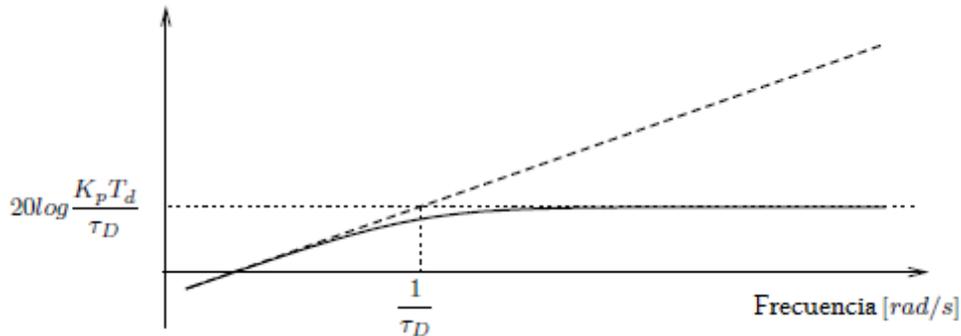


Figura 1.15: Magnitud de Bode de una derivada exacta y una derivada filtrada.

Método de Oscilación de *Ziegler-Nichols* (Z-N).

Este procedimiento es válido sólo para lazos abiertos en plantas estables y este está compuesto por los siguientes pasos.

1. Se coloca la planta real bajo un control proporcional, con una ganancia muy pequeña.
2. Incrementar la ganancia hasta que el lazo comience a oscilar. *Note que la oscilación lineal es requerida y que esta debe ser detectada a la salida del controlador.*
3. Registrar la ganancia de control crítico $K_p = K_c$ y el periodo de oscilación de la salida del controlador, P_c .
4. Ajustar los parámetros del controlador acorde a la tabla (1.2); están algunas controversias referente a la parametrización del PID por el cual el método de Z-N fue desarrollado, pero la versión descrita aquí, toma lo mejor de los conocimientos de varios autores aplicable a la parametrización de la ecuación (1.38).

Primero observamos que el modelo que ha sido obtenido en el experimento es sólo *un punto sobre la respuesta en frecuencia*, es decir, este corresponde a la fase igual de $-\pi$ [rad] y una magnitud igual a K_c^{-1} , desde el argumento de *Nyquist* para $K_p G(j\omega)$ que cruza en el punto $(-1, 0)$ cuando $K_p = K_c$. [7]

Los datos de la tabla (1.2) fueron obtenidos por *Ziegler* y *Nichols* que tuvieron como meta lograr subamortiguar la respuesta en un paso para esas plantas las cuales es un modelo satisfactorio de la forma,

$$G_0(s) = \frac{K_0 e^{-s\tau_0}}{v_0 s + 1} \quad \text{donde } v_0 > 0 \quad (1.43)$$

Cuadro 1.2: Sintonización de *Ziegler-Nichols* utilizando el método de oscilación.

	K_p	T_r	T_d
P	$0,50K_c$		
PI	$0,45K_c$	$\frac{P_c}{1,2}$	
PID	$0,60K_c$	$0,5P_c$	$\frac{P_c}{8}$

La figura (1.16) muestra la respuesta de un control PI de Z-N sintonizado en un lazo de control. El tiempo, en esta figura, ha sido medido en unidades del retardo τ_0 , y diferentes radios $x \triangleq \frac{\tau_0}{v_0}$ son considerados.

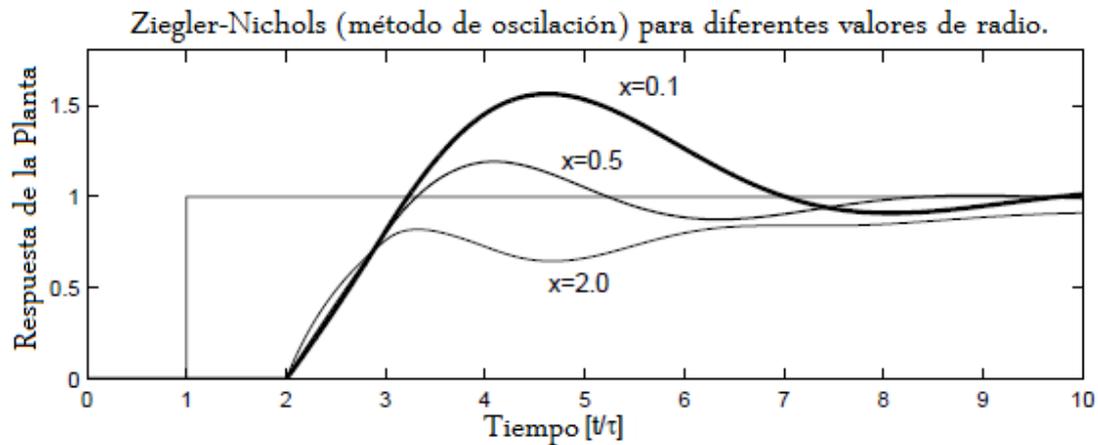


Figura 1.16: Control PI de Z-N sintonizado (método de oscilación) en lazo de control para diferentes valores de radio $x \triangleq \frac{\tau_0}{v_0}$.

1.9. Observador de *Luenberger*.

Durante la simulación de algún proyecto a veces es necesario retroalimentar alguna variable o estado. Sin embargo, en la práctica no todas las variables de estado están disponibles para poder retroalimentarse. Es entonces cuando se necesita estimar las variables de estado que no están disponibles. La estimación de variables de estado no medibles se denomina normalmente observación. Si el observador de estado capta todas las variables de estado del sistema, sin importar si algunas están disponibles por medición directa, se denomina observador de estado de orden completo [13]. Por ejemplo, como las variables de salida son observables y se relacionan en forma lineal con las variables de estado, no se necesita observar todas las variables de estado, sino sólo las $n - m$ variables de estado, donde n es la dimensión del vector de estado y m es la dimensión del vector de salida.

Un observador de estado estima las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida y de control. Se dice que el sistema es completamente observable si el estado $x(t_0)$ se determina a partir de la observación de $y(t)$ durante un intervalo de tiempo finito, $t_0 = t = t_1$. Por tanto, el sistema es completamente observable si todas las transiciones del estado afectan eventualmente a todos los elementos del vector de salida. Aquí, el observador es un modelo de la planta.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.44a)$$

$$y = Cx \quad (1.44b)$$

Y un observador,

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu \quad (1.45a)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (1.45b)$$

Al restar las ecuaciones (1.36) de la (1.35), obtenemos,

$$\dot{x} - \dot{\hat{x}} = A(x - \hat{x}) \quad (1.46a)$$

$$y - \hat{y} = C(x - \hat{x}) \quad (1.46b)$$

Entonces, la dinámica de la diferencia entre los estados real y estimado no es forzada, y si la planta es estable, esta diferencia, debido a las diferencias en los vectores iniciales de estado, se aproxima a cero. Sin embargo, la velocidad de convergencia entre el estado real y el estado estimado es la misma que la respuesta transitoria de la planta, puesto que la ecuación característica $\dot{x} - \dot{\hat{x}} = A(x - \hat{x})$ es igual a $\dot{x} = Ax + Bu$. Como la convergencia es demasiado lenta, buscamos una forma de acelerar al observador y hacer su tiempo de respuesta mucho más rápido que el del sistema controlado en lazo cerrado, de modo que, en efecto, el controlador reciba los estados estimados instantáneamente. Para aumentar la velocidad de convergencia entre los estados real y estimado, usamos

una retroalimentación. El error entre las salidas de la planta y el observador alimenta de nuevo las derivadas de los estados del observador. El sistema corrige para llevar este error a cero. Con esta retroalimentación, podemos diseñar una respuesta transitoria deseada en el observador que es mucho más rápido que el de la planta o sistema controlado en lazo cerrado. El diseño del observador es separado del diseño del controlador. Semejante al diseño del vector de controlador, K , el diseño del observador consiste en evaluar el vector constante, L , de modo que la respuesta transitoria del observador sea más rápida que la respuesta del lazo controlado para obtener rápidamente una estimación actualizada del vector de estado. A continuación deducimos la metodología del diseño. Primero encontraremos las ecuaciones de estado para el error entre el vector real de estado y el vector de estado estimado ($x - \hat{x}$). Posteriormente hallaremos la ecuación característica para el sistema de error y evaluar la L necesaria para satisfacer una respuesta transitoria rápida para el observador.

Al escribir las ecuaciones de estado del observador tenemos,

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \quad (1.47a)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (1.47b)$$

Pero las ecuaciones de estado para la planta son,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.48a)$$

$$y = Cx \quad (1.48b)$$

Al restar las ecuaciones (1.38) de la (1.39), obtenemos,

$$(\dot{x} - \dot{\hat{x}}) = A(x - \hat{x}) - L(y - \hat{y}) \quad (1.49a)$$

$$(y - \hat{y}) = C(x - \hat{x}) \quad (1.49b)$$

Donde $(x - \hat{x})$ es el error entre el vector real de estado y el vector de estado estimado, y $(y - \hat{y})$ es el error entre la salida real y la salida estimada. Al sustituir la ecuación de salida (1.37b) en la ecuación de estado (1.40a), obtenemos la ecuación de estado (1.41a) para el error entre el vector de estado estimado y el vector de estado real:

$$(\dot{x} - \dot{\hat{x}}) = (A - LC)(x - \hat{x}) \quad (1.50a)$$

$$(y - \hat{y}) = C(x - \hat{x}) \quad (1.50b)$$

Al hacer $e_x = (x - \hat{x})$, tenemos,

$$\dot{e}_x = (A - LC)e_x \quad (1.51a)$$

$$y - \hat{y} = Ce_x \quad (1.51b)$$

La ecuación (1.42a) no es forzada. Si los valores característicos son todos negativos, el error estimado de vector de estado, e_x , caerá a cero. El diseño entonces consiste en despejar

los valores de L para obtener una respuesta o ecuación características deseadas para las ecuaciones (1.42).

La ecuación característica se encuentra de las ecuaciones (1.42) y es,

$$\det[\lambda I - (A - LC)] = 0 \quad (1.52)$$

Ahora seleccionamos los valores característicos del observador para obtener estabilidad y una respuesta transitoria deseada que sea más rápida que la respuesta controlada en lazo cerrado.

Estos valores característicos determinan una ecuación característica que hacemos igual a la ecuación (1.43) para despejar L .

1.10. Observador de *Lyapunov*.

Recientemente un número considerable de artículos han estudiado sistemas no lineales. Es conveniente que durante el diseño de un proceso se pueda contar con los vectores de estado de la planta a la cual se va a controlar para que estén disponibles en todo momento y se pueda hacer una mejor medición. Si los vectores de estado no pueden ser medidos directamente, entonces cualquier nueva aproximación del diseño tendrá que ser inventado o en el mejor de los casos estimado para que puedan ser determinados y estos a la vez puedan ser utilizados por alguna ley de control [18]. Si un vector de estado aproximado será utilizado para un estado inaccesible, entonces el problema de diseño de control podrá ser seccionado en tres fases. La primera fase es el diseño del controlador asumiendo la disponibilidad de todos los elementos del vector de estado. La segunda fase es el diseño de un sistema que genere una estimación del vector de estado cuando sea alimentado con las medidas de entrada y de salida de la planta. La fase final consiste de la combinación de la estructura variable de control en la que sensores y actuadores dinámicos no son aplicables utilizando en la estructura de control un observador de estados [21].

1.10.1. Notación y Descripción del Sistema.

Considerando un sistema dinámico modelado por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x} = Ax + f(x) + Bu \quad (1.53a)$$

$$y = Cx \quad (1.53b)$$

En donde, $x \in \mathfrak{R}^n$, $u \in \mathfrak{R}^m$, $y \in \mathfrak{R}^p$, $p \geq m$. Las matrices A , B y C son de dimensiones apropiadas y B y C son de rango máximo. La función $f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ puede ser construida como una incertidumbre o sistema no linealizado en la planta. Requerimos que f sea continua y satisfaga la condición de *Lipschitz*. [21]

La siguiente notación es utilizada completamente en esta tesis. Dado un vector $x \in \mathfrak{R}^n$, entonces $\|x\| \triangleq (x^T x)^{1/2}$. Esto induce la matriz norma $\|M\| \triangleq [\lambda_{max}(M^T M)]^{1/2}$, donde $\lambda_{max}(\cdot)$ denota la operación de tomar el valor más grande. Si P es una matriz simétrica, entonces $P > 0$ es una matriz definida positiva ó, si $(P < 0)$ entonces es una matriz definida negativa. Ahora utilizaremos el siguiente principio de la siguiente forma: Si $P = P^T > 0$ entonces,

$$\lambda_{min}(P) \|x\|^2 \leq x^T P x \leq \lambda_{max}(P) \|x\|^2$$

En donde $\lambda_{min}(\cdot)$ denota la operación en donde se toma el valor más pequeño. El problema es diseñar un observador con entrada y y u de quien la salida \hat{x} converga a x ,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}(t) - x(t)) = 0$$

El estado inicial $x_0 = x(t_0)$ de (1.44) es desconocido mientras el estado inicial $\hat{x}_0 = \hat{x}(t_0)$ del observador puede ser asignado arbitrariamente. Por lo tanto el error entre x_0 y \hat{x}_0 es desconocido aún si conocemos \hat{x}_0 . Asumimos lo siguiente:

Lema 1.10.1 A1: *El conjunto (A, C) es completamente observable [21].*

Por lo tanto podemos encontrar $K \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ tal que los valores de $A_0 = A - KC$ están en la mitad del plano izquierdo (LHP) por sus siglas en inglés.

A continuación se discutirá el observador exponencial para (1.44) el cual fué propuesto por *Thau*(1973).

El Observador *Thau*.

Considerando un sistema no lineal modelado en (1.44) y un sistema dinámico descrito por la siguiente ecuación:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + f(\hat{x}) + Bu - k(y - \hat{y}) \quad (1.54a)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (1.54b)$$

Denotamos e como

$$e = \hat{x} - x$$

Ahora restamos la ecuación (1.45) de (1.44).

$$\dot{\hat{x}} - \dot{x} = A(\hat{x} - x) + f(\hat{x}) - f(x) - k(C(\hat{x} - x)) \quad (1.55)$$

Sustituyendo e en (1.46),

$$\dot{e} = Ae + f(\hat{x}) - f(x) - kCe \quad (1.56)$$

Agrupamos $A - kC = A_0$ y tenemos,

$$\dot{e} = A_0e + f(\hat{x}) - f(x) \quad (1.57)$$

Desde el espectro de A_0 contenida en (LHP), para algún positivo definido dado $Q \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ existe un único positivo definitivo $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ tal que

$$A_0^T P + P A_0 = -2Q \quad (1.58)$$

Seguido, considerando la siguiente función positiva definida de *Lyapunov*

$$V(e) = e^T P e$$

La derivada de $V(e)$ evaluada en la solución del error de la ecuación diferencial (1.48) está dada por

$$\dot{V}(e) = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} = -2e^T Q e + 2e^T P [f(x + e) - f(x)] \quad (1.59)$$

La función $f(x)$, es la función de *Lipschitz*, donde existe una constante positiva L tal que

$$\| f(x_1) - f(x_2) \| \leq L \| x_1 - x_2 \|$$

para todo x_1, x_2 . De esta manera las siguientes desigualdades son validas:

$$\dot{V}(e) \leq -2e^T Q e + 2L \| P e \| \| e \| \leq (-2a + 2L \| P \|) \| e \|^2$$

Donde a es el menor valor de Q y $\| P \|$ es el máximo valor de P . Por lo tanto, si

$$\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} > L \quad (1.60)$$

Entonces $e = 0$ es un punto de equilibrio estable asintótico de (1.48). Desde *Patel y Toda* (1980), el máximo valor del radio $\lambda_{\min}(Q)/\lambda_{\max}(P)$ ocurre cuando la matriz Q es la matriz identidad. Por lo tanto, una condición suficiente para $e = 0$ es un punto de equilibrio estable asintóticamente de (1.46) es

$$\frac{1}{\lambda_{\max}(P)} > L \quad (1.61)$$

Note que se necesita un conocimiento exacto de las no linealidades de una planta para el cálculo de la dinámica del observador (1.45). [21]

Capítulo 2

Diseño Mecánico de una Turbina de Viento.

2.1. Introducción.

Los efectos dinámicos pueden ser sustanciales en un aerogenerador, debido a las cargas dinámicas, las cuales tienen una naturaleza periódica, como resultado de esto, el proceso de diseño debe depender de la exactitud de las herramientas y las técnicas de medición para poder predecir la respuesta dinámica de una estructura cuando está rotando [16].

El diseño aerodinámico del rotor de una turbina de viento requiere aún más que el conocer las leyes físicas elementales de la conversión de energía. El problema del diseñador es encontrar la relación entre la forma del rotor, por ejemplo, el número de palas o el plano aerodinámico de las palas y sus propiedades aerodinámicas. Al igual que con diseños más técnicos, este proceso es llevado de forma iterativa con la práctica. Por lo tanto debemos tomar en cuenta el modelado matemático, ya que este nos proporcionará información acerca del comportamiento que tenga el aerogenerador en conjunto y con el cual se podrá hacer un cálculo más acorde al tipo de estructura que este contenga. [8]

En el presente capítulo se presenta un inicio en el caso de estudio en el cual se comenta el funcionamiento de las partes que conforman a un aerogenerador, estos servirán de base para el análisis y diseño mecánico, al igual para la realización del modelo dinámico del sistema.

2.2. Elección de la Torre.

Las torres altas son una parte esencial en las turbinas de ejes horizontales, de hecho esto puede ser una ventaja o una desventaja. El costo el cual puede llegar a ser, es del 20 % del costo total de la turbina, y esto por supuesto suele ser una gran desventaja. En turbinas grandes por ejemplo, el costo de construcción se eleva rápidamente con el incremento de la altura de la torre que en turbinas pequeñas. El siguiente punto importante en el diseño de los parámetros de la torre es su rigidez. Estableciéndose el tipo de curvatura natural que tiene que ver con la frecuencia, el cual es un parámetro importante en el diseño. Este determina el material requerido, y finalmente, el costo de la construcción. Los materiales disponibles para la construcción son los aceros y el concreto. El rango de diseño se extiende desde construcciones de celosía, estructuras con soportes (vientos) o de forma libre en estructuras tubulares de acero sin soportes externos y estructuras de cemento armado, esto muestra claramente que, aunque la torre de una turbina de viento pueda ser una estructura convencional cuando fue considerada por sí sola, este diseño requiere también una considerable cantidad de entendimiento de todos los sistemas y sus aplicaciones. Aparte de estos aspectos funcionales, la torre no tiene que ser más vistosa que la góndola, ya que esto determina la apariencia en una turbina de viento lo cual merece atención y, por lo tanto, se debe acordar una estética, aún si esto implica algún costo adicional. [17]

2.2.1. Torres de Celosía.

Las torres de celosía fueron las de diseño preferido en los primeros experimentos con turbinas y también por pequeñas turbinas comerciales fig. (2.1). Hoy en día, las torres de celosía han venido en alternativa a las torres tubulares de acero para el caso de torres muy altas requeridas para grandes turbinas situadas en regiones tierra adentro.



Figura 2.1: MOD-1 con torre de celosía (1982).

2.2.2. Torres de Concreto.

En los años 30s, las torres de concreto con acero reforzado fueron usados para los llamados “Aeromotores” en *Dinamarca*. Estas torres también fueron características de los grandes avances tecnológicos en un principio, por turbinas *Danesas* fig. (2.2). Después, las torres completamente de acero llegaron dominantes en turbinas comerciales en *Dinamarca*. Las torres de concreto tienen recientemente el favor ganado de nuevo para torres altas de más de 80 metros de longitud.



Figura 2.2: Torre de concreto del probador de turbinas *Tjaereborg* (1986).

2.2.3. Torres Tubulares de Acero con Soporte de Tirantes.

Para rotores de corrientes de aire menores fue necesario el uso de torres tubulares de acero con tirantes para mantener la estabilidad en la torre lo más posible. Estos fueron anclados con cables de aceros o en algunos casos con armaduras rígidas para asegurar la rigidez requerida por la torre fig. (2.4). Sobre todo de su baja y comparativamente masa, estas torres con tirantes no son muy eficientes debido al costo que estas tienen. Los tipos de tirantes y los anclajes requieren un aumento del costo total. Además las de torres de este tipo son considerados un obstáculo en áreas agrícolas debido a la mayor área que estas ocupan.

2.2.4. Torres Tubulares de Acero.

Hoy en día, las torres tubulares de acero son por lejos el tipo preferido de construcciones para la instalación de turbinas de viento comerciales, la principal razón de esto es el poco volumen que ocupa en el terreno y los rápidos tiempos de ensamblados y colocación fig. (2.5). Torres pequeñas con una altura de alrededor de los 20 metros pueden ser fabricadas en una sola pieza y fijadas en el sitio donde trabajará mediante pernos. Las torres altas de alrededor de los 100 metros de longitud son hechas en varias secciones, las cuales son



Figura 2.3: Torre tubular de acero del MOD-2 (1982).



Figura 2.4: Torre tubular de acero con soportes de una turbina Carter (1985).

fijadas juntas en el lugar en donde se instalarán las cuales se sueldan todas sus partes ya que es necesario. La preferencia por las torres tubulares de acero es también mantenida a flote por los muy bajos precios del acero en los últimos 20 años. Para geometrías de

Figura 2.5: Torres tubulares de turbina de viento del grupo *GAMESA*.

torres simples, por ejemplo un tubo de acero cilíndrico, los modelos de dimensionamiento que fueron desarrollados anteriormente pueden calcular la rigidez de la pared requerida utilizando una fórmula muy simple, sobre las bases que ya se dijeron como las cargas que

se generan por la altura de las torres, la masa de la cabeza de la torre y la selección de la turbina de viento. Recientemente la manufactura tiende a favor de diseños aún más complicados como el espesor de la pared del tubo, variando cada etapa junto con el diámetro, u optimizando el peso de la torre con la forma que esta tenga y así minimizar la masa de la torre y de esta manera también reducir el costo. Las turbinas de viento más recientes se ofrecen con diferentes tamaños de torres que van desde los 1,5 veces el tamaño del diámetro del rotor.

En la figura (2.6), vemos las características de las distintas torres de concreto y de acero para cualquier tipo de diseño, en esta tabla podemos observar que el diseño que vamos a implementar en el aerogenerador que es el de forma cilíndrica tiene un mayor costo para tamaños grandes de la turbina, pero que para diseños más pequeños significa un diseño más sencillo y una construcción más rápida debido a que sus componentes no tienen partes tan complejas que deban de ensamblarse. [8]

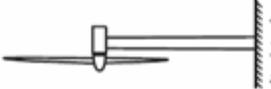
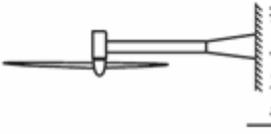
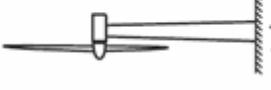
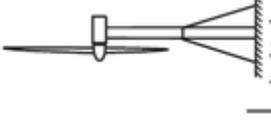
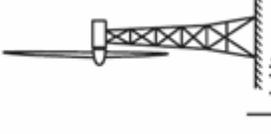
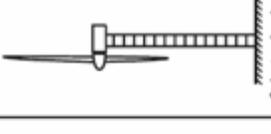
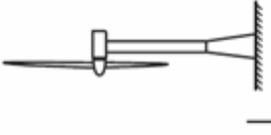
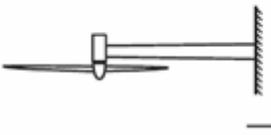
Wind Turbine	Steel						Concrete			
Rotor: 3 blade										
Diameter: 60 m	cylindrical	cylindrical with conical base	conical	cylindrical with guys	lattice	prefabricated prestressed	reinforced	prestressed		
Rotor speed: 23 rpm	0.567	0.577	0.570	0.551	0.60	0.65	0.941	0.947		
Towerhead mass: 180 t	1.48	1.51	1.49	1.44	1.57	1.70	2.45	2.47		
Hub height: 50 m										
Tower height: 46.6 m										
1st bending eigenfrequency	Hz									
Multiple of rated rotor speed	P									
Upper diameter	m	35	35	35	35	35	35	35		
Lower diameter	m	35	7.1	4.4	2.5	35	8.4	5.5		
Wall thickness	mm	55 +15 staged	25/15 staged	30/15 staged	20/15 staged	520/250 staged	300	300		
Mass										
- Tower structure	t	150	120	111	40	465	485	477		
- Equipment	t	22	22.5	22.8	20	21	22.5	22.5		
Total mass	t	172	142.5	133.8	60+guys	486	507.5	499.5		
Appr. cost relation	%	100	90	85	95	60	75	75		

Figura 2.6: Comparación de diseños de torres de acero y de concreto para el experimento WKA-60.

2.3. Análisis de Esfuerzos en la Torre.

2.3.1. Cálculo del Diámetro de la Torre.

Utilizando una aleación de *aluminio* 2014 – T6, determinaremos la columna de menor diámetro que puede usarse para soportar la carga céntrica de la góndola [1]. Puesto que no se conoce el diámetro de la barra, debe suponerse un valor de L/r , se supondrá un valor de $L/r > 55$ y se usará la ecuación (2.1). Para la carga céntrica P , $\sigma = P/A$ y se escribe,

$$\sigma_{perm} = \frac{54000Ksi}{(L/r)^2} = \frac{372GPa}{(L/r)^2} \quad (2.1)$$

Los datos del aerogenerador son los siguientes:

$$\begin{aligned} m &= 500g \\ P &= 4,9 \times 10^{-3}KN \\ L &= 500mm \end{aligned}$$

Donde:

m = Es la masa de la góndola en Kg .

P = Los kilogramos fuerza que ejerce la góndola sobre la columna en KN .

L = La longitud de la columna.

Solución.

Para la sección transversal de una barra circular, se tienen las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} I &= \frac{\pi}{4}c^4 \\ A &= \pi c^2 \\ r &= \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\pi c^4/4}{\pi c^2}} = \frac{c}{2} \end{aligned}$$

Al sustituir términos tenemos,

$$\frac{0,0049KN}{\pi c^2} = \frac{372GPa}{\left(\frac{0,5m}{c/2}\right)^2}$$

Cuadro 2.1: Propiedades de la Aleación de Aluminio.
Propiedades de la Aleación de Aluminio.

Material	Densidad Kg/m^3	Resistencia Última		Fluencia		Módulo de Elasticidad GPa	Módulo de Rigidez GPa	
		Tensión MPa	Compresión MPa	Cortante MPa	Tensión MPa			Cortante MPa
Aluminio Aleación 2014 – T6	2800	455		275	400	230	75	27

Despejando c se tiene,

$$c^4 = 4,19 \times 10^{-12}$$

$$c = 1,43 \text{ mm}$$

Para $c = 1,43 \text{ mm}$, la relación de esbeltez es:

$$\frac{L}{r} = \frac{L}{c/2} = \frac{500 \text{ mm}}{(1,43 \text{ mm})/2} = 699,3 > 55$$

La hipótesis es correcta y para $L = 500 \text{ mm}$ el diámetro mínimo requerido es,

$$d = 2c = 2(1,43 \text{ mm}) = 2,86 \text{ mm}$$

2.3.2. Cálculo de Esfuerzos.

Contando con un generador de que pesa aproximadamente 500 g ., se pretende montar sobre un tubo de *Aleación de Aluminio 2014 – T6*, con una longitud de 50 cm , de acuerdo a la tabla (2.1).

Entonces, calculando el esfuerzo de compresión máximo en el tubo se considera el peso del generador y el peso del mismo tubo en el punto más bajo, para esto calculamos el peso total del tubo el cual tiene $1,5 \text{ pulgadas}$ diámetro de nominal comercial.

Calculando el área del tubo:

$$A = \pi c^2$$

$$A = \pi(1,905^2) = 11,4 \text{ cm}^2$$

Calculando el volumen del tubo:

$$V = Ah = (11,4 \text{ cm}^2)(50 \text{ cm}) = 570 \text{ cm}^3$$

Si la densidad del *Aluminio 2014 – T6* es de $2,8 \text{ g/cm}^3$, por lo tanto el peso será:

$$W = \rho V = (2,8 \text{ g/cm}^3)(570 \text{ cm}^3) = 1596 \text{ g}$$

Tendremos entonces que el peso total es:

$$W = W_G + W_T = 0,5 \text{ kg} + 1,596 \text{ kg} = 2,096 \text{ kg}$$

Que para efectos de cálculo tomaremos un peso neto de $2,5 \text{ kg}$.

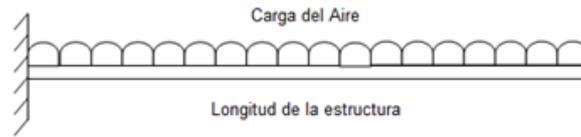


Figura 2.7: Diagrama de viga con carga lineal.

Cálculo de esfuerzo por compresión.

Aplicando la fórmula para calcular el esfuerzo por compresión tenemos:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{2,5kg}{11,4cm^2} = 0,219kg/cm^2$$

Cálculo por esfuerzo cortante.

Para este cálculo consideramos el tubo como una viga en voladizo con una carga uniforme, es decir la presión que ejerce el viento sobre el tubo valor supuesto de $100kg/m^2$. Para este efecto transformaremos la carga superficial en carga lineal, determinando un espesor de contacto promedio de $3cm$.

Entonces la carga superficial se convierte en lineal de la siguiente manera:

$$P = (100kg/m^2)(0,03m) = 3kg/m$$

Cálculo y diagrama de cortantes.

$$V = p_0\chi = (3kg/m)(\ell)$$

$$V_M = (3kg)(0,5m) = 1,5kg$$

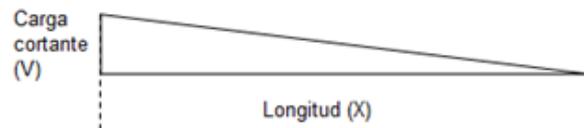


Figura 2.8: Diagrama de esfuerzo cortante.

Entonces el esfuerzo por corte será:

$$\rho = \frac{F}{A} = \frac{1,5kg}{11,4cm^2} = 0,131kg/cm^2$$

Cálculo de esfuerzo por momento flexionante.

$$M = V \frac{\ell}{3} = p_0 \frac{\ell^2}{3}$$

$$M_M = (3kg/m) \left(\frac{(0,5m)^2}{3} \right) = 0,25kg.m = 25kg.cm$$

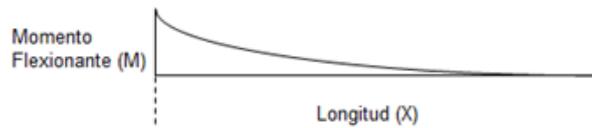


Figura 2.9: Diagrama de esfuerzo por momento flexionante.

$$\sigma = \frac{M}{I/c}$$

Donde I es el momento de inercia y c es la distancia a la fibra que se analiza, se utiliza la distancia máxima que en este caso sería el radio del tubo.

El momento de inercia esta dado por:

$$I = \frac{\pi}{4}(c^4)$$

$$I = \frac{\pi}{4}(1,905^4)$$

$$I = 10,32cm^4$$

Sustituyendo en la ecuación tenemos:

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{25kg.cm}{I/c} = \frac{25kg.cm}{10,32cm^4/1,905cm} = 4,61kg/cm^2$$

Con esto concluimos que el diámetro del tubo es adecuado, comprobando lo dicho en la sección del cálculo del diámetro de la torre.

2.4. Elección de las Palas.

Estructuralmente, las turbinas de viento consisten en un número de subsistemas, basados sobre la definición que comprende el rotor en todas sus partes de cada unidad fuera de la góndola, estos subsistemas son las palas del rotor, la columna y el mecanismo de giro de la pala. La tecnología de las palas del rotor están más asociadas en la ingeniería aeronáutica que en la ingeniería mecánica convencional es por ello que los problemas de diseño de una pala son similares a los de aeronaves para el diseño de superficies que estos requieren. La aplicación de la ingeniería aeronáutica es solamente posible para casos limitados debido a los altos costos que hacen una aplicación casi prohibitiva de esta tecnología. La tecnología proviene principalmente de otros campos como la ingeniería de materiales, en donde se han desarrollado materiales para la construcción como por ejemplo los composites de fibra de vidrio ó, en algún tiempo, los composites de madera que son utilizados en la actualidad fig. (2.10). Anteriormente la turbina de prueba, de nombre *NASA-MOD-0* en Estados Unidos por ejemplo, fueron utilizados para probar una gran cantidad de palas de diferentes rotores y manufacturas y puede decirse que en algunos diseños fueron utilizados los aceros y el aluminio pero sólo para soluciones meramente temporales. Hoy en día los diseños están determinados por el uso de materiales de fibra de composites. En otras palabras, las palas de un rotor son la componente clave para el desarrollo de nuevas investigaciones de sistemas de turbinas de viento completas. Hoy en día las palas son fabricadas exclusivamente por materiales composites y la construcción está determinada por el tamaño y las ganancias en la implementación de otros diseños.

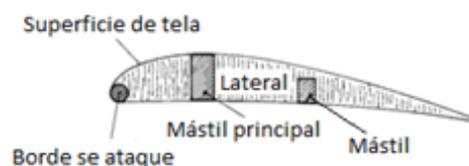


Figura 2.10: Diseño de construcción de una pala de madera alrededor del año 1915.

2.4.1. Materiales para la Construcción de Palas.

En el pasado, la consideración especial para la construcción de palas era el diseño de estas, en la actualidad quien está dando la pauta para la fabricación de estas piezas es el tipo de material con la cual se vayan a construir. Según la ingeniería aeronáutica, los siguientes materiales son considerados los de mayores características adecuadas para su construcción:

- * Aluminio

- * Titanio
- * Acero
- * Materiales compósitos (fibra de vidrio, de carbón y fibras de aramidas)

Las principales características que debe poseer el tipo de material a utilizar son:

- * Peso específico (g/cm^3)
- * Límite de esfuerzos (N/mm^2)
- * Módulo de elasticidad (kN/m^2)
- * Longitud de rompimiento (km)
- * Módulo de elasticidad relacionado con el peso específico ($103km$)
- * Esfuerzo de fatiga admisible después de 107 a 108 ciclos de carga (N/mm^2)

El costo del material, así como el costo de la manufactura y el costo del desarrollo total de la pala son también importantes. El tradicional material para aeronaves es el aluminio ya que contiene características especiales, pero las técnicas de producción comúnmente usadas son muy caras fig. (2.11). El titanio es otro material que también no es idóneo debido al costo que este representa. Las fibras de carbón son muy caras, pero el proce-

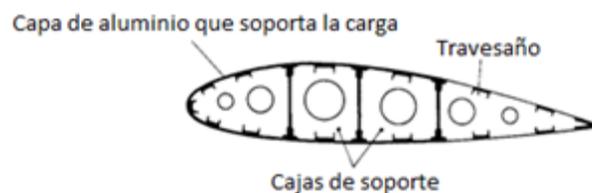


Figura 2.11: Diseño de construcción de una pala de aluminio en el año 1930.

so hecho puede ser más efectivo si son usados métodos de manufactura adecuados. Los materiales compósitos de fibra reforzada pueden, así mismo, ser materiales con un futuro prometedor. Actualmente las fibras de carbón son usadas sólo como una fibra adicional a las fibras de vidrio en palas de rotores grandes. El titanio y las aleaciones de aceros son desechados por razones de costo. La selección es orientada sobre el aluminio, acero, materiales compuestos de fibras de vidrios reforzados (*GFRP*) por sus siglas en inglés, diseño de fibras de carbón mezcladas con fibras de vidrio fig. (2.12), y más recientemente el diseño de materiales compuestos de resinas epoxy y madera. El peso no desempeña un papel importante en la ingeniería aeronáutica, y es por esa razón por la cual una paleta de un rotor puede ser diseñada de forma similar al ala de un avión.

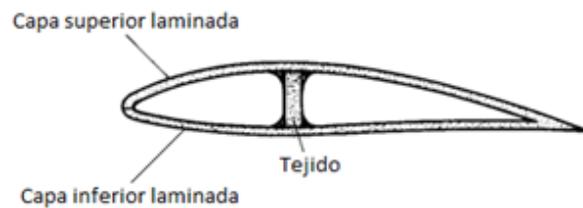


Figura 2.12: Diseño de una pala de materiales compuestos (*GFRP*).

Diseño en Aluminio.

El duraluminio es utilizado en la construcción de aeronaves, ya que es un material con altos esfuerzos y el cual tiene una ventaja del 30% en peso comparado con el acero fig. (2.13). Los buenos esfuerzos de fatiga y la resistencia a la corrosión son otra ventaja importante. Una desventaja decisiva es el costo de producción.

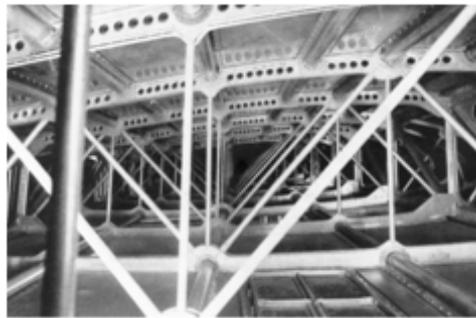


Figura 2.13: Ala de avión diseñado con duraluminio.

Diseño en Acero.

El acero prevaleció en el diseño de palas grandes a comienzos de los 80s. Este tiene grandes valores de rigidez con un rango de fuerza de fatiga de 50 a 60 N/mm^2 . El bajo precio ha hecho de este material un buen precursor en el desarrollo de las turbinas de viento. Sus principales problemas son su baja resistencia a la corrosión y su bajo valor a la ruptura.

Diseño Tradicional de Madera.

Por siglos el diseño de palas de madera para molinos de viento ha sido el material preferido para la construcción. Ahora son utilizados en la construcción de paletas para turbinas de viento pequeñas. Este hecho es bueno, considerando que existen construcciones de molinos

de viento muy antiguos, pero que actualmente las paletas para turbinas de viento son aún más grandes. Los esfuerzos por fatiga son un aspecto indeseable en este tipo de material, lo cual lo hace ineficaz para paletas con una longitud grande. En *Dinamarca*, la turbina experimental *Nibe-B* fue equipada con palas de madera en 1980, fig. (2.14). Este diseño derivó del diseño tradicional del molino de viento. La experiencia ganada con esto fue un muy mal resultado después de realizar las pruebas, ya que sólo pudo girar a velocidades cortas.

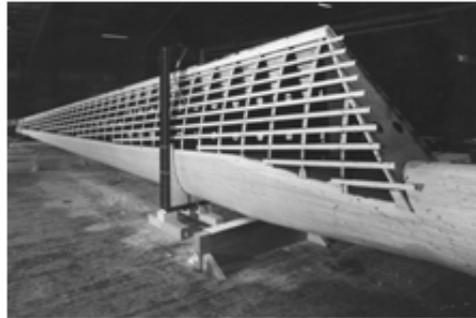


Figura 2.14: Pala del rotor *Nibe-B* realizada con un diseño tradicional en madera.

Palas de Compositos de Fibras Reforzadas.

Los componentes con compositos de fibras reforzadas han sido ampliamente utilizados por décadas. El concepto básico de los compositos de fibras reforzadas consiste en el reforzamiento mediante resinas sintéticas embebidas en fibras los cuales tienen mejores propiedades de esfuerzos que un material básico, como el plástico, que también tiene una estricta demanda. El desarrollo histórico de esta tecnología fue a finales de los años 50s, principalmente en la industria de la aviación y luego también en la ingeniería aeroespacial y en la construcción de vehículos automotores. Principalmente en la ingeniería aeronáutica debido a su bajo peso y altas características de esfuerzos, aunque a principios sus costos eran muy altos. Sus buenas características de dar un acabado especial a las piezas sin necesidad de herramientas caras o métodos complejos ha dado una excepcional ventaja ante la madera y los diseños en acero. El desarrollo de palas de turbinas de viento de materiales de fibras reforzadas tiene dos principales ventajas en su desarrollo. En primer lugar, los requerimientos de fuerza y rigidez fueron muy altos en aviación, y por otro lado, el peso no juega un papel predominante haciéndolo una ventaja como un material barato y en donde su proceso de manufactura se puede adoptar al método de diseño de embarcaciones.

Existen diferentes tipos de materiales compositos, los cuales difieren en características técnicas dependiendo del tipo de material utilizado. En otras palabras, existen varias resinas utilizadas en un cuerpo de material, también llamada matriz. Existen tres mate-

riales de fibras disponibles:

- Fibras de carbón
- Fibras de vidrio
- Fibras orgánicas de aramida (*Kevlar*)

Las fibras están disponibles en una cantidad muy variada de diferentes tipos de calidad. Y esto se ve reflejado en los precios. Aunque las fibras orgánicas *Kevlar* tienen buenas propiedades de esfuerzos, comparado a la fibra de carbón, presenta grandes problemas en el uso en palas de rotores. Por ejemplo, es higroscópico, esto quiere decir que absorben humedad. En otras palabras, el esfuerzo de fatiga no puede ser probado hoy día y es porque ellos no toman en cuenta la consideración de las palas del rotor para un tiempo dado. Las palas de fibra de vidrio son las más utilizadas, debido a sus propiedades de esfuerzos extraordinariamente alta pero su módulo de elasticidad no es muy bueno. La rigidez principal de los componentes hechos de fibra de vidrio no son muy altos el cual es una razón de porqué la fibra de vidrio no pueden usarse en estructuras que contengan palas muy grandes. Las fibras de carbón poseen grandes fuerzas de rompimiento y un muy buen modulo de elasticidad. La rigidez de las fibras de carbón es comparable a la de estructuras de acero, sus propiedades de esfuerzos de fatiga son buenas. Sólo el precio de las fibras de carbón son las que continúan teniendo un precio elevado. Esto es, por que las fibras de carbón son frecuentemente utilizadas en combinación con materiales de fibra de vidrio para áreas las cuales están sujetas a tensión. Las fibras de carbón virtualmente no tienen problemas de corrosión, pero necesita precauciones necesarias cuando es usado como palas de rotor. Considerando aspectos prácticos, la selección de una matriz está restringida por:

- Resinas de polyester
- Resinas epóxicas

Las resinas de poliéster son usadas en la construcción de botes y en campos similares. Son baratos, y en principios este material fue utilizado en las turbinas *Danesas*. Muchas veces es preferible utilizar algo más caro pero que tenga mayor calidad como las resinas epóxicas aunque estas son de uso exclusivo de la construcción de aeronaves.

2.4.2. Conexión de la Pala con el Rotor.

La conexión de la pala con el rotor es una tarea que demanda mucho trabajo en su diseño. Ya que la transferencia de fuerza de un material compuesto de fibra a un material metálico es difícil en principio. Otro problema es que los esfuerzos son concentrados alrededor del área de la base de la pala en donde se conecta con el rotor. Además de los adelantos tecnológicos en las palas de turbinas y en el tipo de estructuras, también existe un avance

en el desarrollo de conexiones que transfieren la fuerza de la pala hacia el rotor. Un decisivo desarrollo en la reducción del peso de la pala del motor y el costo de la manufactura fue la introducción de los llamados pernos cruzados de conexión fig. (2.15) y (2.16). Este diseño fue a principios comúnmente utilizado por los rotores de los helicópteros para una larga vida de uso.

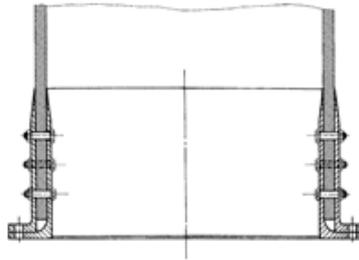


Figura 2.15: Bridas de acero duales utilizadas a principios para las palas de los rotores.



Figura 2.16: Conexión de una pala con pernos cruzados.

Las bridas de afianzado o mangas fueron creadas a principios por la empresa *Vestas*. Las cuales son utilizadas para turbinas extremadamente grandes, este consiste en una base de *aluminio* que va empotrado o dentro de la estructura de la pala del rotor fig. (2.17) y (2.18). Otra variante desarrollada para la sujeción de palas fue diseñada por *LM*, la cual es afianzada dentro de una manga metálica por pernos roscados, de forma similar a las palas afianzadas por mangas, la superficie de estas tienen la forma de la pieza a donde se van a conectar fig. (2.19).

2.4.3. Selección del Diseño de la Pala.

Es inevitable la comparación de los diferentes tipos de diseño de palas para encontrar la que es la mejor. Son varios los aspectos que se deben considerar en la selección del tipo de

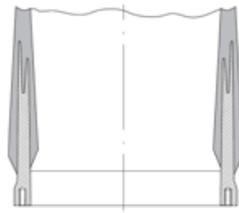


Figura 2.17: Bridas de aluminio empotradas de las palas de un rotor *Vestas V39*.

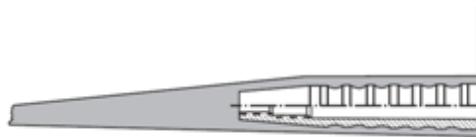


Figura 2.18: Estructura de manga empotrada dentro de una pala para conectar con el rotor.



Figura 2.19: Conexión de la pala de un rotor con la estructura de un *Vestas V39*.

pala que se va a utilizar. La experiencia ganada a lo largo de estos años, nos dice que el costo de producción, los riesgos del desarrollo y la disponibilidad de la maquinaria son un conjunto de conceptos en los cuales una turbina de viento debe de basarse para generar algún diseño. Aparte del material y el diseño, la influencia de un diseño aerodinámico del rotor, el método de control, la rigidez de las palas y el diseño de la estructura no deben de ser ignoradas en comparación con el peso. Los rotores de tres palas con un bajo diseño, su radio de velocidad debe ser más amplio y las palas del rotor tienen más potencia que uno de dos palas. En el caso de un rotor de dos palas, la estructura juega un papel importante. La selección del material recae sobre la masa específica de este y esto determina que tan pesado estará la pala una vez construida además de sus propiedades mecánicas. Las palas resistentes difieren de las palas ligeras en su radio y las fuerzas aerodinámicas. Con todo este análisis podemos escoger el diseño de nuestra pala, teniendo en cuenta la tecnología existente y el costo del proceso.

Número de Palas.

El número de palas es la principal característica de un rotor lo cual es objeto de frecuentes discusiones. La potencia de un rotor puede ser calculada sin necesidad de saber el número de palas, por lo que podemos decir que la influencia es pequeña. Los rotores con un pequeño número de palas giran más rápido y de esta manera compensan su desventaja en su pequeña área de las palas. En la figura (2.20) se muestra la influencia del número de palas sobre el coeficiente de potencia del rotor. El reducido incremento del coeficiente de potencia con el incremento del número de palas del rotor puede ser claramente visto. Mientras la potencia de incremento en un rotor que va de una a dos palas es de un considerable 10%, la diferencia de dos a tres palas es de sólo 3 a 4%. La cuarta pala sólo produce un incremento de potencia de 1 a 2%. En teoría, el coeficiente de potencia continúa incrementándose con el número de palas. Los rotores con un número grande de palas, por ejemplo la turbina de aire *Americana*, que sin embargo presenta un decremento en su coeficiente de potencia. Cuando un rotor sólido es muy alto, las condiciones de flujo aerodinámico vienen a ser más complicados (flujo en cascada), y no pueden ser descritos por un modelo teórico. La variación de la curva C_{pr} como función de la velocidad del radio λ , también muestra un rango dentro del cual el radio de velocidad óptima para rotores con diferentes números de palas tiende a caer.

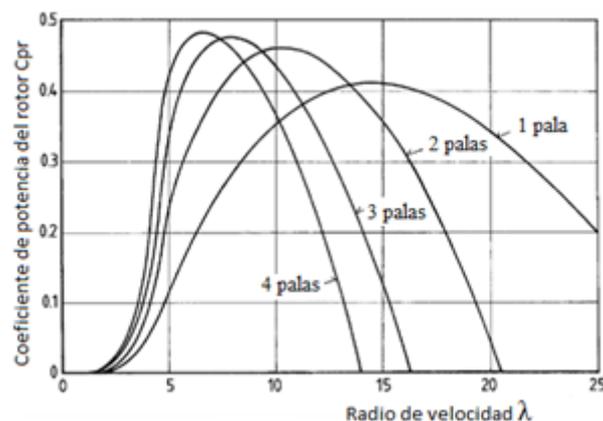


Figura 2.20: Influencia del número de palas sobre el coeficiente de potencia de un rotor y la velocidad óptima del radio.

Mientras en un rotor de tres palas, su funcionamiento óptimo es con un diseño de su velocidad de radio entre 7 y 8, un rotor de dos palas tiene un rango máximo del valor C_{pr} con un valor de radio aproximadamente de 10. El radio de velocidad óptimo para un rotor de una pala es de alrededor de 15. El radio de velocidad óptimo es ligeramente dependiente de la selección del plano aerodinámico. Observando la dependencia de los coeficientes de potencia con respecto al número de palas de un rotor, por ejemplo, dos o tres palas, estas son la solución preferida para las turbinas de viento. Como regla general,

una posible ganancia en potencia y energía de un poco porcentaje no es suficiente justificación para el costo de una pala adicional. La simetría aerodinámica que existe entre un rotor de tres palas con uno de dos o un rotor de pala única están muy marcadas. Las altas cargas dinámicas causadas por una asimetría aerodinámica requieren una complejidad adicional en sus otros componentes de la turbina de viento. Además los rotores con un alto radio de velocidad, por ejemplo de dos palas o de pala única, causan una emisión de ruido el cual es inaceptable en muchos lugares. También el aspecto visual de un rotor de dos palas o de pala única tiende a verse más alborotado que un rotor de tres palas. Todo esto ha hecho que los rotores de tres palas lleven la delantera teniendo sistemas completamente estabilizados hoy en día en turbinas comerciales. Las turbinas de viento siguen incrementándose, y su campo de aplicación se sigue extendiendo. La selección del número de palas no sólo depende de sus diferencias de potencias aerodinámicas, también dependerá, bajo que sistemas estará trabajando la turbina.

Forma Óptima de la Pala de un rotor.

La potencia mecánica capturada por el rotor desde el viento, es influenciado por la forma geométrica de las palas del rotor. La determinación óptima de la forma aerodinámica de la pala, o la mejor aproximación posible de esta, es una de las tareas del diseñador. Aplicando la teoría del *Momento de Betz*, se puede obtener una forma teórica de la pala del rotor. Un criterio crucial en este cálculo es demandado por el radio de cada rotor, la velocidad del viento en el plano del rotor es reducido a dos terceras partes de su valor sin disturbio. Este requerimiento puede ser conocido si el producto del coeficiente local de empuje y la acorde fuerza local sigue un curso hiperbólico sobre el radio de la pala. El coeficiente de empuje tiene que derivarse de las curvas polares del plano aerodinámico seleccionado y también por el ángulo de ataque. Por ejemplo, el ángulo entre dos puntos de la pala y de su ángulo de torsión. En otras palabras, la distribución aerodinámica óptima acorde y la torsión de la pala del rotor dependen de la selección de un particular coeficiente de empuje. Como regla general, este coeficiente de empuje será seleccionado de manera similar al diseño del radio de velocidad del rotor, la pala es operada con el mejor empuje posible. Con un plano aerodinámico estándar, el ángulo correspondiente de ataque es de algunos grados por debajo del máximo coeficiente de empuje. Así provee un suficiente margen con respecto al flujo de separación. Como primera aproximación, el diseño del coeficiente de empuje puede ser asumido de entre 0,9 y 1,1. Como resultado, la característica de potencia del rotor tendrá un máximo valor de C_{pr} al seleccionar el diseño de radio de velocidad. Con ciertas simplificaciones, principalmente sin tomar en cuenta el arrastre en el plano aerodinámico y las pérdidas por remolinos, una fórmula matemática la cual puede ser analíticamente resuelta, puede ser derivada por un óptimo acorde aerodinámico de distribución sobre la longitud de la pala.

$$t_{opt} = \frac{2\pi r}{z} \frac{8}{9C_L} \frac{v_{WD}}{\lambda v_r}$$

En donde:

$$\begin{aligned}
 t_{opt} &= \text{Longitud optima de la pala (m)} \\
 v_{WD} &= \text{Velocidad del viento (m/s)} \\
 v_r &= \sqrt{V_w^2 + U^2} \text{ flujo de velocidad efectivo (m/s)} \\
 \lambda &= \text{Radio de velocidad(m}^2\text{)} \\
 c_L &= \text{Coeficiente local de empuje(---)} \\
 r &= \text{Longitud de la pala(m)} \\
 z &= \text{Numero de palas del rotor(n)}
 \end{aligned}$$

Esta fórmula provee un útil resultado para un cálculo aproximado del perfil de la pala. La óptima longitud acorde a la distribución es una función hiperbólica del tamaño de la pala o del radio del rotor, respectivamente. La fig. (2.21), muestra la actual forma de las palas de un rotor a diferentes radios de velocidad, para diseños de rotor de 1, 2, 3 y 4 palas. Puede verse inmediatamente que las palas del rotor de tres o cuatro palas son extremadamente delgadas cuando el diseño del radio de velocidad son grandes ($\lambda = 15$). Esto es, por consiguiente, un mandato para rotores de alta velocidad que sólo tienen un número pequeño de palas. Una de las razones para la construcción de rotores de una sola pala es que así es posible conseguir rotores de alta velocidad con palas con un aspecto de radio considerable. El perfil hiperbólico óptimo de la forma presenta naturalmente desventajas con respecto a su manufactura. Desde el punto de vista de la manufactura *costo-efectivo*, este deberá ser una línea recta. La fig. (2.22) muestra la magnitud de la pérdida de potencia que sufre mercedamente por la desviación aerodinámicamente de la forma óptima. El máximo coeficiente de potencia está sólo ligeramente por debajo de la óptima forma delimitada hiperbólicamente. La forma óptima indicada en la fig. (2.23) constituye las bases de referencia para esta comparación y el de los siguientes diagramas, mostrando la influencia de los parámetros de diseño aerodinámico sobre el coeficiente de potencia del rotor. Este está siendo diseñado para un rotor de dos palas con un diseño de radio de 10. Sobre las bases de la óptima forma aerodinámica, un “trapezoide delimitado aerodinámicamente” fue seleccionado como la forma básica (fig. 2.24). Para una caracterización de la forma geométrica de la pala del rotor, algunos parámetros son bien conocidos, ya que han sido introducidos por la tecnología aeronáutica, los cuales son definidos como sigue:

$$\begin{aligned}
 \text{Rotor} &= \frac{\text{Area total de la forma plana de la pala}}{\text{Area de barrido del rotor}} \\
 \text{Característica del radio} &= \frac{\text{Radio del rotor}}{\text{Area de la forma plana de la pala}} \\
 \text{Chaflane} &= \frac{\text{Longitud acorde a la plana anclada}}{\text{Longitud acorde al centro de la pala}}
 \end{aligned}$$

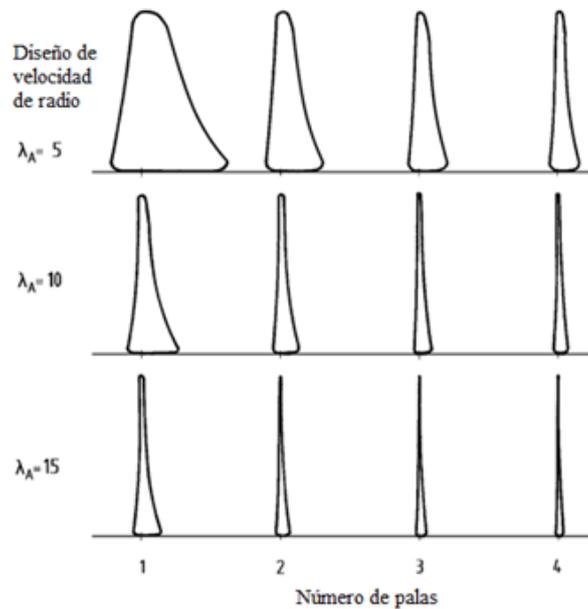


Figura 2.21: Forma de las palas de un rotor aerodinámicamente óptimas para diferentes diseños de radios de velocidades y número de palas del rotor, calculadas para un plano aerodinámico *NACA 4415* y un diseño de coeficiente de empuje $CLD = 1,1$.

Un problema con estas definiciones está en cómo determinar precisamente el área de la forma plana de la pala y la longitud acorde a la parte fijada y con respecto al centro de la pala. Una cosa que se puede hacer para esto es determinar vagamente el área de la pala “efectiva aerodinámicamente” o longitud acorde. La parte de la pala cercana a la estructura es de poca importancia para la generación de potencia. Aquí, los aspectos aerodinámicos, pueden ser además puestos a favor de grandes fuerzas o una gran simplicidad en la manufactura. Esto aplica primeramente al grosor del plano aerodinámico, proveyendo una construcción más fuerte y rígida adelante con un peso mínimo.

Sin embargo, la poca contribución del área cercana al rotor de generación de potencia no indica que haya un error o una idea equivocada, en cuanto a su peso o costo, esta parte de la pala puede ser omitida con o sin consecuencias considerables en la generación de potencia. La fig. (2.24) muestra la influencia sobre el coeficiente de potencia cuando diferentes secciones de la pala son omitidas. El área de afuera de la pala es de gran importancia para el funcionamiento del rotor, desde un punto de vista aerodinámico. Una distribución de la longitud adecuada de la sección de afuera de la pala puede conseguirse para mantener una forma óptima teóricamente. Fig. (2.25). Análogamente la forma arqueada de las alas de los aeroplanos inducen vórtices y así generan un arrastre aerodinámico, que, acorde a recientes investigaciones la potencia puede ser más marcada. Además, la forma arqueada tiene algunas influencias en la emisión de ruido del rotor. Los resultados hechos recientemente en túneles de viento no han sido confirmados en experimentos con rotores que

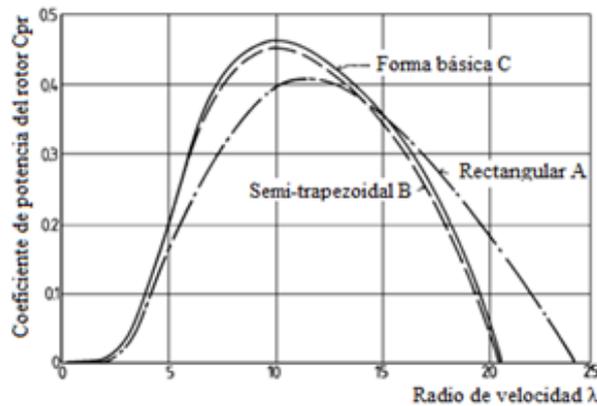


Figura 2.22: Influencia de las diferentes formas de la pala sobre el coeficiente de potencia del rotor calculado para un rotor de dos palas.

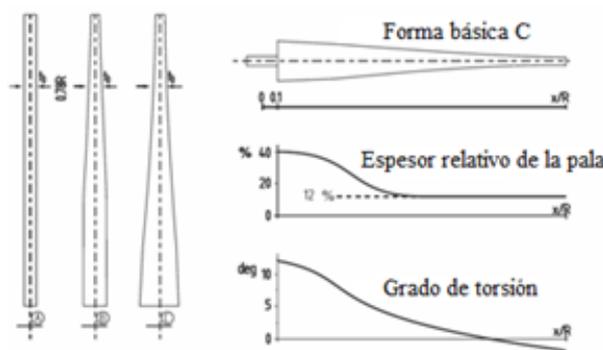


Figura 2.23: Forma plana de la pala de un rotor: Forma básica calculada para un rotor de dos palas, $CLD = 1,0$.

estén dispuestos en una atmosfera libre. Aparentemente, la eficiencia de las veletas son grandemente reducidas por vientos turbulentos e inestables en la atmosfera. Sin embargo, estas veletas son utilizadas en algunas turbinas fig. (2.26).

2.5. Análisis de Esfuerzos en la Pala.

Supondremos un peso del alabe de 50g, se determinará la dimensión de la base, la longitud del alabe se estima en 20 cm, se utilizaran los siguientes datos de la fibra de vidrio y resina epóxica para este procedimiento. [8]

Cuadro 2.2: Propiedades de algunos materiales para la construcción de palas.

Material	Peso Específico γ g/cm^3	Resistencia Última σ_B N/mm^2	Módulo de Elasticidad E kN/mm^2	Fuerza Específica de Rompimiento σ_B/γ km	Módulo Específico de Elasticidad E/γ $10^3 km$	Resistencia a la Fatiga $\pm\sigma_A$ $10^7 N/mm^2$
<i>Acero St 52</i>	7,85	520	210	6,6	2,7	60
<i>Acero Aleado 1,7735,4</i>	7,85	680	210	8,7	2,7	70
<i>Aluminio AlZnMgCu</i>	2,7	480	70	18	2,6	40
<i>Aluminio AlMg5 (Soldable)</i>	2,7	236	70	8,7	2,6	20
<i>Aleacion de Titanio 3,7164,1</i>	4,5	900	110	20	2,4	
<i>Fibra de Vidrio/Resina Epoxica*</i>	1,7	420	15	24,7	0,9	35
<i>Fibra de Carbon/Resina Epoxica*</i>	1,4	550	44	39	3,1	100
<i>Fibra de Aramididas Resina Epoxica*</i>	1,25	450	24	36	1,9	
<i>Madera (Abeto Sitka)</i>	0,38	Aprox. 65	Aprox. 8	Aprox. 17	Aprox. 2,1	Aprox. 20
<i>Madera/Epoxicos*</i>	0,58	Aprox. 75	Aprox. 11	Aprox. 13	Aprox. 1,9	Aprox. 35

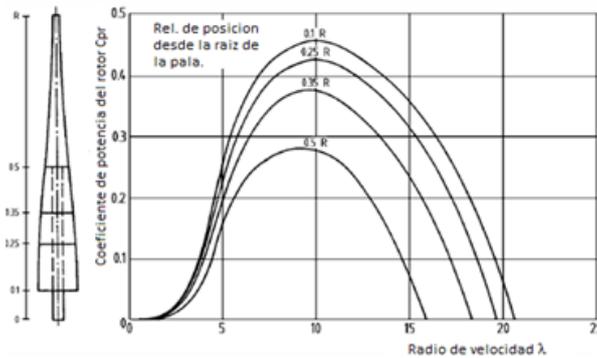


Figura 2.24: Influencia de omitir secciones de áreas de la pala cercanas a la estructura sobre el coeficiente de potencia del rotor.

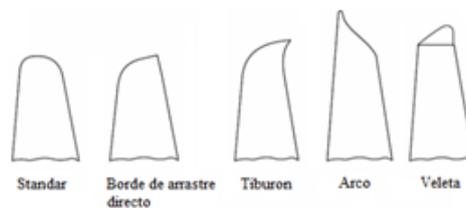


Figura 2.25: Forma de la pala del rotor y su veleta.



Figura 2.26: Veleta de extensión sobre una pala de una turbina de viento *Enercon E – 66*.

1

2.5.1. Cálculo por Esfuerzo Cortante.

Para este cálculo consideramos el alabe como una viga en voladizo con carga en dos direcciones horizontal y vertical cuando está en movimiento ascendente que es el momento

¹*EP – matriz40vol. %

crítico, se consideró una carga uniforme del viento, es decir la presión que ejerce el viento sobre el alabe valor supuesto de $100kg/m^2$.

Se propuso una forma triangular del alabe por lo tanto para calcular la carga se debe calcular el área del triángulo. Para efectos de diseño se considerará un rectángulo con

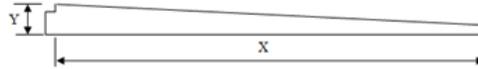


Figura 2.27: Dimensiones de la pala del aerogenerador.

dimensiones X y Y .

Transformaremos la carga superficial en carga lineal, determinando un espesor de contacto promedio de $3cm$.

Entonces la carga superficial se convierte en lineal de la siguiente manera:

$$P = (100kg/m^2)(0,03m) = 3kg/m$$

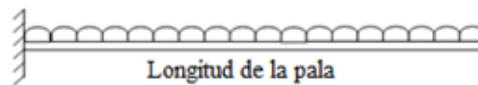


Figura 2.28: Carga lineal sobre la viga que representa a él álabe.

2.5.2. Cálculo y Diagrama de Cortantes.

$$V = p_0x = (3kg/m)(\ell)$$

$$V_M = (3kg)(0,2m) = 0,6kg$$

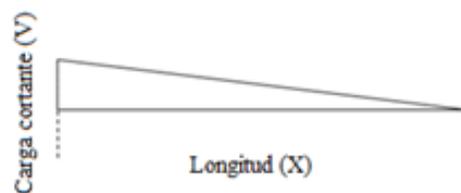


Figura 2.29: Diagrama de cortante para el álabe.

El área transversal cambia en cada sección, por lo tanto sólo se calculará en la sección crítica que es donde se concentra el esfuerzo.

El área máxima será,

$$A = bh$$

$$A = (3cm)(0,5cm) = 1,5cm^2$$

Entonces el esfuerzo por corte será:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{0,6kg}{1,5cm^2} = 0,4kg/cm^2$$

Considerando una menor área calculamos el esfuerzo por corte,

$$A = (2cm)(0,5cm) = 1cm^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{0,6kg}{1cm^2} = 0,6kg/cm^2$$

2.5.3. Cálculo de Esfuerzo por Momento Flexionante.

$$M = V \frac{\ell}{3} = \rho_0 \frac{\ell^2}{3}$$

$$M_M = (0,6kg) \left(\frac{(0,2m)^2}{3} \right) = 0,04kg.m = 4kg.cm$$

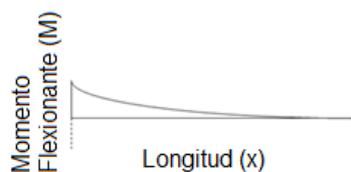


Figura 2.30: Diagrama de esfuerzo por momento flexionante.

$$\sigma = \frac{M}{I/c}$$

Si el área transversal es rectangular, el momento de inercia es:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(0,5cm)(3cm)^3}{12} = 1,125cm^4$$

$$c = \frac{h}{2} = \frac{3cm}{2} = 1,5cm$$

Donde I es el momento de inercia y c es la distancia a la fibra que se analiza, se utiliza la distancia máxima que en este caso sería el radio del tubo.

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{4kg.cm}{I/c} = \frac{4kg.cm}{1,125cm^4/1,5cm} = 5,333kg/cm^2$$

Con esto se concluye que las dimensiones del alabe son adecuadas para soportar los esfuerzos.

2.5.4. Cálculo por esfuerzo cortante producido por el peso del alabe de 50g, concentrado en un punto a un tercio del alabe.

Entonces la carga se representa de la siguiente forma:

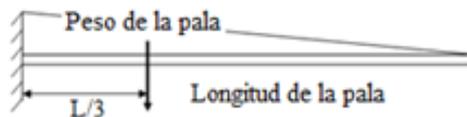


Figura 2.31: Diagrama de esfuerzo cortante producido por el peso de la pala.

Cálculo y Diagramas de Cortantes.

$$V_M = \left(\frac{W}{A_T}\right)(A) = 50g$$

Entonces el esfuerzo por corte será:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{0,05kg}{(0,5cm)(3cm)} = 0,03kg/cm^2$$

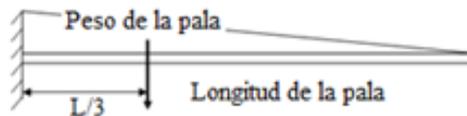


Figura 2.32: Diagrama de esfuerzo por corte.

Cálculo de Esfuerzo por Momento Flexionante.

$$M = (0,05kg)\left(\frac{20cm}{3}\right) = 0,33kg.cm$$

Donde I es el momento de inercia y c es la distancia a la fibra que se analiza, se utiliza la distancia máxima que en este caso sería el radio del tubo.

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{0,33kg.cm}{I/c} = \frac{0,33kg.cm}{1,125cm^4/0,25cm} = 0,0733kg/cm^2$$

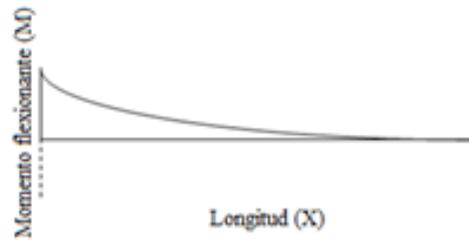


Figura 2.33: Diagrama de esfuerzo por momento flexionante.

2.6. Análisis de Esfuerzos en la Flecha.

Las principales especificaciones que deben cumplir en el diseño de un eje de transmisión son la potencia que se va a transmitir y la velocidad de rotación del eje. Tenemos un eje cilíndrico sólido en nuestro aerogenerador con una longitud de 5 cm y un diámetro de 3 mm, hallaremos el mayor torque que puede aplicársele si tenemos un esfuerzo cortante que no debe pasar de 10 MPa y obtendremos el valor mínimo correspondiente del esfuerzo cortante.

2.6.1. Momento Polar de Inercia.

Sabemos por fórmula que el momento polar de inercia es:

$$J = \frac{1}{2}\pi c^4$$

Entonces sustituimos valores y obtenemos lo siguiente:

$$J = \frac{1}{2}\pi(1,5 \times 10^{-3} m)^4$$

$$J = 7,94 \times 10^{-12} m^4$$

2.6.2. Torque Máximo Admisible.

Este es el torque T para el cual $\tau_{max} = 10$ MPa, por fórmula sabemos que el torque máximo es igual a:

$$T = \frac{J\tau_{max}}{c}$$

Ahora bien, sustituyendo los valores de J y τ_{max} se tiene:

$$T = \frac{(7,94 \times 10^{-12} m^4)(10 \times 10^6 MPa)}{1,5 \times 10^{-3} m}$$

$$T = \frac{7,94 \times 10^{-5}}{1,5 \times 10^{-3} m}$$

Por lo tanto el máximo torque que puede permitir el eje es de:

$$T = 52 N.m$$

2.6.3. Esfuerzo Cortante Mínimo.

El valor mínimo del esfuerzo cortante ocurre en la superficie interior del eje, y está dado por:

$$\tau_{min} = CT_{max} = (1,5 \times 10^{-3} m)(10 MPa) = 15 KPa$$

2.7. Diseño del Aerogenerador.

Durante el diseño de la pala, se trabajó con el *software Rhinos*, el cual es un software especializado en el diseño de palas de aerogeneradores. A continuación se presenta una breve descripción del diseño de la pala en este software.

Primero cargamos el perfil *NACA2410*, seleccionándolo y dando clic en *Upload* y después dando clic en *solve* fig. (2.34), esto nos generara las dimensiones que necesitaremos después.

Necesitamos ahora abrir el *Software Rhinos* y cargamos el perfil que hemos escogido en este caso *NACA2410*, para esto damos clic en [file-import] y buscamos el archivo *NACA2410.txt* al importar este archivo tenemos la fig. (2.35). Ahora procedemos a unir con una línea los puntos de nuestro perfil, para esto damos clic en [Curve-Free-Form-Fit To Points] y vamos seleccionando uno a uno los puntos de manera tal que cerremos el perfil, cuando terminamos damos *enter* y verificamos que en la línea de comandos esté en *yes* la opción cerrar (*Closed=Yes*) así obtendremos lo siguiente:

Como podemos observar el perfil está muy pequeño, esto es porque mide un milímetro, ahora lo que necesitamos hacer es hacerlo más grande, antes de esto debemos borrar los puntos, ya que no nos son útiles ahora, esto lo hacemos dando clic en cualquier otra parte de la pantalla y después seleccionando los puntos, dando clic en uno solo de ellos podemos observar que se seleccionan todos, después de seleccionarlos solo presionamos la tecla suprimir.

Ahora para escalar el perfil primero seleccionamos el perfil y hacemos un zoom en su

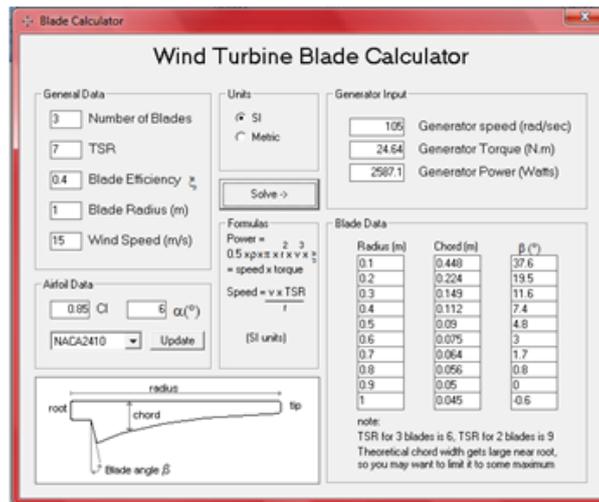


Figura 2.34: Perfil *NACA2410*.

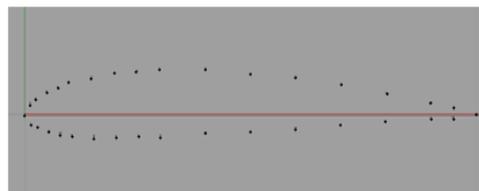


Figura 2.35: Figura creada al importar datos del perfil.

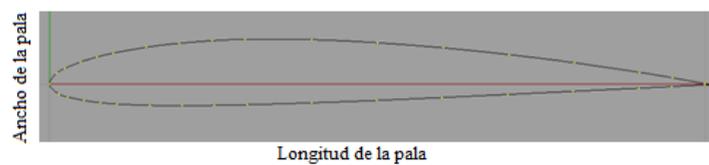


Figura 2.36: Perfil con puntos unidos por líneas.

origen:

Haciendo una serie de pasos previamente se obtiene el resultado final que hemos estado buscando, el cual se ve de la siguiente forma:



Figura 2.37: Estableciendo zoom en el origen de la pala.

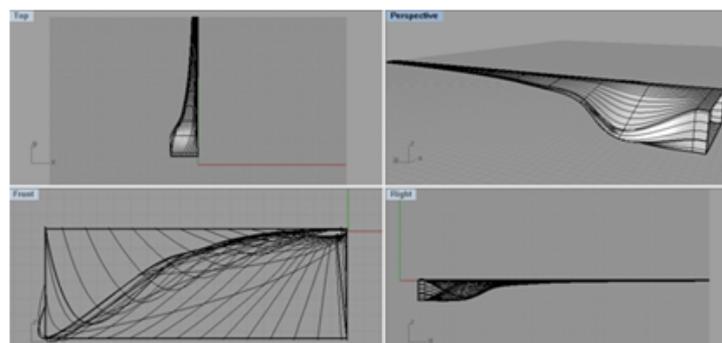


Figura 2.38: Forma final de la pala.

Capítulo 3

Modelado Matemático de la Turbina de Viento.

3.1. Introducción.

Como resultado del incremento en la conciencia del medio ambiente, el impacto al medio ambiente con la generación de electricidad por métodos convencionales ha sido minimizado y ha hecho esfuerzos por generar energías renovables. Una forma de generación de electricidad con energías renovables es el uso de turbinas de viento que convierten la energía contenida en un flujo de aire en electricidad. Hasta el momento, la cantidad de energía generada con el viento integradas a una red eléctrica y que a la vez alimenta un sistema de potencia solamente cubre una pequeña parte del total de la carga del sistema. Sin embargo, la tendencia a incrementar la cantidad de electricidad generada por el viento se puede observar hoy día. Por lo tanto, la introducción de las turbinas de viento en sistemas de potencia eléctrica se incrementará y comenzará una influencia sobre todos los sistemas de potencia existentes.

Investigaciones recientes han tratado de mejorar el total de la potencia. El modelo dinámico de una turbina de viento juega un papel importante en el control de estos sistemas, y a la vez el control juega también un papel importante en el esfuerzo de aprovechar la potencia total de una turbina de viento. Sin embargo, estos sistemas de control sólo pueden funcionar si se tiene acceso a información precisa sobre el desempeño de una turbina de viento en tiempo real.

Algunos autores han propuesto el modelo dinámico del comportamiento de una turbina de viento. Los artículos tratan el control de un aerogenerador de velocidad variable, en un contexto lineal, esta formulación reciente es una técnica de ganancia clásica. En [17] el modelado de una turbina de viento para un estudio del sistema de potencia es investigado. Un modelo de un aerogenerador para la captura de energía y una simulación alternada con condiciones de calma [4]. En [5] un modelo dinámico ha sido derivado, el cual puede

ser usado para simular un doble campo de inducción de un generador de un aerogenerador utilizan una jaula o doble jaula en representación del rotor del generador. Las investigaciones arriba mencionadas son muy interesantes, pero la mayoría de los modelos son complejos por que las investigaciones tienen muchas ecuaciones, y las ecuaciones son similares en casi todas las publicaciones. El modelo presentado en esta tesis es simple comparado con los otros porque este sólo considera la dinámica del aerogenerador y no la dinámica relacionada con el aire ni con la potencia. Además, el modelo presentado en esta tesis es completamente diferente al modelo usado por las investigaciones arriba mencionadas, este está basado en el método de *Euler Lagrange* y en las *Leyes de Voltaje de Kirchhoff* [9] [2]. El modelo obtenido es comparado con un prototipo propuesto en experimentaciones. El prototipo propuesto es un aerogenerador de tres palas de tipo barlovento.

3.2. El Sistema de una Turbina de Viento.

Una turbina de viento es un generador movido por la acción del viento, mejorando cuando la energía del viento toma una mejor posición en las palas, de hecho la energía cinética del aire en movimiento, mueve las hélices y, a través de un sistema mecánico de engranes, hace girar el rotor de un aerogenerador, normalmente en tres fases.

Este sistema de conversión de energía, en este caso es un sistema que convierte la energía del viento hecha, en tres principales partes: (1) Rotor, ese giro de energía cinética del viento a un movimiento rotatorio aplicado sobre una flecha principal del sistema, (2) Un sistema de transmisión, el cual conecta el sistema mecánico de rotación llevándolo a un tipo de aplicación, tenemos que la aplicación para cada caso es diferente, esto es, si el sistema es aplicado para el bombeo de agua denominado bombas de agua, si esa aplicación maneja alguna parte mecánica se denomina moto de viento, pero si este es un generador eléctrico, se denominan turbinas de viento. Las turbinas de viento pueden trabajar de forma aislada o en grupo, en un parque eólico o en plantas generadores de aire, distanciadas de otras, basadas sobre el impacto medioambiental y de las turbulencias generadas por las palas.

3.3. Aerogeneradores con Disposición a *Barlovento*.

El aerogenerador de tipo *barlovento* tiene el rotor o hélice de cara al viento, de esta manera, el rotor está en frente de la torre. La principal ventaja de este tipo de máquinas es que evita la influencia de la sombra aerodinámica de la torre. Esta clase de aerogenerador es mostrado en la figura (3.2). La palabra "*Barlovento*" es un adjetivo calificativo, que proviene del masculino y cuyo significado es "*Parte de donde viene el viento, con respecto a un punto o lugar determinado*" [14]. Esta es la configuración más utilizada para el diseño y construcción de un aerogenerador. No obstante, aunque menor extendida que una configuración a *sotavento*, existen disturbios el cual se da de forma merecida a la

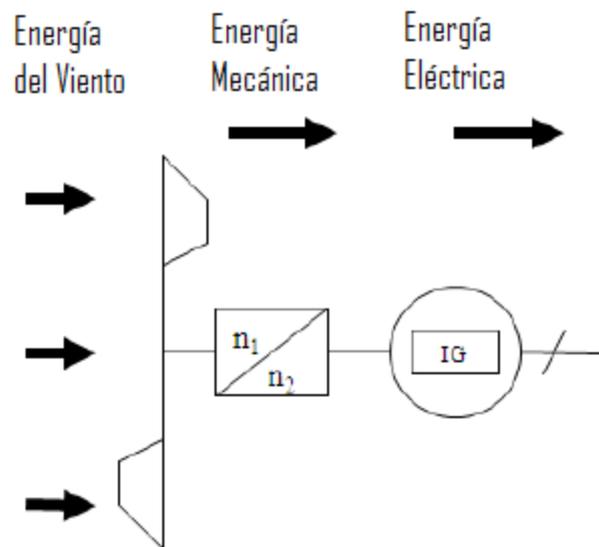


Figura 3.1: Diagrama de bloques de un aerogenerador.

porción de área del rotor con las caras de la torre. Induciendo también una variación del parámetro normal de la variación de presión a lo largo de las líneas de flujo que cruzan este sector. Esto es porque las líneas de flujo comienzan a curvarse antes de llegar a la torre incluso si la superficie es cilíndrica o perfectamente lisa. Ahí está una falla cuandoquiera que el rotor esté cerca de la torre.

Este tipo de rotor sensible requiere un sistema para la dirección del rotor en orden a mantener la cara al viento. Tales sistemas pueden ser activos o pasivos. Un sistema con dirección activa necesitan utilizar sensores motorizados de dirección y este sistema guía el rotor automáticamente a la dirección del viento. Un sistema de dirección pasiva en este tipo de rotores están en función a la estabilización.

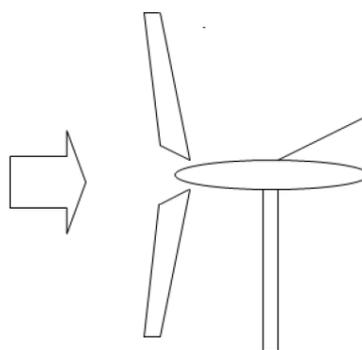


Figura 3.2: Aerogenerador con Disposición a *Barlovento*.

3.4. Aerogeneradores con Disposición a *Sotavento*.

Los sistemas a sotavento tienen una ventaja fundamental, estos no requieren ningún tipo de dirección, el rotor está diseñado apropiadamente y la góndola de tal forma que esto causa que el sistema siga de forma pasiva la dirección del viento. La palabra "*Sotavento*" es un adjetivo calificativo, que proviene del masculino y cuyo significado es "*La parte opuesta a aquella de donde viene el viento con respecto a un punto o lugar determinado.*" [14]. Este tipo de aerogenerador se muestra en la figura (3.3).

Una importante ventaja adicional, es que este tipo de aerogeneradores están en la posibilidad de utilizar material para las palas mucho más flexibles considerando un arreglo máximo permisible. Previamente, lo expresado está basado en: primero, por el decremento del peso lo que implica palas menos rígidas; segundo, de esta forma aligera la carga dinámica principalmente del sistema que está con vientos a altas velocidades, por ejemplo en una explosión, las palas se pueden curvar dañando la torre y toda la estructura.

La principal desventaja de este tipo de turbina es la fluctuación de la potencia del viento que produce un decremento en el torque cuando el rotor está en la parte de atrás, esto es, en la sombra de la torre. El término sombra de la torre es descrito como la redirección del viento a la estructura de la torre.

Para turbinas de tres palas, los bastantes y muy comunes disturbios de potencia o pulsaciones periódicas en el cual ocurren es conocido como frecuencia $3p$. Esto es, tres veces la frecuencia de un rotor o de la misma frecuencia el cual las palas pasan a través de la torre, esto es objeto de estudio por muchos investigadores.

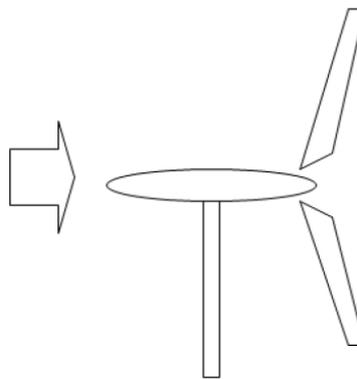


Figura 3.3: Aerogenerador con Disposición a *Sotavento*.

3.5. Modelado de la Turbina de Viento de Tres Palas.

La generación de energía a través de turbinas de viento en el mundo, se realiza implementando turbinas de tres palas como la descrita en la figura (3.2). Este diseño presenta una mejor estabilidad aerodinámica y de seguridad en su operación. Por consiguiente, en primer término se realiza el modelo matemático y simulación de este tipo de turbinas. Sin tomar en consideración condiciones estructurales o de vibración.

Para desarrollar el modelado de la turbina de tres palas, se consideran las etapas de conversión de energía en orden natural, desde la energía cinética del viento y después a energía mecánica y finalmente a energía eléctrica como lo muestra el diagrama de bloques de la figura (3.1). Considerando al viento sobre las palas incidiendo de forma lateral y utilizando el método de *Euler Lagrange* para obtener el modelo que representa la transformación de la energía mecánica a energía eléctrica, para este caso la figura (3.4) es considerada:

1

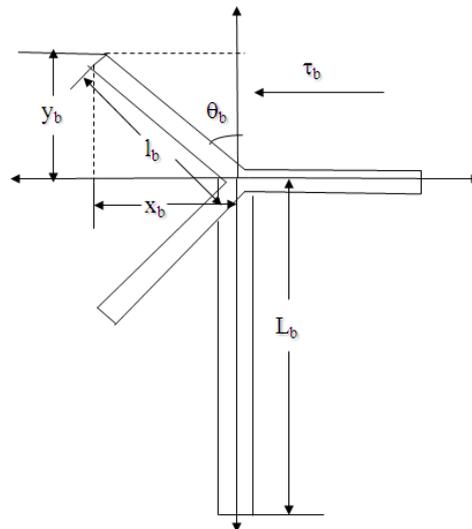


Figura 3.4: Turbina de viento de tres palas.

¹La posición a partir del cual se obtiene θ_b , está relacionado directamente con la posición en la cual se aplica la energía del viento, esta posición fué obtenida a partir de que la mejor ráfaga de aire está dada en la parte superior del aerogenerador. [8].

De la figura (3.4) obtenemos,

$$x_b = -l_b \sin(\theta_b) \quad (3.1a)$$

$$y_b = l_b \cos(\theta_b) \quad (3.1b)$$

En donde θ_b es la posición angular de la pala en radianes, l_b es la longitud de la pala en m . Entonces, la energía cinética K_b y el potencial V_b están dados por:

$$K_b = \frac{1}{2} m_b v_b^2 = \frac{1}{2} m_b l_b^2 \dot{\theta}_b^2 \quad (3.2)$$

$$V_b = L_b + m_b g y_b = L_b + m_b g l_b \cos(\theta_b) \quad (3.3)$$

En donde m_b es la masa dada en Kg, g es la aceleración de la gravedad en m/s^2 , L_b es la constante de longitud de la torre en m . El torque total τ_T está dado como:

$$\tau_T = \tau_{b1} - k_b \theta_b - b_b \dot{\theta}_b \quad (3.4)$$

2

En donde τ_b es el torque aplicado al mover la pala en Kg $m^2 rad/s^2$, k_b es un efecto de resorte que se presenta cuando la pala está cerca de parar su movimiento en Kg m^2/s^2 , b_b es el amortiguamiento y está dado en Kg $m^2 rad/s$.

3

Entonces usando el método de *Euler Lagranje* da la siguiente ecuación,

$$m_b l_b^2 \ddot{\theta}_b + b_b \dot{\theta}_b + k_b \theta_b - m_b g l_b \sin(\theta_b) = \tau_{b1} \quad (3.5)$$

Para las palas 2 y 3, están consideradas en θ_b y están relacionadas con θ_{b2} y θ_{b3} como sigue:

$$\begin{aligned} \theta_{b2} &= \theta_b + 120^\circ \\ \theta_{b3} &= \theta_b + 240^\circ \end{aligned} \quad (3.6)$$

En donde θ_{b2} y θ_{b3} son la posición angular para las palas 2 y 3, respectivamente. También para las palas 2 y 3, usando la ecuación (3.5) nos provee las ecuaciones para las palas 2 y 3 en función de θ_b como sigue:

²Según lo que se dice en [20] el elemento k_b corresponde a una elasticidad torcional dentro de una junta, esto es en un tren de levas dinámico, pero el elemento k_b que se menciona en esta tesis se refiere a algo completamente diferente a lo dicho en [20], ya que en este trabajo hacemos referencia de k_b con relación al efecto resorte que se produce en un aerogenerador cuando esta por detener su marcha.

³El parámetro b_b se refiere al amortiguamiento del aerogenerador, esto es, una resistencia que se opone al giro de la hélice y esta resistencia va a depender de las características propias del aerogenerador, tales como el peso de las palas y la fricción que exista en los rodamientos de la flecha junto con el generador. Para este caso en particular se supone una resistencia de 1×10^{-3} Kg $m^2 rad/s$.

$$\begin{aligned} m_b l_b^2 \ddot{\theta}_b + b_b \dot{\theta}_b + k_b(\theta_b + 120^0) - m_b g l_b \sin(\theta_b + 120^0) &= \tau_{b2} \\ m_b l_b^2 \ddot{\theta}_b + b_b \dot{\theta}_b + k_b(\theta_b + 240^0) - m_b g l_b \sin(\theta_b + 240^0) &= \tau_{b3} \end{aligned} \quad (3.7)$$

En donde τ_{b2} y τ_{b3} son el torque aplicado al mover las palas 2 y 3, respectivamente.

4

Ahora usaremos la siguiente identidad trigonométrica:

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b) \quad (3.8)$$

Aplicando la ecuación (3.8) a $\sin(\theta_b + 120^0)$ tenemos:

$$\begin{aligned} \sin(\theta_b + 120^0) &= \sin(\theta_b) \cos(120^0) + \cos(\theta_b) \sin(120^0) \\ &= -0,5 \sin(\theta_b) + 0,866 \cos(\theta_b) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Aplicando (3.8) a $\sin(\theta_b + 240^0)$,

$$\begin{aligned} \sin(\theta_b + 240^0) &= \sin(\theta_b) \cos(240^0) + \cos(\theta_b) \sin(240^0) \\ &= -0,5 \sin(\theta_b) - 0,866 \cos(\theta_b) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Sumando $-\sin(\theta_b) - \sin(\theta_b + 120^0) - \sin(\theta_b + 240^0)$ tenemos,

$$\begin{aligned} &-\sin(\theta_b) - \sin(\theta_b + 120^0) - \sin(\theta_b + 240^0) \\ &= -\sin(\theta_b) + 0,5 \sin(\theta_b) - 0,866 \cos(\theta_b) + 0,5 \sin(\theta_b) + 0,866 \cos(\theta_b) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

120^0 y 240^0 son reescritas en radianes como sigue:

$$\begin{aligned} 120^0 &= \frac{2}{3} \pi \text{rad} \\ 240^0 &= \frac{4}{3} \pi \text{rad} \end{aligned} \quad (3.12)$$

⁴La ecuación (3.5) es la principal ecuación del modelado que representa el cambio del viento a energía mecánica por que las ecuaciones en (3.7) están escritas en función de θ_b de la misma forma que la ecuación (3.5). Debido a que el flujo de aire está en la parte superior de la hélice, la pala que en ese momento se encuentre en esa posición es la que percibirá el torque total aplicado y esto pasará de la misma forma con las demás palas, en cuanto al ángulo, habrá un cambio de variable el cual permitirá que cada pala se le aplique el torque en una posición y tiempo determinado por el flujo del aire anteriormente descrito.

Ahora sumando las tres ecuaciones de (3.5) y (3.7) y utilizando (3.11) y (3.12) tenemos que:

$$3m_b l_b^2 \ddot{\theta}_b + 3b_b \dot{\theta}_b + 3k_b \theta_b + 2\pi k_b = \tau_b \quad (3.13)$$

En donde $\tau_b = \tau_{b1} + \tau_{b2} + \tau_{b3}$.
5

Considerando la figura (3.4), τ_{b1} , τ_{b2} y τ_{b3} son dadas como sigue:

$$\begin{aligned} \tau_{b1} &= \tau_{b0} e^{-t^{1/4}} \quad \forall t \in \left[2\pi n, \left(2n + \frac{2}{3}\right)\pi \right] \quad n = 0, 1, 2, \dots \\ \tau_{b2} &= \tau_{b0} e^{-t^{1/4}} \quad \forall t \in \left[\left(2n + \frac{2}{3}\right)\pi, \left(2n + \frac{4}{3}\right)\pi \right] \quad n = 0, 1, 2, \dots \\ \tau_{b3} &= \tau_{b0} e^{-t^{1/4}} \quad \forall t \in \left[\left(2n + \frac{4}{3}\right)\pi, (2n + 2)\pi \right] \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3.14)$$

En donde τ_{b0} es un torque constante máximo aplicado para mover cada pala en Kgm^2rad/s^2 .
6

Ahora vamos analizar la forma de giro mecánico a energía eléctrica. Esto puede verse en la figura (3.5).

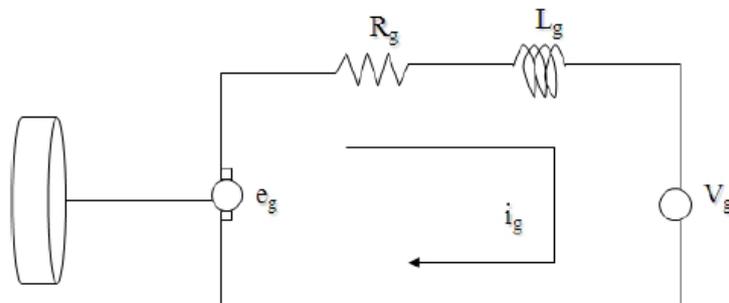


Figura 3.5: Conversión de energía mecánica a energía eléctrica en una turbina de viento.

En la figura (3.5) se presenta el modelo de un motor, de donde es obtenido un modelo para el generador usando la *Ley de Voltajes de Kirchhoff* representado como la suma de

⁵La ecuación (3.13) es la principal ecuación del modelo matemático que representa el cambio desde la energía del viento a energía mecánica.

⁶De (3.14), cuando un torque mueve una pala, los otros dos torques no pueden mover las otras dos palas, únicamente una a la vez puede ser movida.

los voltajes [2], como se presenta a continuación:

$$k_g \dot{\theta}_b = R_g i_g + L_g \dot{i}_g + V_g \quad (3.15)$$

En donde k_g es la constante de la fuerza electromotriz (*fem*) en *volts.s/rad*, R_g es la resistencia de la armadura en el generador en Ω , L_g es la inductancia de la armadura en el generador en H , V_g es el voltaje de la armadura en el generador en *volts* y i_g es la corriente de la armadura en el generador en amperes. Para el generador de esta tesis $V_g = i_g$ así la ecuación (3.15) queda como:

$$k_g \dot{\theta}_b = (R_g + 1)i_g + L_g \dot{i}_g \quad (3.16)$$

Así, las ecuaciones (3.13) y (3.14) son los modelos matemáticos que representan el cambio desde la energía del viento a energía mecánica, y (3.16) es el modelo matemático que representa el cambio de energía mecánica a energía eléctrica y en conjunto estas ecuaciones representan el modleo matemático que describen el comportamiento de la turbina de viento.

7

Vamos a definir las nuevas variables de estado como $x_1 = i_g$, $x_2 = \theta_b$, $x_3 = \dot{\theta}_b$, la entrada es $u = \tau_b$ y la salida es $y = i_g$. Entonces el modelo de las ecuaciones (3.5) y (3.16) vienen dadas por:

$$\dot{x}_1 = \frac{k_g}{L_g} x_3 - \frac{(R_g + 1)}{L_g} x_1 \quad (3.17a)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (3.17b)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{3m_b l_b^2} u - \frac{2\pi k_b}{3m_b l_b^2} - \frac{k_b}{m_b l_b^2} x_2 - \frac{b_b}{m_b l_b^2} x_3 \quad (3.17c)$$

$$y = x_1 \quad (3.17d)$$

En donde sólo la corriente de la armadura es observada, es importante conocer la posición angular y la velocidad angular de la pala a partir de la corriente de la armadura en el generador.

⁷Para el cálculo de la corriente se utilizó la "Ley de Ohm", tenemos que la corriente para este circuito está dada como $I = \frac{V}{R_d}$, donde R_d es la resistencia del devanado del inductor, tomando este dato del cuadro (5.1), tenemos que la corriente es igual al votaje por lo que la ecuación (3.16) se rige bajo esta Ley.

Capítulo 4

Diseño del Observador.

4.1. Introducción.

En este capítulo un observador no lineal será diseñado basandose en que la corriente de la armadura en el generador $y = x_1$ está disponible. También será utilizado el método de *Euler Lagrange* para el modelado del generador [9], se utilizará teoría de circuitos mediante las *Leyes de Voltaje Kirchhoff* [2] y para desarrollar el observador se utilizará el *Observador de Lyapunov*. [18] [21]

4.2. Diseño.

Decimos que \hat{x}_1 , \hat{x}_2 y \hat{x}_3 son las aproximaciones de los estados x_1 , x_2 y x_3 . Definimos la salida del error como:

$$e = y - \hat{y} = C\tilde{x} \quad (4.1)$$

Donde $y = x_1$, $\hat{y} = \hat{x}_1$, $C = [1 \ 0 \ 0]$, $\tilde{x} = x - \hat{x}$ es el error de estado, $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, $\hat{x} = [\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \hat{x}_3]^T$. El siguiente observador es propuesto:

$$\dot{\hat{x}}_1 = \frac{k_g}{L_g} \hat{x}_3 - \frac{(R_g + 1)}{L_g} \hat{x}_1 + k_1 e \quad (4.2a)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + k_2 e \quad (4.2b)$$

$$\dot{\hat{x}}_3 = \frac{1}{3m_b l_b^2} u - \frac{2\pi k_b}{3m_b l_b^2} - \frac{k_b}{m_b l_b^2} \hat{x}_2 - \frac{b_b}{m_b l_b^2} \hat{x}_3 + k_3 e \quad (4.2c)$$

En donde los parámetros k_1 , k_2 y k_3 son constantes escalares seleccionados por el diseñador.

De las ecuaciones (3.17), (4.1) y (4.2) la ecuación dinámica de la estimación del error puede ser escrita como:

$$\dot{\tilde{x}} = A_0 \tilde{x} \quad (4.3)$$

En donde, $A_0 = A - KC$, $A = \begin{bmatrix} -\frac{(R_g+1)}{L_g} & 0 & \frac{k_g}{L_g} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_b}{m_b l_b^2} & -\frac{b_b}{m_b l_b^2} \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix}$, C está dada en la ecuación (4.1). Note que la matriz A es la matriz del sistema (3.17). El par (A, C) del sistema (3.17) es observable, esto es probado con el siguiente lema.

Lema 4.2.1 (A, C) del sistema (3.17) es un conjunto observable.

Comprobación: Considerando A del sistema (3.17) y C del (4.1) y los parámetros dados en el cuadro (5.1) (por favor ver la siguiente sección) tenemos:

$$\text{rango}(\sigma) = \text{rango} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \text{rango} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1326,5 & 0 & 0,74614 \\ 1,7595 \times 10^6 & -14,923 \times 10^{-3} & -974,823 \end{bmatrix} = 3 \quad (4.4)$$

Como $\text{rango}(\sigma) = 3$ y $A \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$, así tenemos que (A, C) del sistema (3.17) es observable.

Teorema 4.2.1 Utilizando la ecuación (4.2) en (3.17) decimos que es exponencialmente estable en (4.3) y se comprueba a continuación:

Decimos que la ecuación (4.3) tiene la siguiente forma:

$$\dot{\tilde{x}} = A_0 \tilde{x} \quad (4.5)$$

y su solución es:

$$\tilde{x} = \tilde{x}^{-A_0 t} \tilde{x}(0) \quad (4.6)$$

Donde \tilde{x} es el error, A_0 es el conjunto $(A - LC)$ y $\tilde{x}(0)$ es la condición inicial. Por lo tanto, el error al tener una solución en forma exponencial y negativa en (4.6) nos garantizará que este tendrá una convergencia a cero.

Capítulo 5

Simulación y Validación.

5.1. Simulación del Modelo Propuesto.

Un prototipo de un aerogenerador fué construido para la validación del modelo propuesto, el prototipo es mostrado en la figura (5.1).

Este prototipo tiene tres palas y no utiliza caja de engranes. Los parámetros de este prototipo están dados en el Cuadro (5.1). [19]

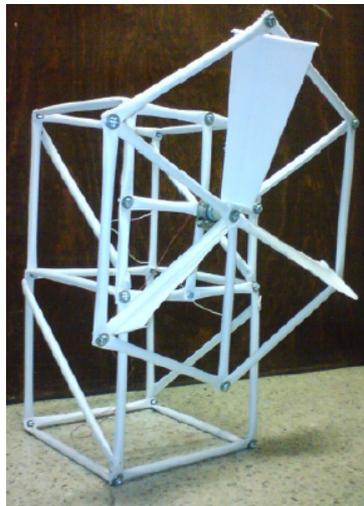


Figura 5.1: Prototipo de un Aerogenerador.

Un osciloscopio fué utilizado para obtener la medición de la corriente de armadura en el generador y un contador electrónico fué usado para medir el número de vueltas del eje de las palas, la alimentación de aire se hizo con un ventilador de pedestal. Todos los elementos utilizados para el experimento son mostrados en la figura (5.2).

Cuadro 5.1: Parámetros del Prototipo.

Parámetro	Valor	Unidad
l_b	$\frac{10}{100}$	m
m_b	$\frac{5}{1000}$	Kg
g	9,81	m/s^2
k_b	1×10^{-6}	Kgm^2/s^2
b_b	1×10^{-3}	Kgm^2rad/s
k_g	0,0045	$volts.s/rad$
R_g	7	Ω
R_d	1	Ω
L_g	$6,031 \times 10^{-3}$	H
τ_b	0,1	Kgm^2rad/s^2



Figura 5.2: Elementos para el Experimento.

La corriente de armadura del prototipo se muestra en la figura (5.3). Y la corriente de armadura del modelo matemático se muestra en la figura (5.4).

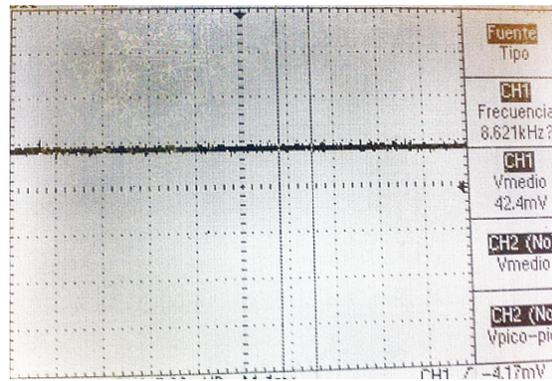


Figura 5.3: Corriente de Armadura en el Prototipo.

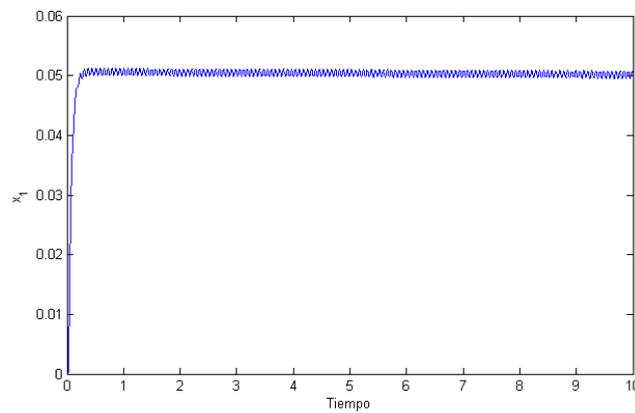


Figura 5.4: Corriente de Armadura del Modelo Matemático.

De las figuras (5.3) y (5.4) podemos ver que ambos, tanto el prototipo como el modelado tienen comportamientos muy similares [19] [12]. Podemos ver que en el osciloscopio tenemos que por cada división hay 50 mA . La posición angular de la pala θ_b no fue obtenida directamente, únicamente el número de vueltas del eje fue obtenido con un contador y esto se denota por $\#_b$, entonces la relación entre la posición angular de una pala θ_b y el número de vueltas del eje de la pala $\#_b$ es dada como sigue:

$$\#_b = \frac{1}{100} \frac{\theta_b}{2\pi} \quad (5.1)$$

El $\frac{1}{100}$ es porque el convertidor analógico digital fue usado después del contador para visualizar el parámetro en la gráfica y utilizar una ganancia de $\frac{1}{100}$. El número de vueltas del eje de la pala del prototipo se muestra en la figura (5.5) y el número de vueltas del eje de la pala del modelo matemático es mostrado en la figura (5.6). [19]

1

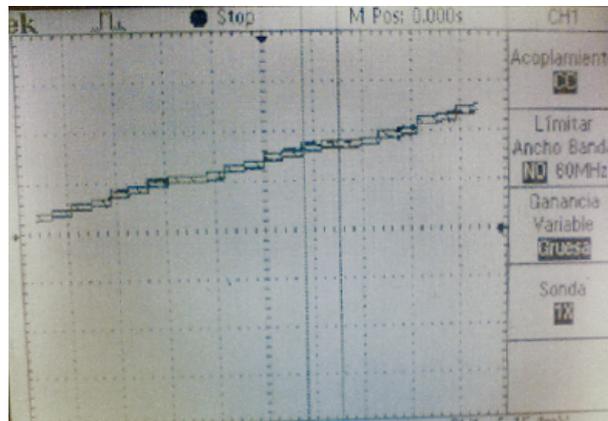


Figura 5.5: Número de Vueltas del Eje en el Prototipo.

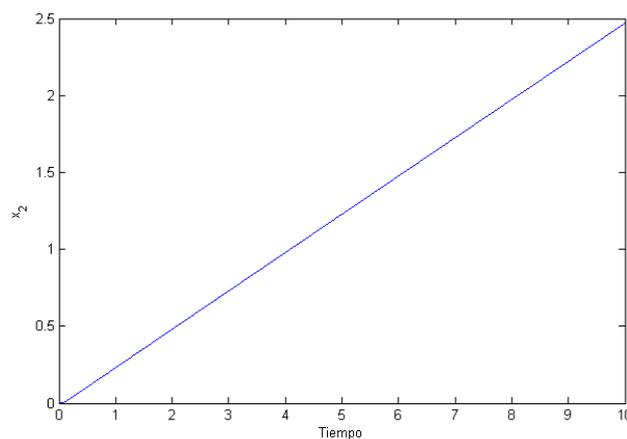


Figura 5.6: Revoluciones del eje en el Modelo Matemático.

De las figuras (5.5) y (5.6) puede verse que ambos, tanto el prototipo como el modelo tienen comportamientos similares.

¹La ecuación (5.1) esta compuesta por una ganancia de $\frac{1}{100}$ debido a que los valores medidos están en radianes lo que hace que el osciloscopio esté fuera de rango y esto provoque que el mismo no pueda ser suficiente para lograr medir valores tan grandes, es por ello que se utiliza una ganancia muy pequeña para que el osciloscopio los pueda medir y graficar en pantalla. La segunda parte de la ecuación es una conversión que se hace para que los radianes medidos sean pasados a números de vueltas del eje del aerogenerador, es por eso que se divide θ_b entre 2π para que el resultado de todo esto sea el número de vueltas del eje pero en una escala más pequeña para que pueda ser graficado por el osciloscopio.

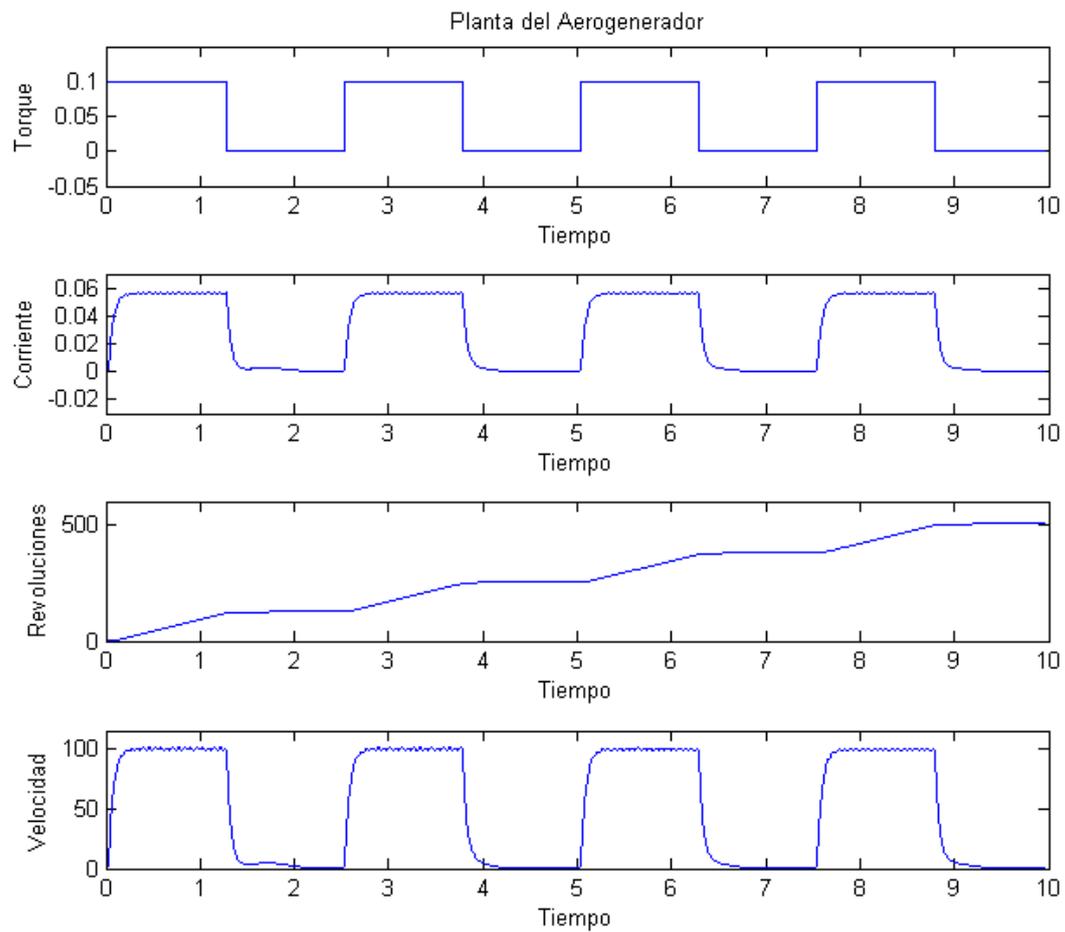


Figura 5.7: Entrada y Estados del Aerogenerador.

Por último se muestran todos los estados del sistema y su entrada τ_b , en la gráfica se pueden apreciar todas las salidas que corresponden a la entrada τ_b .

5.2. Simulación del Observador Propuesto.

En esta simulación 0, 0 y 0 son consideradas como condiciones iniciales para los estados de la planta $x_1 = i_g$, $x_2 = \theta_b$ y $x_3 = \dot{\theta}_b$. 1, 1 y 1 son usados como condiciones iniciales de los estados del observador \hat{x}_1 , \hat{x}_2 y \hat{x}_3 . La mayoría de los parámetros de la planta están dados en el cuadro (5.1), excepto el parámetro $u = \tau_b$ que no es una constante. La figura (5.7) muestra el comportamiento de la entrada y los estados del aerogenerador.

De la figura (5.7) se puede ver que el torque aplicado para mover la pala $u = \tau_b$ es proporcional a la corriente en la armadura $x_1 = i_g$ y a la velocidad angular de la pala $x_3 = \dot{\theta}_b$, de la misma figura se puede ver que cuando el torque es aplicado para mover la pala $u = \tau_b$, la posición angular de la pala $x_2 = \theta_b$ crece. Esta figura prueba que el modelo mostrado de un aerogenerador es real.

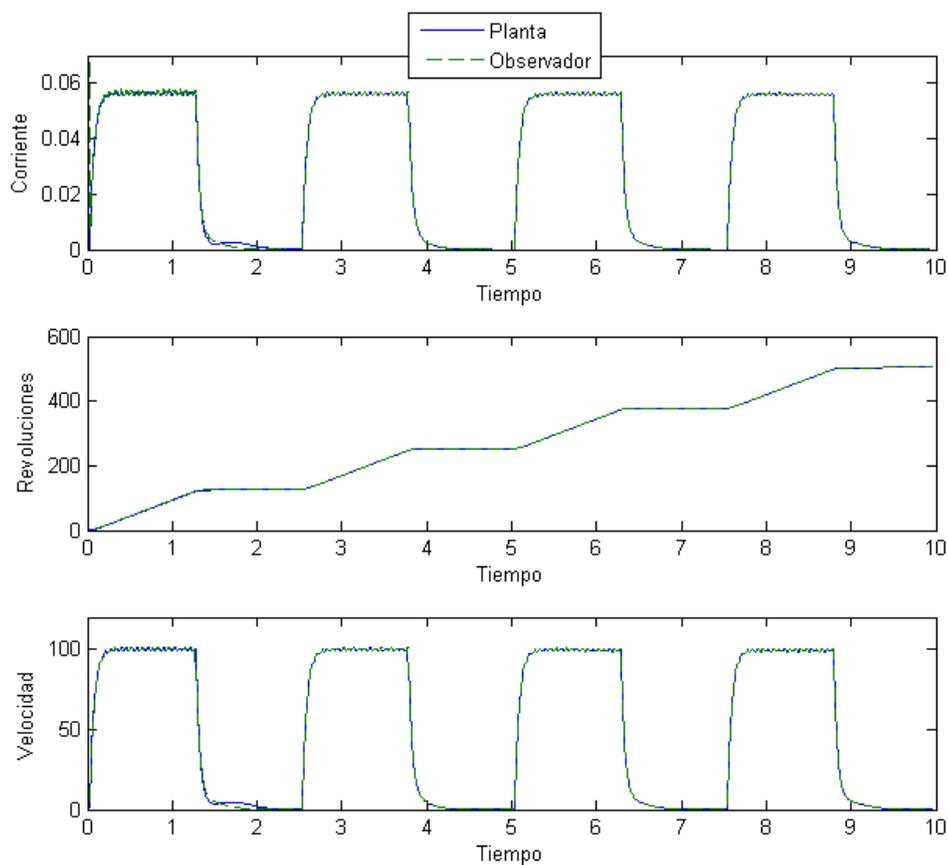


Figura 5.8: Comportamiento del Observador Propuesto para 10 *segundos*.

Para poder tener una mejor apreciación del observador ejerciendo sobre la planta, en la figura (5.9) se muestra un acercamiento en el origen cuando el tiempo aún es muy pequeño, debido a que de otra manera no se podría apreciar.

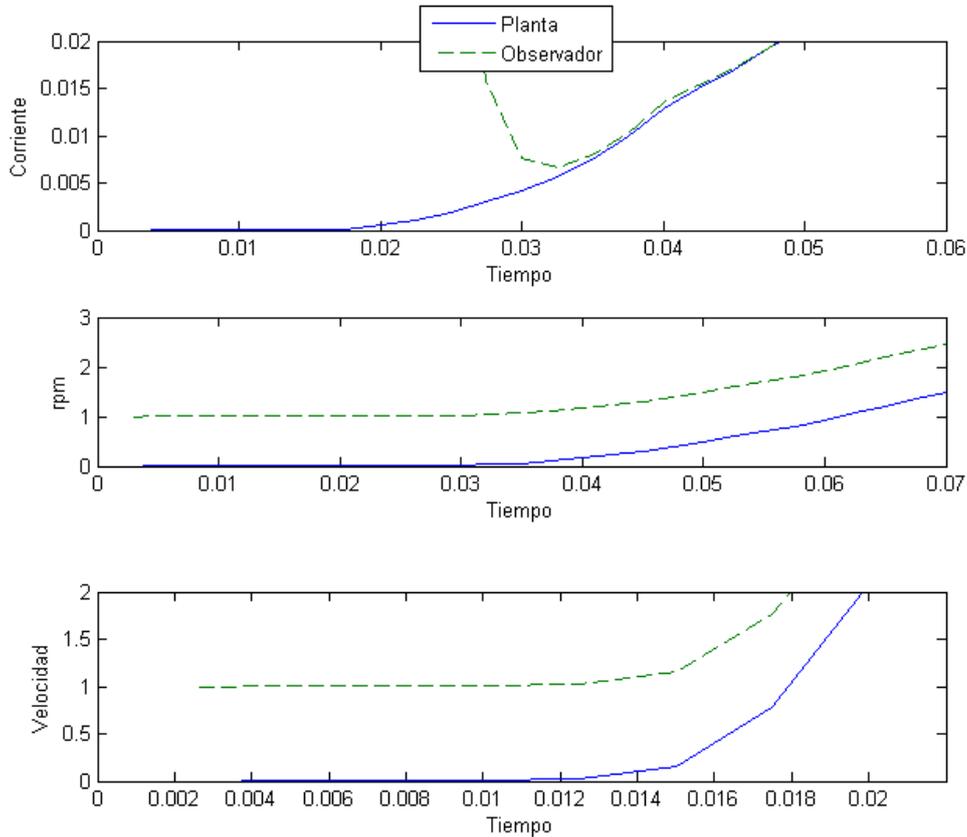


Figura 5.9: Apreciación del Observador sobre la Planta.

Los parámetros del observador son $k_1 = -1$, $k_2 = -0,1$ y $k_3 = -0,1$. Del *Lema (4.0.2)*, $\Gamma_2 = \frac{g}{b}$. La ecuación (1.47) se satisface con $P = \begin{bmatrix} 3,7723 \times 10^{-4} & 1,9482 \times 10^{-4} & 2,6097 \times 10^{-6} \\ 1,9482 \times 10^{-4} & 2,5798 & 5,0958 \times 10^{-3} \\ 2,6097 \times 10^{-6} & 5,0958 \times 10^{-3} & 2,5255 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$
 $= 2,4567 \exp^{-5}$ y $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Consideramos que el teorema del error de estado del observador, es exponencialmente estable. Además, $\gamma = \lambda_{\min}(Q)\lambda_{\min}(P^{-1}) = 0,38763$ y $\alpha = \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)} = \frac{2,5798}{3,7723 \times 10^{-4}} = 6839$ son parámetros exponencialmente estables.

En la figura (5.8) se muestra el comportamiento del observador. Puede verse que todos los estados estimados convergen a estados reales de una forma muy rápida. La figura (5.10) muestra los errores de estado para el observador propuesto. Se puede ver que los errores de estado convergen dentro de los primeros 2 segundos.

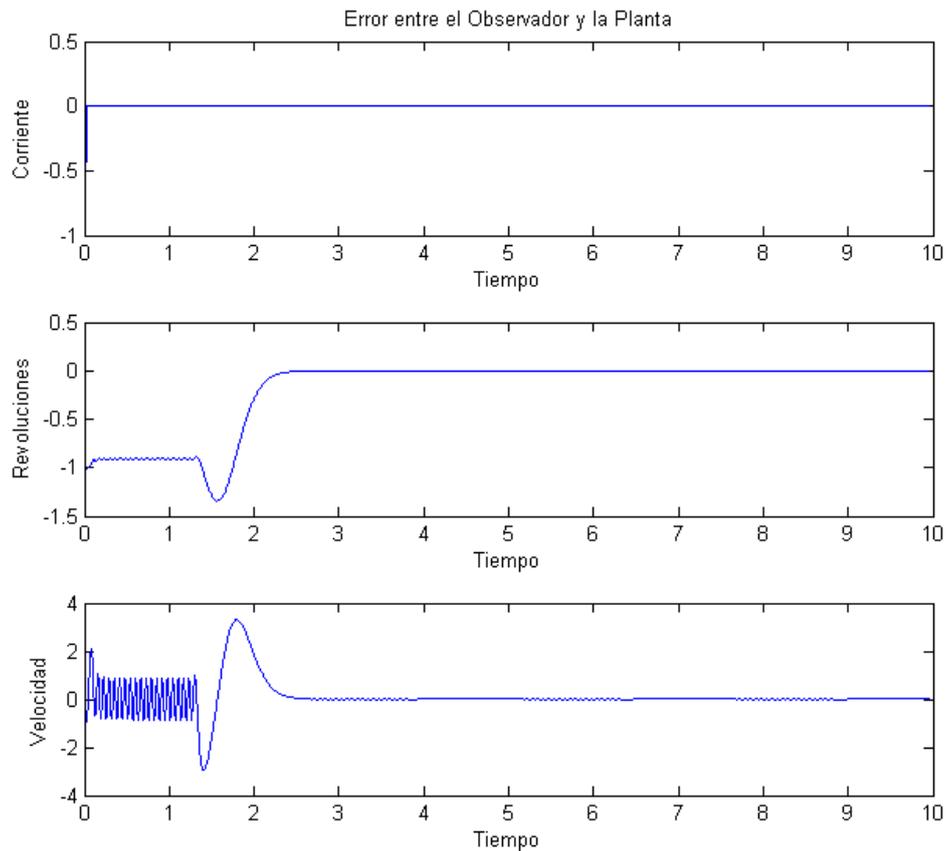


Figura 5.10: Errores de Estados para el Observador Propuesto.

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajo Futuro.

6.1. Conclusiones.

En esta tesis fué presentado el modelado de un prototipo de un aerogenerador de eje horizontal con disposición a barlovento y el cual consta de tres palas, el análisis que se hizo de cada uno de los tipos de los aerogeneradores resultó en un diseño el cual fué el que se propuso para realizar su modelo matemático y aplicar el observador no lineal. Durante el análisis se tomaron en cuenta situaciones que intervienen en el desarrollo de trabajo del aerogenerador como lo es el tipo de estructura de la torre el cual se utilizó el de tipo torre circular debido a que las vibraciones son menos significativas y se pueden despreciar para el modelado, para las palas se utilizó un diseño que minimizara su peso y con esto se obtuviera un mejor rendimiento de la fuerza del viento y por último, el generador eléctrico no contiene una caja de engranes el cual se utiliza para incrementar la velocidad de giro del rotor, por lo tanto la estructura completa del aerogenerador consta sólo de las partes que anteriormente se describieron.

El modelo matemático fué obtenido utilizando el método de *Euler Lagrange* y la *Ley de Voltajes Kirchhoff* para una malla cerrada que corresponde al circuito del generador. El modelo matemático obtenido consta de tres estados que representan a los tres estados observados donde: $X_1 = Corriente$, $X_2 = Revoluciones$ y $X_3 = Velocidad$, este modelo fué comparado con un prototipo físico de un aerogenerador. Un observador no lineal fué propuesto para ver las revoluciones y su velocidad angular a partir de la corriente de armadura en el aerogenerador. En las figuras descritas anteriormente se puede ver que el error en cada una de las salidas de los estados convergen a cero en un lapso de aproximadamente *2,5 segundos*, con esto concluimos que el observador es una alternativa viable para poder obtener los estados en un sistema físico como el aerogenerador en el cual no se pueden medir todas las variables de control directamente, y además haciendo esta medición con el observador de una manera muy rápida y con un error que converge siempre a cero.

6.2. Trabajo Futuro.

Como pudimos observar, en el trabajo de tesis anterior la dedicamos a la medición de las variables de estado que no pueden ser medibles de forma directa, al obtener estas mediciones gracias a un observador podemos entonces hacer uso de ellas aplicandolas a un controlador el cual se dará a la tarea de que el aerogenerador tenga un mejor rendimiento, permitiendo obtener una mayor generación de energía eléctrica ocupando todos los recursos disponibles en la generación y operación del aerogenerador. Por lo que se recomienda seguir con este proyecto y aplicar un control que mejor se adapte a las necesidades del aerogenerador. Otro aspecto importante es la parte física la cual necesita de un trabajo mas extenso para que el diseño esté mejor justificado, así que un análisis de la estructura del aerogenerador sería idoneo para fortalecer y documentar mejor este trabajo de tesis.

Apéndice A

Artículos Derivados del Trabajo de Tesis.

- (a) Rubio J.J., Ochoa G. and Pacheco J., Modeling and a Nonlinear Observer for a Prototype of a Wind Turbine, *Control Engineering Practice*, México, D.F., 2010, En Revisión.

Apéndice B

Artículos Publicados Durante la Maestría.

- (a) Ochoa G., Gutierrez G., Rubio J.J., Rivera R. and Pacheco J., Modeling of Four Nonlinear Electronic Circuits, *Recent Patents on Electrical Engineering*, México, D.F., 2010.

Apéndice C

Herramientas Matemáticas.

Aerogenerador.- Sistema mecánico y eléctrico que convierte la fuerza del viento de energía mecánica a energía eléctrica.

Barlovento.- Adjetivo calificativo que significa, parte de donde viene el viento, con respecto a un punto o lugar determinado.

Diámetro del Rotor.- Dicese al diámetro formado por las palas del aerogenerador que va de punta a punta de las palas, formando un círculo.

Energía Cinética.- Es la energía o capacidad para realizar un trabajo, que posee un objeto debido a su movimiento. Si un objeto de masa m tiene velocidad v , su energía cinética traslacional está dada por $EC = \frac{1}{2}mv^2$, cuando m está dada en kg y v en m/s , las unidades de EC son en *Joules*. [3]

Energía Potencial.- Es la energía que posee un objeto debido a su posición en el campo gravitacional. Un cuerpo de masa m , al caer una distancia vertical h , puede realizar un trabajo de magnitud mgh . La energía potencial EP_G de un objeto se define con respecto a un nivel arbitrario cero, el cual a menudo es la superficie de la Tierra. Si un objeto está a una altura h sobre el nivel cero (o de referencia), se tiene: $EP_G = mgh$, donde g es la aceleración debida a la gravedad. Adviértase que mg es el peso del objeto. Las unidades de la EP_G son los *Joules* cuando m está dada en kg , g está dada en m/s^2 y h está en m . [3]

Euler Lagrange.- Ecuación que permite describir un sistema físico descrito en coordenadas cartesianas, pero expresados en función de los parámetros del movimiento, obteniendo de manera natural los conceptos de velocidad, momento y fuerza generalizada, así como la relación de la energía cinética traslacional con las velocidades y aceleraciones generalizadas.

Lagrangiano.- Se le denomina a la diferencia entre la energía potencial y energía cinética que permiten conocer el comportamiento dinámico de un sistema.

Ley de Ohm.- La *Ley de Ohm* dice que: La corriente que circula a través de un circuito es directamente proporcional al voltaje aplicado e inversamente proporcional a su resistencia. [2]

Ley de Voltajes de Kirchhoff.- Ley que establece que cuando a cada voltaje se le aplica el signo correcto, la suma algebraica de todos los voltajes por separado, alrededor de cualquier trayectoria cerrada debe ser igual a cero. [2]

Matriz Definida Negativa.- Una matriz simétrica real A es definida negativa si y sólo si X^TAX es negativa para todo vector X diferente de cero. [11]

Matriz Definida Positiva.- Decimos que A es una matriz simétrica real. Recordando que A es congruente con una matriz diagonal B, por ejemplo, existe una matriz no singular P tal que $B = P^TAP$ es diagonal, y que el número de entradas en B es invariante de A. La matriz A se dice que es definida positiva si todas las entradas diagonales de B son positivas. Alternativamente, se dice que A es positiva definida si $X^TAX > 0$ para cada vector diferente de cero X en \mathbf{R}^m . Por ejemplo, una matriz simétrica de 2x2,

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$$

es positiva definida si y sólo si la diagonal de entrada a y d son positivas y la determinante $det(A) = ad - bc = ad - b^2$ es positiva. [11]

Matriz Simétrica.- Una matriz es simétrica si $A = A^T$. Con base en esta definición resulta evidente que una matriz simétrica debe ser cuadrada [10]. Ejemplo,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Molino de Viento.- Mecanismo provisto de palas y que esta compuesto por unas propelas en su parte inferior y que bombea agua debido al efecto del viento.

Norma de una Matriz.- Sea V un espacio vectorial sobre F, donde F es R o C. Sea o no V un espacio con producto interior, podemos definir aún una "norma" $\| \cdot \|$ como una función de valor real en V que satisface las siguientes condiciones para toda $x, y \in V$ y $a \in F$. [6]

(i) $\| x \| \geq 0$ y $\| x \| = 0$ si y sólo si $x = 0$.

(ii) $\| ax \| = |a| \| x \|$.

(iii) $\| x + y \| \leq \| x \| + \| y \|$.

Norma de un Vector.- Decimos que $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ es un vector en \mathfrak{R}^n . La norma (o longitud) de un vector u, es definida como la raíz cuadrada no negativa de $u \cdot u$:

$$\| u \| = \sqrt{u \cdot u} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2}$$

Desde $u \cdot u \geq 0$, la raíz cuadrada existe. También si, $u \neq 0$, entonces $\| u \| > 0$; y $\| 0 \| = 0$. [11]

Pala.- Parte de la que se compone la hélice la cual es golpeada por el viento y genera el movimiento necesario para el giro del aerogenerador.

Rango Máximo.- Sea A una matriz de $n \times n$, A es una matriz de rango máximo si $\det A \neq 0$. O también, A es una matriz de rango máximo si todas sus columnas son linealmente independientes. La fórmula para calcular el rango máximo es: $\|A\|_2 = \sqrt{\max \lambda_i(AA^T)}$ [10].

Ejemplo: Suponiendo una matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ aplicamos la fórmula para calcular los valores propios y tenemos,

$$AA^T = \begin{pmatrix} 21 & 2 \\ 2 & 13 \end{pmatrix}$$

Sustituyendo en la fórmula nos queda,

$$\|A\|_2 = \sqrt{\max \lambda_i \begin{pmatrix} 21 & 2 \\ 2 & 13 \end{pmatrix}}$$

Calculamos los valores propios (λ_i) de la matriz AA^T y tenemos que la fórmula para esto es $\det(A - \lambda I)$,

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 21 - \lambda & 2 \\ 2 & 13 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(21 - \lambda)(13 - \lambda) - 4 = 0$$

$$\lambda^2 - 21\lambda - 13\lambda + 273 - 4 = 0$$

$$\lambda^2 - 34\lambda + 269 = 0$$

Factorizando el resultado de arriba obtenemos los valores propios a_1 y a_2 ,

$$a_1 = 21,47$$

$$a_2 = 12,53$$

Por fin tenemos los valores propios y ahora los sustituimos en la fórmula para calcular el rango máximo, donde tomaremos el valor propio de mayor valor y obtenemos su raíz cuadrada para obtener el rango máximo de la matriz A ,

$$\begin{aligned} \|A\|_2 &= \sqrt{\max(21,472, 12,528)} \\ &= 4,634 \end{aligned}$$

Rotor del Aerogenerador.- Conjunto constituido por las palas y por el eje del aerogenerador que proporciona el movimiento necesario para hacer girar el rotor del generador y así producir energía eléctrica.

Rotor Darrieus.- Rotor de eje vertical, que emplea la sustentación de las palas y se caracteriza por un débil par de arranque y una velocidad de rotación elevada que permite la recuperación de una gran potencia.

Rotor Savonius.- Rotor de eje vertical, que utilizan un arrastre diferencial creado por

las palas y estas pueden ser de diversas formas.

Sotavento.- Adjetivo calificativo cuyo significado es, parte opuesta a aquella de donde viene el viento con respecto a un punto o lugar determinado.

Transpuesta de una Matriz.- La transpuesta de una matriz A , denotada por A^T , es la matriz obtenida al escribir los renglones de A , en orden, con las columnas:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

En otras palabras, si $A = (a_{1j})$ es una matriz de $m \times n$, entonces $A^T = (a_{ij}^T)$ es una matriz de $n \times m$ en donde $a_{ij}^T = a_{ji}$, para toda i y j . [11]

Traza de una Matriz.- La traza de una matriz M de $n \times n$, denotada por $\text{tr}(M)$, es la suma de los valores de M ubicados en la diagonal; esto es, $\text{tr}(M) = M_{11} + M_{22} + \dots + M_{nn}$. El conjunto de todas las matrices de $n \times n$ que tienen una traza igual a cero es un subespacio de $M_{n \times n}(F)$. [6]

Valor Característico.- También llamado valor propio de una matriz, que proviene del Alemán *Eigenwert*. Sea A una matriz de $n \times n$. El escalar λ se denomina valor característico de A si existe un vector x diferente de cero tal que $Ax = \lambda x$. [10]

Vector Característico.- Sea T un operador lineal en un espacio vectorial V . Un elemento no nulo $x \in V$ se llama eigenvector de T si existe un escalar λ tal que $T(x) = \lambda x$. Al escalar λ se le llama eigenvalor correspondiente al eigenvector x . [6]

Apéndice D

Herramientas de Sistemas de Control.

Condición de Lipschitz.- La condición nos dice, $\exists L$ entonces, $\| f(\hat{x}) - f(x) \| \leq L \| \hat{x} - x \|$, en donde $\hat{x} - x = e$ y donde L es la pendiente entre $f(\hat{x})$ y $f(x)$.

Condición de Lyapunov.- Tenemos que $V = e^T P e$ donde e es el error de estado y P es una matriz cuadrada, por lo que la condición de *Lyapunov* nos dice que: $\dot{V} < 0$, donde \dot{V} es la derivada de V y esta debe ser mayor que cero. Donde $\dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e}$.

Controlabilidad.- Se dice que un sistema es controlable en el tiempo t_0 si se puede transferir desde cualquier estado inicial $x(t_0)$ a cualquier otro estado, mediante un vector de control sin restricciones, en un intervalo de tiempo finito. [15]

Estabilidad en el Sentido de Lyapunov.- A continuación, representaremos una región esférica con radio k a partir de un estado de equilibrio x_e como:

$$\| X - X_e \| \leq k$$

en donde $\| x - x_e \|$ se denomina norma euclidiana, y se define mediante,

$$\| X - X_e \| = [(x_1 - x_{1e})^2 + (x_2 - x_{2e})^2 + \dots + (x_n - x_{ne})^2]^{1/2}$$

Suponga que $S(\delta)$ está formada por todos los puntos tales que,

$$\| X_0 - X_e \| \leq \delta$$

y suponga que $S(\varepsilon)$ está formada por todos los puntos tales que

$$\| \phi(t; X_0, t_0) - X_e \| \leq \varepsilon, \text{ para toda } t \geq t_0$$

Se dice que un estado de equilibrio del sistema $\dot{x} = f(X, t)$, es estable en el sentido de Lyapunov si, en correspondencia con cada $S(E)$, existe una $S(\delta)$ tal que las trayectorias que empiezan en $S(\delta)$ no se alejan de $S(\varepsilon)$ conforme t se incrementa indefinidamente. El

número real δ depende de ε y, en general, también depende de t_0 . Si δ no depende de t_0 , se dice que el estado de equilibrio es uniformemente estable. [15]

Estabilidad Asintótica.- Se dice que un estado de equilibrio x_e del sistema $\dot{x} = f(X, t)$, es asintóticamente estable si es estable en el sentido de Liapunov y todas las soluciones que empiezan dentro de $S(Q)$ convergen a x_e , sin apartarse de $S(E)$, conforme t se incrementa indefinidamente.

En la práctica, la estabilidad asintótica es más importante que la mera estabilidad.

Estado de Equilibrio.- Un estado de equilibrio x_e se dice que es estable si para algún tiempo dado t_0 y un positivo escalar ε , existe un positivo escalar $\delta = \delta(t_0, \varepsilon)$ tal que si $\|x(t_0) - x_e\| < \delta$, entonces $\|x(t; t_0, x_0) - x_e\| < \varepsilon$ para toda $t \geq t_0$.

Observabilidad.- Se dice que un sistema es observable en el tiempo t_0 si, con el sistema en el estado $x(t_0)$, es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito. [15]

Observador.- Un observador de estado estima las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida y de control [15]. Sea el sistema definido mediante:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}$$

El observador es un subsistema que sirve para reconstruir el vector de estado de la planta. El modelo matemático del observador es básicamente el mismo que el de la planta, salvo que se incluye un término adicional que contiene el error de estimación para compensar las imprecisiones en las matrices **A** y **B** y la falta del error inicial.

Observador de Luenberger.- El observador de *Luenberger* es una estructura matemática que combina la salida de un sensor y la señal excitada de una planta con el sensor y modelo de una planta. Un observador provee una señal de retroalimentación que es superior a la salida del sensor por sí sólo.

Bibliografía

- [1] F. Beer, R. Johnston, and J. DeWolf. *Mecánica de Materiales*. Serie Schaum, Lehigh, 2004.
- [2] R. Boylestad. *Análisis Introductorio de Circuitos*. trillas, México, DF., 2008.
- [3] F. Bueche and Hecht Eugene. *Física General*. Mc Graw Hill, Estados Unidos, 2001.
- [4] C. Eisenhut, F. Krug, C. Schram, and B. Klockl. Wind turbine model for system simulations near cut-in wind speed. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, pages 414–420, 2007.
- [5] J. Ekanayake, L. Holdsworth, X. Wu, and N. Jenkins. Dynamic modeling of doubly fed induction generator wind turbines. *IEEE Transactions on Power Systems*, pages 803–808, 2003.
- [6] S. Friedberg, A. Insel, and L. Spence. *Algebra Lineal*. Publicaciones Cultural, Illinois, 1982.
- [7] G. Goodwin, S. Graebe, and M. Salgado. *Control System Design*. Prentice-Hall, Newcastle, 2000.
- [8] E. Hau. *Wind Turbines*. Springer, Munich, 2006.
- [9] H. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, 2002.
- [10] R. Larson and B. Edwards. *Introducción al Algebra Lineal*. Limusa, Estados Unidos, 2004.
- [11] S. Lipschutz. *Theory and Problems of Linear Algebra*. McGraw Hill, Brooklyn, 1991.
- [12] The MathWorks. Using matlab version 7.9. Technical report, The MathWorks, 2009.
- [13] N. Nise. *Control Systems Engineering*. John Wiley and Sons, United States of America, 2004.
- [14] Real Academia Española. *Diccionario de la Real Lengua Española*. Espasa Calpe, Madrid, 2009.

- [15] K. Ogata. *Ingeniería de Control Moderna*. Prentice Hall, Madrid, 2007.
- [16] A. Palacios. Análisis dinámico de la pala de un aerogenerador, 2006.
- [17] T. Petru and T. Thiringer. Modeling of wind turbines for power systems studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, pages 1132–1139, 2002.
- [18] R. Rajamani. Observers for lipschitz nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 397–401, 1998.
- [19] J.J. Rubio, G. Ochoa, and J. Pacheco. Modeling and a nonlinear observer for a prototype of a wind turbine. *Control Engineering Practice*, pages 01–23, 2010.
- [20] M. Spong and M. Vidyasagar. *Robot Dynamics and Control*. John Wiley and Sons, United States, 1989.
- [21] H. Zak. *Deterministic Control of Uncertain Systems*, chapter XVI, pages 334–336. Control Engineering. Peter Peregrinus Ltd., London, 1990.